Leandro Marín — Facultad Informática Universidad Murcia	Grado en Ingeniería Informática	Tiempo Estimado
	Álgebra y Matemática Discreta	Previo: 30 min.
	Aritmética de Matrices	Clase: 15 min.

Vídeo : `https://youtu.be/mWYUQ81Dt0A`

1. Resumen

- Una matriz de tamaño $m \times n$ sobre un cuerpo K es un conjunto de elementos de K ordenados en m filas y n columnas.
- El conjunto de todas las matrices de tamaño $m \times n$ sobre K se denotará $\mathbf{M}_{m\times n}(K)$.
- Si A es una matriz de $\mathbf{M}_{m\times n}(K)$, $i \in \{1, 2, \cdots, m\}$ y $j \in \{1, 2, \cdots, n\}$ denotaremos A_{ij} al elemento de K que hay en la fila i y columna j de la matriz.
- Dos matrices A y B son iguales si tienen el mismo tamaño y $A_{ij} = B_{ij}$ para todo i y j.
- Las operaciones que se hacen entre elementos del cuerpo inducen operaciones en el conjunto de las matrices. Son las siguientes:

  1. Multiplicación de un elemento $\lambda \in K$ por una matriz A. El producto se hará componente a componente, es decir $(\lambda \cdot A)_{ij} = \lambda \cdot A_{ij}$.
  2. Suma de matrices. Para sumar dos matrices tienen que tener exactamente el mismo tamaño y la suma se realiza componente a componente, es decir, $(A + B)_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$.
  3. Producto de matrices. Dos matrices A y B se pueden multiplicar si y solo si el número de columnas de A es igual al número de filas de B. Si A es de tamaño $m \times n$ y B de tamaño $n \times p$, el producto AB será una matriz de tamaño $m \times p$ definida como

$$(AB)_{ij} = A_{i1}B_{1j} + A_{i2}B_{2j} + \cdots + A_{in}B_{nj}.$$

- La suma y producto de matrices cumplen que

  1. $(A + B) + C = A + (B + C)$ siempre que las matrices A, B y C se puedan sumar.
  2. $A + B = B + A$ siempre que las matrices A y B se puedan sumar.
  3. Existe 0 tal que $A + 0 = A$. La matriz 0 es la que tiene todas sus entradas iguales a 0.
  4. Para todo A existe $-A$ tal que $A + (-A) = 0$. Esta matriz $-A$ es igual a $(-1) \cdot A$.
  5. $(AB)C = A(BC)$ siempre que las matrices A, B y C se puedan multiplicar en este orden.
  7. Existe I tal que $AI = A$ para cualquier matriz A. Esta matriz I se llama matriz identidad y es una matriz cuadrada que tiene 1 cuando los dos índices son iguales (en la diagonal principal)y 0 en caso contrario.
  9. $(A + B)C = AC + BC$ siempre que esta operación tenga sentido.

- El producto no cumple en general que $AB = BA$ y no todas las matrices distintas de 0 tienen inversa.
- La **matriz traspuesta** de una matriz A de tamaño $m \times n$ es una matriz que denotaremos A^T, de tamaño $n \times m$ tal que $(A^T)_{ij} = A_{ji}$. Dicho de otro modo, es la matriz que se obtiene de intercambiar filas con columnas.
- La matriz traspuesta cumple que $(AB)^T = B^T A^T$ siempre que A y B se puedan multiplicar.

2. Erratas

(No detectadas)

3. Ejercicios

Para este vídeo es recomendable hacer dos o tres de los siguientes ejercicios para tener claros los tamaños que deben tener las matrices para poder operarse. Elegid dos o tres de forma aleatoria y si los resolvéis correctamente, no es necesario hacer más puesto que son todos iguales. El objetivo de poner muchos es para no memorizar la solución y tener que deducirla.

Ejercicio 1. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X^T \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo que el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$X^T \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X^T tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $n \times 1$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 1.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 1×4 y por lo tanto X tiene tamaño 4×1. $\Diamond$

Ejercicio 2. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 1$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 2.

Esto prueba que X tiene tamaño 2×4. $\Diamond$

Ejercicio 3. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times n$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, pero eso es imposible.

Esto prueba que X no puede existir. ♢

Ejercicio 4. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $1 \times n$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} -4 & -1 & -1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 3.

Esto prueba que X tiene tamaño 2×3. ♢

Ejercicio 5. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X^T \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 2 & \frac{5}{2} & -3 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo que el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$X^T \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X^T tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $n \times 3$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 2 & \frac{5}{2} & -3 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 3.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 3×2 y por lo tanto X tiene tamaño 2×3. ♢

Ejercicio 6. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} X^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times m$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 2.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 2×2 y por lo tanto X tiene tamaño 2×2. $\Diamond$

Ejercicio 7. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} X^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $3 \times m$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, pero eso es imposible.

Esto prueba que X no puede existir. $\Diamond$

Ejercicio 8. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} X^T + \begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 \\ -3 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times m$.
Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 \\ -3 & -3 & 2 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 3.
Esto prueba que X^T tiene tamaño 3×3 y por lo tanto X tiene tamaño 3×3. $\Diamond$

Ejercicio 9. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{7}{2} & -1 & -5 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 3$.
Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} -\frac{7}{2} & -1 & -5 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 2.
Esto prueba que X tiene tamaño 2×3. $\Diamond$

Ejercicio 10. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} X^T = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times m$.
Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, pero eso es imposible.
Esto prueba que X no puede existir. $\Diamond$

Ejercicio 11. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $3 \times n$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 1.

Esto prueba que X tiene tamaño 4×1. ◊

Ejercicio 12. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 & -1 \\ -2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $3 \times m$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 & -1 \\ -2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, pero eso es imposible.

Esto prueba que X no puede existir. ◊

Ejercicio 13. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 3$.
Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} \frac{5}{2} & 0 & 2 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 1.
Esto prueba que X tiene tamaño 1×4. ♢

Ejercicio 14. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ -4 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 3$.
Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ -4 & -2 & 2 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 3.
Esto prueba que X tiene tamaño 3×2. ♢

Ejercicio 15. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} -2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{9}{2} & 1 \\ 2 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} -2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} -2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $3 \times n$.
Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{9}{2} & 1 \\ 2 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 3.
Esto prueba que X tiene tamaño 2×3. ♢

Ejercicio 16. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 2$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 3.

Esto prueba que X tiene tamaño 3×3. $\Diamond$

Ejercicio 17. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 2 & -\frac{1}{2} & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} X^T = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -1 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 4 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 2 & -\frac{1}{2} & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 2 & -\frac{1}{2} & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times m$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} -2 & -4 & -1 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 4 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 3.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 4×3 y por lo tanto X tiene tamaño 3×4. $\Diamond$

Ejercicio 18. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 3$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 2.

Esto prueba que X tiene tamaño 2×3. $\Diamond$

Ejercicio 19. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times n$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 2.

Esto prueba que X tiene tamaño 2×2. ◊

Ejercicio 20. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 1$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 3 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 1.

Esto prueba que X tiene tamaño 1×4. ◊

Ejercicio 21. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times n$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, pero eso es imposible.

Esto prueba que X no puede existir. $\Diamond$

Ejercicio 22. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix} X^T = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $1 \times m$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, pero eso es imposible.

Esto prueba que X no puede existir. $\Diamond$

Ejercicio 23. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X^T \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo que el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$X^T \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X^T tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $n \times 1$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 1.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 1×3 y por lo tanto X tiene tamaño 3×1. $\Diamond$

Ejercicio 24. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 1$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 2.

Esto prueba que X tiene tamaño 2×4. $\Diamond$

Ejercicio 25. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $1 \times n$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 3 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 1.

Esto prueba que X tiene tamaño 3×1. $\Diamond$

Ejercicio 26. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} X^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $3 \times m$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, pero eso es imposible.

Esto prueba que X no puede existir. $\Diamond$

Ejercicio 27. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 3$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 1.

Esto prueba que X tiene tamaño 1×4. $\Diamond$

Ejercicio 28. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X^T\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo que el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$X^T\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X^T tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $n \times 2$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 3.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 3×2 y por lo tanto X tiene tamaño 2×3. $\Diamond$

Ejercicio 29. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times n$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, pero eso es imposible.

Esto prueba que X no puede existir. $\Diamond$

Ejercicio 30. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix} X^T = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $3 \times m$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 1.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 3×1 y por lo tanto X tiene tamaño 1×3. $\Diamond$

Ejercicio 31. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times n$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 1.

Esto prueba que X tiene tamaño 3×1. $\Diamond$

Ejercicio 32. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $3 \times n$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 3.

Esto prueba que X tiene tamaño 3×3. $\Diamond$

Ejercicio 33. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} X^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times m$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, pero eso es imposible.

Esto prueba que X no puede existir. $\Diamond$

Ejercicio 34. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times n$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 1.

Esto prueba que X tiene tamaño 2×1. $\Diamond$

Ejercicio 35. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X^T \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo que el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$X^T \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X^T tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $n \times 3$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 3.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 3×3 y por lo tanto X tiene tamaño 3×3. $\Diamond$

Ejercicio 36. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $3 \times n$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 1.

Esto prueba que X tiene tamaño 2×1. $\Diamond$

Ejercicio 37. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X\begin{bmatrix}2\\2\\1\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\2\\0\end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m\times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X\begin{bmatrix}2\\2\\1\\2\end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix}2\\2\\1\\2\end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n=4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m\times 1$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix}4\\2\\0\end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 3.

Esto prueba que X tiene tamaño 3×4. $\Diamond$

Ejercicio 38. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X^T\begin{bmatrix}3&0\\2&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&2\\1&2\\2&3\end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m\times n$, por lo que el tamaño de su traspuesta X^T será $n\times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$X^T\begin{bmatrix}3&0\\2&1\end{bmatrix}$$

el número de columnas de X^T tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix}3&0\\2&1\end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m=2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $n\times 2$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix}3&2\\1&2\\2&3\end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 3.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 3×2 y por lo tanto X tiene tamaño 2×3. $\Diamond$

Ejercicio 39. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix}1&4&0\\1&2&3\\1&4&2\end{bmatrix}X^T=\begin{bmatrix}0\\1\\4\end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $3 \times m$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 1.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 3×1 y por lo tanto X tiene tamaño 1×3. $\Diamond$

Ejercicio 40. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} X^T + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times m$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 1.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 4×1 y por lo tanto X tiene tamaño 1×4. $\Diamond$

Ejercicio 41. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} X^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $3 \times m$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 1.
Esto prueba que X^T tiene tamaño 4×1 y por lo tanto X tiene tamaño 1×4. $\Diamond$

Ejercicio 42. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} X^T + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo tanto el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} X^T$$

el número de filas de X^T tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $2 \times m$.
Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 1.
Esto prueba que X^T tiene tamaño 2×1 y por lo tanto X tiene tamaño 1×2. $\Diamond$

Ejercicio 43. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} X$$

el número de filas de X tiene que ser el mismo que el número de columnas de $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $1 \times n$.
Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 2.
Esto prueba que X tiene tamaño 3×2. $\Diamond$

Ejercicio 44. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 1$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 2.

Esto prueba que X tiene tamaño 2×4. ♢

Ejercicio 45. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X^T \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo que el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$X^T \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X^T tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $n \times 3$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 3.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 3×3 y por lo tanto X tiene tamaño 3×3. ♢

Ejercicio 46. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X^T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo que el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$X^T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X^T tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $n \times 1$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 3.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 3×3 y por lo tanto X tiene tamaño 3×3. ♢

Ejercicio 47. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X^T \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo que el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$X^T \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X^T tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 2$. El resultado de este producto tendrá tamaño $n \times 2$.

Para que ese resultado sea igual a $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 3.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 3×2 y por lo tanto X tiene tamaño 2×3. ♢

Ejercicio 48. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X^T \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$, por lo que el tamaño de su traspuesta X^T será $n \times m$. Para poder hacer la multiplicación

$$X^T \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X^T tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $m = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $n \times 1$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que n tiene que ser 2.

Esto prueba que X^T tiene tamaño 2×4 y por lo tanto X tiene tamaño 4×2. ♢

Ejercicio 49. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 4$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 2$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 3.

Esto prueba que X tiene tamaño 3×4. $\Diamond$

Ejercicio 50. *Determina, si es posible, el tamaño de la matriz X para que la siguiente expresión tenga sentido:*

$$X \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución: Digamos que el tamaño de la matriz X es $m \times n$. Para poder hacer la multiplicación

$$X \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

el número de columnas de X tiene que ser el mismo que el número de filas de $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. De ahí deducimos que $n = 3$. El resultado de este producto tendrá tamaño $m \times 3$.

Para que ese resultado se pueda sumar con $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, ambas matrices tienen que tener el mismo número de filas y columnas, eso nos dice que m tiene que ser 2.

Esto prueba que X tiene tamaño 2×3. $\Diamond$