

	Grado en Ingeniería Informática	Tiempo Estimado
	Álgebra y Matemática Discreta	Previo: 30 min.
	Operaciones Elementales por Filas	Clase: 20 min.

Vídeo : https://youtu.be/m0CHK_AzWsQ

1. Resumen

Definición 1. Existen tres tipos de operaciones elementales por filas que se pueden realizar a una matriz $A \in \mathbf{M}_{m \times n}(K)$:

1. Multiplicar la fila p por la constante $\lambda \in K$ distinta de 0. Esta operación la denotaremos $E_{\lambda(p)}$.
2. Suma a la fila p , la fila q (distinta de p) multiplicada por λ . Esta operación la denotaremos $E_{(p)+\lambda(q)}$.
3. Intercambiar la fila p con la fila q . Esta operación la denotaremos $E_{(p,q)}$.

Proposición 2. Las operaciones elementales por filas son invertibles.

Demostración.

$$E_{\lambda(p)}^{-1} = E_{\lambda^{-1}(p)} \quad E_{(p)+\lambda(q)}^{-1} = E_{(p)+(-\lambda)(q)} \quad E_{(p,q)}^{-1} = E_{(p,q)}$$

□

Teorema 3. Dada una operación elemental por filas E y un producto de matrices AB se cumple que

$$E(AB) = E(A)B.$$

Definición 4. Llamaremos matrices elementales por filas a aquellas que resultan de hacer las operaciones elementales por filas sobre la matriz identidad I . Denotaremos de la misma forma a la matriz elemental por filas y a la operación por filas, por lo tanto tendremos que $EI = E$ para cualquier operación elemental E .

Proposición 5. Hacer una operación elemental por filas es equivalente a multiplicar por la izquierda por la matriz elemental por filas asociada a la operación. Dicho de otra forma:

$$E(A) = EA$$

donde la E de la izquierda es una operación elemental por filas y la de la derecha es la matriz elemental por filas que denotamos del mismo modo.

Demostración. Utilizando el teorema y que $IA = A$, tenemos que

$$E(A) = E(IA) = E(I)A = EA.$$

□

2. Erratas

(No detectadas)

3. Ejercicios

A lo largo de los próximos vídeos se harán muchas operaciones elementales por filas. En este vídeo en concreto es importante que se vean cómo son las matrices elementales por filas haciendo operaciones cualesquiera a la matriz identidad. Debemos ser capaces de reconocer estas matrices elementales y la operación a la que representan. El resultado de que hacer la operación elemental es lo mismo que multiplicar por la matriz elemental (la Proposición 5) es fundamental. Para practicar, lo mejor es poner unos ejemplos cualesquiera y hacer las operaciones elementales directamente o a través del producto con la matriz elemental correspondiente.