

	Grado en Ingeniería Informática		Tiempo Estimado
	Álgebra y Matemática Discreta		Previo: 30 min.
	Definición de Cuerpo y Ejemplos		Clase: 5 min.

Vídeo : <https://youtu.be/w7eeLqWCU3Q>

1. Resumen

Definición 1. Un cuerpo K es un conjunto con dos operaciones, $+$ y \cdot que satisface las siguientes propiedades:

1. $(a + b) + c = a + (b + c)$
2. $a + b = b + a$
3. Existe 0 tal que $a + 0 = a$
4. Para todo a existe $-a$ tal que $a + (-a) = 0$
5. $(ab)c = a(bc)$
6. $ab = ba$
7. Existe 1 tal que $a1 = a$
8. Para todo $a \neq 0$ existe a^{-1} tal que $aa^{-1} = 1$
9. $(a + b)c = ac + bc$

Ejemplos de cuerpo pueden ser \mathbb{R} ó \mathbb{Q} , pero también hay otros como es el caso de \mathbb{Z}_5 y que tiene las siguientes tablas de sumar y multiplicar:

$+$	0	1	2	3	4	\cdot	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4	0	0	0	0	0	0
1	1	2	3	4	0	1	0	1	2	3	4
2	2	3	4	0	1	2	0	2	4	1	3
3	3	4	0	1	2	3	0	3	1	4	2
4	4	0	1	2	3	4	0	4	3	2	1

Aplicando las tablas, es posible resolver ecuaciones en este cuerpo.

2. Erratas

(No detectadas)

3. Ejercicios

La definición concreta de lo que es un cuerpo no es demasiado importante, porque son propiedades que utilizamos con total naturalidad. Lo que es importante es que os quede la idea de que las ecuaciones no tienen que estar en los números reales y hay muchos otros conjuntos que se comportan de forma similar. Para operar únicamente se necesita saber cómo hacer sumas y multiplicaciones, bien en forma de algoritmo o de tablas. Para practicar, se puede tomar por ejemplo el cuerpo \mathbb{Z}_5 y plantear ejercicios como los dos siguientes para números arbitrarios. Para comprobar que el resultado de las ecuaciones es correcto, utilizar las tablas y hacer la operación sustituyendo la x por el valor que hemos obtenido.

Ejercicio 2. Utilizando las tablas de sumar y multiplicar en \mathbb{Z}_5 , determina cuales son estos valores

- $-2 = \dots$
- $-1 = \dots$
- $4^{-1} = \dots$

Ejercicio 3. Calcula el valor de x en la siguiente expresión utilizando las tablas de sumar y multiplicar en \mathbb{Z}_5

$$3x + 1 = 0$$