

02 - MOVIMIENTO

02.0 - ¿Le interesa el movimiento a un óptico? Comenzando desde cero.

02.1 - Desplazamiento: rectilíneo, circular. Velocidad, aceleración.

02.1.1 - Movimiento rectilíneo

02.1.2 - Investigando el movimiento

02.1.3 - Algo de matemáticas: derivada

02.1.4 - Movimiento circular uniforme. Aceleración normal o centrípeta

02.2 - ¿Hay algo quieto? ¿Quién mueve?

02.3 - Las leyes del movimiento de Newton.

02.4 - Fuerzas elásticas: Resonancia

02.4.1 - El muelle

02.4.2 - Reflexiones sobre el movimiento armónico: frecuencia, período

02.4.3 - Condiciones iniciales

02.4.4 - ¿Qué significado tiene ω ?

02.4.5 - Oscilación amortiguada

02.4.6 - Oscilaciones forzadas: Resonancia

02.4.7 - Integración numérica

02.5 - Circulando en bici, carreras de motos. Momento angular.

02.6 - Movimiento en la superficie de la Tierra.

02.7 - Movimiento en la Estación Espacial Internacional.

02.0 - ¿Le interesa el movimiento a un óptico?

Como tal óptico poco, pero es el modo más sencillo de introducir conceptos que utilizaremos más adelante. Comenzaremos introduciendo las magnitudes vectoriales necesarias para una descripción del movimiento. Nuestro objetivo en este capítulo se centrará en familiarizarnos con la teoría del movimiento de Newton que revolucionó el pensamiento científico y puede considerarse como el inicio de una carrera fantástica hacia el conocimiento de nuestro universo, conocimiento que ha progresado de forma exponencial hasta nuestros días.

Comenzando desde cero.

Si necesitas comenzar desde cero debes acudir a cualquier libro de primero de bachiller y planificar urgentemente con el profesor un plan de actividades

02.1 - Desplazamiento: rectilíneo, circular. Velocidad, aceleración.

Este apartado se refiere a conceptos básicos que el alumno, de primer curso de universidad debería conocer, realizaremos algunos comentarios para facilitar el recordar estos conocimientos.

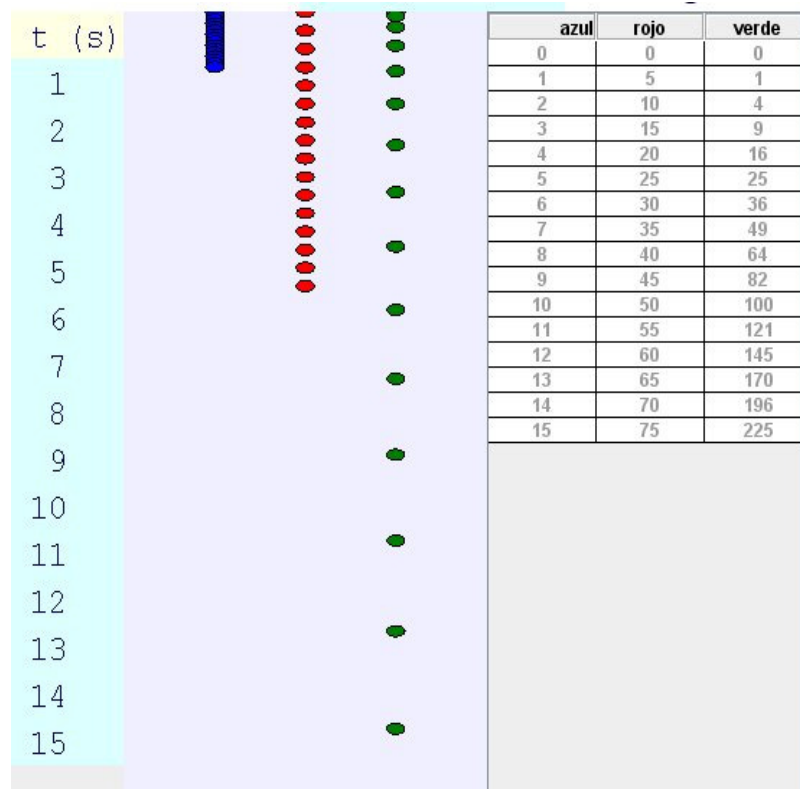
¿Por qué los estudiamos? Lo más sencillo de introducir científicamente en la Naturaleza, lo primero que observamos es el desplazamiento. Es un tema de cultura básica. La descripción científica del movimiento no ha sido de todos modos una tarea sencilla, el hecho de que todos los cuerpos sobre la superficie de la Tierra están sometidos a su acción gravitatoria junto con las ineludibles fuerzas de rozamiento dificultan la interpretación de las observaciones.

02.1.1 - *Movimiento rectilíneo*. Ver simulación:

http://colos.inf.um.es/Cursos/Walter/phs/acceleration_s.htm

02.1.2 - Investigando el movimiento:

En la siguiente imagen se muestra el resultado del movimiento de tres cuerpos. En la parte izquierda se muestra el tiempo transcurrido en intervalos de un segundo, en el centro se muestran los objetos en la posición que tenían en esos instantes salvo el último, verde, que no se muestran las últimas situaciones debido a la escala. En la parte derecha se muestran los espacios que recorre cada objeto en los instantes indicados en la tabla izquierda. Vamos a analizar el movimiento de cada uno de los objetos.



Tarea 02.1.1 .

¿Encuentras alguna relación entre los valores del tiempo y los desplazamientos del objeto azul?

¿Cómo lo expresarías matemáticamente?

¿Encuentras alguna relación entre los valores del tiempo y los desplazamientos del objeto rojo?

¿Cómo lo expresarías matemáticamente?

¿Encuentras alguna relación entre los valores del tiempo y los desplazamientos del objeto verde?

¿Cómo lo expresarías matemáticamente?

Tarea 02.1.2.

Si se restan dos valores de los desplazamientos del objeto de la izquierda, azul, o del de en medio, rojo, entre el intervalo de tiempo en que se produce ese desplazamiento ¿Qué resultado relevante se obtiene?

¿Cómo llamarías a este resultado?

Tarea 02.1.3.

*Investiga los datos del objeto verde de la derecha. **

(Sugerencia: realizar las diferencias entre los valores sucesivos, y luego vuelve a realizar las diferencias)*

Tarea 02.1.4.

*A la vista de estos análisis en los que las variaciones del desplazamiento, de las velocidades en el tiempo nos animan a definir velocidad y aceleración introduce la simbología comprimida (lenguaje matemático) para describirlos **

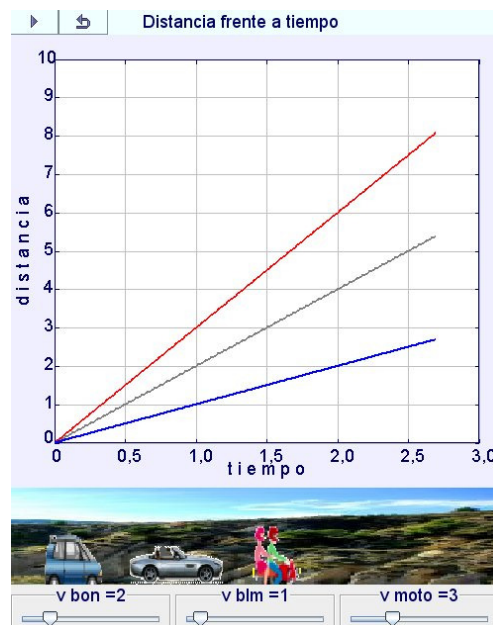
(ver: http://webs.um.es/jmz/www_movimiento/desplazamiento/derivada.html)*

En la imagen se aprecian dos coches y una moto y la representación gráfica de su desplazamiento en función del tiempo, los tres vehículos parten de un mismo punto ¿recorren las mismas distancias para el mismo intervalo de tiempo? Vemos la conveniencia de introducir la relación entre el espacio recorrido y el tiempo empleado para recorrerlo, esta magnitud la llamamos velocidad, si realizamos esta operación en las tres gráficas obtenemos que la velocidad del rojo es mayor que la del gris y esta mayor que la del azul.

Ver simulación en:
<http://webs.um.es/jmz/IntroFisiCompu/ejs/Ejemplos/drawables/cinematica.html>

En general el movimiento no es en una única dimensión, para describir este y otros muchos fenómenos utilizamos vectores, si no estás familiarizado con ellos puedes familiarizarte con ellos en la siguiente dirección:

http://www.educaplus.org/movi/1_3componentes.html



02.1.3 - Algo de matemáticas: derivada

En nuestro esfuerzo por describir la Naturaleza de modo que podamos predecir su comportamiento y modificarla, es fundamental el uso del lenguaje de las matemáticas. Uno de los aspectos que percibimos pronto es que en la Naturaleza el cambio es lo habitual.

Para introducir las matemáticas del cambio utilizaremos la experiencia anterior de los tres objetos en movimiento. El modo en que los tres objetos se mueven es diferente, si realizamos el cociente entre los espacios recorridos y el intervalo de tiempo en que se realizan observamos que en el caso de los dos primeros cuerpos, el azul y el rojo, este cociente resulta constante mientras que en el caso del verde esta relación no es constante.

Parece razonable que definamos algo como:

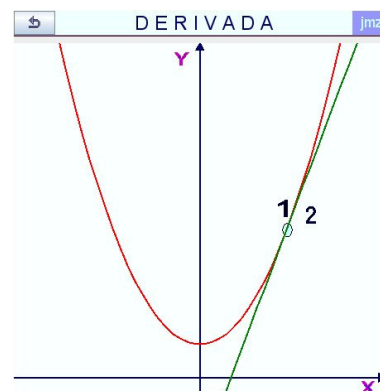
La relación entre el desplazamiento y el tiempo invertido en el

A esta relación, cociente entre el desplazamiento de un cuerpo y el tiempo invertido en dicho desplazamiento, la vamos a llamar velocidad. Veamos cómo en nuestro críptico y superconcentrado lenguaje matemático podríamos escribirla así:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

Esta expresión nos es útil para describir el movimiento de los dos primeros objetos, el resultado es independiente de los intervalos que consideremos, pero no es así con el tercero que nos da valores diferentes según los intervalos que consideremos. Parece que en cada punto deberíamos tener un valor ¿qué tal si hacemos tender el incremento del tiempo a un valor tan pequeño como queramos? Representémoslo así:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt}$$



Hemos contraído una expresión algo extensa, a unos pocos símbolos y le damos un nombre (*este es un paso importante hay que bautizar*) a esta operación se le llama *derivada*. Este es un estupendo ejemplo del modo de operar de la física y de las matemáticas, hemos pasado de un lenguaje *coloquial* en la descripción de un fenómeno, *un cuerpo se mueve recorriendo ...*, a un lenguaje extraordinariamente simbólico y muy potente porque tiene sus propias reglas de juego.

Tarea 02.1.3.1 .

Obtener la derivada de $x(t) = t^2$ respecto a t

El concepto de derivada tiene una fácil representación gráfica, la derivada de una función que viene representada por una curva es “la *tangente del ángulo que forma la tangente a la curva en ese punto*”.

Ver interpretación gráfica de la derivada en:

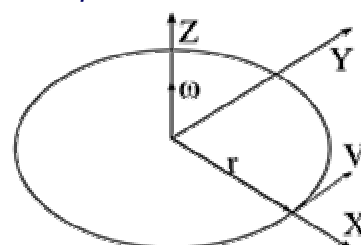
http://www.catedu.es/matematicas_blecu/bacmat/temario/bac1/mat1_09derivada.htm

http://webs.um.es/jmz/www_interacciones/ledebeninteresar/derivada.html

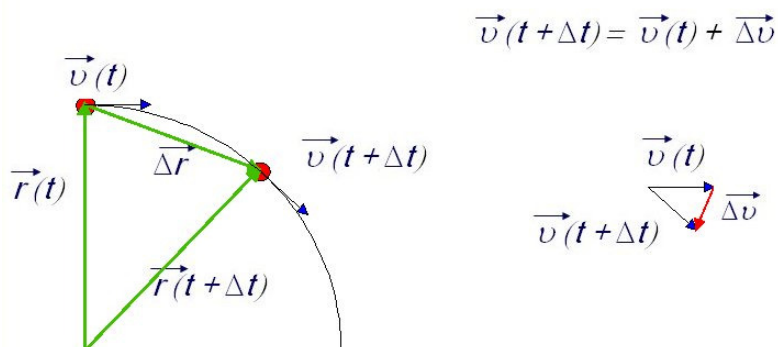
¿Porqué en Física nos aparecen tantas ecuaciones diferenciales? El objetivo de la Física es describir la Naturaleza, observamos que la variación es un elemento esencial, variaciones espaciales, variaciones temporales, el operador matemático *derivada* es equivalente a *variación*, por eso utilizamos las derivadas en Física y por lo tanto lo que denominamos ecuaciones diferenciales.

02.1.4 - Movimiento circular uniforme. Aceleración normal o centrípeta.

Para obtener la aceleración tenemos que calcular la variación del vector velocidad, en este caso no hay variación del módulo de la velocidad, para calcular la variación del vector velocidad, el vector $\Delta \mathbf{v}$, tomamos el vector velocidad en el instante $t + \Delta t$ y le sumamos el opuesto en t , lo mismo hacemos con la variación del vector posición. Se forman dos triángulos equivalentes por lo que sus lados son proporcionales. En la siguiente dirección una simulación puede ayudarnos:



http://webs.um.es/jmz/IntroFisiCompu/ejs/Ejemplos/drawables/fuerza_movimiento.html



Cálculo de la diferencia de dos vectores de igual módulo

$$\frac{|\Delta \mathbf{v}|}{|\mathbf{v}|} = \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{|\mathbf{r}|} \quad \rightarrow \quad \text{dividiendo por } \Delta t \quad \rightarrow \quad \frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\Delta t} = \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} \frac{|\mathbf{v}|}{r}$$

El primer miembro de la igualdad es el módulo de la variación del vector velocidad dividido por el intervalo de tiempo en el que se ha producido dicha variación, es decir, es la aceleración, el primer término del segundo miembro de la igualdad es el módulo de la variación del vector de posición dividido por el intervalo de tiempo lo cual se corresponde con el módulo de la velocidad, la expresión la podemos escribir como:

$$a_c = v^2 / r$$

a este tipo de aceleración la llamamos centrípeta, su dirección es la dirección del radio y sentido hacia el centro.

02.2 - ¿Hay algo quieto? ¿Quién mueve?

El movimiento es un concepto relativo, subiendo al Campus en el autobús no nos movemos, o no deberíamos, respecto a nuestro asiento, nuestros compañeros, al autobús, pero sí nos movemos respecto a la parada en la que tomamos el transporte, en general no tiene sentido decir esto se mueve, deberíamos decir respecto a qué.

¿Quién mueve? Lo cierto es que una vez que un cuerpo adquiere una cierta velocidad respecto a otro y no existe ningún tipo de interacciones sobre el, o estas se cancelan, este cuerpo mantiene su velocidad de modo indefinido, para variar su velocidad hace falta interactuar con el mediante una fuerza. En la superficie de la tierra es muy difícil constatar este hecho dado que todos los cuerpos nos encontramos sometidos a la fuerza de la gravedad terrestre, además de interactuar entre todos nosotros aunque con fuerzas gravitatorias despreciables en comparación con la que ejerce la tierra, y a fuerzas de rozamiento entre los distintos cuerpos.

Como veremos en el capítulo siguiente sólo existen cuatro tipos de fuerzas básicas en la Naturaleza y de ellas sólo necesitamos dos para estudiar los fenómenos que nos interesan en nuestra Física para Ópticos, la interacción gravitatoria y, especialmente, la electromagnética.

El modelo que mejor describe el Universo que hoy conocemos parte de una “explosión” inicial en la que se van generando las partículas que hoy en día configuran el mundo visible, es esta situación inicial de la que proviene el movimiento de las partículas que ha ido evolucionando con el tiempo hasta llegar al aspecto que tiene el universo con sus galaxias, sistemas estelares, planetas, como en nuestro caso el Sistema Solar, los planetas y sus satélites.

02.3 - Las leyes del movimiento de Newton.

¿Tienen algún interés directo para el óptico las leyes de Newton? Ciertamente no, entonces ¿para qué pelearnos con un tema que puede resultar algo abstracto? Para mí hay dos motivos, uno, que es general en todo el planteamiento de este curso, cualquier estudiante de primer curso de universidad de una titulación científico-técnica debe tener una mínima formación científico-técnica y desde luego este tema es básico bajo este punto de vista, dos, si admitimos que una persona que cursa los estudios de la Grado en Óptica debe tener un conocimiento de la luz, para ello necesita una formación en electromagnetismo, nuestro planteamiento va a ser desarrollar los conceptos relacionados con el electromagnetismo lo más en paralelo que podamos con la dinámica y los campos gravitatorios dado que son temas mucho menos abstractos que aquellos, por todo esto nos detendremos en este tema que preparará nuestras mentes para adentrarnos en el fantástico mundo de la LUZ.

El planteamiento de Newton, segunda mitad del siglo XVII, fue el siguiente:

“Para que un objeto modifique su velocidad hace falta que sobre el actúe una fuerza neta”

Este planteamiento contrasta con el anterior aristotélico en el que para que existiese una velocidad era necesaria la acción de una fuerza, de otro modo el cuerpo permanecería en

reposo, la idea del movimiento sin necesidad de fuerza fue tomada de Galileo, científico italiano que murió en el mismo año que nació Newton, 1642. Si tenemos un objeto que supondremos puntual y observamos que varía su velocidad, es decir tiene una aceleración, decimos que actúa una fuerza neta sobre el, la relación entre esta fuerza y la aceleración la llamamos masa inercial. Una fuerza neta siempre produce una variación de la velocidad

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Tarea 02.3.1.

Complete el siguiente enunciado:

El término fuerza neta describe más precisamente a

a) la inercia de un objeto.

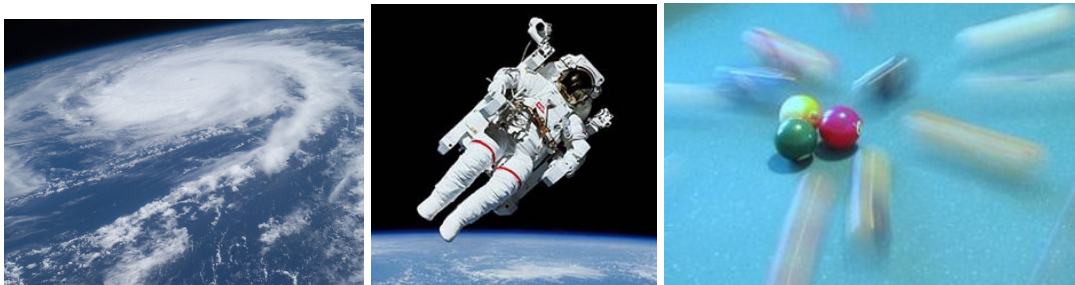
b) la magnitud que causa un desplazamiento.

c) la magnitud que mantiene a un objeto en movimiento.

d) la masa de un objeto.

e) la magnitud que modifica la velocidad de un objeto.

Todos los movimientos de cuerpos puntuales, o que podamos considerarlos puntuales, podemos trabajarlos con esta expresión. Esta es una expresión vectorial, a efectos prácticos para nosotros eso significa que tenemos tres igualdades. Esta es una de las expresiones más fructíferas para describir una gran cantidad de aspectos de la Naturaleza.



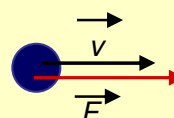
En esta expresión se encuentran todos los movimientos de todas las partículas sometidas a fuerzas, el movimiento de los cuerpos sobre la superficie de la tierra, el de la estación espacial internacional y sus ocupantes, el movimiento de la tierra y la luna, el de ambas y el sol, el de todos los cuerpos del sistema solar, el de todos los de la Vía Láctea, nuestra galaxia, el de todas las galaxias, el de los electrones en los cables de la luz, el de los electrones en nuestros móviles, en las antenas de radio, de televisión ... sometidos a los campos de las ondas electromagnéticas, pero no nos sirve para describir el movimiento de los electrones que se encuentran sometidos a fuerzas del núcleo atómico formando parte de ese átomo o molécula, el tipo de mecánica que nos describe el comportamiento de estas partículas es la mecánica cuántica.

Tarea 02.3.2. Fuerza y movimiento

Comenta los siguientes enunciados:

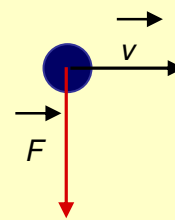
a) Si la fuerza neta que se ejerce sobre un cuerpo es en la misma dirección y sentido que la velocidad que lleva ese cuerpo, su velocidad aumenta.

b) Si la fuerza neta que se ejerce sobre un cuerpo es en la misma dirección, pero sentido opuesto, que la velocidad que lleva ese cuerpo, su velocidad aumenta.



c) Si la fuerza neta que se ejerce sobre un cuerpo tiene dirección perpendicular a la velocidad que lleva ese cuerpo, su velocidad aumenta.

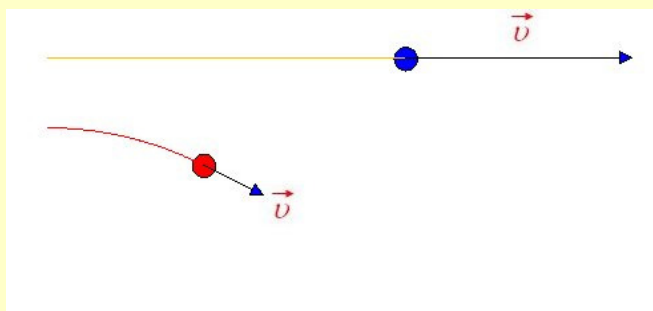
d) Si la fuerza neta que se ejerce sobre un cuerpo tiene dirección perpendicular a la velocidad que lleva ese cuerpo, su velocidad no aumenta pero varía su dirección.



Ver simulación en: http://webs.um.es/jmz/www_movimiento/newton/newton.html

Tarea 02.3.3. Fuerza y movimiento

Dos partículas con la misma masa y velocidad inicial, al cabo de un cierto tiempo muestran la situación que se muestra en la imagen, comentar cual de las siguientes afirmaciones es más adecuada.



a) Sobre ambas partículas actúa una fuerza que puede tener el mismo módulo en ambos casos pero cuya dirección y sentido en la primera partícula es igual que la velocidad inicial, mientras que en la segunda es perpendicular.

b) Sobre la primera partícula no actúa ninguna fuerza.

c) Sobre la primera partícula actúa una fuerza mayor que sobre la segunda.

d) Sobre ambas partículas actúa una fuerza que es mayor en la primera partícula y su dirección y sentido es igual que la velocidad inicial, mientras que en la segunda es perpendicular.

¿Cómo puede una expresión tan pequeña aplicarse a tan diferentes situaciones y poder estudiar con ella el movimiento de una piedra sobre la superficie de la tierra o el movimiento de la luna?

Esta expresión es una expresión diferencial puesto que la aceleración es la derivada segunda del vector desplazamiento.

$$\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

Las ecuaciones diferenciales tienen la genial propiedad de tener infinitas soluciones por lo que, según el problema que estudiemos, podemos estar en el caso de un objeto que se nos cae de las manos o en una piedra que lanzamos, lo que nos dará una u otra solución serán las condiciones iniciales, es decir, la posición y velocidad iniciales.

¿Porqué en Física nos aparecen tantas ecuaciones diferenciales?

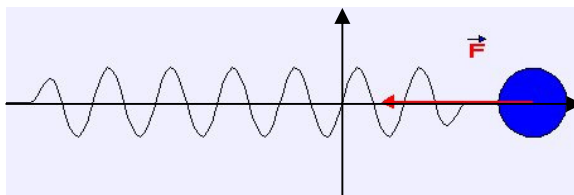
El objetivo de la Física es describir la naturaleza, observamos que en esta la variación es un elemento esencial, variaciones espaciales, variaciones temporales, el operador matemático derivada es equivalente a variación, por eso utilizamos las derivadas en Física y por lo tanto lo que denominamos ecuaciones diferenciales. Recordemos la definición de derivada:

02.4 - Fuerzas elásticas: Resonancia

Un caso interesante de fuerzas son las llamadas elásticas que tienen una expresión sencilla, son proporcionales y de sentido opuesto al desplazamiento,

02.4.1 - El muelle

Un caso representativo de este tipo de fuerzas es el muelle dentro de un rango de estiramientos. Si tomamos el origen de coordenadas en la posición de equilibrio del muelle, podremos escribir.



Simulación: http://webs.um.es/jmz/IntroFisiCompu/ejs/Ejemplos/drawables/muelle_diferen.html

$$F = - K * x$$

En donde hemos llamado k a la constante de elasticidad del muelle.

Tarea 02.4.1. La ley del movimiento y fuerzas elásticas

Aplicar la ecuación del movimiento de Newton al caso de las fuerzas elásticas.

Apliquemos nuestra ley del movimiento de Newton a este caso, en nuestra expresión sustituimos la fuerza por la expresión correspondiente teniendo en cuenta que estamos en una dimensión y en esta situación los vectores los podemos considerar como números con signo.

$$-k * x(t) = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

Tarea 02.4.2. Solución de una ecuación

¿Qué significa que una función es solución de una ecuación?

Nuestro “problema ya está resuelto” ahora se trata de un problema matemático, para ello lo primero es saber “leer” la expresión ¿qué función derivada dos veces me da la misma función cambiada de signo? Las funciones armónicas seno y coseno tienen esa propiedad, si tomamos para x una expresión en función del tiempo del tipo:

$$x(t) = A \cos(\omega t)$$

es una posible solución de la ecuación diferencial siendo

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Esta frecuencia la denominamos frecuencia propia del sistema o frecuencia de resonancia. Podemos ver una simulación de una masa sujeta a un muelle en

Muelle Oscilante. Walter Fendt

http://colos.inf.um.es/Cursos/Walter/phs/springpendulum_s.htm

El modo de saber que esta expresión para $x(t)$ es solución de la ecuación diferencial es sustituyéndola en esta. Si derivamos una vez tendremos:

$$d x(t)/d t = - A \omega \operatorname{sen}(\omega t)$$

en la que tenemos en cuenta que estamos derivando una función, el coseno, cuyo argumento no es directamente el tiempo, t , sino la frecuencia angular ω por el tiempo ωt , la derivada del coseno nos da menos el seno y finalmente la derivada de ωt respecto al tiempo nos da ω . Derivando otra vez respecto al tiempo:

$$d^2 x(t) / d t^2 = - A \omega^2 \cos(\omega t)$$

Realizando las sustituciones pertinentes:

$$-k A \cos(\omega t) = - m A \omega^2 \cos(\omega t)$$

que se cumple para el valor dado para ω , la frecuencia del movimiento armónico resultante depende de la constante del muelle y de la masa fija a este muelle.

Tarea 02.4.3. Solución de una ecuación

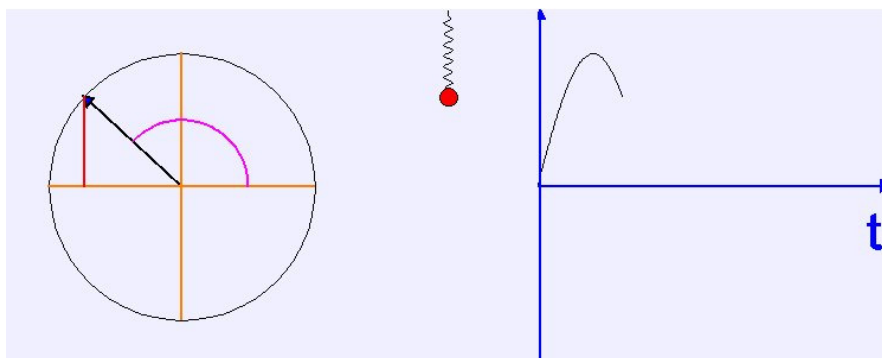
Propón otra posible solución a la ecuación del movimiento para una fuerza elástica y compruébalo.

02.4.2 - Reflexiones sobre el movimiento armónico: frecuencia, período

El desplazamiento de la masa unida al muelle podemos representarla como la componente y de un fasor que gira con velocidad angular ω . En el caso de la figura el movimiento de la masa viene representado por la ecuación:

$$y(t) = A \operatorname{sen}(\omega t)$$

Tarea 02.4.4.- ¿Porqué utilizamos ahora la función seno?



Ver simulación en:

http://webs.um.es/jmz/IntroFisiCompu/ejs/Ejemplos/drawables/muelle_ma_formulas.html

02.4.3 - Condiciones iniciales

En el instante inicial, $t = 0$, la masa se encontraba en el punto de equilibrio, $y = 0$, como el seno de cero es cero esta es la función que nos representa bien el fenómeno bajo estudio.

Tarea 02.4.5.- ¿Tiene la masa velocidad cero en el instante inicial?

En el instante inicial, para $t = 0$, la masa debe tener velocidad hacia arriba pues en ese instante no había fuerzas ya que se encontraba en la posición de equilibrio, el peso de la masa se equilibra con la fuerza que ejerce el muelle, si no hubiera habido una velocidad inicial la masa habría continuado en reposo.

02.4.4 - ¿Qué significado tiene ω ?

Tarea 02.4.6.- Si $\omega = 1$ ¿Cuánto tiempo tiene que transcurrir para que la masa regrese a la misma situación inicial?

Para que el seno vuelva a ser cero en la misma situación que la inicial $\omega \cdot t$ tiene que valer $2 \cdot \pi$ luego si ω vale uno, el tiempo que tiene que transcurrir será $2 \cdot \pi$ segundos, tienen que transcurrir unos 6.28 segundos para tener una oscilación completa.

Tarea 02.4.7.- En este caso, $\omega = 1$ ¿Cuántas oscilaciones se realizan en un segundo?

Por una regla de tres obtendremos que las oscilaciones que se realizan en este caso en un segundo serán:

$$1/2 \cdot \pi = 0.16 \text{ oscilaciones por segundo}$$

En un segundo ha realizado una pequeña parte de la oscilación, veamos ahora si ω valiese 2π cuántas oscilaciones realiza la masa unida al muelle

$$2\pi / 2\pi = 1 \text{ oscilación por segundo}$$

Como vemos ω viene íntimamente relacionado con el número de oscilaciones en un movimiento periódico, por segundo, se le denomina *frecuencia angular*.

Como lo del 2π puede resultar poco simple, se suele utilizar en lugar de la *frecuencia angular*, sencillamente la *frecuencia f* si definimos esta nueva magnitud así:

$$\omega = 2\pi * f$$

Tarea 02.4.8.- ¿Cuántas oscilaciones se realizan en un segundo en un movimiento periódico de frecuencia f igual a 1?

Tarea 02.4.9.- Si la frecuencia f es igual a 1 ¿Cuánto tiempo se tarda en realizar una oscilación?

Si la frecuencia f es igual a 2 ¿Cuánto tiempo se tarda en realizar una oscilación?

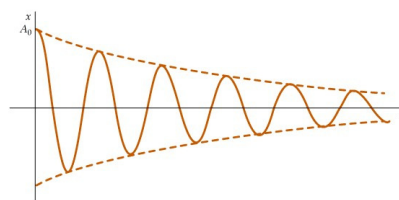
Si la frecuencia es uno tardará un segundo en realizar una oscilación, si la frecuencia es dos tardará medio segundo, si la frecuencia es tres tardará un tercio en realizar una oscilación. Si comenzamos a contar el tiempo en $t = 0$, se realiza una oscilación cuando la frecuencia angular por el tiempo es igual a 2π , este hecho nos está pidiendo a gritos que definamos una nueva magnitud:

Al tiempo que tarda en realizar una oscilación se le denomina período, T

02.4.5 - Oscilación amortiguada.

En general existirán fuerzas de rozamiento, hay un caso especialmente fácil de tratar, cuando estas fuerzas las podemos poner como proporcionales a la velocidad, para tratar este caso bastará con añadir este nuevo término al de la fuerza elástica.

$$-k * x(t) - b \frac{dx(t)}{dt} = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$



y ya tenemos resuelto nuestro problema, lo “único” que nos hace falta ahora es resolver este problema matemático. Podríamos adelantar la solución, parece razonable que sea similar a la anterior pero que la amplitud disminuya dependiendo de la intensidad del amortiguamiento como se observa en la figura, es decir

$$x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t)$$

donde $\omega = (\omega_0^2 - \gamma^2)^{1/2}$ y $\gamma = b/2m$

02.4.6 - Oscilaciones forzadas: Resonancia.

En el caso en que sometamos el cuerpo a una fuerza externa armónica, si la frecuencia de esta fuerza coincide con la propia del sistema la amplitud de la oscilación puede aumentar hasta incluso romper el sistema.

http://www.walter-fendt.de/ph14s/resonance_s.htm

El antiguo puente colgante de **Tacoma Narrows**, cerca de Seattle, es la prueba visual más famosa del fenómeno físico llamado frecuencia de resonancia: en 1940, pocos meses después de haber sido inaugurado el puente un día de viento éste comenzó a ondear como si se tratase de una bandera. Tras poco más de una hora de sacudidas y vaivenes el puente de 1.600 metros de longitud se derrumbaba y caía hecho pedazos al agua.



<http://www.youtube.com/watch?v=SzObC64E2Ag>

Ver: <http://www.microsiervos.com/archivo/mundoreal/caida-puente-colgante-tacoma.html>

02.4.7 - Integración numérica

Las ecuaciones diferenciales pueden “discretizarse”, esto significa que vamos a conocer los valores de la función únicamente en algunos puntos, no tengo valores de la función para cualquier valor de la variable.

La velocidad, en el caso de una situación unidimensional, se define como:

$$v_x = dx(t)/dt = \lim_{dt \rightarrow 0} (x(t+dt) - x(t)) / dt$$

la componente **x** de la velocidad es la derivada de **x(t)** respecto a **t**, podemos aproximarla por:

$$v_x = (x(t+dt) - x(t)) / dt$$

Si conocemos el valor de **x** y su velocidad en un instante dado podemos conocer la posición en un instante **dt** posterior:

$$x(t+dt) = x(t) + v_x * dt$$

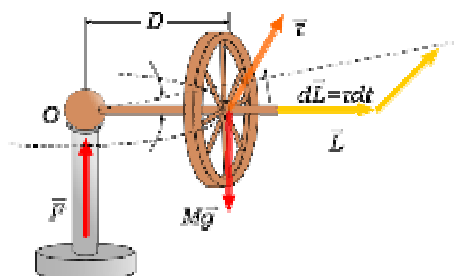
En lugar de conocer el valor de la función para cualquier instante de tiempo conocemos su valor aproximado para ciertos instantes, hemos discretizado la ecuación diferencial. Para introducir en el ordenador esta expresión basta con escribir:

$$x = x + v_x * dt$$

Matemáticamente esta expresión significaría que el término **v_x*dt** es cero, pero el ordenador lo que hace al interpretarla es tomar el valor que en aquel momento posee de la variable **x**, incrementa este valor en el término **v_x*dt** y sustituye el valor que tenía en **x** por este nuevo valor. Podemos ver la aplicación de esta técnica para una partícula unida a un muelle en <http://colos.inf.um.es/introfisicomp/Simuladores/EasyJavaSimu3.1/Modelo/Indice.html>

02.5 - Circulando en bici, carreras de motos. Momento angular.

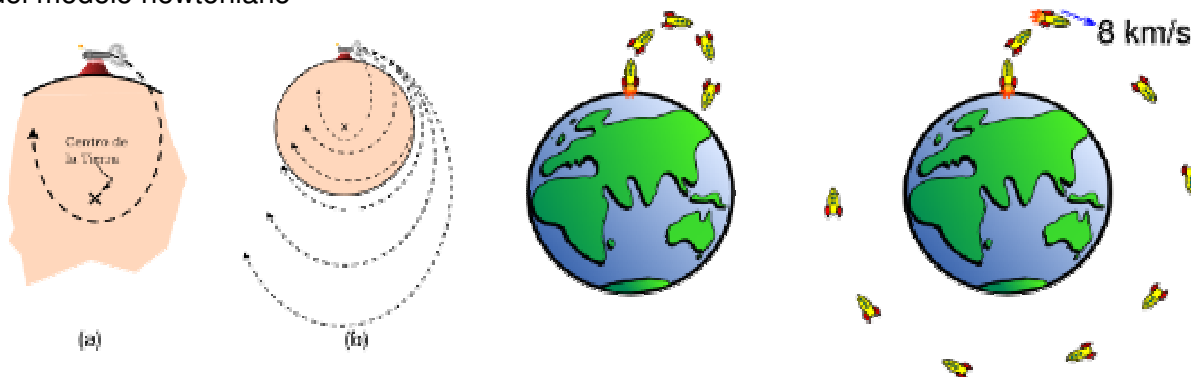
El hecho de que un cuerpo extenso gire sobre un eje le confiere unas propiedades peculiares, en primer lugar este cuerpo va a tender a mantener esa situación de giro, hemos estudiado con anterioridad el movimiento circular y hemos afirmado que para que se de un movimiento circular necesitamos una fuerza centrípeta, es decir dirigida hacia el centro de la circunferencia de giro.



Esto no es verdad en general, lo es siempre que el cuerpo podamos considerarlo puntual, en el caso en que un cuerpo gire sobre si mismo, como es el caso de una rueda en una moto que toma una curva, si se ejerce un par sobre el eje de giro este tiende a doblar la trayectoria del eje de la rueda, no hace falta una fuerza centrípeta dirigida hacia el centro de la circunferencia de giro para que gire.

02.6 - Movimiento en la superficie de la Tierra.

En la superficie de la Tierra consideramos que la fuerza que actúa sobre los cuerpos es perpendicular a la superficie que consideramos plana, la fuerza que la Tierra ejerce sobre los cuerpos la llamamos peso y vale $m g$, si aplicamos la ecuación fundamental del movimiento del modelo newtoniano



$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} ,$$

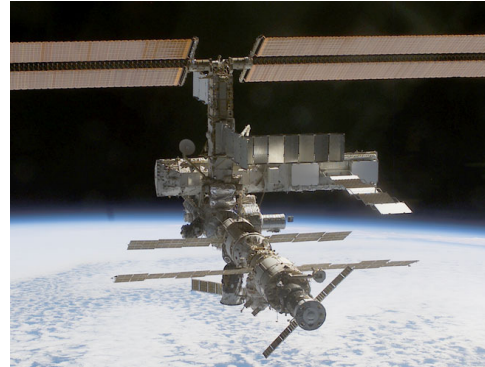
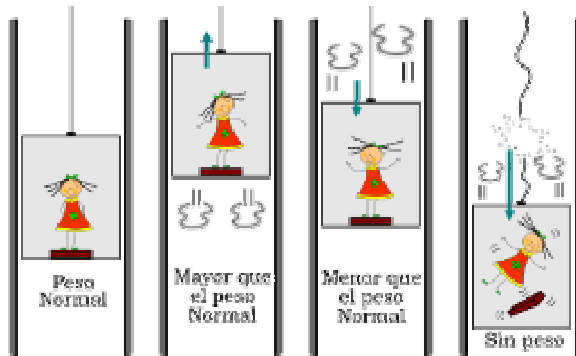
sustituyendo en la anterior expresión $m g = m a$, dado que ambas masas son iguales llegamos a la conclusión de que, en ausencia de rozamientos todos los cuerpos caen en la superficie de la Tierra con la misma aceleración. Si el cuerpo tiene velocidad inicial nula el cuerpo cae verticalmente pero si tiene una velocidad paralela a la superficie de la Tierra en ese punto, o lo que es lo mismo perpendicular a la fuerza que la Tierra ejerce sobre el, la trayectoria va cambiando como se muestra en las imágenes hasta poder entrar en órbita si las condiciones son las adecuadas.

Simulaciones en:

http://webs.um.es/jmz/www_movimiento/lanzamiento/index.htm
<http://www.fisicaconceptual.net/invitado/orbital.html>

02.7 - Movimiento en la Estación Espacial Internacional.

¿Gravedad cero? Cuando observamos a los tripulantes de la estación espacial les vemos flotando en su interior ¿significa esto que no hay gravedad? Nada más alejado de la realidad, si no hubiese gravedad, si la fuerza de la Tierra sobre esos cuerpos fuese cero no estarían girando alrededor de la Tierra, otra cuestión es cómo medirla.



Al estar estación y los cuerpos de su interior girando alrededor de la Tierra obviamente en la misma órbita ambos están cayendo con la misma aceleración centrípeta hacia la Tierra por lo que no hay una fuerza entre “el suelo” de la estación espacial y sus ocupantes como nos sucede en la superficie de la Tierra. Es lo mismo que sucede si estamos en un ascensor y se rompe el cable.

Ver simulación en:

http://www.fisicaconceptual.net/invitado/_apps/_users/j20080805_gravedad_cero.app/j20080805_gravedad_cero.html

CUESTIONES

- ¿Para qué sirven las ecuaciones de Newton?
- ¿Porqué estudiamos las ecuaciones de Newton?
- ¿Cuál es la expresión fundamental para el estudio del movimiento? Hacer algún comentario adecuado sobre la misma.
- ¿Porqué en Física nos aparecen tantas ecuaciones diferenciales?
- ¿Puede haber aceleración sin que haya variación del módulo de la velocidad? Explíquelo con un ejemplo.
- ¿Qué tipo de fuerza produce un movimiento circular?
- ¿Cómo puede una expresión tan pequeña como la segunda ley de Newton aplicarse a tan diferentes situaciones y poder estudiar con ella el movimiento de una piedra sobre la superficie de la tierra o el movimiento de la luna?
- Una vez aplicada la segunda ley de Newton a un caso concreto de fuerzas ¿qué es lo primero más aconsejable que hay que hacer para resolver el problema matemático que queda planteado?
- Aplica la segunda ley de Newton al caso de fuerzas elásticas, demuestra que una expresión del tipo

$$x(t) = A \cos(\omega t)$$

puede ser solución de la ecuación que resulta al aplicar esta ley ¿cuál debe ser el valor de ω ?

- Plantea el problema de una masa unida a un muelle que al moverse tiene rozamiento.
- ¿En qué consiste la resonancia?

[1] Física con ordenador. Curso Interactivo de Física en Internet. Ángel Franco

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/>