Leandro Marín Muñoz

# MATEMÁTICAS Y SUS APLICACIONES: CURSO 0

## LIBRO DE EJERCICIOS

UNIVERSIDAD DE MURCIA

## Índice

# Introducción

Es bastante tradicional en las carreras de ingeniería, que las asignaturas de fuerte contenido matemático sean especialmente difíciles para un grupo amplio de alumnos. La ingeniería informática no es una excepción. Una de las palabras más temidas por los alumnos en estas asignaturas es *eso es trivial*. Con esta frase se suelen indicar conceptos o razonamientos con los que el alumno debería estar más que familiarizado y en los que en muchos casos, el profesor no puede detenerse porque los apretados planes de estudio lo impiden.

En esas circunstancias, nos encontramos con estudiantes que, por muy diversas causas, necesitarían poder recordar conceptos, adaptarse al ritmo de la clase de una forma más gradual. Estos ejercicios están pensados para facilitar esa labor, permitiendo en muchos casos un trabajo autónomo de refuerzo previo o paralelo al desarrollo de las asignaturas.

Estos ejercicios no pretenden en absoluto ser exhaustivos, hay muchas cosas que el alumno debe conocer, y que no están reflejadas aquí, pero es una muestra de, al menos las primeras cosas que va a necesitar.

Este libro de ejercicios contiene más de 800 páginas de ejercicios, todos ellos resueltos paso a paso. He de decir ante todo, que este libro no está pensado para que nadie haga todos los ejercicios. Hay muchos modelos de ejercicios diferentes, pero cada modelo se repite entre 10 y 20 veces. Esto permite que todos los casos posibles se encuentren.

El modo de funcionamiento sería el siguiente: Miramos el modelo de ejercicio. Si para nosotros es trivial, pasamos al siguiente (esto debería ser lo normal para casi todos los moodelos de ejercicio si nuestra formación preuniversitaria fuera la adecuada). Si un cierto modelo de ejercicio consideramos que no es del todo trivial, intentamos hacer uno de los ejemplos y comprobamos si la solución aportada es correcta viendo el ejercicio resuelto en la segunda parte del libro. Si lo hemos hecho correctamente, podemos pasar al siguiente modelo. Si no es así, vemos nuestros errores y tratamos de hacer otro de este mismo modelo. Seguimos este proceso hasta que dominemos ese modelo de ejercicio, para lo cual deberían bastar un par de ejemplos. Aun así, se han puesto entre 10 y 20 ejemplos de cada modelo para que podamos practicar con ejemplos diferentes hasta que sea necesario.

No se debe perder tiempo con ejercicios demasidado sencillos. Nos da una falsa sensación de seguridad y perdemos el tiempo. Este libro, a pesar de sus más de 800 páginas, puede verse en pocas horas de trabajo.

Con seguridad, muchos modelos de ejercicios te resultarán triviales. Es lo normal, en realidad todos ellos deberían ser muy sencillos para tí. No pienses que el nivel de las asignaturas universitarias es este. Esto es un Curso 0, algo pensado para facilitar el salto hasta el nivel de la clase para muchos alumnos que puntualmente podrían necesitarlo. Si estos ejercicios te resultan muy complicados, ten cuidado, puede que tengas necesidades especiales, en ese caso te aconsejo de consultes con tu profesor y le plantees el problema cuanto antes.

Los temas elegidos son los más cercanos a las primeras asignaturas, especialmente al Álgebra y Matemática Discreta. Manipulaciones algebraicas de números y polinomios. Representaciones de funciones básicas. Puntos y vectores del plano y el espacio. Sistemas de ecuaciones. Operaciones con matrices y un poco de formalización matemática son los temas elegidos. Se podrían haber elegido muchos más, pero es una muestra representativa de lo más básico y necesario para entrar con buen pie en una ingeniería.

Este documento, junto con el resto del material del Curso 0, se puede descargar libremente de la página web `leandromarin.es` o en el OCW de la Universidad de Murcia.

Espero que te resulte útil.

Leandro Marín Muñoz. Septiembre de 2012.

# Parte I

# Enunciados

# Capítulo 1. Números, Polinomios y Funciones

**Ejercicio 1.1.** Dado el número decimal 54, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.2.** Dado el número decimal 99, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.3.** Dado el número decimal 69, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.4.** Dado el número decimal 54, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.5.** Dado el número decimal 78, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.6.** Dado el número decimal 65, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.7.** Dado el número decimal 84, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.8.** Dado el número decimal 81, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.9.** Dado el número decimal 96, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.10.** Dado el número decimal 36, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.11.** Dado el número decimal 46, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.12.** Dado el número decimal 99, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.13.** Dado el número decimal 62, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.14.** Dado el número decimal 62, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.15.** Dado el número decimal 44, encuentra su representación binaria.

**Ejercicio 1.16.** Dado el número binario $0b1000111$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.17.** Dado el número binario $0b1001000$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.18.** Dado el número binario $0b1010100$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.19.** Dado el número binario $0b101010$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.20.** Dado el número binario $0b110110$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.21.** Dado el número binario $0b110100$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.22.** Dado el número binario $0b1000010$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.23.** Dado el número binario $0b1010111$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.24.** Dado el número binario $0b1000001$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.25.** Dado el número binario $0b1010010$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.26.** Dado el número binario $0b110111$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.27.** Dado el número binario $0b1100001$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.28.** Dado el número binario $0b101011$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.29.** Dado el número binario $0b110111$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.30.** Dado el número binario $0b101111$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.31.** Dado el número decimal 82, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.32.** Dado el número decimal 51, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.33.** Dado el número decimal 30, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.34.** Dado el número decimal 64, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.35.** Dado el número decimal 72, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.36.** Dado el número decimal 95, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.37.** Dado el número decimal 73, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.38.** Dado el número decimal 55, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.39.** Dado el número decimal 40, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.40.** Dado el número decimal 62, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.41.** Dado el número decimal 47, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.42.** Dado el número decimal 68, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.43.** Dado el número decimal 90, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.44.** Dado el número decimal 33, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.45.** Dado el número decimal 49, encuentra su representación hexadecimal.

**Ejercicio 1.46.** Dado el número hexadecimal $0x40$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.47.** Dado el número hexadecimal $0x32$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.48.** Dado el número hexadecimal $0x53$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.49.** Dado el número hexadecimal $0x2f$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.50.** Dado el número hexadecimal $0x2c$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.51.** Dado el número hexadecimal $0x23$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.52.** Dado el número hexadecimal $0x54$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.53.** Dado el número hexadecimal $0x55$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.54.** Dado el número hexadecimal $0x59$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.55.** Dado el número hexadecimal $0x37$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.56.** Dado el número hexadecimal $0x36$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.57.** Dado el número hexadecimal $0x3f$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.58.** Dado el número hexadecimal $0x42$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.59.** Dado el número hexadecimal $0x21$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.60.** Dado el número hexadecimal $0x48$, encuentra su representación decimal.

**Ejercicio 1.61.** Encuentra la factorización del número 37 en factores primos.

**Ejercicio 1.62.** Encuentra la factorización del número 81 en factores primos.

**Ejercicio 1.63.** Encuentra la factorización del número 98 en factores primos.

**Ejercicio 1.64.** Encuentra la factorización del número 66 en factores primos.

**Ejercicio 1.65.** Encuentra la factorización del número 69 en factores primos.

**Ejercicio 1.66.** Encuentra la factorización del número 79 en factores primos.

**Ejercicio 1.67.** Encuentra la factorización del número 40 en factores primos.

**Ejercicio 1.68.** Encuentra la factorización del número 99 en factores primos.

**Ejercicio 1.69.** Encuentra la factorización del número 67 en factores primos.

**Ejercicio 1.70.** Encuentra la factorización del número 48 en factores primos.

**Ejercicio 1.71.** Encuentra la factorización del número 92 en factores primos.

**Ejercicio 1.72.** Encuentra la factorización del número 64 en factores primos.

**Ejercicio 1.73.** Encuentra la factorización del número 61 en factores primos.

**Ejercicio 1.74.** Encuentra la factorización del número 96 en factores primos.

**Ejercicio 1.75.** Encuentra la factorización del número 73 en factores primos.

**Ejercicio 1.76.** Encuentra la factorización del número 69 en factores primos.

**Ejercicio 1.77.** Encuentra la factorización del número 42 en factores primos.

**Ejercicio 1.78.** Encuentra la factorización del número 84 en factores primos.

**Ejercicio 1.79.** Encuentra la factorización del número 64 en factores primos.

**Ejercicio 1.80.** Encuentra la factorización del número 53 en factores primos.

**Ejercicio 1.81.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{4+1}{-\frac{1}{13}+\frac{1}{5}}$$

**Ejercicio 1.82.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{3}{2}+2}{4+1}$$

**Ejercicio 1.83.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{4+\frac{2}{3}}{10+1}$$

**Ejercicio 1.84.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{3+6}{\frac{1}{3}+1}$$

**Ejercicio 1.85.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+1}{-1+\frac{5}{2}}$$

**Ejercicio 1.86.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1+\frac{1}{9}}{\frac{1}{2}+1}$$

**Ejercicio 1.87.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-\frac{3}{4}+7}{2+\frac{1}{41}}$$

**Ejercicio 1.88.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{29}}{\frac{3}{8}+\frac{1}{2}}$$

**Ejercicio 1.89.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-\frac{1}{28}+1}{\frac{1}{4}+\frac{2}{5}}$$

**Ejercicio 1.90.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+\frac{1}{26}}{1+2}$$

**Ejercicio 1.91.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-3+2}{-\frac{1}{2}+\frac{371}{4}}$$

**Ejercicio 1.92.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}+4}$$

**Ejercicio 1.93.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-2+\frac{11}{2}}{-\frac{3}{5}+1}$$

**Ejercicio 1.94.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1+\frac{1}{2}}{-\frac{1}{5}+4}$$

**Ejercicio 1.95.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-\frac{3}{2}+1}{1+\frac{1}{121}}$$

**Ejercicio 1.96.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-1\sqrt{\frac{5}{4}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{4}}$$

**Ejercicio 1.97.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{125}{9}}+4\sqrt{\frac{5}{4}}$$

**Ejercicio 1.98.** Simplifica la siguiente expresión:

$$1\sqrt{\frac{3}{4}}+4\sqrt{\frac{3}{25}}$$

**Ejercicio 1.99.** Simplifica la siguiente expresión:

$$5\sqrt{\frac{147}{8}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{8}{3}}$$

**Ejercicio 1.100.** Simplifica la siguiente expresión:

$$6\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{1}{7}\sqrt{\frac{150}{49}}$$

**Ejercicio 1.101.** Simplifica la siguiente expresión:

$$2\sqrt{\frac{1}{2}}+1\sqrt{\frac{1}{8}}$$

**Ejercicio 1.102.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}+\frac{5}{2}\sqrt{\frac{96}{32761}}$$

**Ejercicio 1.103.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}$$

**Ejercicio 1.104.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{4}}+2\sqrt{\frac{3}{4}}$$

**Ejercicio 1.105.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-\frac{4}{3}\sqrt{\frac{8}{169}}+\frac{5}{4}\sqrt{\frac{9}{717602}}$$

**Ejercicio 1.106.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-\frac{1}{6}\sqrt{\frac{5}{4}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{9}}$$

**Ejercicio 1.107.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-6\sqrt{\frac{143883}{2}}+21\sqrt{\frac{3}{2}}$$

**Ejercicio 1.108.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-1\sqrt{\frac{8}{3}}+4\sqrt{\frac{3}{2}}$$

**Ejercicio 1.109.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{3}}+2\sqrt{\frac{4}{27}}$$

**Ejercicio 1.110.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-2\sqrt{\frac{24}{25}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{8}{3}}$$

**Ejercicio 1.111.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-21+12\sqrt{6}}{1+9\sqrt{6}}$$

**Ejercicio 1.112.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+2\sqrt{3}}{-12+2\sqrt{3}}$$

**Ejercicio 1.113.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+2\sqrt{2}}{48+2\sqrt{2}}$$

**Ejercicio 1.114.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{2+10\sqrt{3}}{-1+28\sqrt{3}}$$

**Ejercicio 1.115.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+3\sqrt{2}}{-1+2\sqrt{2}}$$

**Ejercicio 1.116.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-7+2\sqrt{6}}{153+3\sqrt{6}}$$

**Ejercicio 1.117.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1+2\sqrt{6}}{-40+38\sqrt{6}}$$

**Ejercicio 1.118.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+3\sqrt{5}}{1+4\sqrt{5}}$$

**Ejercicio 1.119.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{2+2\sqrt{2}}{2+3\sqrt{2}}$$

**Ejercicio 1.120.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-2+22\sqrt{3}}{-1+18\sqrt{3}}$$

**Ejercicio 1.121.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-48+2\sqrt{3}}{-10+2\sqrt{3}}$$

**Ejercicio 1.122.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{3+158\sqrt{3}}{1+23\sqrt{3}}$$

**Ejercicio 1.123.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1+3\sqrt{2}}{-1+20\sqrt{2}}$$

**Ejercicio 1.124.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-7+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$$

**Ejercicio 1.125.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1+20\sqrt{2}}{-1+57\sqrt{2}}$$

**Ejercicio 1.126.** Calcula la suma de los siguientes polinomios:

$$p = -x^2 - 2x \quad q = x^2 - x + 1$$

**Ejercicio 1.127.** Calcula la resta de los siguientes polinimos:

$$p = 5x^2 - x + 1 \quad q = x^2 - x - 1$$

**Ejercicio 1.128.** Dados los polinomios $p = -5x - 1$ y $q = x^2$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = 0$, calcula la combinación $ap + bq$

**Ejercicio 1.129.** Calcula la suma de los siguientes polinomios:

$$p = 3x^2 - 3x - 5 \quad q = 10x^2 - 1$$

**Ejercicio 1.130.** Calcula la resta de los siguientes polinimos:

$$p = -x^2 - x + 2 \quad q = -3x^2 + 5$$

**Ejercicio 1.131.** Dados los polinomios $p = -x^2 + 2x + 4$ y $q = 2x^2 + 2x - 15$ y los coeficientes $a = -8$ y $b = 1$, calcula la combinación $ap + bq$

**Ejercicio 1.132.** Calcula la suma de los siguientes polinomios:

$$p = -31x \quad q = -2x^2 - 1$$

**Ejercicio 1.133.** Calcula la resta de los siguientes polinimos:

$$p = -x + 4 \quad q = 9x^2 - 17$$

**Ejercicio 1.134.** Dados los polinomios $p = -x^2 - 20x + 2$ y $q = -2x^2 + 17x - 4$ y los coeficientes $a = 1$ y $b = 0$, calcula la combinación $ap + bq$

**Ejercicio 1.135.** Calcula la suma de los siguientes polinomios:

$$p = -3x^2 + 2x + 1 \quad q = 10x^2 + x - 4$$

**Ejercicio 1.136.** Calcula la resta de los siguientes polinimos:

$$p = x^2 + x + 2 \quad q = 3x$$

**Ejercicio 1.137.** Dados los polinomios $p = -55x^2 - 5x$ y $q = 2x^2 - x - 1$ y los coeficientes $a = 1$ y $b = 1$, calcula la combinación $ap + bq$

**Ejercicio 1.138.** Calcula la suma de los siguientes polinomios:

$$p = x^2 + 3x + 1 \quad q = 1$$

**Ejercicio 1.139.** Calcula la resta de los siguientes polinimos:

$$p = -x^2 + 8x - 49 \quad q = -8x^2 - 2x + 1$$

**Ejercicio 1.140.** Dados los polinomios $p = -5x^2 - 10x$ y $q = 8x^2 + 2$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = 1$, calcula la combinación $ap + bq$

**Ejercicio 1.141.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x - 1 \quad q = x^2 + 8x + 12$$

**Ejercicio 1.142.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x^2 + 11x - 12 \quad q = x^2 - 1$$

**Ejercicio 1.143.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x \quad q = x$$

**Ejercicio 1.144.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x + 1 \quad q = x^2 - 15x$$

**Ejercicio 1.145.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x^2 - 4x + 3 \quad q = x^2 - 3x$$

**Ejercicio 1.146.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x + 9 \quad q = x + 1$$

**Ejercicio 1.147.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x - 17 \quad q = x^2 - x - 2$$

**Ejercicio 1.148.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x^2 + x \quad q = x^2 - 2x - 3$$

**Ejercicio 1.149.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x - 1 \quad q = x - 3$$

**Ejercicio 1.150.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x \quad q = x^2$$

**Ejercicio 1.151.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x^2 - 4x - 5 \quad q = x^2 - x - 2$$

**Ejercicio 1.152.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x + 1 \quad q = x - 2$$

**Ejercicio 1.153.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x \quad q = x^2 + x$$

**Ejercicio 1.154.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x^2 - 5x + 4 \quad q = x^2 - 10x + 24$$

**Ejercicio 1.155.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x \quad q = x - 19$$

**Ejercicio 1.156.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-2x^3 + x + 1$ por $x - a$ siendo $a = -1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.157.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $2x^3 + 5x^2$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.158.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 + x^2 + x - 1$ por $x - a$ siendo $a = 2$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.159.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-4x^3 - x^2 + x - 2$ por $x - a$ siendo $a = -1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.160.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + x^2 + 2x + 1$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.161.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-62x^3 + 5x^2 + x - 1$ por $x - a$ siendo $a = -1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.162.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-3x^3 - x + 1$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.163.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + 2x^2 - x$ por $x - a$ siendo $a = -10$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.164.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + x^2 + x - 1$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.165.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $5x^3 - x + 1$ por $x - a$ siendo $a = -1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.166.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + 2x^2 - x + 1$ por $x - a$ siendo $a = 0$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.167.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-8x^3 - 2x^2 - 2x$ por $x - a$ siendo $a = -1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.168.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - 2x$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.169.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $9x^3 - 10x^2 - 3x$ por $x - a$ siendo $a = 2$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.170.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $11x^3 + 1$ por $x - a$ siendo $a = 0$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.171.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 + x^2 + x - 1$ por $x - a$ siendo $a = 0$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.172.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 - 2x - 2$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.173.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + 2x^2 + 7x + 1$ por $x - a$ siendo $a = 3$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.174.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - 3x^2 - x + 1$ por $x - a$ siendo $a = 0$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.175.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-4x^3 - 3x^2 + x - 1$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

**Ejercicio 1.176.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $2x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ por el polinomio $-3x^2 - 9x + 2$.

**Ejercicio 1.177.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - x - 1$ por el polinomio $x^2 + x + 7$.

**Ejercicio 1.178.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $669x^3 + x$ por el polinomio $-13x^2 - 6x - 13$.

**Ejercicio 1.179.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $13x^3 - 16x^2 + x - 2$ por el polinomio $2x^2 - 2x - 1$.

**Ejercicio 1.180.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 - x^2 - 75$ por el polinomio $-x^2 + x + 1$.

**Ejercicio 1.181.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - 39x^2$ por el polinomio $4x^2 - x + 1$.

**Ejercicio 1.182.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - 7x + 23$ por el polinomio $-x^2 - 3x - 1$.

**Ejercicio 1.183.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-3x^3 - 3x^2 - 3x$ por el polinomio $-2x^2 + 2x + 65$.

**Ejercicio 1.184.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - 2x^2 - 2x - 1$ por el polinomio $-33x^2$.

**Ejercicio 1.185.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + 28x^2 - 4x + 43$ por el polinomio $-x^2 + x - 6$.

**Ejercicio 1.186.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-2x^3 - x^2 + x - 7$ por el polinomio $3x^2 - 6x + 1$.

**Ejercicio 1.187.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $2x^3 - 6x^2 - x - 4$ por el polinomio $47x^2 - x - 2$.

**Ejercicio 1.188.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3+3x^2$ por el polinomio $x^2 + x - 1$.

**Ejercicio 1.189.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + x^2 + 2x - 2$ por el polinomio $-3x^2 + 2x + 2$.

**Ejercicio 1.190.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $5x^3 - x^2 + 14$ por el polinomio $-x^2 + 3x$.

**Ejercicio 1.191.** Factoriza el polinomio $x^3 - x^2 - 2x$.

**Ejercicio 1.192.** Factoriza el polinomio $x^3 - 29x^2 - 281x - 555$.

**Ejercicio 1.193.** Factoriza el polinomio $x^3 + 8x^2 + 17x + 10$.

**Ejercicio 1.194.** Factoriza el polinomio $x^3 + 9x^2 - 49x + 39$.

**Ejercicio 1.195.** Factoriza el polinomio $x^3 + 4x^2 - 12x$.

**Ejercicio 1.196.** Factoriza el polinomio $x^3 + 11x^2 - x - 11$.

**Ejercicio 1.197.** Factoriza el polinomio $x^3 + 19x^2 - x - 19$.

**Ejercicio 1.198.** Factoriza el polinomio $x^3 - 13x^2 + 39x - 27$.

**Ejercicio 1.199.** Factoriza el polinomio $x^3 - 588x^2 - x + 588$.

**Ejercicio 1.200.** Factoriza el polinomio $x^3 - 172x^2 - 363x + 2610$.

**Ejercicio 1.201.** Factoriza el polinomio $x^3 - 30x^2 - x + 30$.

**Ejercicio 1.202.** Factoriza el polinomio $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

**Ejercicio 1.203.** Factoriza el polinomio $x^3 + 25x^2 - 53x + 27$.

**Ejercicio 1.204.** Factoriza el polinomio $x^3 - x$.

**Ejercicio 1.205.** Factoriza el polinomio $x^3 + 21x^2 - 54x - 184$.

**Ejercicio 1.206.** Factoriza el polinomio $x^3 - 193x^2$.

**Ejercicio 1.207.** Factoriza el polinomio $x^3 + x^2 - x - 1$.

**Ejercicio 1.208.** Factoriza el polinomio $x^3 - x$.

**Ejercicio 1.209.** Factoriza el polinomio $x^3 + 2x^2 + x$.

**Ejercicio 1.210.** Factoriza el polinomio $x^3 - x^2 - 4x + 4$.

**Ejercicio 1.211.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^2 + 10x$$

**Ejercicio 1.212.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^2 - x$$

**Ejercicio 1.213.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

**Ejercicio 1.214.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -3x^2 + x + 4$$

**Ejercicio 1.215.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^2 + 21x - 13$$

**Ejercicio 1.216.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^2 - 2x + 11$$

**Ejercicio 1.217.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^2 - x + 1$$

**Ejercicio 1.218.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

**Ejercicio 1.219.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = 2x^2 + 7x - 2$$

**Ejercicio 1.220.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -5x^2 + 7$$

**Ejercicio 1.221.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -3x^2 - x + 4$$

**Ejercicio 1.222.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

**Ejercicio 1.223.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^2 - 2x + 3$$

**Ejercicio 1.224.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = 3x^2 + x + 1$$

**Ejercicio 1.225.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -11x^2 - 4x$$

**Ejercicio 1.226.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 - 6x^2 - 5x$$

**Ejercicio 1.227.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^3 + 4x^2 - 11x - 30$$

**Ejercicio 1.228.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 + x^2 + 2x$$

**Ejercicio 1.229.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 + x^2 + 9x - 9$$

**Ejercicio 1.230.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^3 + 8x^2 + 14x - 20$$

**Ejercicio 1.231.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 + 5x^2 + 2x - 24$$

**Ejercicio 1.232.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 12x$$

**Ejercicio 1.233.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^3 + 8x^2 - 6x$$

**Ejercicio 1.234.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^3 + 38x - 60$$

**Ejercicio 1.235.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^3 - 6x^2 + 32x - 24$$

**Ejercicio 1.236.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 - x^2 + 24x - 36$$

**Ejercicio 1.237.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^3 - 14x^2 + 28x + 240$$

**Ejercicio 1.238.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 6x$$

**Ejercicio 1.239.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 - x^2 + 9x + 9$$

**Ejercicio 1.240.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^3 + x^2 - 16x - 16$$

**Ejercicio 1.241.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x+6}{x^2 - x - 20}$$

**Ejercicio 1.242.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-2x-12}{x^2 - 7x + 12}$$

**Ejercicio 1.243.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-x-6}{x^2 + 4x + 3}$$

**Ejercicio 1.244.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-x+3}{x^2 + 5x + 4}$$

**Ejercicio 1.245.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-2x + 10}{x^2 + 5x + 6}$$

**Ejercicio 1.246.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 6x}$$

**Ejercicio 1.247.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x + 5}{x^2 + 5x + 4}$$

**Ejercicio 1.248.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-2x - 4}{x^2 - 1}$$

**Ejercicio 1.249.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x - 4}{x^2 + 3x}$$

**Ejercicio 1.250.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-2x + 4}{x^2 - 9}$$

**Ejercicio 1.251.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x - 4}{x^2 + 5x}$$

**Ejercicio 1.252.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-2x - 4}{x^2 + 4x - 12}$$

**Ejercicio 1.253.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x + 2}{x^2 + 11x + 30}$$

**Ejercicio 1.254.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 7x + 12}$$

**Ejercicio 1.255.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-x - 5}{x^2 - 3x - 4}$$

# Capítulo 2. Matrices y Sistemas de Ecuaciones

**Ejercicio 2.1.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -29 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.2.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.3.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & -1 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = -1$ y $b = 1$, calcula la combinación $aM + bN$

**Ejercicio 2.4.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 20 & 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.5.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 130 & 14 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.6.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = -1$, calcula la combinación $aM + bN$

**Ejercicio 2.7.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -25 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.8.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.9.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = -3$, calcula la combinación $aM + bN$

**Ejercicio 2.10.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -12 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.11.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.12.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = -1$ y $b = 1$, calcula la combinación $aM + bN$

**Ejercicio 2.13.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.14.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 7 & -3 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.15.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = 3$, calcula la combinación $aM + bN$

**Ejercicio 2.16.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.17.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.18.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -290 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 1$ y $b = 5$, calcula la combinación $aM + bN$

**Ejercicio 2.19.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 2 & 10 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.20.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 11 & -8 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.21.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 56 & -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.22.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -17 & -2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.23.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -51 \\ 2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.24.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -18 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -19 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.25.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 13 & 1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.26.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.27.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.28.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -3 & -17 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -13 \\ 0 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.29.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.30.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.31.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.32.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.33.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.34.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -29 & 1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.35.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

**Ejercicio 2.36.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.37.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.38.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.39.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.40.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.41.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.42.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -3 & -285 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.43.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.44.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 0 & -49 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.45.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.46.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.47.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.48.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.49.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 20 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.50.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

**Ejercicio 2.51.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2y = 0$$

$$x + y = 1$$

**Ejercicio 2.52.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$0 = 1$$
$$-\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.53.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - y = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 1$$

**Ejercicio 2.54.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x - y = 1$$
$$\frac{1}{2}x - 2y = 0$$

**Ejercicio 2.55.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + y = \frac{1}{2}$$
$$-x + y = 1$$

**Ejercicio 2.56.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y = 0$$
$$2x + y = 1$$

**Ejercicio 2.57.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2y = 1$$
$$x + y = 0$$

**Ejercicio 2.58.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x = 0$$
$$0 = -1$$

**Ejercicio 2.59.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x = 0$$
$$-2y = -2$$

**Ejercicio 2.60.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 0$$
$$-\frac{1}{2}x = 0$$

**Ejercicio 2.61.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x = 0$$
$$-2x = -1$$

**Ejercicio 2.62.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x = -\frac{1}{2}$$
$$-y = \frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.63.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$\frac{1}{2}x - y = 0$$
$$y = -2$$

**Ejercicio 2.64.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x + y = 0$$
$$-x + y = 1$$

**Ejercicio 2.65.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2y = 1$$
$$-2x = 0$$

**Ejercicio 2.66.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$-2x - z = -1$$

**Ejercicio 2.67.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}z = -2$$
$$-2x - 2y = 0$$

**Ejercicio 2.68.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-y + 2z = -\frac{1}{2}$$
$$2x - 2y = \frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.69.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x = -1$$
$$-2x = 1$$

**Ejercicio 2.70.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + y = 0$$
$$-x - 2y + z = 2$$

**Ejercicio 2.71.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2z = 0$$
$$-2y = -2$$

**Ejercicio 2.72.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x + z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = -2$$

**Ejercicio 2.73.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y + \frac{1}{2}z = 2$$
$$-\frac{1}{2}y + 2z = 0$$

**Ejercicio 2.74.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}y + z = 0$$

**Ejercicio 2.75.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - z = -2$$

$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 2$$

**Ejercicio 2.76.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x = 0$$

$$x + y = -1$$

**Ejercicio 2.77.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x + y = -1$$

$$2x + \frac{1}{2}y = 1$$

**Ejercicio 2.78.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y + z = 0$$

$$-2x - y - 2z = -2$$

**Ejercicio 2.79.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y = \frac{1}{2}$$

$$2x + y + z = 0$$

**Ejercicio 2.80.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - 2z = -\frac{1}{2}$$

$$x - y + 2z = 1$$

**Ejercicio 2.81.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y - z = -1$$

$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.82.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2y - z = 0$$

$$z = 2$$

$$x - y = -1$$

**Ejercicio 2.83.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x - y + z = 0$$

$$\frac{1}{2}x - 2y = 1$$

$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

**Ejercicio 2.84.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x - y + 2z = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}y = \frac{1}{2}$$

$$-y + 2z = -2$$

**Ejercicio 2.85.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x + 2y = 0$$

$$x - 2y - z = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

**Ejercicio 2.86.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2z = 1$$

$$x + y + 2z = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = -1$$

**Ejercicio 2.87.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - \frac{1}{2}y + 2z = 0$$

$$x - 2y + z = 0$$

$$-2x + 2y - z = 0$$

**Ejercicio 2.88.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x + 2y - 2z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x - y = \frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.89.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x - 2y - 2z = 0$$

$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + \frac{1}{2}y + z = -1$$

**Ejercicio 2.90.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2z = -2$$

$$y = 2$$

$$-x - 2y = -2$$

**Ejercicio 2.91.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$
\begin{aligned}
0 &= 0 \\
x - \frac{1}{2}z &= 1 \\
2x + y &= 0
\end{aligned}
$$

**Ejercicio 2.92.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$
\begin{aligned}
-x + \frac{1}{2}y + 2z &= -1 \\
y - 2z &= \frac{1}{2} \\
-2x + y + 2z &= 1
\end{aligned}
$$

**Ejercicio 2.93.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$
\begin{aligned}
-x - y - z &= -1 \\
\frac{1}{2}x + y - z &= -1 \\
y &= 0
\end{aligned}
$$

**Ejercicio 2.94.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$
\begin{aligned}
-y &= 1 \\
-y &= 0 \\
2x + 2y &= 0
\end{aligned}
$$

**Ejercicio 2.95.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$
\begin{aligned}
-\frac{1}{2}x + 2z &= 1 \\
y + z &= 0 \\
0 &= 2
\end{aligned}
$$

**Ejercicio 2.96.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$
\begin{aligned}
-2y &= -2 \\
-\frac{1}{2}y &= 1
\end{aligned}
$$

**Ejercicio 2.97.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - 2y = 1$$
$$\frac{1}{2}x + y = 2$$

**Ejercicio 2.98.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$
$$-2x = -1$$

**Ejercicio 2.99.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$2x - 2y = 0$$
$$2y = 0$$

**Ejercicio 2.100.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$\frac{1}{2}x + 2y = 0$$
$$x + y = 1$$

**Ejercicio 2.101.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y = 2$$
$$-2x + 2y = 0$$

**Ejercicio 2.102.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y = -\frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2}x = -1$$

**Ejercicio 2.103.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$0 = -1$$
$$0 = 2$$

**Ejercicio 2.104.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = 0$$
$$2x + \frac{1}{2}y = 2$$

**Ejercicio 2.105.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x + y = 0$$
$$-2x = 1$$

**Ejercicio 2.106.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - \frac{1}{2}y = 1$$
$$-2x = -2$$

**Ejercicio 2.107.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = 2$$
$$2x + y = -2$$

**Ejercicio 2.108.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x = -2$$
$$0 = 0$$

**Ejercicio 2.109.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y = 0$$
$$x + 2y = 0$$

**Ejercicio 2.110.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x = -2$$
$$-x + \frac{1}{2}y = 0$$

**Ejercicio 2.111.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x + 2y + 2z = -1$$
$$-2x = -1$$

**Ejercicio 2.112.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y = -1$$
$$-x + z = -1$$

**Ejercicio 2.113.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - z = 0$$
$$-2x + 2z = -1$$

**Ejercicio 2.114.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + \frac{1}{2}y = 1$$
$$-x = 1$$

**Ejercicio 2.115.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + 2y = 1$$
$$2x = -1$$

**Ejercicio 2.116.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y + 2z = 0$$
$$2x - y + z = 2$$

**Ejercicio 2.117.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + 2y = 2$$
$$-2y = 1$$

**Ejercicio 2.118.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x + y - 2z = \frac{1}{2}$$
$$x = -1$$

**Ejercicio 2.119.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y - \frac{1}{2}z = 2$$
$$-2y = 1$$

**Ejercicio 2.120.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - y + z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x + 2y + 2z = 0$$

**Ejercicio 2.121.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y + 2z = 1$$
$$-\frac{1}{2}x = 0$$

**Ejercicio 2.122.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x - y = 0$$
$$-y + z = -1$$

**Ejercicio 2.123.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$2x - 2y = 0$$
$$\frac{1}{2}x + 2y + z = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.124.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - y + \frac{1}{2}z = 2$$
$$\frac{1}{2}x = 1$$

**Ejercicio 2.125.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$\frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$-x + y - z = 2$$

**Ejercicio 2.126.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x = 0$$
$$x - 2y + z = 0$$
$$-x - 2y + 2z = -2$$

**Ejercicio 2.127.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y - z = 2$$
$$\frac{1}{2}y = 1$$
$$2x - 2y = -1$$

**Ejercicio 2.128.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x + y = 2$$

$$-x - \frac{1}{2}y + 2z = 1$$

**Ejercicio 2.129.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = -2$$

$$-x - 2z = -\frac{1}{2}$$

$$-x + y = 1$$

**Ejercicio 2.130.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y = 0$$

$$-2y + 2z = \frac{1}{2}$$

$$-y = \frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.131.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - 2y - 2z = 0$$

$$-2x - z = 0$$

$$-x - y + 2z = 0$$

**Ejercicio 2.132.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x - z = -\frac{1}{2}$$

$$2z = 1$$

$$-2y = 2$$

**Ejercicio 2.133.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + y = 0$$

$$2y + z = 0$$

$$\frac{1}{2}x - z = 0$$

**Ejercicio 2.134.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = 1$$
$$-x - 2y = 0$$
$$-x = 2$$

**Ejercicio 2.135.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}$$
$$y + 2z = 2$$
$$-y = 1$$

**Ejercicio 2.136.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$0 = 0$$
$$-y = 1$$
$$-2x + \frac{1}{2}y = 0$$

**Ejercicio 2.137.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$\frac{1}{2}y + z = 2$$
$$x - z = -1$$
$$2x - \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.138.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x = 1$$
$$2x + 2y + z = 2$$
$$z = 0$$

**Ejercicio 2.139.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - \frac{1}{2}y + z = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = -2$$
$$-2x + y - \frac{1}{2}z = -1$$

**Ejercicio 2.140.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - y - z = 0$$

$$-x - 2y - 2z = -1$$

$$x - z = 0$$

**Ejercicio 2.141.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x = 0$$

$$y = 2$$

**Ejercicio 2.142.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$y - z = \frac{1}{2}$$

$$2y = -2$$

**Ejercicio 2.143.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$0 = 0$$

$$x + 2y - z = 1$$

**Ejercicio 2.144.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = -1$$

$$x - \frac{1}{2}y - z = 0$$

**Ejercicio 2.145.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + \frac{1}{2}z = 0$$

$$\frac{1}{2}x + y - z = 0$$

**Ejercicio 2.146.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$\frac{1}{2}z = 0$$

$$-2x + y = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.147.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = -\frac{1}{2}$$
$$2x = 0$$

**Ejercicio 2.148.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = 0$$
$$-x + y + z = 0$$

**Ejercicio 2.149.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-y + \frac{1}{2}z = -1$$
$$x = -1$$

**Ejercicio 2.150.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = -1$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.151.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - 2z = 0$$
$$x = 1$$

**Ejercicio 2.152.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - 2z = 1$$
$$-z = -2$$

**Ejercicio 2.153.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$0 = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - z = 2$$

**Ejercicio 2.154.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x - y = 1$$
$$-x = 0$$

**Ejercicio 2.155.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-x + 2y - 2z = 0$$
$$2y = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.156.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 0$$

**Ejercicio 2.157.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$2y - 2z = 0$$
$$-x + 2y = 1$$

**Ejercicio 2.158.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-y = 1$$
$$-x + \frac{1}{2}y = -2$$

**Ejercicio 2.159.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2z = -\frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}x + y = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.160.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = 1$$
$$\frac{1}{2}x - 2y - z = 0$$

**Ejercicio 2.161.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$0 = -2$$
$$-x = -1$$
$$-2x + y = 0$$

**Ejercicio 2.162.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - z = 0$$
$$-2x + z = 0$$
$$2x + y + z = 0$$

**Ejercicio 2.163.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-x - z = 2$$
$$-z = -2$$
$$-y = 1$$

**Ejercicio 2.164.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2z = 1$$
$$-x + 2y = -1$$
$$\frac{1}{2}y - z = -2$$

**Ejercicio 2.165.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - z = 1$$
$$-2z = -2$$
$$-x - \frac{1}{2}y = 0$$

**Ejercicio 2.166.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-\frac{1}{2}x - 2y + z = -1$$
$$-2x + 2y = 0$$
$$-x + y + 2z = -1$$

**Ejercicio 2.167.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-x + z = 0$$
$$-z = 2$$
$$-\frac{1}{2}x - y - z = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.168.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y + \frac{1}{2}z = 2$$
$$\frac{1}{2}x - 2y + z = -1$$
$$x + 2y - z = 0$$

**Ejercicio 2.169.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x + \frac{1}{2}z = 1$$
$$x - 2z = 2$$
$$-2x + z = -2$$

**Ejercicio 2.170.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$-2y = -1$$

**Ejercicio 2.171.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x + 2y - z = -\frac{1}{2}$$
$$x = \frac{1}{2}$$
$$-2z = 0$$

**Ejercicio 2.172.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = 1$$
$$2x + y - \frac{1}{2}z = 2$$
$$0 = 0$$

**Ejercicio 2.173.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$z = -2$$
$$-x - y - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-y = 2$$

**Ejercicio 2.174.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2y - z = 1$$
$$x - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + y = 0$$

**Ejercicio 2.175.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$y - \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$$
$$x + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$y + 2z = \frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.176.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = -1$$
$$x + y - z = 0$$
$$0 = 0$$

**Ejercicio 2.177.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2z = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - y - \frac{1}{2}z = 0$$
$$-2z = -1$$

**Ejercicio 2.178.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x + y = 0$$
$$-x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$x - 2z = 0$$

**Ejercicio 2.179.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x - \frac{1}{2}y + z = -2$$
$$y + z = -1$$
$$\frac{1}{2}x - y + z = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.180.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x - y - \frac{1}{2}z = -1$$
$$2y + 2z = -1$$
$$2y = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 2.181.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

**Ejercicio 2.182.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

**Ejercicio 2.183.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

**Ejercicio 2.184.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

**Ejercicio 2.185.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

**Ejercicio 2.186.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

**Ejercicio 2.187.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

**Ejercicio 2.188.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

**Ejercicio 2.189.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

**Ejercicio 2.190.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

**Ejercicio 2.191.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

**Ejercicio 2.192.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

**Ejercicio 2.193.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

**Ejercicio 2.194.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

**Ejercicio 2.195.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

**Ejercicio 2.196.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

**Ejercicio 2.197.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

**Ejercicio 2.198.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

**Ejercicio 2.199.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

**Ejercicio 2.200.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

**Ejercicio 2.201.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

**Ejercicio 2.202.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 3.

**Ejercicio 2.203.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

**Ejercicio 2.204.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

**Ejercicio 2.205.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

**Ejercicio 2.206.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

**Ejercicio 2.207.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

**Ejercicio 2.208.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

**Ejercicio 2.209.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

**Ejercicio 2.210.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

**Ejercicio 2.211.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

**Ejercicio 2.212.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 3.

**Ejercicio 2.213.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

**Ejercicio 2.214.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

**Ejercicio 2.215.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

**Ejercicio 2.216.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 3.

**Ejercicio 2.217.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

**Ejercicio 2.218.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

**Ejercicio 2.219.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 2 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

**Ejercicio 2.220.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

**Ejercicio 2.221.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.222.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.223.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.224.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.225.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.226.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.227.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.228.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 2 & 2 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.229.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.230.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.231.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.232.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.233.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.234.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.235.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.236.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.237.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.238.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.239.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

**Ejercicio 2.240.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

# Capítulo 3. Vectores, Bases y Distancias

**Ejercicio 3.1.** Calcula la suma de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (4, 3) \quad v = (1, -2)$$

**Ejercicio 3.2.** Calcula la resta de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-5, -2) \quad v = (-5, 1)$$

**Ejercicio 3.3.** Calcula la suma de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-1, -1) \quad v = (3, -3)$$

**Ejercicio 3.4.** Calcula la resta de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-4, 1) \quad v = (1, 4)$$

**Ejercicio 3.5.** Calcula la suma de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-3, 2) \quad v = (-1, -1)$$

**Ejercicio 3.6.** Calcula la resta de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-5, -2) \quad v = (-1, -5)$$

**Ejercicio 3.7.** Calcula la suma de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (2, -3) \quad v = (-2, -1)$$

**Ejercicio 3.8.** Calcula la resta de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-5, 3) \quad v = (-1, -2)$$

**Ejercicio 3.9.** Calcula la suma de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-3, 3) \quad v = (-2, -2)$$

**Ejercicio 3.10.** Calcula la resta de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (3, 1) \quad v = (4, -3)$$

**Ejercicio 3.11.** Dados los puntos del plano $P = (-2, -2)$ y $Q = (1, -5)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

**Ejercicio 3.12.** Dados los puntos del plano $P = (-1, -1)$ y $Q = (3, -3)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

**Ejercicio 3.13.** Dados los puntos del plano $P = (2, 4)$ y $Q = (-1, 2)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

**Ejercicio 3.14.** Dados los puntos del plano $P = (4, 2)$ y $Q = (-1, -3)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

**Ejercicio 3.15.** Dados los puntos del plano $P = (3, -5)$ y $Q = (-2, -3)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

**Ejercicio 3.16.** Dados los puntos del plano $P = (-1, -5)$ y $Q = (4, -1)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

**Ejercicio 3.17.** Dados los puntos del plano $P = (-4, -5)$ y $Q = (1, -2)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

**Ejercicio 3.18.** Dados los puntos del plano $P = (1, -4)$ y $Q = (4, -1)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

**Ejercicio 3.19.** Dados los puntos del plano $P = (-3, 1)$ y $Q = (2, 3)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

**Ejercicio 3.20.** Dados los puntos del plano $P = (3, 1)$ y $Q = (-2, 3)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

**Ejercicio 3.21.** Dados los vectores del plano $u = (-2, 4)$ y $v = (-5, -1)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

**Ejercicio 3.22.** Dados los vectores del plano $u = (2, 4)$ y $v = (-3, 2)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

**Ejercicio 3.23.** Dados los vectores del plano $u = (-2, 3)$ y $v = (1, 3)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

**Ejercicio 3.24.** Dados los vectores del plano $u = (-4, 1)$ y $v = (1, -3)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

**Ejercicio 3.25.** Dados los vectores del plano $u = (-2, -1)$ y $v = (3, -4)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

**Ejercicio 3.26.** Dados los vectores del plano $u = (-2, 2)$ y $v = (2, 4)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

**Ejercicio 3.27.** Dados los vectores del plano $u = (1, -4)$ y $v = (-4, -1)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

**Ejercicio 3.28.** Dados los vectores del plano $u = (3, 1)$ y $v = (-2, 3)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

**Ejercicio 3.29.** Dados los vectores del plano $u = (-5, 2)$ y $v = (-1, 2)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

**Ejercicio 3.30.** Dados los vectores del plano $u = (-1, 3)$ y $v = (-5, -1)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

**Ejercicio 3.31.** Calcula la suma de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 0, 0) \quad v = (0, 1, 1)$$

**Ejercicio 3.32.** Calcula la resta de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (0, 0, 1) \quad v = (1, 0, 0)$$

**Ejercicio 3.33.** Calcula la suma de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 0, 0) \quad v = (0, 1, 1)$$

**Ejercicio 3.34.** Calcula la resta de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 0, 0) \quad v = (0, 1, 0)$$

**Ejercicio 3.35.** Calcula la suma de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 0, 0) \quad v = (0, 1, 1)$$

**Ejercicio 3.36.** Calcula la resta de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 1, 0) \quad v = (0, 0, 1)$$

**Ejercicio 3.37.** Calcula la suma de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (0, 1, 0) \quad v = (0, 0, 1)$$

**Ejercicio 3.38.** Calcula la resta de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 1, 0) \quad v = (0, 1, 0)$$

**Ejercicio 3.39.** Calcula la suma de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (0, 1, 0) \quad v = (1, 0, 1)$$

**Ejercicio 3.40.** Calcula la resta de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 0, 1) \quad v = (0, 0, 1)$$

**Ejercicio 3.41.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.42.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.43.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.44.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.45.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.46.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.47.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.48.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.49.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.50.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.51.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.52.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.53.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.54.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.55.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.56.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.57.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.58.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.59.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.60.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.61.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.62.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.63.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.64.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.65.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.66.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.67.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.68.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.69.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.70.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.71.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.72.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.73.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.74.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.75.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.76.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.77.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.78.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.79.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.80.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.81.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.82.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.83.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.84.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.85.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.86.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.87.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.88.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.89.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.90.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.91.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.92.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.93.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.94.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.95.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.96.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.97.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.98.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.99.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.100.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

## Capítulo 4. Transformaciones del Plano y el Espacio

**Ejercicio 4.1.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.2.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.3.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.4.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.5.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.6.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.7.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.8.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.9.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.10.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.11.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.12.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.13.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.14.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.15.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.16.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = (-x - y, x + 2z)$$

**Ejercicio 4.17.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = \left(-2x - 2y - 2z, -2x - \frac{1}{2}y + z\right)$$

**Ejercicio 4.18.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = \left(-\frac{1}{2}y + 2z, -y - z\right)$$

**Ejercicio 4.19.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = \left(-x - y, -x + 2y - \frac{1}{2}z\right)$$

**Ejercicio 4.20.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = (-x + 2y + 2z, x)$$

**Ejercicio 4.21.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = (-x + 2z, x - z)$$

**Ejercicio 4.22.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = (x - 2y + z, 0)$$

**Ejercicio 4.23.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = (-2x + z, y + z)$$

**Ejercicio 4.24.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = \left(y - 2z, -\frac{1}{2}x - y + 2z\right)$$

**Ejercicio 4.25.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = \left(x + 2y, -\frac{1}{2}z\right)$$

**Ejercicio 4.26.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = \left(-\frac{1}{2}x - 2z, 2x\right)$$

**Ejercicio 4.27.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = (x - z, z)$$

**Ejercicio 4.28.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = \left(y, -x - \frac{1}{2}y\right)$$

**Ejercicio 4.29.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = (-y, -x + y)$$

**Ejercicio 4.30.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = (-2x + z, y - 2z)$$

**Ejercicio 4.31.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.32.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.33.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.34.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.35.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.36.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.37.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.38.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.39.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.40.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.41.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.42.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.43.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.44.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.45.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.46.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,3)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.47.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,3)$ y $(4,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.48.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,2)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.49.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,4)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.50.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,5)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.51.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,5)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.52.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,3)$ y $(4,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.53.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,2)$ y $(3,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.54.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,2)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.55.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,2)$ y $(2,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.56.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,5)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.57.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,3)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.58.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 5)$ y $(5, 0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.59.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 3)$ y $(5, 0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.60.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 3)$ y $(5, 0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

**Ejercicio 4.61.** Representa gráficamente el vector $(3, 4)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{6}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.62.** Representa gráficamente el vector $(5, 5)$, realiza un giro de ángulo $\frac{1}{3}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.63.** Representa gráficamente el vector $(3, 4)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{3}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.64.** Representa gráficamente el vector $(2, 2)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{4}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.65.** Representa gráficamente el vector $(2, 5)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{4}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.66.** Representa gráficamente el vector $(2, 4)$, realiza un giro de ángulo $\frac{1}{4}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.67.** Representa gráficamente el vector $(2, 5)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{6}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.68.** Representa gráficamente el vector $(5, 2)$, realiza un giro de ángulo $\frac{1}{4}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.69.** Representa gráficamente el vector $(2, 2)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{3}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.70.** Representa gráficamente el vector $(2, 5)$, realiza un giro de ángulo $\frac{1}{6}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.71.** Representa gráficamente el vector $(4, 5)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{3}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.72.** Representa gráficamente el vector $(5, 5)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{6}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.73.** Representa gráficamente el vector $(4, 3)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{4}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.74.** Representa gráficamente el vector $(3, 2)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{6}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.75.** Representa gráficamente el vector $(4, 5)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{3}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

**Ejercicio 4.76.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1, -1) \quad (2, 2) \quad (3, 3) \quad (0, 1) \quad (4, 1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.77.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3, -5) \quad (-1, -5) \quad (-1, -5) \quad (-5, -2) \quad (-2, 1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.78.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, 3) \quad (-4, 1) \quad (-2, -3) \quad (-3, 2) \quad (4, -3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.79.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0, 2) \quad (4, 2) \quad (-5, -5) \quad (-3, 4) \quad (1, 1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.80.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3, 3) \quad (-2, 0) \quad (-4, 4) \quad (0, -5) \quad (-3, -2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.81.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(4,-3)\ \ (-3,0)\ \ (3,3)\ \ (-1,2)\ \ (-1,-1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.82.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,0)\ \ (1,-4)\ \ (-1,0)\ \ (1,1)\ \ (2,4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.83.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2,-2)\ \ (4,4)\ \ (1,4)\ \ (2,-2)\ \ (2,4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.84.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-2)\ \ (3,-2)\ \ (4,0)\ \ (-2,0)\ \ (-1,4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.85.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(4,-4)\ \ (-1,-4)\ \ (-1,-3)\ \ (2,0)\ \ (-3,2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.86.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2,2)\ \ (-3,2)\ \ (1,-1)\ \ (-5,-2)\ \ (-2,-2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.87.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1,2)\ \ (1,0)\ \ (4,-4)\ \ (1,0)\ \ (-1,-3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.88.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-4,-4) \quad (-2,3) \quad (2,-2) \quad (3,3) \quad (-3,0)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.89.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,4) \quad (2,3) \quad (-5,-3) \quad (1,3) \quad (-5,3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.90.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2,1) \quad (-1,-4) \quad (2,-5) \quad (3,4) \quad (1,2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.91.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2,0) \quad (-4,-5) \quad (-5,-4) \quad (4,-1) \quad (-5,0)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.92.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-1) \quad (3,-3) \quad (3,1) \quad (-1,-4) \quad (-1,-2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.93.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3,0) \quad (2,-2) \quad (3,4) \quad (-1,2) \quad (-2,-5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.94.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1,-4) \quad (-5,3) \quad (-3,-1) \quad (-4,3) \quad (1,1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.95.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5,-3) \quad (3,-2) \quad (-2,0) \quad (1,1) \quad (-2,-3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.96.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5,2) \quad (3,-5) \quad (-4,-2) \quad (3,4) \quad (4,-3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.97.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,1) \quad (1,1) \quad (-1,-1) \quad (1,-1) \quad (0,-1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.98.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2,2) \quad (-4,3) \quad (0,2) \quad (-3,3) \quad (4,4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.99.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-5) \quad (0,2) \quad (3,0) \quad (-2,3) \quad (4,-3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.100.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,1) \quad (-1,3) \quad (1,-2) \quad (-1,-3) \quad (-2,-3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.101.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1,2) \quad (2,4) \quad (-2,0) \quad (1,3) \quad (-4,-5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.102.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,1) \quad (1,3) \quad (0,2) \quad (4,3) \quad (-3,-1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.103.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3,-4) \quad (-1,2) \quad (1,-1) \quad (-3,-4) \quad (-1,3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.104.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,-5) \quad (-5,2) \quad (-3,4) \quad (-5,1) \quad (1,-1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.105.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,-1) \quad (-4,-2) \quad (4,3) \quad (3,2) \quad (2,-4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.106.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,4) \quad (-3,-1) \quad (-5,-5) \quad (-5,4) \quad (0,-1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.107.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1,-5)\ \ (3,3)\ \ (-3,4)\ \ (1,0)\ \ (-4,2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.108.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3,-3)\ \ (-1,-5)\ \ (0,0)\ \ (4,0)\ \ (4,1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.109.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3,-3)\ \ (-5,-5)\ \ (-4,-4)\ \ (-5,-3)\ \ (-4,4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.110.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-4,-1)\ \ (3,0)\ \ (-2,2)\ \ (0,-3)\ \ (3,-5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.111.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1,-4)\ \ (-2,0)\ \ (-4,-5)\ \ (-1,0)\ \ (1,0)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.112.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,1)\ \ (1,1)\ \ (4,-5)\ \ (2,-3)\ \ (-5,-2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.113.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1,0) \quad (-4,2) \quad (3,-1) \quad (4,-2) \quad (1,-5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.114.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,-5) \quad (2,-2) \quad (0,-3) \quad (1,-3) \quad (2,2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.115.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1,-1) \quad (-2,4) \quad (-3,-5) \quad (-4,4) \quad (-5,-3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.116.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(4,-1) \quad (-5,-4) \quad (1,0) \quad (2,4) \quad (4,0)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.117.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3,2) \quad (-4,0) \quad (3,4) \quad (2,4) \quad (4,4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.118.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1,4) \quad (1,-1) \quad (4,2) \quad (0,-3) \quad (-2,-1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.119.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1, -4) \quad (1, -5) \quad (2, 4) \quad (1, -4) \quad (2, 0)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.120.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, -4) \quad (-1, -5) \quad (3, -1) \quad (3, -5) \quad (-5, -5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.121.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5, -4) \quad (4, 0) \quad (2, -1) \quad (0, -3) \quad (-3, -5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.122.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, 1) \quad (-3, 3) \quad (1, 4) \quad (-2, 3) \quad (-1, -5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.123.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3, 0) \quad (-4, -1) \quad (-1, 1) \quad (3, -4) \quad (3, 0)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.124.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1, 2) \quad (1, -5) \quad (1, 3) \quad (-1, -1) \quad (4, -2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.125.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5, 2) \quad (3, 1) \quad (1, -1) \quad (-5, 2) \quad (-3, 2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

**Ejercicio 4.126.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1,0) \quad (3,-3) \quad (3,2) \quad (2,1) \quad (-5,-2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.127.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5,-2) \quad (-5,1) \quad (2,2) \quad (4,3) \quad (-2,-3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.128.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3,-3) \quad (-2,2) \quad (-4,2) \quad (-4,-1) \quad (2,-4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.129.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2,-5) \quad (-5,-5) \quad (-4,-5) \quad (-5,-3) \quad (3,-1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.130.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3,-2) \quad (-2,-4) \quad (-2,-2) \quad (2,0) \quad (-4,-1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.131.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1,-1) \quad (-2,-3) \quad (3,-2) \quad (-3,4) \quad (-4,-3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.132.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,3) \quad (3,-2) \quad (2,1) \quad (4,4) \quad (1,-5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.133.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,-5) \quad (2,1) \quad (2,0) \quad (-3,1) \quad (1,4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.134.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-4,2) \quad (1,0) \quad (4,-4) \quad (-4,-1) \quad (-2,-1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.135.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-3) \quad (2,0) \quad (-2,-2) \quad (-5,3) \quad (-2,-5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

**Ejercicio 4.136.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3,3) \quad (2,2) \quad (-4,-4) \quad (0,4) \quad (-1,1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.137.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3,0) \quad (-1,-5) \quad (3,0) \quad (1,0) \quad (2,-5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.138.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1,1) \quad (3,-1) \quad (2,-3) \quad (-4,1) \quad (-1,4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.139.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(4, -3) \quad (-4, 2) \quad (-3, 0) \quad (3, 3) \quad (-5, 2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.140.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(4, -4) \quad (-3, -3) \quad (4, 3) \quad (4, -1) \quad (-4, 1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.141.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2, 0) \quad (1, -1) \quad (2, -4) \quad (1, 2) \quad (-3, 2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.142.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5, -5) \quad (3, -2) \quad (-5, -4) \quad (-2, -4) \quad (-3, -2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.143.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0, 1) \quad (-2, -1) \quad (1, 0) \quad (-5, 0) \quad (-1, -1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.144.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-4, 1) \quad (2, 1) \quad (4, -4) \quad (-3, 4) \quad (2, 1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.145.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,0) \;\; (-2,-1) \;\; (-4,3) \;\; (-4,-2) \;\; (4,-4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

**Ejercicio 4.146.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1,3) \;\; (-4,-4) \;\; (0,0) \;\; (0,0) \;\; (1,2)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.147.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-5) \;\; (-2,-4) \;\; (-3,-2) \;\; (2,3) \;\; (-3,1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.148.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-4) \;\; (3,-2) \;\; (1,-2) \;\; (4,1) \;\; (0,-3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.149.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,3) \;\; (-5,4) \;\; (-5,1) \;\; (3,4) \;\; (4,-3)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.150.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3,2) \;\; (-2,-3) \;\; (2,-4) \;\; (-1,2) \;\; (-4,0)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.151.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3,-4)\ \ (4,-5)\ \ (3,2)\ \ (-2,4)\ \ (4,4)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.152.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-5)\ \ (3,-5)\ \ (-5,4)\ \ (0,0)\ \ (-5,-5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.153.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3,1)\ \ (-4,-2)\ \ (1,0)\ \ (1,-1)\ \ (-2,1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.154.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2,3)\ \ (-2,1)\ \ (-5,3)\ \ (1,4)\ \ (-5,1)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

**Ejercicio 4.155.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3,3)\ \ (-5,-5)\ \ (4,-5)\ \ (4,0)\ \ (-3,-5)$$

Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

# Capítulo 5. Lógica y Formalismo Matemático

**Ejercicio 5.1.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$p \wedge \neg r \vee p$$

**Ejercicio 5.2.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \rightarrow \neg(q \wedge q)$$

**Ejercicio 5.3.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \wedge (r \wedge r) \rightarrow \neg q$$

**Ejercicio 5.4.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(r \rightarrow (r \rightarrow q))$$

**Ejercicio 5.5.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \rightarrow (r \rightarrow p)$$

**Ejercicio 5.6.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$p \vee \neg r$$

**Ejercicio 5.7.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$r \wedge \neg(r \wedge r)$$

**Ejercicio 5.8.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$(p \vee q) \wedge \neg q \vee \neg p$$

**Ejercicio 5.9.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$(\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)) \vee p$$

**Ejercicio 5.10.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \to q) \to ((r \to q) \to q)$$

**Ejercicio 5.11.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg p \vee (p \to r \wedge r)$$

**Ejercicio 5.12.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \vee (p \vee q \to q \vee r)$$

**Ejercicio 5.13.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$(p \wedge r) \wedge p$$

**Ejercicio 5.14.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \to p) \vee p$$

**Ejercicio 5.15.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$((p \to r) \wedge p) \wedge q$$

**Ejercicio 5.16.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$q \to \neg q$$

**Ejercicio 5.17.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg\neg(p \wedge r)$$

**Ejercicio 5.18.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg\neg\neg r$$

**Ejercicio 5.19.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$p \wedge (r \wedge q)$$

**Ejercicio 5.20.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg\neg(q \wedge r)$$

**Ejercicio 5.21.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(q \vee r)$$

**Ejercicio 5.22.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$(p \to q) \wedge ((p \wedge p) \wedge (q \to r))$$

**Ejercicio 5.23.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$((p \to p) \wedge q) \wedge \neg(r \vee p)$$

**Ejercicio 5.24.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$(r \wedge r \to \neg p) \wedge ((p \vee r) \wedge p)$$

**Ejercicio 5.25.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \to q)$$

**Ejercicio 5.26.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg((q \vee r) \vee r \wedge q)$$

**Ejercicio 5.27.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(\neg p \to r)$$

**Ejercicio 5.28.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$(q \wedge (q \to r)) \wedge ((p \to q) \to p)$$

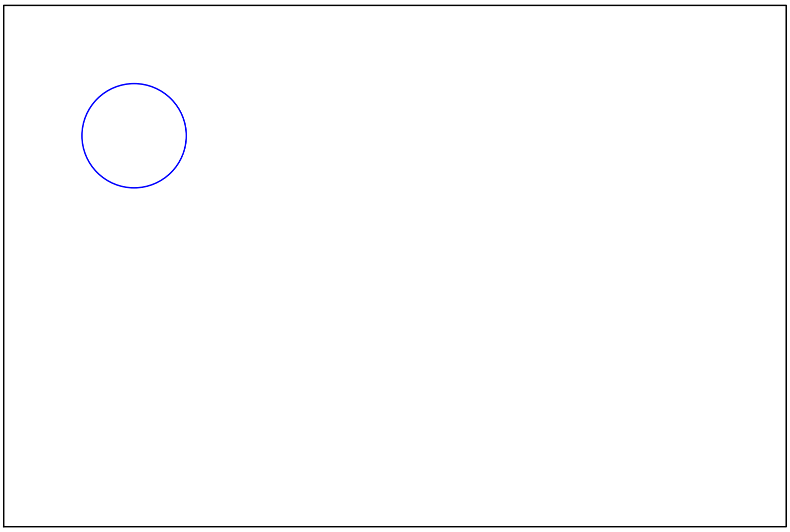
**Ejercicio 5.29.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$p \vee p \to \neg(p \wedge p)$$

**Ejercicio 5.30.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

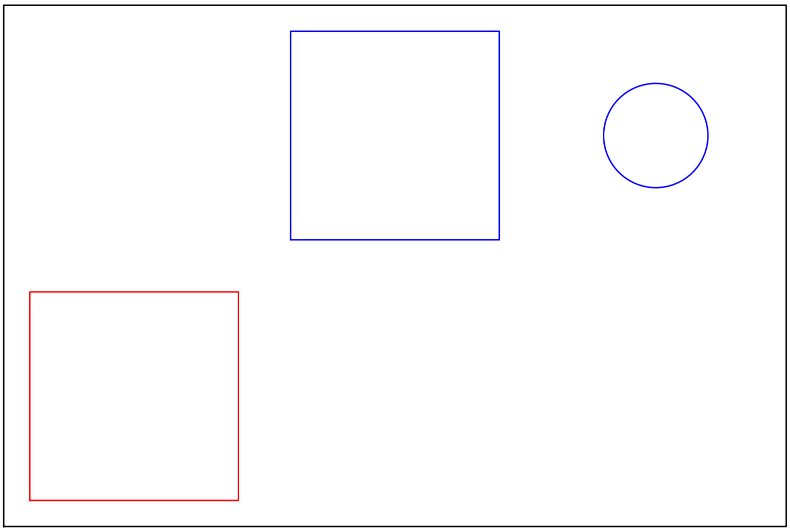
$$\neg(p \to r)$$

**Ejercicio 5.31.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Existe un elemento circular y pequeño
2. Todos los elementos son grandes
3. Existe un elemento pequeño y azul
4. Todos los elementos circulares son grandes

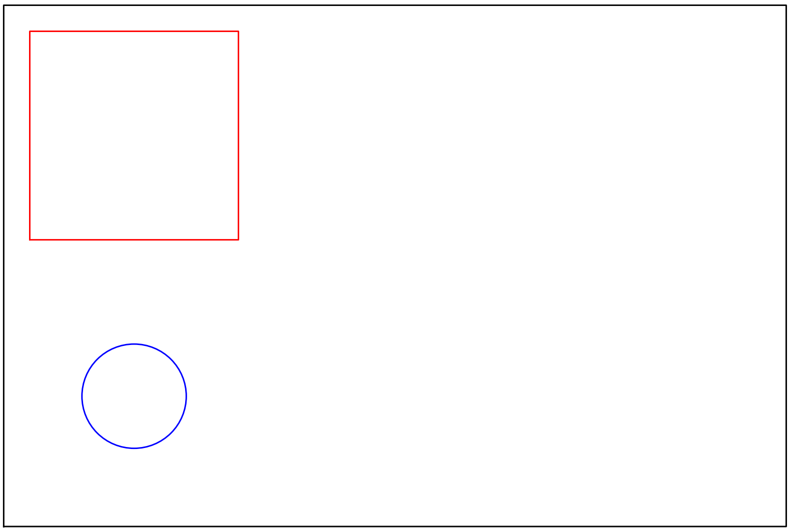
**Ejercicio 5.32.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son cuadrados y grandes
2. Todos los elementos son rojos

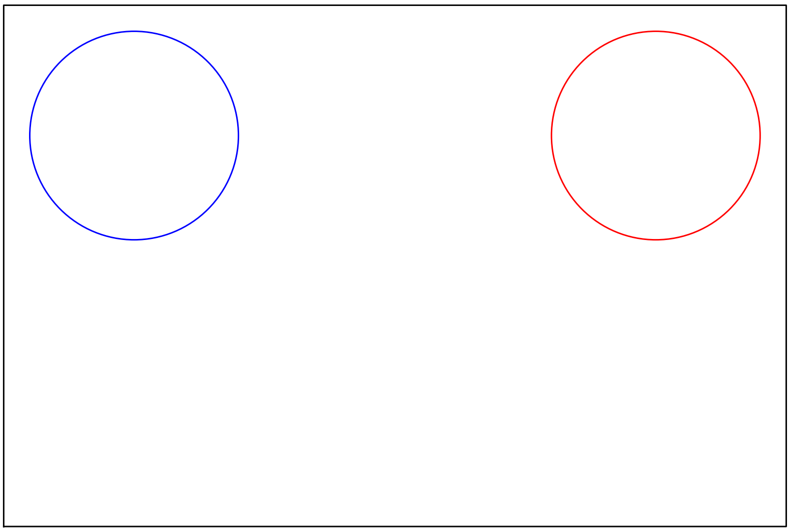
3. Existe un elemento cuadrado y grande
4. Existe un elemento rojo y cuadrado

**Ejercicio 5.33.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



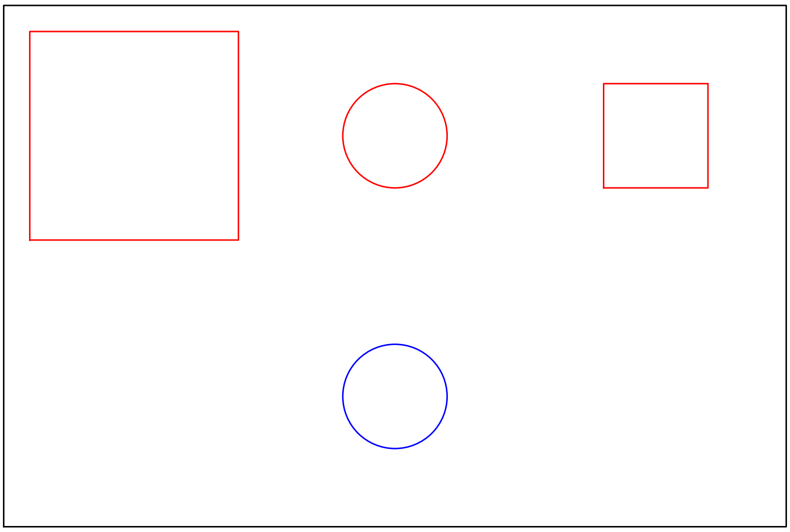
1. Todos los elementos cuadrados son grandes
2. Todos los elementos son pequeños y azules
3. Todos los elementos son rojos y cuadrados
4. Todos los elementos grandes son rojos

**Ejercicio 5.34.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



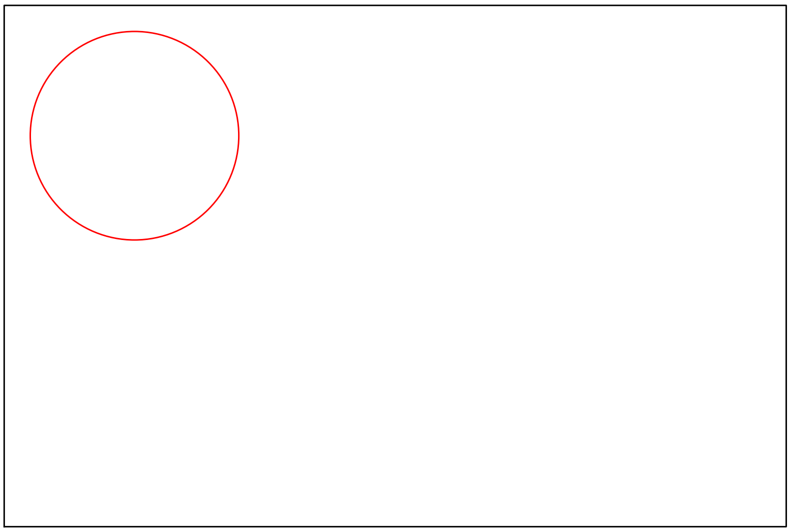
1. Existe un elemento circular y grande
2. Todos los elementos son circulares y pequeños
3. Existe un elemento azul y circular
4. Todos los elementos son azules

**Ejercicio 5.35.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



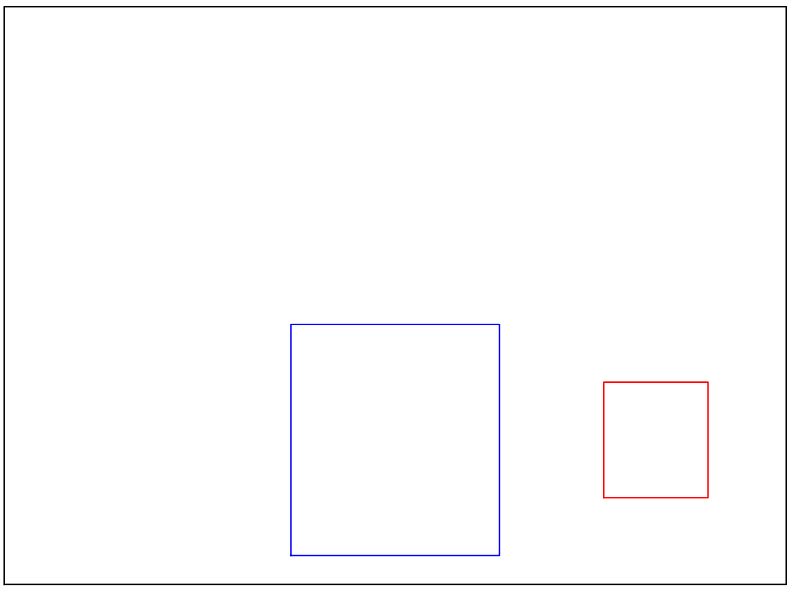
1. Existe un elemento rojo y cuadrado
2. Todos los elementos son rojos y circulares
3. Todos los elementos son azules y cuadrados
4. Todos los elementos azules son circulares

**Ejercicio 5.36.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son circulares
2. Existe un elemento grande y azul
3. Existe un elemento azul y circular
4. Existe un elemento circular y grande

**Ejercicio 5.37.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

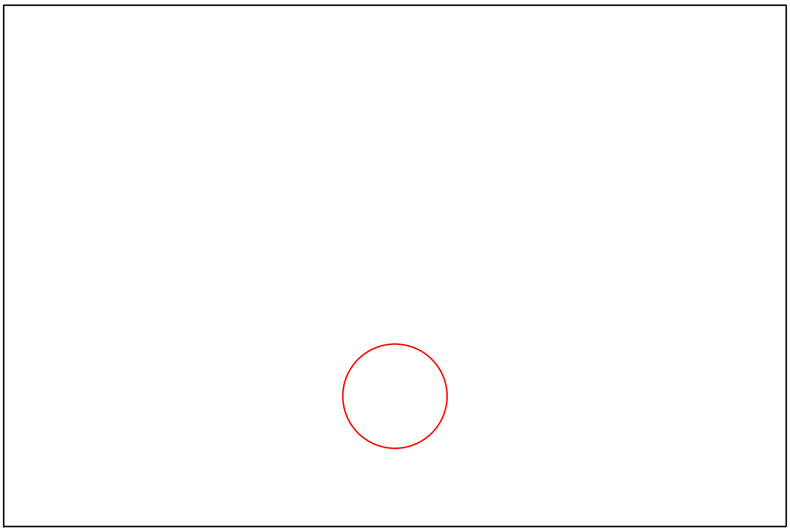


1. Existe un elemento cuadrado y grande
2. Todos los elementos son grandes

3. Todos los elementos circulares son grandes

4. Existe un elemento grande y rojo

**Ejercicio 5.38.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



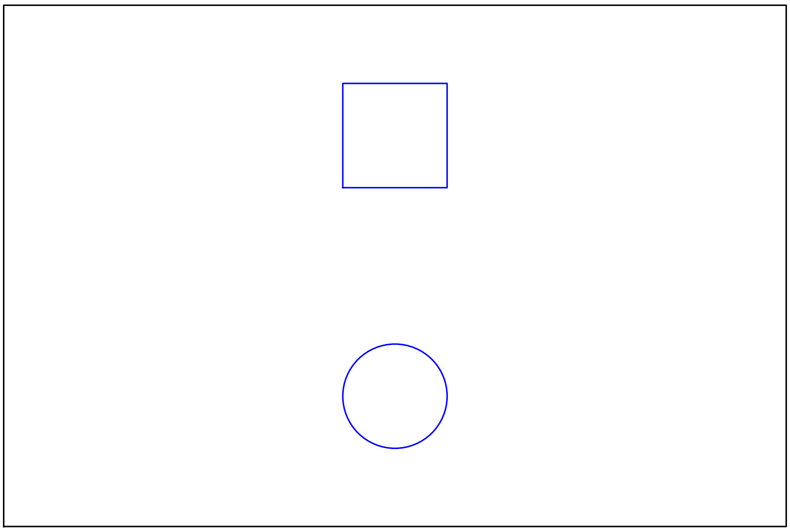
1. Existe un elemento grande y azul

2. Todos los elementos son pequeños y azules

3. Todos los elementos pequeños son rojos

4. Todos los elementos son pequeños

**Ejercicio 5.39.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son circulares y grandes

2. Todos los elementos rojos son cuadrados

3. Todos los elementos son pequeños

4. Todos los elementos son circulares y pequeños

**Ejercicio 5.40.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

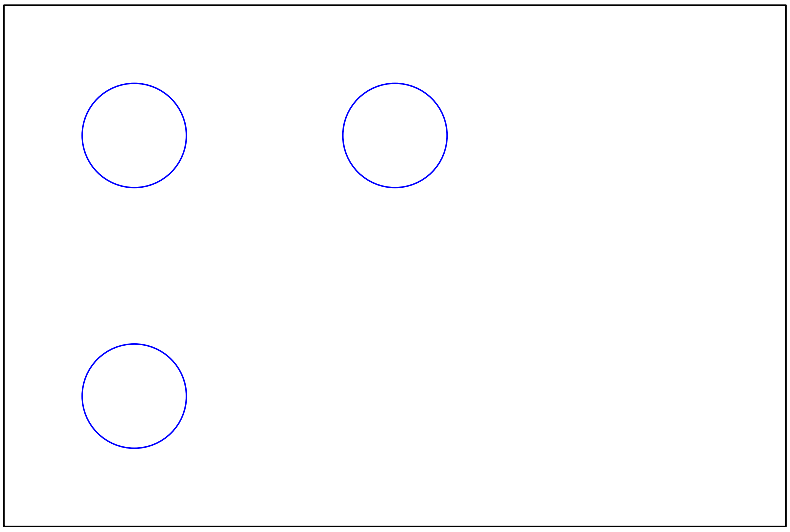
1. Todos los elementos son cuadrados

2. Todos los elementos son rojos y circulares

3. Todos los elementos pequeños son azules

4. Existe un elemento grande y azul

**Ejercicio 5.41.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



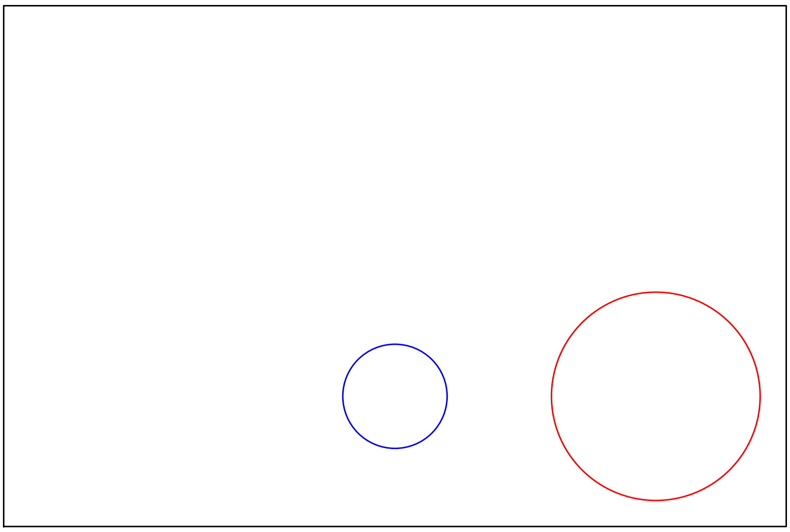
1. Todos los elementos cuadrados son pequeños

2. Todos los elementos pequeños son rojos

3. Existe un elemento azul y circular

4. Todos los elementos son cuadrados y grandes

**Ejercicio 5.42.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



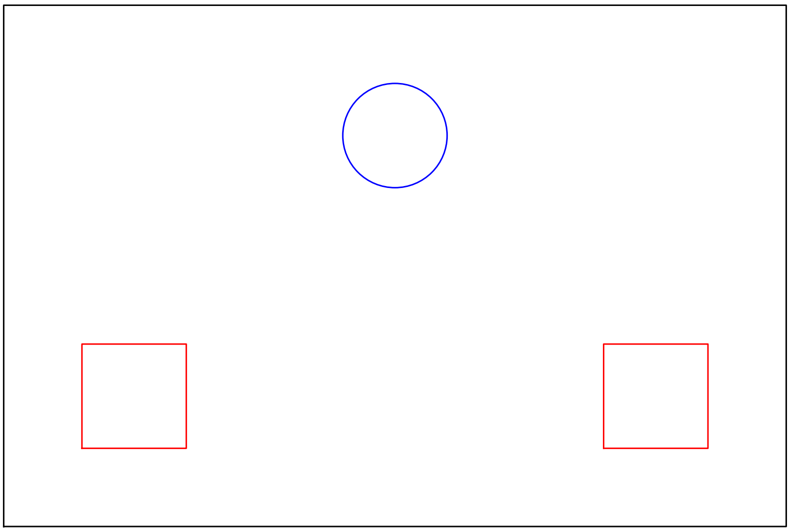
1. Todos los elementos rojos son cuadrados

2. Existe un elemento circular y grande

3. Existe un elemento pequeño y azul

4. Todos los elementos circulares son grandes

**Ejercicio 5.43.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



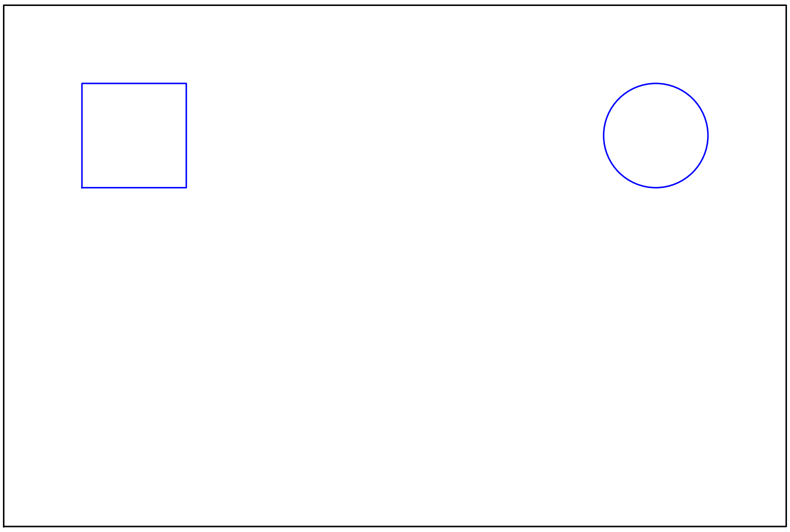
1. Todos los elementos cuadrados son pequeños

2. Existe un elemento rojo y cuadrado

3. Existe un elemento grande y rojo

4. Existe un elemento rojo y circular

**Ejercicio 5.44.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



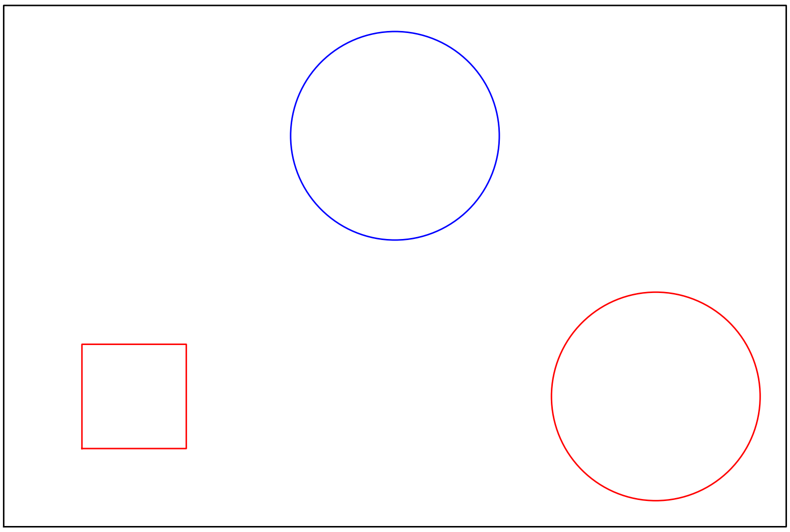
1. Existe un elemento grande y rojo

2. Todos los elementos son azules

3. Todos los elementos rojos son circulares

4. Todos los elementos son circulares y pequeños

**Ejercicio 5.45.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



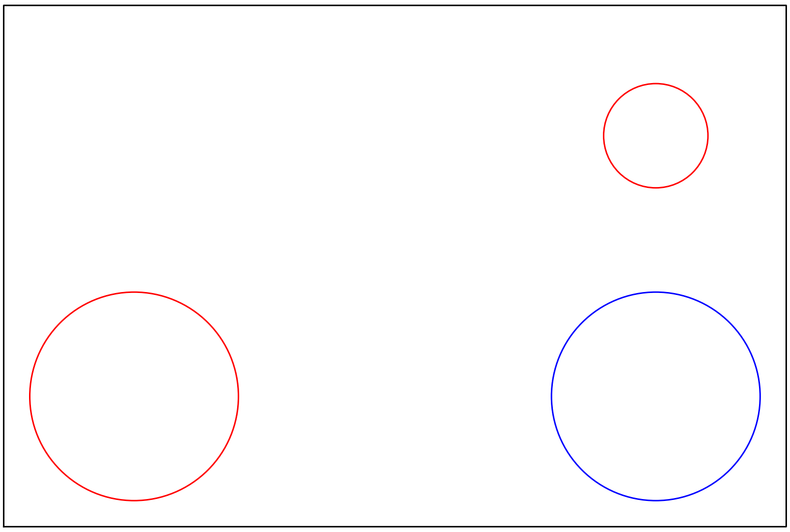
1. Todos los elementos circulares son pequeños

2. Todos los elementos grandes son azules

3. Todos los elementos circulares son grandes

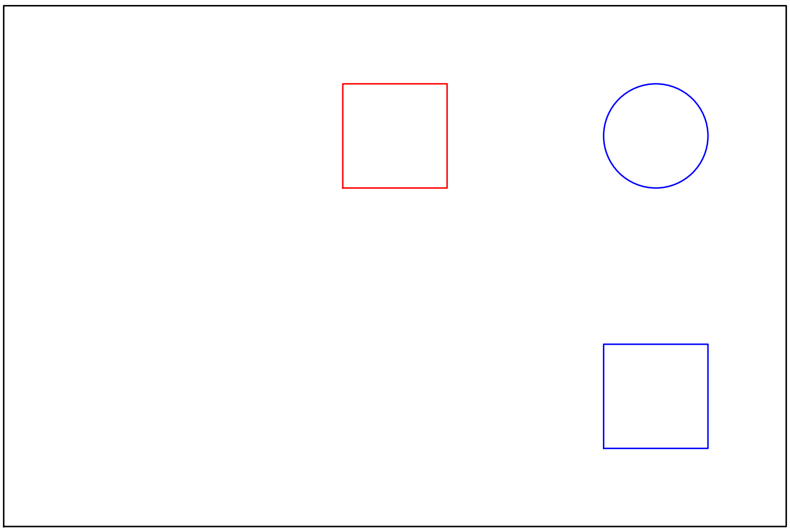
4. Existe un elemento azul y circular

**Ejercicio 5.46.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son circulares
2. Todos los elementos son rojos y circulares
3. Existe un elemento grande y azul
4. Todos los elementos son grandes

**Ejercicio 5.47.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

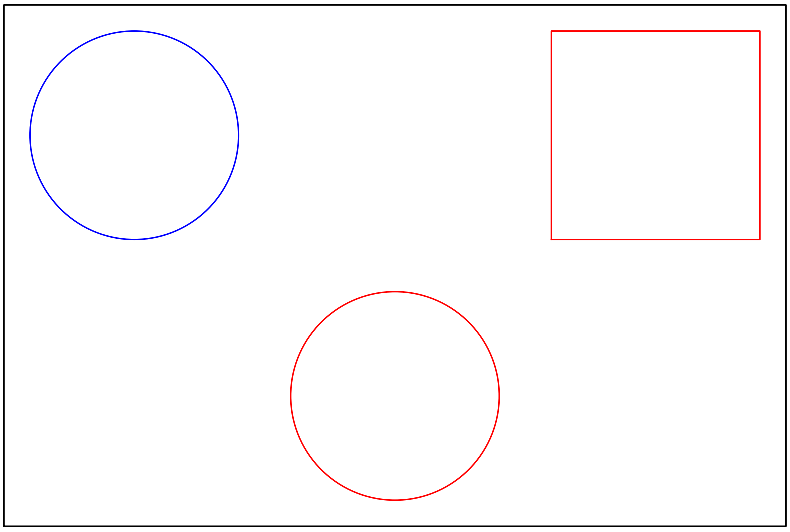


1. Existe un elemento azul y cuadrado
2. Todos los elementos son pequeños y azules

3. Existe un elemento pequeño y rojo

4. Todos los elementos son cuadrados y grandes

**Ejercicio 5.48.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son grandes y rojos

2. Existe un elemento azul y cuadrado

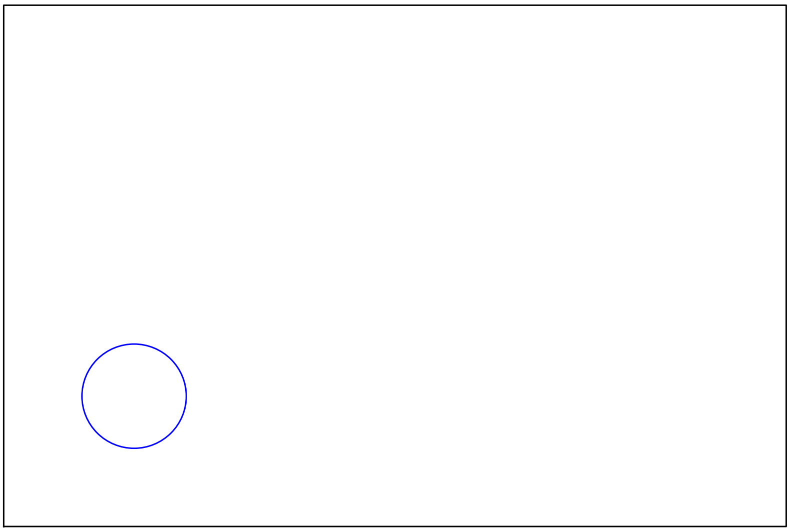
3. Existe un elemento grande y azul

4. Todos los elementos pequeños son rojos

**Ejercicio 5.49.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

1. Todos los elementos son cuadrados y grandes
2. Existe un elemento pequeño y rojo
3. Existe un elemento grande y rojo
4. Todos los elementos circulares son grandes

**Ejercicio 5.50.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

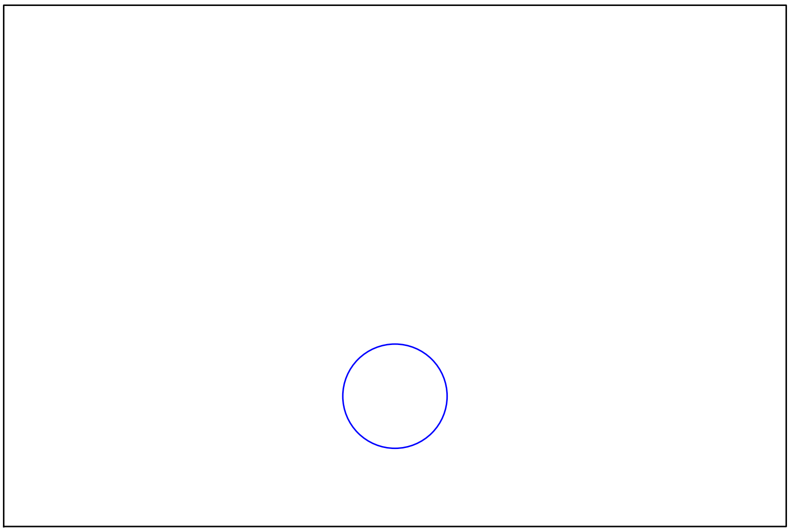


1. Todos los elementos rojos son cuadrados
2. Existe un elemento rojo y circular

3. Todos los elementos son circulares y grandes

4. Todos los elementos son circulares

**Ejercicio 5.51.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



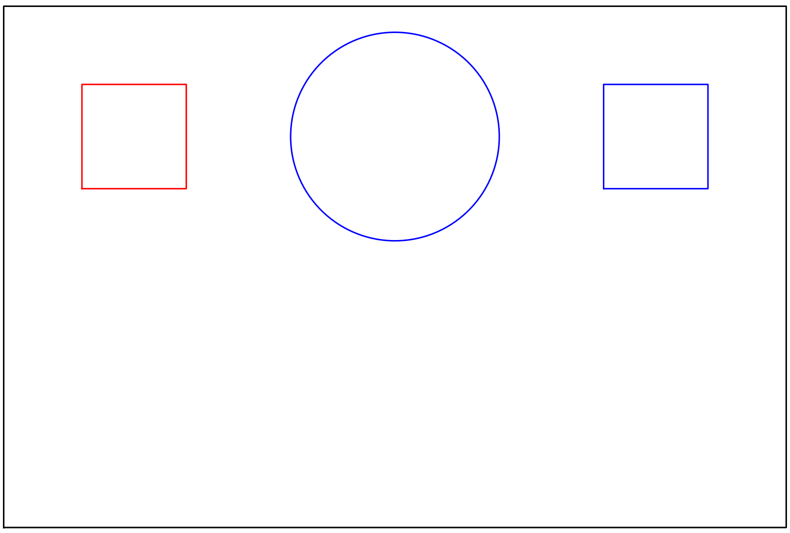
1. $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$

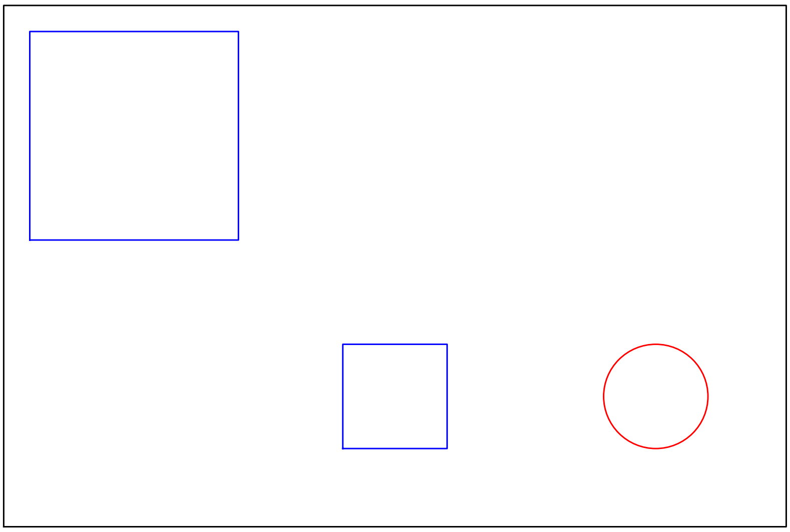
4. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$

**Ejercicio 5.52.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



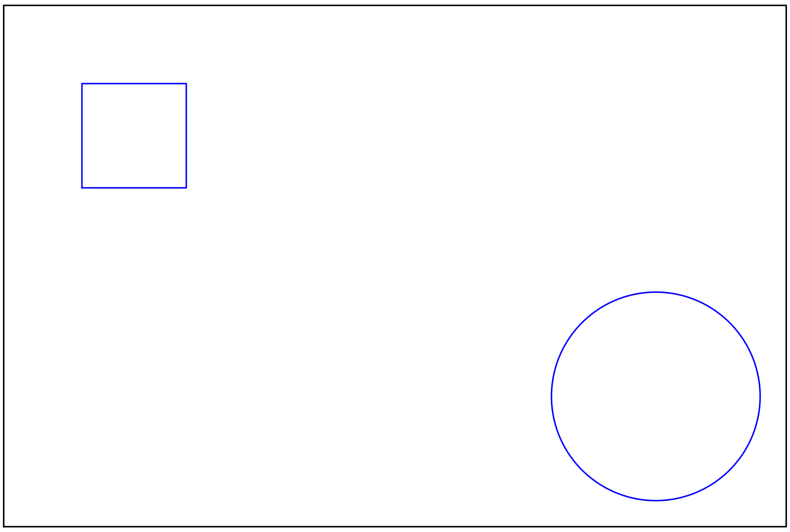
1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$

**Ejercicio 5.53.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



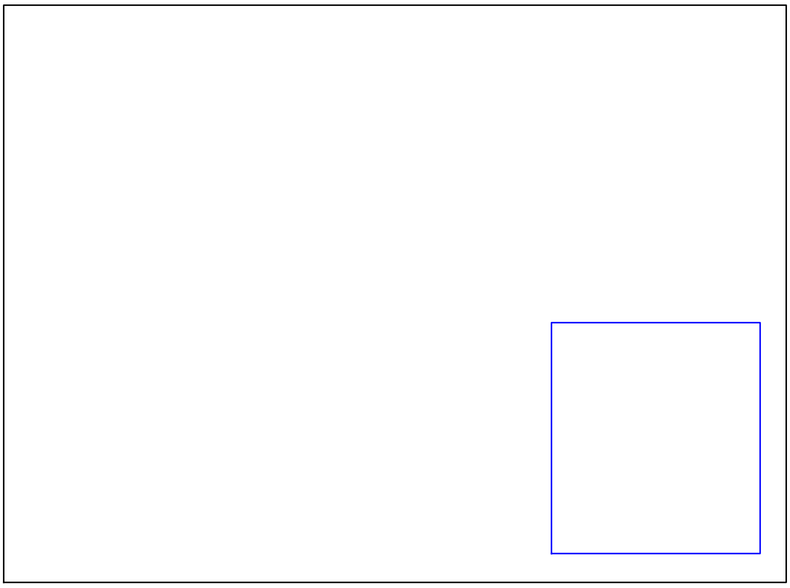
1. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$

**Ejercicio 5.54.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

**Ejercicio 5.55.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

**Ejercicio 5.56.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

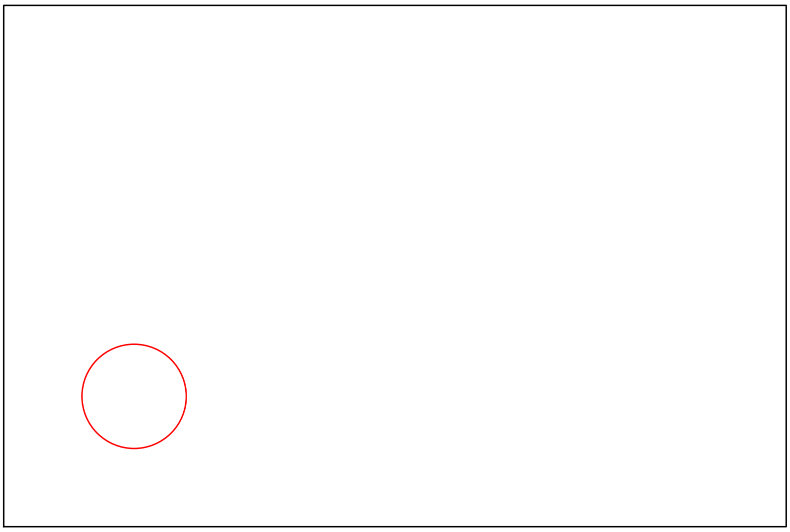
1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$

2. $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$

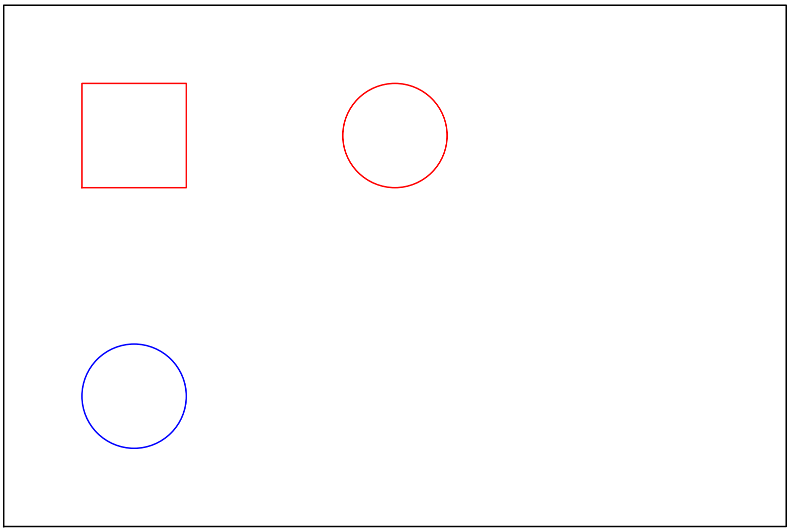
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

**Ejercicio 5.57.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$

**Ejercicio 5.58.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

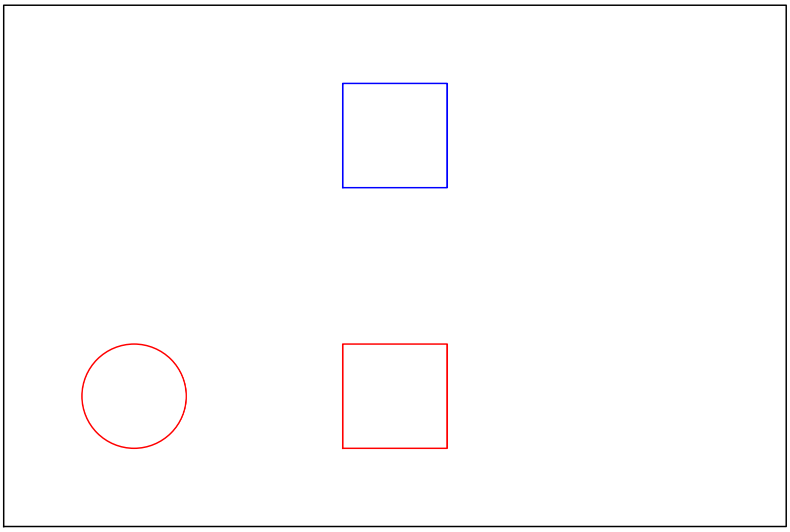


1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Grande}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$

**Ejercicio 5.59.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



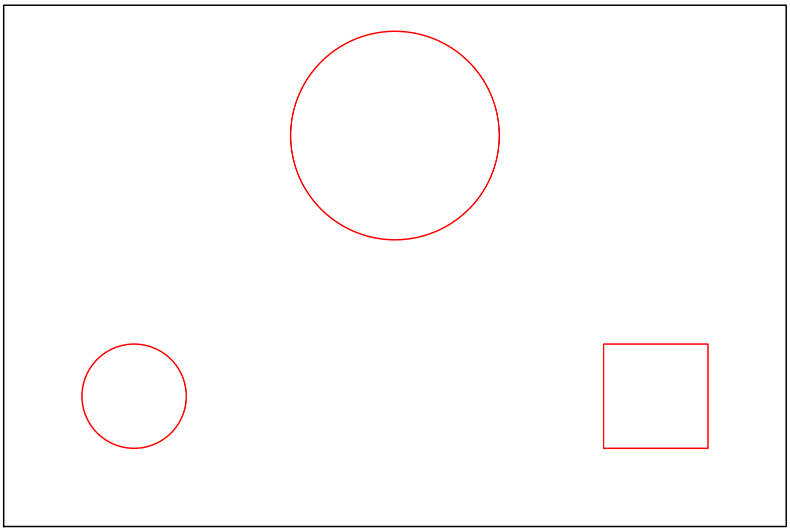
1. $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$

3. $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$

**Ejercicio 5.60.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



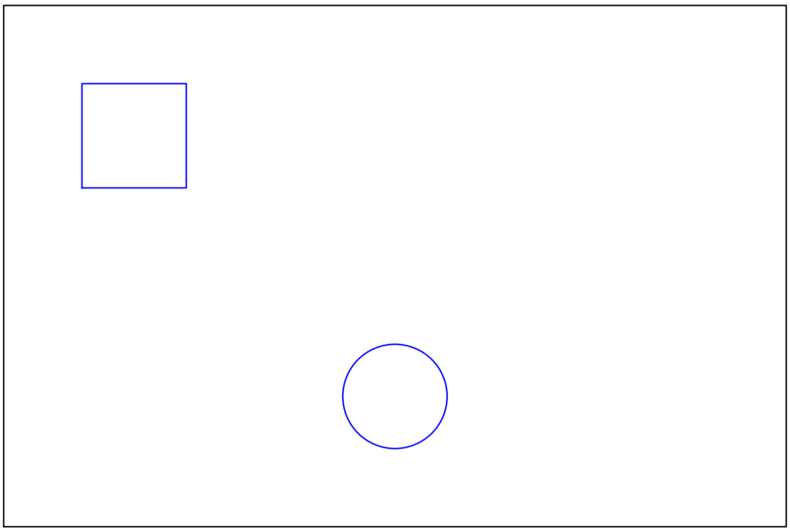
1. $\forall x, \textsf{Azul}(x) \to \textsf{Circ}(x)$

2. $\forall x, \textsf{Circ}(x) \to \textsf{Grande}(x)$

3. $\exists x, \textsf{Grande}(x) \land \textsf{Rojo}(x)$

4. $\forall x, \textsf{Grande}(x) \land \textsf{Rojo}(x)$

**Ejercicio 5.61.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



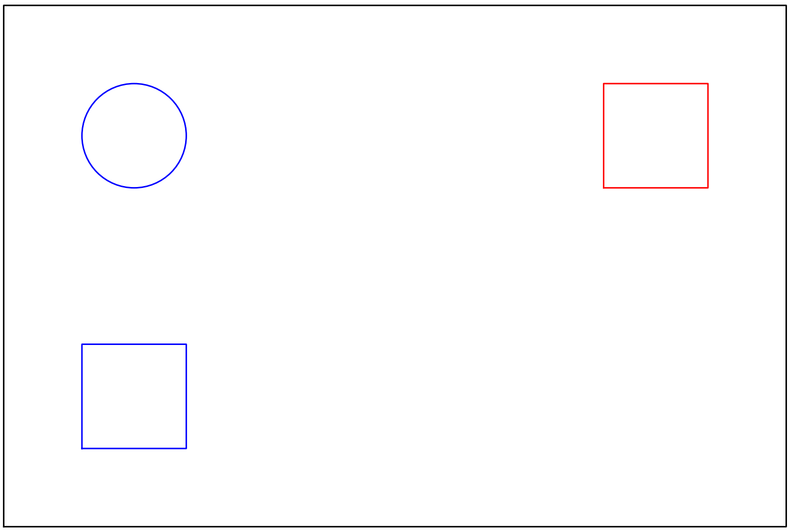
1. $\forall x, \textsf{Azul}(x)$

2. $\forall x, \textsf{Circ}(x) \to \textsf{Peq}(x)$

3. $\forall x, \textsf{Circ}(x) \land \textsf{Grande}(x)$

4. $\forall x, \textsf{Rojo}(x) \land \textsf{Circ}(x)$

**Ejercicio 5.62.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



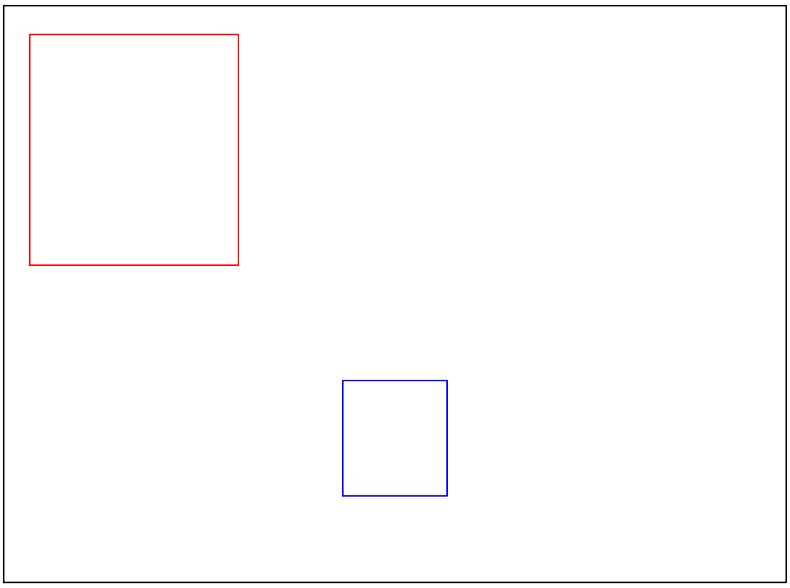
1. $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$

3. $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$

**Ejercicio 5.63.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



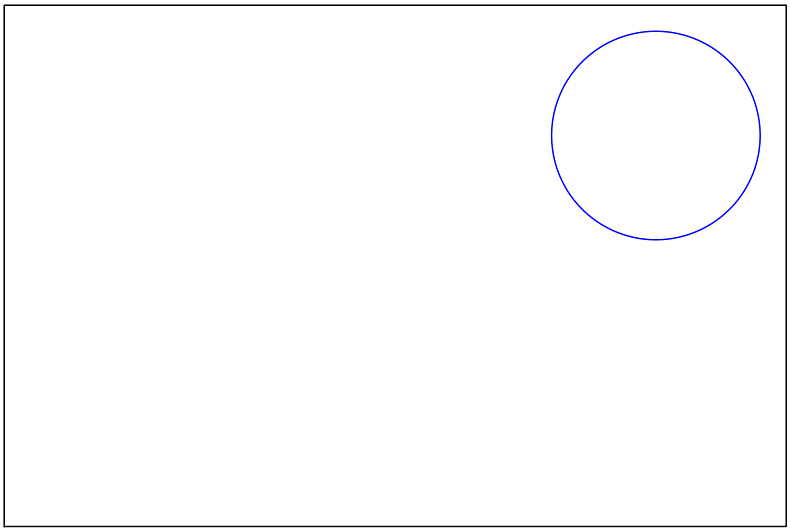
1. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$

2. $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$

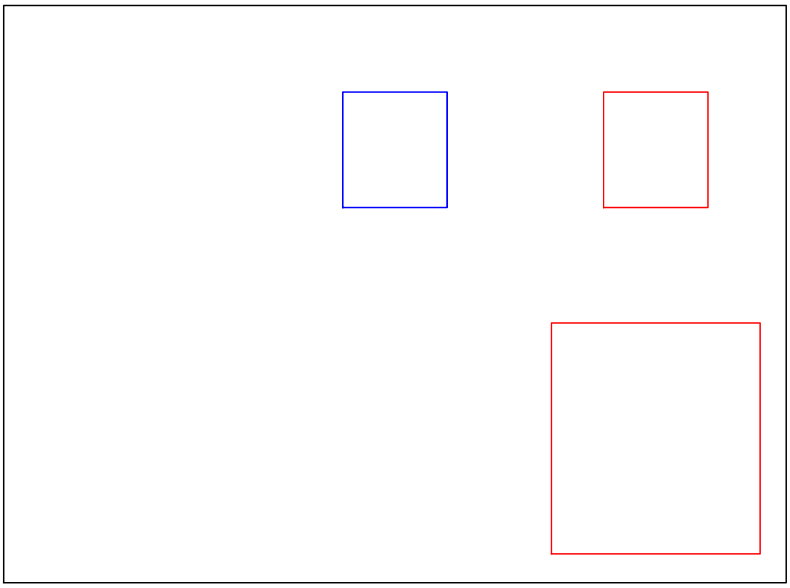
4. $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$

**Ejercicio 5.64.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



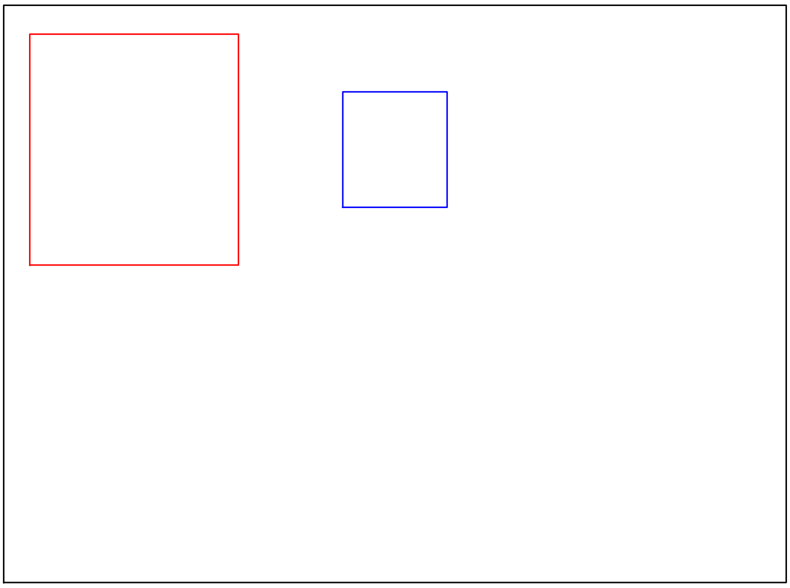
1. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$

**Ejercicio 5.65.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$

**Ejercicio 5.66.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



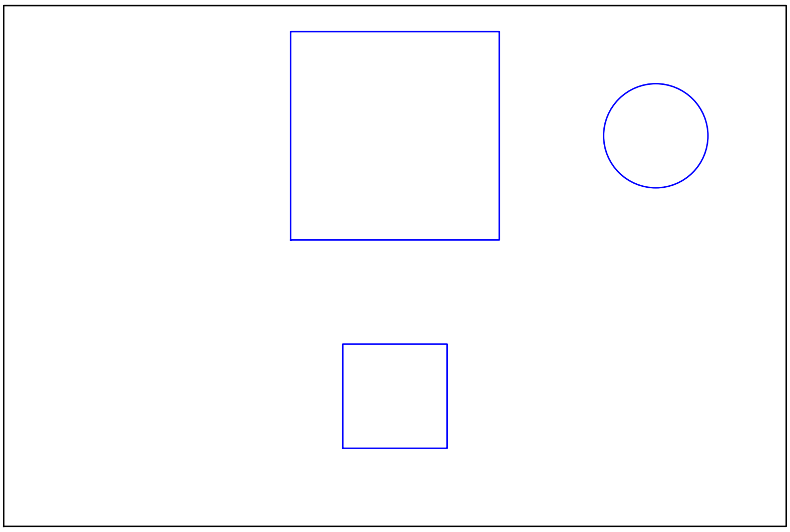
1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$

**Ejercicio 5.67.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



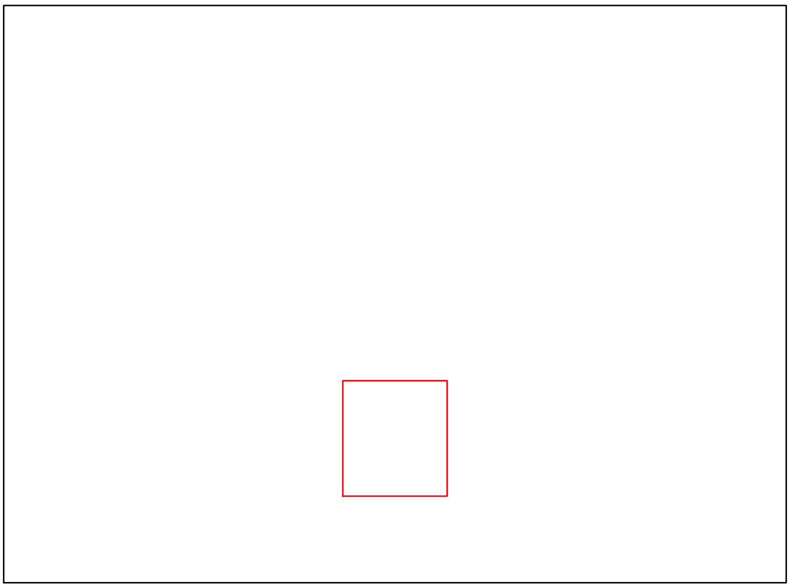
1. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$

4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

**Ejercicio 5.68.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



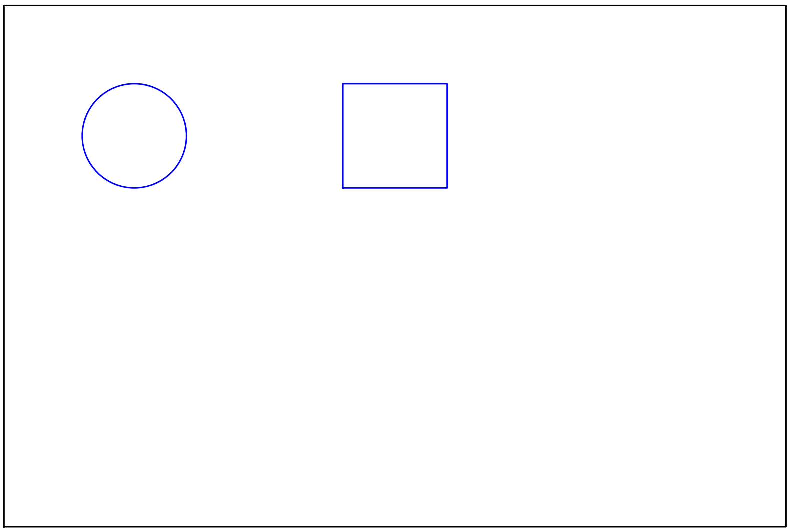
1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

**Ejercicio 5.69.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



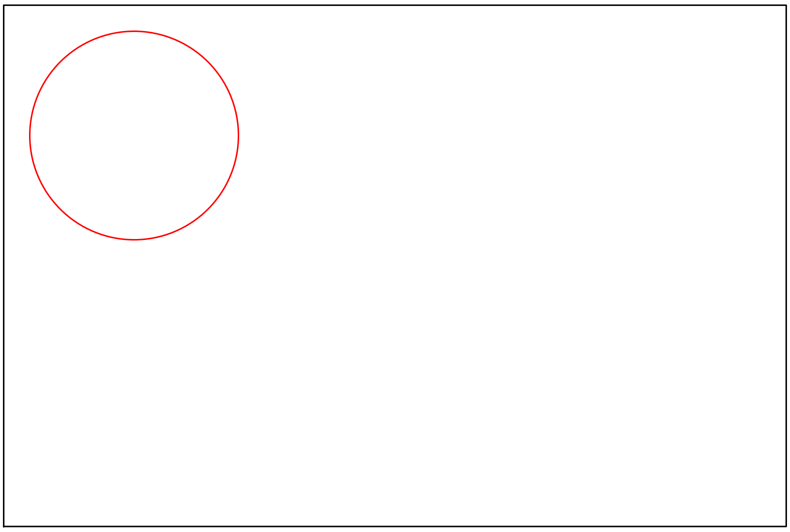
1. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$

3. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$

**Ejercicio 5.70.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$

4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

**Ejercicio 5.71.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 - 74n$, siendo $a_n = 2n - 75$

**Ejercicio 5.72.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -15n^2$, siendo $a_n = -30n + 15$

**Ejercicio 5.73.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 - 2n$, siendo $a_n = -2n - 1$

**Ejercicio 5.74.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

**Ejercicio 5.75.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

**Ejercicio 5.76.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 - 122n$, siendo $a_n = -2n - 121$

**Ejercicio 5.77.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2$, siendo $a_n = -2n + 1$

**Ejercicio 5.78.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -5n^2 + n$, siendo $a_n = -10n + 6$

**Ejercicio 5.79.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + 2n$, siendo $a_n = 2n + 1$

**Ejercicio 5.80.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + n$, siendo $a_n = 2n$

**Ejercicio 5.81.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

**Ejercicio 5.82.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + n$, siendo $a_n = 2n$

**Ejercicio 5.83.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2$, siendo $a_n = -2n + 1$

**Ejercicio 5.84.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2$, siendo $a_n = 2n - 1$

**Ejercicio 5.85.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 3n^2 - 6n$, siendo $a_n = 6n - 9$

**Ejercicio 5.86.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 10n^2$, siendo $a_n = 20n - 10$

**Ejercicio 5.87.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 + n$, siendo $a_n = -4n + 3$

**Ejercicio 5.88.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 - 2n$, siendo $a_n = 2n - 3$

**Ejercicio 5.89.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 5n^2 - n$, siendo $a_n = 10n - 6$

**Ejercicio 5.90.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

**Ejercicio 5.91.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 + 9n$, siendo $a_n = 4n + 7$

**Ejercicio 5.92.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2$, siendo $a_n = 2n - 1$

**Ejercicio 5.93.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 4n^2 + 6n$, siendo $a_n = 8n + 2$

**Ejercicio 5.94.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 77n^2 + n$, siendo $a_n = 154n - 76$

**Ejercicio 5.95.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 + n$, siendo $a_n = 4n - 1$

**Ejercicio 5.96.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 7n^2 - n$, siendo $a_n = 14n - 8$

**Ejercicio 5.97.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 - n$, siendo $a_n = -4n + 1$

**Ejercicio 5.98.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 4n^2 + 52n$, siendo $a_n = 8n + 48$

**Ejercicio 5.99.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 13n^2 + 6n$, siendo $a_n = 26n - 7$

**Ejercicio 5.100.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 + n$, siendo $a_n = -4n + 3$

# Parte II

# Ejercicios Resueltos

## Capítulo 1. Números, Polinomios y Funciones

**Ejercicio 1.1.** Dado el número decimal 54, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 54 | 0 |
| 27 | 1 |
| 13 | 1 |
| 6 | 0 |
| 3 | 1 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b110110 □

**Ejercicio 1.2.** Dado el número decimal 99, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 99 | 1 |
| 49 | 1 |
| 24 | 0 |
| 12 | 0 |
| 6 | 0 |
| 3 | 1 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b1100011 □

**Ejercicio 1.3.** Dado el número decimal 69, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 69 | 1 |
| 34 | 0 |
| 17 | 1 |
| 8 | 0 |
| 4 | 0 |
| 2 | 0 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b1000101 □

**Ejercicio 1.4.** Dado el número decimal 54, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 54 | 0 |
| 27 | 1 |
| 13 | 1 |
| 6 | 0 |
| 3 | 1 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b110110 □

**Ejercicio 1.5.** Dado el número decimal 78, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 78 | 0 |
| 39 | 1 |
| 19 | 1 |
| 9 | 1 |
| 4 | 0 |
| 2 | 0 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b1001110 □

**Ejercicio 1.6.** Dado el número decimal 65, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 65 | 1 |
| 32 | 0 |
| 16 | 0 |
| 8 | 0 |
| 4 | 0 |
| 2 | 0 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b1000001 □

**Ejercicio 1.7.** Dado el número decimal 84, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 84 | 0 |
| 42 | 0 |
| 21 | 1 |
| 10 | 0 |
| 5 | 1 |
| 2 | 0 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b1010100 □

**Ejercicio 1.8.** Dado el número decimal 81, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 81 | 1 |
| 40 | 0 |
| 20 | 0 |
| 10 | 0 |
| 5 | 1 |
| 2 | 0 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b1010001 □

**Ejercicio 1.9.** Dado el número decimal 96, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 96 | 0 |
| 48 | 0 |
| 24 | 0 |
| 12 | 0 |
| 6 | 0 |
| 3 | 1 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b1100000 □

**Ejercicio 1.10.** Dado el número decimal 36, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 36 | 0 |
| 18 | 0 |
| 9 | 1 |
| 4 | 0 |
| 2 | 0 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b100100 □

**Ejercicio 1.11.** Dado el número decimal 46, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 46 | 0 |
| 23 | 1 |
| 11 | 1 |
| 5 | 1 |
| 2 | 0 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b101110 □

**Ejercicio 1.12.** Dado el número decimal 99, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 99 | 1 |
| 49 | 1 |
| 24 | 0 |
| 12 | 0 |
| 6 | 0 |
| 3 | 1 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b1100011 □

**Ejercicio 1.13.** Dado el número decimal 62, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 62 | 0 |
| 31 | 1 |
| 15 | 1 |
| 7 | 1 |
| 3 | 1 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b111110 □

**Ejercicio 1.14.** Dado el número decimal 62, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 62 | 0 |
| 31 | 1 |
| 15 | 1 |
| 7 | 1 |
| 3 | 1 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b111110 □

**Ejercicio 1.15.** Dado el número decimal 44, encuentra su representación binaria.

*Solución.* Para encontrar la representación binaria del número, lo pondremos en una columna, en la que iremos dividiendo por dos en cada paso. A la derecha pondremos un uno si el número es impar o un cero si el número es par (es decir, el resto de la división por 2). Estos ceros y unos serán la representación binaria del número leídos desde abajo. La tabla en este caso es la siguiente:

| mitades | cifras |
|---:|---:|
| 44 | 0 |
| 22 | 0 |
| 11 | 1 |
| 5 | 1 |
| 2 | 0 |
| 1 | 1 |

El resultado es pues : 0b101100 □

**Ejercicio 1.16.** Dado el número binario $0b1000111$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 0 | 2 |
| 0 | 4 |
| 0 | 8 |
| 1 | 17 |
| 1 | 35 |
| 1 | 71 |

El resultado es pues : 71 □

**Ejercicio 1.17.** Dado el número binario $0b1001000$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 0 | 2 |
| 0 | 4 |
| 1 | 9 |
| 0 | 18 |
| 0 | 36 |
| 0 | 72 |

El resultado es pues : 72 □

**Ejercicio 1.18.** Dado el número binario $0b1010100$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 0 | 2 |
| 1 | 5 |
| 0 | 10 |
| 1 | 21 |
| 0 | 42 |
| 0 | 84 |

El resultado es pues : 84 □

**Ejercicio 1.19.** Dado el número binario $0b101010$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 0 | 2 |
| 1 | 5 |
| 0 | 10 |
| 1 | 21 |
| 0 | 42 |

El resultado es pues : 42 $\square$

**Ejercicio 1.20.** Dado el número binario $0b110110$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 1 | 3 |
| 0 | 6 |
| 1 | 13 |
| 1 | 27 |
| 0 | 54 |

El resultado es pues : 54 $\square$

**Ejercicio 1.21.** Dado el número binario $0b110100$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 1 | 3 |
| 0 | 6 |
| 1 | 13 |
| 0 | 26 |
| 0 | 52 |

El resultado es pues : 52 $\square$

**Ejercicio 1.22.** Dado el número binario $0b1000010$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 0 | 2 |
| 0 | 4 |
| 0 | 8 |
| 0 | 16 |
| 1 | 33 |
| 0 | 66 |

El resultado es pues : 66 □

**Ejercicio 1.23.** Dado el número binario $0b1010111$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 0 | 2 |
| 1 | 5 |
| 0 | 10 |
| 1 | 21 |
| 1 | 43 |
| 1 | 87 |

El resultado es pues : 87 □

**Ejercicio 1.24.** Dado el número binario $0b1000001$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 0 | 2 |
| 0 | 4 |
| 0 | 8 |
| 0 | 16 |
| 0 | 32 |
| 1 | 65 |

El resultado es pues : 65 □

**Ejercicio 1.25.** Dado el número binario $0b1010010$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 0 | 2 |
| 1 | 5 |
| 0 | 10 |
| 0 | 20 |
| 1 | 41 |
| 0 | 82 |

El resultado es pues : 82 □

**Ejercicio 1.26.** Dado el número binario $0b110111$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 1 | 3 |
| 0 | 6 |
| 1 | 13 |
| 1 | 27 |
| 1 | 55 |

El resultado es pues : 55 □

**Ejercicio 1.27.** Dado el número binario $0b1100001$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 1 | 3 |
| 0 | 6 |
| 0 | 12 |
| 0 | 24 |
| 0 | 48 |
| 1 | 97 |

El resultado es pues : 97 □

**Ejercicio 1.28.** Dado el número binario $0b101011$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 0 | 2 |
| 1 | 5 |
| 0 | 10 |
| 1 | 21 |
| 1 | 43 |

El resultado es pues : 43 □

**Ejercicio 1.29.** Dado el número binario $0b110111$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 1 | 3 |
| 0 | 6 |
| 1 | 13 |
| 1 | 27 |
| 1 | 55 |

El resultado es pues : 55 ☐

**Ejercicio 1.30.** Dado el número binario $0b101111$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Para encontrar la representación decimal de un número binario, ponemos en una tabla hacia abajo las cifras del número binario, desde la más significativa hasta la menos significativa. En la columna de la derecha empezamos poniendo un uno y en cada paso multiplicamos por dos y sumamos la cifra binaria que tenemos a la izquierda. El resultado es el que nos queda en la última casilla. Vamos a hacerlo en este caso:

| cifras | dobles |
|---:|---:|
| 1 | 1 |
| 0 | 2 |
| 1 | 5 |
| 1 | 11 |
| 1 | 23 |
| 1 | 47 |

El resultado es pues : 47 ☐

**Ejercicio 1.31.** Dado el número decimal 82, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 82 entre 16, que resulta ser: cociente $= 5$ y resto $= 2$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x52$ ☐

**Ejercicio 1.32.** Dado el número decimal 51, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 51 entre 16, que resulta ser: cociente $= 3$ y resto $= 3$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x33$ ☐

**Ejercicio 1.33.** Dado el número decimal 30, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 30 entre 16, que resulta ser: cociente $= 1$ y resto $= 14$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x1e$ ☐

**Ejercicio 1.34.** Dado el número decimal 64, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 64 entre 16, que resulta ser: cociente $= 4$ y resto $= 0$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x40$ ☐

**Ejercicio 1.35.** Dado el número decimal 72, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 72 entre 16, que resulta ser: cociente $= 4$ y resto $= 8$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x48$ □

**Ejercicio 1.36.** Dado el número decimal 95, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 95 entre 16, que resulta ser: cociente $= 5$ y resto $= 15$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x5f$ □

**Ejercicio 1.37.** Dado el número decimal 73, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 73 entre 16, que resulta ser: cociente $= 4$ y resto $= 9$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x49$ □

**Ejercicio 1.38.** Dado el número decimal 55, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 55 entre 16, que resulta ser: cociente $= 3$ y resto $= 7$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x37$ □

**Ejercicio 1.39.** Dado el número decimal 40, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 40 entre 16, que resulta ser: cociente $= 2$ y resto $= 8$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x28$ □

**Ejercicio 1.40.** Dado el número decimal 62, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 62 entre 16, que resulta ser: cociente $= 3$ y resto $= 14$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x3e$ □

**Ejercicio 1.41.** Dado el número decimal 47, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 47 entre 16, que resulta ser: cociente $= 2$ y resto $= 15$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x2f$ □

**Ejercicio 1.42.** Dado el número decimal 68, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 68 entre 16, que resulta ser: cociente $= 4$ y resto $= 4$. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x44$ □

**Ejercicio 1.43.** Dado el número decimal 90, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 90 entre 16, que resulta ser: cociente = 5 y resto = 10. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x5a$ □

**Ejercicio 1.44.** Dado el número decimal 33, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 33 entre 16, que resulta ser: cociente = 2 y resto = 1. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x21$ □

**Ejercicio 1.45.** Dado el número decimal 49, encuentra su representación hexadecimal.

*Solución.* Este número, al ser relativamente pequeño, lo podemos poner en hexadecimal con una única división. Calculamos el cociente y el resto de dividir 49 entre 16, que resulta ser: cociente = 3 y resto = 1. Por tanto la representación hexadecimal del número es $0x31$ □

**Ejercicio 1.46.** Dado el número hexadecimal $0x40$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $4 \cdot 16 + 0 = 64$ □

**Ejercicio 1.47.** Dado el número hexadecimal $0x32$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $3 \cdot 16 + 2 = 50$ □

**Ejercicio 1.48.** Dado el número hexadecimal $0x53$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $5 \cdot 16 + 3 = 83$ □

**Ejercicio 1.49.** Dado el número hexadecimal $0x2f$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $2 \cdot 16 + 15 = 47$ □

**Ejercicio 1.50.** Dado el número hexadecimal $0x2c$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $2 \cdot 16 + 12 = 44$ □

**Ejercicio 1.51.** Dado el número hexadecimal $0x23$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $2 \cdot 16 + 3 = 35$ □

**Ejercicio 1.52.** Dado el número hexadecimal $0x54$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $5 \cdot 16 + 4 = 84$ □

**Ejercicio 1.53.** Dado el número hexadecimal $0x55$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $5 \cdot 16 + 5 = 85$ □

**Ejercicio 1.54.** Dado el número hexadecimal $0x59$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $5 \cdot 16 + 9 = 89$ □

**Ejercicio 1.55.** Dado el número hexadecimal $0x37$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $3 \cdot 16 + 7 = 55$ □

**Ejercicio 1.56.** Dado el número hexadecimal $0x36$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $3 \cdot 16 + 6 = 54$ □

**Ejercicio 1.57.** Dado el número hexadecimal $0x3f$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $3 \cdot 16 + 15 = 63$ □

**Ejercicio 1.58.** Dado el número hexadecimal $0x42$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $4 \cdot 16 + 2 = 66$ □

**Ejercicio 1.59.** Dado el número hexadecimal $0x21$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $2 \cdot 16 + 1 = 33$ □

**Ejercicio 1.60.** Dado el número hexadecimal $0x48$, encuentra su representación decimal.

*Solución.* Como este número tiene sólo dos cifras, podemos ponerlo en decimal multiplicando la cifra más significativa por 16 y sumando la menos significativa, es decir $4 \cdot 16 + 8 = 72$ □

**Ejercicio 1.61.** Encuentra la factorización del número 37 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 37 & 37 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : 37 □

**Ejercicio 1.62.** Encuentra la factorización del número 81 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $3^4$ □

**Ejercicio 1.63.** Encuentra la factorización del número 98 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $2 \cdot 7^2$ □

**Ejercicio 1.64.** Encuentra la factorización del número 66 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|r} 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $2 \cdot 3 \cdot 11$ □

**Ejercicio 1.65.** Encuentra la factorización del número 69 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|r} 69 & 3 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $3 \cdot 23$ □

**Ejercicio 1.66.** Encuentra la factorización del número 79 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|r} 79 & 79 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : 79 □

**Ejercicio 1.67.** Encuentra la factorización del número 40 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $2^3 \cdot 5$ $\square$

**Ejercicio 1.68.** Encuentra la factorización del número 99 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|r} 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $3^2 \cdot 11$ $\square$

**Ejercicio 1.69.** Encuentra la factorización del número 67 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|r} 67 & 67 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : 67 $\square$

**Ejercicio 1.70.** Encuentra la factorización del número 48 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $2^4 \cdot 3$ $\square$

**Ejercicio 1.71.** Encuentra la factorización del número 92 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|r} 92 & 2 \\ 46 & 2 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $2^2 \cdot 23$ □

**Ejercicio 1.72.** Encuentra la factorización del número 64 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $2^6$ □

**Ejercicio 1.73.** Encuentra la factorización del número 61 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|r} 61 & 61 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : 61 □

**Ejercicio 1.74.** Encuentra la factorización del número 96 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $2^5 \cdot 3$ □

**Ejercicio 1.75.** Encuentra la factorización del número 73 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|r} 73 & 73 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : 73 □

**Ejercicio 1.76.** Encuentra la factorización del número 69 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|r} 69 & 3 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $3 \cdot 23$ □

**Ejercicio 1.77.** Encuentra la factorización del número 42 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $2 \cdot 3 \cdot 7$ □

**Ejercicio 1.78.** Encuentra la factorización del número 84 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $2^2 \cdot 3 \cdot 7$ □

**Ejercicio 1.79.** Encuentra la factorización del número 64 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : $2^6$ □

**Ejercicio 1.80.** Encuentra la factorización del número 53 en factores primos.

*Solución.* Para factorizar el número, empezamos por los factores pequeños y cada vez que un factor divide de forma exacta al número, hacemos la división y seguimos con el resto del número. Si no encontramos ningún factor más pequeño o igual a la raiz cuadrada del número, este es primo. Vamos a hacerlo en este caso:

$$\begin{array}{r|l} 53 & 53 \\ 1 & \end{array}$$

El resultado es pues : 53 $\square$

**Ejercicio 1.81.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{4+1}{-\frac{1}{13}+\frac{1}{5}}$$

*Solución.*

$$\frac{4+1}{-\frac{1}{13}+\frac{1}{5}} = \frac{5}{\frac{8}{65}} = \frac{325}{8}$$

$\square$

**Ejercicio 1.82.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{3}{2}+2}{4+1}$$

*Solución.*

$$\frac{\frac{3}{2}+2}{4+1} = \frac{\frac{7}{2}}{5} = \frac{7}{10}$$

$\square$

**Ejercicio 1.83.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{4+\frac{2}{3}}{10+1}$$

*Solución.*

$$\frac{4+\frac{2}{3}}{10+1} = \frac{\frac{14}{3}}{11} = \frac{14}{33}$$

$\square$

**Ejercicio 1.84.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{3+6}{\frac{1}{3}+1}$$

*Solución.*

$$\frac{3+6}{\frac{1}{3}+1} = \frac{9}{\frac{4}{3}} = \frac{27}{4}$$

$\square$

**Ejercicio 1.85.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+1}{-1+\frac{5}{2}}$$

*Solución.*

$$\frac{-1+1}{-1+\frac{5}{2}} = \frac{0}{\frac{3}{2}} = 0$$

□

**Ejercicio 1.86.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1+\frac{1}{9}}{\frac{1}{2}+1}$$

*Solución.*

$$\frac{1+\frac{1}{9}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{\frac{10}{9}}{\frac{3}{2}} = \frac{20}{27}$$

□

**Ejercicio 1.87.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-\frac{3}{4}+7}{2+\frac{1}{41}}$$

*Solución.*

$$\frac{-\frac{3}{4}+7}{2+\frac{1}{41}} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{83}{41}} = \frac{1025}{332}$$

□

**Ejercicio 1.88.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{29}}{\frac{3}{8}+\frac{1}{2}}$$

*Solución.*

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{29}}{\frac{3}{8}+\frac{1}{2}} = \frac{\frac{31}{58}}{\frac{7}{8}} = \frac{124}{203}$$

□

**Ejercicio 1.89.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-\frac{1}{28}+1}{\frac{1}{4}+\frac{2}{5}}$$

*Solución.*

$$\frac{-\frac{1}{28}+1}{\frac{1}{4}+\frac{2}{5}} = \frac{\frac{27}{28}}{\frac{13}{20}} = \frac{135}{91}$$

□

**Ejercicio 1.90.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+\frac{1}{26}}{1+2}$$

*Solución.*

$$\frac{-1+\frac{1}{26}}{1+2}=\frac{-\frac{25}{26}}{3}=-\frac{25}{78}$$

□

**Ejercicio 1.91.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-3+2}{-\frac{1}{2}+\frac{371}{4}}$$

*Solución.*

$$\frac{-3+2}{-\frac{1}{2}+\frac{371}{4}}=\frac{-1}{\frac{369}{4}}=-\frac{4}{369}$$

□

**Ejercicio 1.92.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}+4}$$

*Solución.*

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}+4}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{14}{3}}=\frac{9}{56}$$

□

**Ejercicio 1.93.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-2+\frac{11}{2}}{-\frac{3}{5}+1}$$

*Solución.*

$$\frac{-2+\frac{11}{2}}{-\frac{3}{5}+1}=\frac{\frac{7}{2}}{\frac{2}{5}}=\frac{35}{4}$$

□

**Ejercicio 1.94.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1+\frac{1}{2}}{-\frac{1}{5}+4}$$

*Solución.*

$$\frac{1+\frac{1}{2}}{-\frac{1}{5}+4}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{19}{5}}=\frac{15}{38}$$

□

**Ejercicio 1.95.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-\frac{3}{2}+1}{1+\frac{1}{121}}$$

*Solución.*
$$\frac{-\frac{3}{2}+1}{1+\frac{1}{121}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{122}{121}} = -\frac{121}{244}$$

□

**Ejercicio 1.96.** Simplifica la siguiente expresión:
$$-1\sqrt{\frac{5}{4}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{4}}$$

*Solución.*
$$-1\sqrt{\frac{5}{4}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{4}} = -1\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 5} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 5} =$$
$$-1 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{5} = -\frac{1}{4}\sqrt{5}$$

□

**Ejercicio 1.97.** Simplifica la siguiente expresión:
$$-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{125}{9}} + 4\sqrt{\frac{5}{4}}$$

*Solución.*
$$-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{125}{9}} + 4\sqrt{\frac{5}{4}} = -\frac{3}{2}\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 5} + 4\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 5} =$$
$$-\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{3}\sqrt{5} + 4 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{5} = -\frac{1}{2}\sqrt{5}$$

□

**Ejercicio 1.98.** Simplifica la siguiente expresión:
$$1\sqrt{\frac{3}{4}} + 4\sqrt{\frac{3}{25}}$$

*Solución.*
$$1\sqrt{\frac{3}{4}} + 4\sqrt{\frac{3}{25}} = 1\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 3} + 4\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 3} =$$
$$1 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} + 4 \cdot \frac{1}{5}\sqrt{3} = \frac{13}{10}\sqrt{3}$$

□

**Ejercicio 1.99.** Simplifica la siguiente expresión:
$$5\sqrt{\frac{147}{8}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{8}{3}}$$

*Solución.*

$$5\sqrt{\frac{147}{8}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{8}{3}}=5\sqrt{\left(\frac{7}{4}\right)^2 6}+\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 6}=$$
$$5\cdot\frac{7}{4}\sqrt{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{6}=\frac{109}{12}\sqrt{6}$$

□

**Ejercicio 1.100.** Simplifica la siguiente expresión:

$$6\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{1}{7}\sqrt{\frac{150}{49}}$$

*Solución.*

$$6\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{1}{7}\sqrt{\frac{150}{49}}=6\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 6}+\frac{1}{7}\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2 6}=$$
$$6\cdot\frac{1}{2}\sqrt{6}+\frac{1}{7}\cdot\frac{5}{7}\sqrt{6}=\frac{152}{49}\sqrt{6}$$

□

**Ejercicio 1.101.** Simplifica la siguiente expresión:

$$2\sqrt{\frac{1}{2}}+1\sqrt{\frac{1}{8}}$$

*Solución.*

$$2\sqrt{\frac{1}{2}}+1\sqrt{\frac{1}{8}}=2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 2}+1\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 2}=$$
$$2\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2}+1\cdot\frac{1}{4}\sqrt{2}=\frac{5}{4}\sqrt{2}$$

□

**Ejercicio 1.102.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}+\frac{5}{2}\sqrt{\frac{96}{32761}}$$

*Solución.*

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}+\frac{5}{2}\sqrt{\frac{96}{32761}}=\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 6}+\frac{5}{2}\sqrt{\left(\frac{4}{181}\right)^2 6}=$$
$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{6}+\frac{5}{2}\cdot\frac{4}{181}\sqrt{6}=\frac{241}{1086}\sqrt{6}$$

□

**Ejercicio 1.103.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}$$

*Solución.*

$$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}=\frac{2}{3}\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 6}+\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 6}=$$

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\sqrt{6}=\frac{5}{12}\sqrt{6}$$

□

**Ejercicio 1.104.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{4}}+2\sqrt{\frac{3}{4}}$$

*Solución.*

$$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{4}}+2\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{2}{3}\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 3}+2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 3}=$$

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3}+2\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3}=\frac{4}{3}\sqrt{3}$$

□

**Ejercicio 1.105.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-\frac{4}{3}\sqrt{\frac{8}{169}}+\frac{5}{4}\sqrt{\frac{9}{717602}}$$

*Solución.*

$$-\frac{4}{3}\sqrt{\frac{8}{169}}+\frac{5}{4}\sqrt{\frac{9}{717602}}=-\frac{4}{3}\sqrt{\left(\frac{2}{13}\right)^2 2}+\frac{5}{4}\sqrt{\left(\frac{3}{1198}\right)^2 2}=$$

$$-\frac{4}{3}\cdot\frac{2}{13}\sqrt{2}+\frac{5}{4}\cdot\frac{3}{1198}\sqrt{2}=-\frac{37751}{186888}\sqrt{2}$$

□

**Ejercicio 1.106.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-\frac{1}{6}\sqrt{\frac{5}{4}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{9}}$$

*Solución.*

$$-\frac{1}{6}\sqrt{\frac{5}{4}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{9}}=-\frac{1}{6}\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 5}+\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 5}=$$

$$-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{5}=\frac{1}{12}\sqrt{5}$$

□

**Ejercicio 1.107.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-6\sqrt{\frac{143883}{2}}+21\sqrt{\frac{3}{2}}$$

*Solución.*

$$-6\sqrt{\frac{143883}{2}}+21\sqrt{\frac{3}{2}}=-6\sqrt{\left(\frac{219}{2}\right)^{2}6}+21\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{2}6}=$$
$$-6\cdot\frac{219}{2}\sqrt{6}+21\cdot\frac{1}{2}\sqrt{6}=-\frac{1293}{2}\sqrt{6}$$

□

**Ejercicio 1.108.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-1\sqrt{\frac{8}{3}}+4\sqrt{\frac{3}{2}}$$

*Solución.*

$$-1\sqrt{\frac{8}{3}}+4\sqrt{\frac{3}{2}}=-1\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}6}+4\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{2}6}=$$
$$-1\cdot\frac{2}{3}\sqrt{6}+4\cdot\frac{1}{2}\sqrt{6}=\frac{4}{3}\sqrt{6}$$

□

**Ejercicio 1.109.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{3}}+2\sqrt{\frac{4}{27}}$$

*Solución.*

$$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{3}}+2\sqrt{\frac{4}{27}}=\frac{1}{4}\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{2}3}+2\sqrt{\left(\frac{2}{9}\right)^{2}3}=$$
$$\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{3}+2\cdot\frac{2}{9}\sqrt{3}=\frac{19}{36}\sqrt{3}$$

□

**Ejercicio 1.110.** Simplifica la siguiente expresión:

$$-2\sqrt{\frac{24}{25}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{8}{3}}$$

*Solución.*

$$-2\sqrt{\frac{24}{25}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{8}{3}}=-2\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^{2}6}+\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}6}=$$
$$-2\cdot\frac{2}{5}\sqrt{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{6}=-\frac{7}{15}\sqrt{6}$$

□

**Ejercicio 1.111.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-21+12\sqrt{6}}{1+9\sqrt{6}}$$

*Solución.*

$$\frac{-21+12\sqrt{6}}{1+9\sqrt{6}} = \frac{\left(-21+12\sqrt{6}\right)\left(-1+9\sqrt{6}\right)}{\left(1+9\sqrt{6}\right)\left(-1+9\sqrt{6}\right)} =$$

$$-\frac{201}{485}\sqrt{6}+\frac{669}{485}$$

□

**Ejercicio 1.112.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+2\sqrt{3}}{-12+2\sqrt{3}}$$

*Solución.*

$$\frac{-1+2\sqrt{3}}{-12+2\sqrt{3}} = \frac{\left(-1+2\sqrt{3}\right)\left(12+2\sqrt{3}\right)}{\left(-12+2\sqrt{3}\right)\left(12+2\sqrt{3}\right)} =$$

$$-\frac{1}{6}\sqrt{3}$$

□

**Ejercicio 1.113.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+2\sqrt{2}}{48+2\sqrt{2}}$$

*Solución.*

$$\frac{-1+2\sqrt{2}}{48+2\sqrt{2}} = \frac{\left(-1+2\sqrt{2}\right)\left(-48+2\sqrt{2}\right)}{\left(48+2\sqrt{2}\right)\left(-48+2\sqrt{2}\right)} =$$

$$\frac{7}{164}\sqrt{2}-\frac{1}{41}$$

□

**Ejercicio 1.114.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{2+10\sqrt{3}}{-1+28\sqrt{3}}$$

*Solución.*

$$\frac{2+10\sqrt{3}}{-1+28\sqrt{3}} = \frac{\left(2+10\sqrt{3}\right)\left(1+28\sqrt{3}\right)}{\left(-1+28\sqrt{3}\right)\left(1+28\sqrt{3}\right)} =$$

$$\frac{66}{2351}\sqrt{3}+\frac{842}{2351}$$

□

**Ejercicio 1.115.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+3\sqrt{2}}{-1+2\sqrt{2}}$$

*Solución.*

$$\frac{-1+3\sqrt{2}}{-1+2\sqrt{2}} = \frac{\left(-1+3\sqrt{2}\right)\left(1+2\sqrt{2}\right)}{\left(-1+2\sqrt{2}\right)\left(1+2\sqrt{2}\right)} =$$
$$\frac{1}{7}\sqrt{2}+\frac{11}{7}$$

□

**Ejercicio 1.116.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-7+2\sqrt{6}}{153+3\sqrt{6}}$$

*Solución.*

$$\frac{-7+2\sqrt{6}}{153+3\sqrt{6}} = \frac{\left(-7+2\sqrt{6}\right)\left(-153+3\sqrt{6}\right)}{\left(153+3\sqrt{6}\right)\left(-153+3\sqrt{6}\right)} =$$
$$\frac{109}{7785}\sqrt{6}-\frac{41}{865}$$

□

**Ejercicio 1.117.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1+2\sqrt{6}}{-40+38\sqrt{6}}$$

*Solución.*

$$\frac{1+2\sqrt{6}}{-40+38\sqrt{6}} = \frac{\left(1+2\sqrt{6}\right)\left(40+38\sqrt{6}\right)}{\left(-40+38\sqrt{6}\right)\left(40+38\sqrt{6}\right)} =$$
$$\frac{59}{3532}\sqrt{6}+\frac{62}{883}$$

□

**Ejercicio 1.118.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-1+3\sqrt{5}}{1+4\sqrt{5}}$$

*Solución.*

$$\frac{-1+3\sqrt{5}}{1+4\sqrt{5}} = \frac{\left(-1+3\sqrt{5}\right)\left(-1+4\sqrt{5}\right)}{\left(1+4\sqrt{5}\right)\left(-1+4\sqrt{5}\right)} =$$
$$-\frac{7}{79}\sqrt{5}+\frac{61}{79}$$

□

**Ejercicio 1.119.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{2+2\sqrt{2}}{2+3\sqrt{2}}$$

*Solución.*

$$\frac{2+2\sqrt{2}}{2+3\sqrt{2}} = \frac{\left(2+2\sqrt{2}\right)\left(-2+3\sqrt{2}\right)}{\left(2+3\sqrt{2}\right)\left(-2+3\sqrt{2}\right)} =$$

$$\frac{1}{7}\sqrt{2}+\frac{4}{7}$$

□

**Ejercicio 1.120.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-2+22\sqrt{3}}{-1+18\sqrt{3}}$$

*Solución.*

$$\frac{-2+22\sqrt{3}}{-1+18\sqrt{3}} = \frac{\left(-2+22\sqrt{3}\right)\left(1+18\sqrt{3}\right)}{\left(-1+18\sqrt{3}\right)\left(1+18\sqrt{3}\right)} =$$

$$-\frac{14}{971}\sqrt{3}+\frac{1186}{971}$$

□

**Ejercicio 1.121.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-48+2\sqrt{3}}{-10+2\sqrt{3}}$$

*Solución.*

$$\frac{-48+2\sqrt{3}}{-10+2\sqrt{3}} = \frac{\left(-48+2\sqrt{3}\right)\left(10+2\sqrt{3}\right)}{\left(-10+2\sqrt{3}\right)\left(10+2\sqrt{3}\right)} =$$

$$\frac{19}{22}\sqrt{3}+\frac{117}{22}$$

□

**Ejercicio 1.122.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{3+158\sqrt{3}}{1+23\sqrt{3}}$$

*Solución.*

$$\frac{3+158\sqrt{3}}{1+23\sqrt{3}} = \frac{\left(3+158\sqrt{3}\right)\left(-1+23\sqrt{3}\right)}{\left(1+23\sqrt{3}\right)\left(-1+23\sqrt{3}\right)} =$$

$$-\frac{89}{1586}\sqrt{3}+\frac{10899}{1586}$$

□

**Ejercicio 1.123.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1+3\sqrt{2}}{-1+20\sqrt{2}}$$

*Solución.*

$$\frac{1+3\sqrt{2}}{-1+20\sqrt{2}}=\frac{\left(1+3\sqrt{2}\right)\left(1+20\sqrt{2}\right)}{\left(-1+20\sqrt{2}\right)\left(1+20\sqrt{2}\right)}=$$
$$\frac{23}{799}\sqrt{2}+\frac{121}{799}$$

□

**Ejercicio 1.124.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{-7+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$$

*Solución.*

$$\frac{-7+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}=\frac{\left(-7+2\sqrt{2}\right)\left(-3+2\sqrt{2}\right)}{\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(-3+2\sqrt{2}\right)}=$$
$$20\sqrt{2}-29$$

□

**Ejercicio 1.125.** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1+20\sqrt{2}}{-1+57\sqrt{2}}$$

*Solución.*

$$\frac{1+20\sqrt{2}}{-1+57\sqrt{2}}=\frac{\left(1+20\sqrt{2}\right)\left(1+57\sqrt{2}\right)}{\left(-1+57\sqrt{2}\right)\left(1+57\sqrt{2}\right)}=$$
$$\frac{77}{6497}\sqrt{2}+\frac{2281}{6497}$$

□

**Ejercicio 1.126.** Calcula la suma de los siguientes polinomios:

$$p=-x^2-2x \quad q=x^2-x+1$$

*Solución.* Para realizar la suma de los polinomios hacemos la suma de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$(-x^2-2x)+(x^2-x+1)=-3x+1$$

□

**Ejercicio 1.127.** Calcula la resta de los siguientes polinimos:

$$p=5x^2-x+1 \quad q=x^2-x-1$$

*Solución.* Para realizar la resta de los polinomios hacemos la resta de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$(5x^2 - x + 1) - (x^2 - x - 1) = 4x^2 + 2$$

$\square$

**Ejercicio 1.128.** Dados los polinomios $p = -5x - 1$ y $q = x^2$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = 0$, calcula la combinación $ap + bq$

*Solución.* Para realizar esta operación de polinomios hacemos la operación de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$0 \cdot (-5x - 1) + 0 \cdot x^2 = 0$$

$\square$

**Ejercicio 1.129.** Calcula la suma de los siguientes polinomios:

$$p = 3x^2 - 3x - 5 \quad q = 10x^2 - 1$$

*Solución.* Para realizar la suma de los polinomios hacemos la suma de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$(3x^2 - 3x - 5) + (10x^2 - 1) = 13x^2 - 3x - 6$$

$\square$

**Ejercicio 1.130.** Calcula la resta de los siguientes polinimos:

$$p = -x^2 - x + 2 \quad q = -3x^2 + 5$$

*Solución.* Para realizar la resta de los polinomios hacemos la resta de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$(-x^2 - x + 2) - (-3x^2 + 5) = 2x^2 - x - 3$$

$\square$

**Ejercicio 1.131.** Dados los polinomios $p = -x^2 + 2x + 4$ y $q = 2x^2 + 2x - 15$ y los coeficientes $a = -8$ y $b = 1$, calcula la combinación $ap + bq$

*Solución.* Para realizar esta operación de polinomios hacemos la operación de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$-8 \cdot (-x^2 + 2x + 4) + 1 \cdot (2x^2 + 2x - 15) = 10x^2 - 14x - 47$$

$\square$

**Ejercicio 1.132.** Calcula la suma de los siguientes polinomios:

$$p = -31x \quad q = -2x^2 - 1$$

*Solución.* Para realizar la suma de los polinomios hacemos la suma de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$(-31x) + (-2x^2 - 1) = -2x^2 - 31x - 1$$

□

**Ejercicio 1.133.** Calcula la resta de los siguientes polinimos:

$$p = -x + 4 \quad q = 9x^2 - 17$$

*Solución.* Para realizar la resta de los polinomios hacemos la resta de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$(-x + 4) - (9x^2 - 17) = -9x^2 - x + 21$$

□

**Ejercicio 1.134.** Dados los polinomios $p = -x^2 - 20x + 2$ y $q = -2x^2 + 17x - 4$ y los coeficientes $a = 1$ y $b = 0$, calcula la combinación $ap + bq$

*Solución.* Para realizar esta operación de polinomios hacemos la operación de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$1 \cdot (-x^2 - 20x + 2) + 0 \cdot (-2x^2 + 17x - 4) = -x^2 - 20x + 2$$

□

**Ejercicio 1.135.** Calcula la suma de los siguientes polinomios:

$$p = -3x^2 + 2x + 1 \quad q = 10x^2 + x - 4$$

*Solución.* Para realizar la suma de los polinomios hacemos la suma de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$(-3x^2 + 2x + 1) + (10x^2 + x - 4) = 7x^2 + 3x - 3$$

□

**Ejercicio 1.136.** Calcula la resta de los siguientes polinimos:

$$p = x^2 + x + 2 \quad q = 3x$$

*Solución.* Para realizar la resta de los polinomios hacemos la resta de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$(x^2 + x + 2) - (3x) = x^2 - 2x + 2$$

□

**Ejercicio 1.137.** Dados los polinomios $p = -55x^2 - 5x$ y $q = 2x^2 - x - 1$ y los coeficientes $a = 1$ y $b = 1$, calcula la combinación $ap + bq$

*Solución.* Para realizar esta operación de polinomios hacemos la operación de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$1 \cdot (-55x^2 - 5x) + 1 \cdot (2x^2 - x - 1) = -53x^2 - 6x - 1$$

□

**Ejercicio 1.138.** Calcula la suma de los siguientes polinomios:

$$p = x^2 + 3x + 1 \quad q = 1$$

*Solución.* Para realizar la suma de los polinomios hacemos la suma de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$(x^2 + 3x + 1) + (1) = x^2 + 3x + 2$$

□

**Ejercicio 1.139.** Calcula la resta de los siguientes polinimos:

$$p = -x^2 + 8x - 49 \quad q = -8x^2 - 2x + 1$$

*Solución.* Para realizar la resta de los polinomios hacemos la resta de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$(-x^2 + 8x - 49) - (-8x^2 - 2x + 1) = 7x^2 + 10x - 50$$

□

**Ejercicio 1.140.** Dados los polinomios $p = -5x^2 - 10x$ y $q = 8x^2 + 2$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = 1$, calcula la combinación $ap + bq$

*Solución.* Para realizar esta operación de polinomios hacemos la operación de cada grado y agrupamos, con lo que obtenemos:

$$0 \cdot (-5x^2 - 10x) + 1 \cdot (8x^2 + 2) = 8x^2 + 2$$

□

**Ejercicio 1.141.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x - 1 \quad q = x^2 + 8x + 12$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x-1)\cdot(x^2+8x+12) = x^3+7x^2+4x-12$$

□

**Ejercicio 1.142.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x^2+11x-12 \quad q = x^2-1$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x^2+11x-12)\cdot(x^2-1) = x^4+11x^3-13x^2-11x+12$$

□

**Ejercicio 1.143.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x \quad q = x$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$x\cdot x = x^2$$

□

**Ejercicio 1.144.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x+1 \quad q = x^2-15x$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x+1)\cdot(x^2-15x) = x^3-14x^2-15x$$

□

**Ejercicio 1.145.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x^2-4x+3 \quad q = x^2-3x$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x^2 - 4x + 3) \cdot (x^2 - 3x) = x^4 - 7x^3 + 15x^2 - 9x$$

□

**Ejercicio 1.146.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x + 9 \quad q = x + 1$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x + 9) \cdot (x + 1) = x^2 + 10x + 9$$

□

**Ejercicio 1.147.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x - 17 \quad q = x^2 - x - 2$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x - 17) \cdot (x^2 - x - 2) = x^3 - 18x^2 + 15x + 34$$

□

**Ejercicio 1.148.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x^2 + x \quad q = x^2 - 2x - 3$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x^2 + x) \cdot (x^2 - 2x - 3) = x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x$$

□

**Ejercicio 1.149.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x - 1 \quad q = x - 3$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x-1)\cdot(x-3) = x^2 - 4x + 3$$

□

**Ejercicio 1.150.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x \quad q = x^2$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$x \cdot x^2 = x^3$$

□

**Ejercicio 1.151.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x^2 - 4x - 5 \quad q = x^2 - x - 2$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x^2 - 4x - 5)\cdot(x^2 - x - 2) = x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 13x + 10$$

□

**Ejercicio 1.152.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x + 1 \quad q = x - 2$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x+1)\cdot(x-2) = x^2 - x - 2$$

□

**Ejercicio 1.153.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x \quad q = x^2 + x$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$x \cdot (x^2 + x) = x^3 + x^2$$

□

**Ejercicio 1.154.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x^2 - 5x + 4 \quad q = x^2 - 10x + 24$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$(x^2 - 5x + 4) \cdot (x^2 - 10x + 24) = x^4 - 15x^3 + 78x^2 - 160x + 96$$

□

**Ejercicio 1.155.** Calcula el producto de los siguientes polinomios:

$$p = x \quad q = x - 19$$

*Solución.* Para realizar este producto de polinomios, tenemos que utilizar la propiedad distibutiva y hacer todos los productos posibles, sumando el resultado final y agrupando los términos que tengan el mismo grado. El resutado que obtenemos es:

$$x \cdot (x - 19) = x^2 - 19x$$

□

**Ejercicio 1.156.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-2x^3 + x + 1$ por $x - a$ siendo $a = -1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor $-1$ en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & -2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & & & & \\ \hline & -2 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por $-1$ y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & -2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & & 2 & & \\ \hline & -2 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & & 2 & & \\ \hline & -2 & 2 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & & 2 & -2 & \\ \hline & -2 & 2 & -1 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & & 2 & -2 & 1 \\ \hline & -2 & 2 & -1 & 2 \end{array}$$

El cociente es pues $-2x^2 + 2x - 1$ y el resto 2. □

**Ejercicio 1.157.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $2x^3 + 5x^2$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 1 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & & & & \\ \hline & 2 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 1 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & & 2 & & \\ \hline & 2 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & & 2 & & \\ \hline & 2 & 7 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & & 2 & 7 & \\ \hline & 2 & 7 & 7 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & & 2 & 7 & 7 \\ \hline & 2 & 7 & 7 & 7 \end{array}$$

El cociente es pues $2x^2 + 7x + 7$ y el resto 7. □

**Ejercicio 1.158.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 + x^2 + x - 1$ por $x - a$ siendo $a = 2$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 2 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{c|cccc} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{c|cccc} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & & & & \\ \hline & -1 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 2 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{c|cccc} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & & -2 & & \\ \hline & -1 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{c|cccc} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & & -2 & & \\ \hline & -1 & -1 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & & -2 & -2 & \\ \hline & -1 & -1 & -1 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & & -2 & -2 & -2 \\ \hline & -1 & -1 & -1 & -3 \end{array}$$

El cociente es pues $-x^2 - x - 1$ y el resto $-3$. □

**Ejercicio 1.159.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-4x^3 - x^2 + x - 2$ por $x - a$ siendo $a = -1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor $-1$ en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -4 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & -4 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & & & & \\ \hline & -4 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por $-1$ y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & -4 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & & 4 & & \\ \hline & -4 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -4 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & & 4 & & \\ \hline & -4 & 3 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -4 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & & 4 & -3 & \\ \hline & -4 & 3 & -2 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -4 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & & 4 & -3 & 2 \\ \hline & -4 & 3 & -2 & 0 \end{array}$$

El cociente es pues $-4x^2 + 3x - 2$ y el resto 0. □

**Ejercicio 1.160.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + x^2 + 2x + 1$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 1 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & & & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 1 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & & 1 & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & & 1 & & \\ \hline & 1 & 2 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & & 1 & 2 & \\ \hline & 1 & 2 & 4 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & & 1 & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 5 \end{array}$$

El cociente es pues $x^2 + 2x + 4$ y el resto 5. □

**Ejercicio 1.161.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-62x^3 + 5x^2 + x - 1$ por $x - a$ siendo $a = -1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor $-1$ en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -62 & 5 & 1 & -1 \\ -1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & -62 & 5 & 1 & -1 \\ -1 & & & & \\ \hline & -62 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por $-1$ y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & -62 & 5 & 1 & -1 \\ -1 & & 62 & & \\ \hline & -62 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -62 & 5 & 1 & -1 \\ -1 & & 62 & & \\ \hline & -62 & 67 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -62 & 5 & 1 & -1 \\ -1 & & 62 & -67 & \\ \hline & -62 & 67 & -66 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -62 & 5 & 1 & -1 \\ -1 & & 62 & -67 & 66 \\ \hline & -62 & 67 & -66 & 65 \end{array}$$

El cociente es pues $-62x^2 + 67x - 66$ y el resto 65. □

**Ejercicio 1.162.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-3x^3 - x + 1$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 1 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & & & & \\ \hline & -3 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 1 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & & -3 & & \\ \hline & -3 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & & -3 & & \\ \hline & -3 & -3 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & & -3 & -3 & \\ \hline & -3 & -3 & -4 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & & -3 & -3 & -4 \\ \hline & -3 & -3 & -4 & -3 \end{array}$$

El cociente es pues $-3x^2 - 3x - 4$ y el resto $-3$. □

**Ejercicio 1.163.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + 2x^2 - x$ por $x - a$ siendo $a = -10$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor $-10$ en la parte izquierda.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -1 & 0 \\ -10 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -1 & 0 \\ -10 & & & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por $-10$ y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -1 & 0 \\ -10 & & -10 & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -1 & 0 \\ -10 & & -10 & & \\ \hline & 1 & -8 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -1 & 0 \\ -10 & & -10 & 80 & \\ \hline & 1 & -8 & 79 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -1 & 0 \\ -10 & & -10 & 80 & -790 \\ \hline & 1 & -8 & 79 & -790 \end{array}$$

El cociente es pues $x^2 - 8x + 79$ y el resto $-790$. □

**Ejercicio 1.164.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + x^2 + x - 1$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 1 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & & & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 1 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & & 1 & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & & 1 & & \\ \hline & 1 & 2 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & & 1 & 2 & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & & 1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 2 \end{array}$$

El cociente es pues $x^2 + 2x + 3$ y el resto 2. □

**Ejercicio 1.165.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $5x^3 - x + 1$ por $x - a$ siendo $a = -1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor $-1$ en la parte izquierda.

$$\begin{array}{c|cccc} & 5 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & 5 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & & & & \\ \hline & 5 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por $-1$ y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & 5 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & & -5 & & \\ \hline & 5 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 5 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & & -5 & & \\ \hline & 5 & -5 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 5 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & & -5 & 5 & \\ \hline & 5 & -5 & 4 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 5 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & & -5 & 5 & -4 \\ \hline & 5 & -5 & 4 & -3 \end{array}$$

El cociente es pues $5x^2 - 5x + 4$ y el resto $-3$. □

**Ejercicio 1.166.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + 2x^2 - x + 1$ por $x - a$ siendo $a = 0$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 0 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & & & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 0 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & & 0 & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & & 0 & & \\ \hline & 1 & 2 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & & 0 & 0 & \\ \hline & 1 & 2 & -1 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 2 & -1 & 1 \end{array}$$

El cociente es pues $x^2 + 2x - 1$ y el resto 1. □

**Ejercicio 1.167.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-8x^3 - 2x^2 - 2x$ por $x - a$ siendo $a = -1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor $-1$ en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -8 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & -8 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & & & & \\ \hline & -8 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por $-1$ y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & -8 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & & 8 & & \\ \hline & -8 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -8 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & & 8 & & \\ \hline & -8 & 6 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -8 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & & 8 & -6 & \\ \hline & -8 & 6 & -8 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -8 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & & 8 & -6 & 8 \\ \hline & -8 & 6 & -8 & 8 \end{array}$$

El cociente es pues $-8x^2 + 6x - 8$ y el resto 8. □

**Ejercicio 1.168.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - 2x$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 1 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & & & & \\ \hline & -1 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 1 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & & -1 & & \\ \hline & -1 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & & -1 & & \\ \hline & -1 & -1 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{c|cccc} & -1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & & -1 & -1 & \\ \hline & -1 & -1 & -3 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{c|cccc} & -1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & & -1 & -1 & -3 \\ \hline & -1 & -1 & -3 & -3 \end{array}$$

El cociente es pues $-x^2 - x - 3$ y el resto $-3$. □

**Ejercicio 1.169.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $9x^3 - 10x^2 - 3x$ por $x - a$ siendo $a = 2$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 2 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{c|cccc} & 9 & -10 & -3 & 0 \\ 2 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{c|cccc} & 9 & -10 & -3 & 0 \\ 2 & & & & \\ \hline & 9 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 2 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{c|cccc} & 9 & -10 & -3 & 0 \\ 2 & & 18 & & \\ \hline & 9 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{c|cccc} & 9 & -10 & -3 & 0 \\ 2 & & 18 & & \\ \hline & 9 & 8 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{c|cccc} & 9 & -10 & -3 & 0 \\ 2 & & 18 & 16 & \\ \hline & 9 & 8 & 13 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 9 & -10 & -3 & 0 \\ 2 & & 18 & 16 & 26 \\ \hline & 9 & 8 & 13 & 26 \end{array}$$

El cociente es pues $9x^2 + 8x + 13$ y el resto 26. □

**Ejercicio 1.170.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $11x^3 + 1$ por $x - a$ siendo $a = 0$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 0 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 11 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & 11 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & & & & \\ \hline & 11 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 0 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & 11 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & & 0 & & \\ \hline & 11 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 11 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & & 0 & & \\ \hline & 11 & 0 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 11 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & & 0 & 0 & \\ \hline & 11 & 0 & 0 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 11 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 11 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

El cociente es pues $11x^2$ y el resto 1. □

**Ejercicio 1.171.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 + x^2 + x - 1$ por $x - a$ siendo $a = 0$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 0 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & & & & \\ \hline & -1 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 0 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & & 0 & & \\ \hline & -1 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & & 0 & & \\ \hline & -1 & 1 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & & 0 & 0 & \\ \hline & -1 & 1 & 1 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 \\ \hline & -1 & 1 & 1 & -1 \end{array}$$

El cociente es pues $-x^2 + x + 1$ y el resto $-1$. □

**Ejercicio 1.172.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 - 2x - 2$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 1 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & & & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 1 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & & 1 & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & & 1 & & \\ \hline & 1 & 1 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & & 1 & 1 & \\ \hline & 1 & 1 & -1 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & & 1 & 1 & -1 \\ \hline & 1 & 1 & -1 & -3 \end{array}$$

El cociente es pues $x^2 + x - 1$ y el resto $-3$. □

**Ejercicio 1.173.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + 2x^2 + 7x + 1$ por $x - a$ siendo $a = 3$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 3 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 7 & 1 \\ 3 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 7 & 1 \\ 3 & & & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 3 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 7 & 1 \\ 3 & & 3 & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 7 & 1 \\ 3 & & 3 & & \\ \hline & 1 & 5 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 7 & 1 \\ 3 & & 3 & 15 & \\ \hline & 1 & 5 & 22 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 7 & 1 \\ 3 & & 3 & 15 & 66 \\ \hline & 1 & 5 & 22 & 67 \end{array}$$

El cociente es pues $x^2 + 5x + 22$ y el resto 67. □

**Ejercicio 1.174.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - 3x^2 - x + 1$ por $x - a$ siendo $a = 0$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 0 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & -3 & -1 & 1 \\ 0 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & -3 & -1 & 1 \\ 0 & & & & \\ \hline & -1 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 0 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & -3 & -1 & 1 \\ 0 & & 0 & & \\ \hline & -1 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & -3 & -1 & 1 \\ 0 & & 0 & & \\ \hline & -1 & -3 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & -3 & -1 & 1 \\ 0 & & 0 & 0 & \\ \hline & -1 & -3 & -1 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & -3 & -1 & 1 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 \\ \hline & -1 & -3 & -1 & 1 \end{array}$$

El cociente es pues $-x^2 - 3x - 1$ y el resto 1. □

**Ejercicio 1.175.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-4x^3 - 3x^2 + x - 1$ por $x - a$ siendo $a = 1$ utilizando la regla de Ruffini.

*Solución.* Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor 1 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -4 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{c|cccc} & -4 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & & & & \\ \hline & -4 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por 1 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{c|cccc} & -4 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & & -4 & & \\ \hline & -4 & & & \end{array}$$

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$\begin{array}{c|cccc} & -4 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & & -4 & & \\ \hline & -4 & -7 & & \end{array}$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$\begin{array}{c|cccc} & -4 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & & -4 & -7 & \\ \hline & -4 & -7 & -6 & \end{array}$$

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{c|cccc} & -4 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & & -4 & -7 & -6 \\ \hline & -4 & -7 & -6 & -7 \end{array}$$

El cociente es pues $-4x^2 - 7x - 6$ y el resto $-7$. □

**Ejercicio 1.176.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $2x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ por el polinomio $-3x^2 - 9x + 2$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 2/-3$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $-\frac{2}{3} \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$2x^3 - 2x^2 + 2x + 1 + \frac{2}{3} \cdot (-3x^2 - 9x + 2) = -8x^2 + \frac{10}{3}x + 1$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $-8x^2 + \frac{10}{3}x + 1$ y de $-3x^2 - 9x + 2$ para obtener $r = \frac{8}{3}$. Por tanto el cociente será $qx + r = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $-8x^2 + \frac{10}{3}x + 1$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $\frac{82}{3}x - \frac{13}{3}$.

La divisón de los polinomios $2x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ entre $-3x^2 - 9x + 2$ nos da pues, cociente $-\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$ y resto $\frac{82}{3}x - \frac{13}{3}$. □

**Ejercicio 1.177.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - x - 1$ por el polinomio $x^2 + x + 7$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = -1/1$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $-1 \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$-x^3 - x - 1 + 1 \cdot (x^2 + x + 7) = x^2 + 6x - 1$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $x^2 + 6x - 1$ y de $x^2 + x + 7$ para obtener $r = 1$. Por tanto el cociente será $qx + r = -x + 1$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $x^2 + 6x - 1$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $5x - 8$.

La divisón de los polinomios $-x^3 - x - 1$ entre $x^2 + x + 7$ nos da pues, cociente $-x + 1$ y resto $5x - 8$. □

**Ejercicio 1.178.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $669x^3 + x$ por el polinomio $-13x^2 - 6x - 13$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 669/-13$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $-\frac{669}{13} \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$669x^3 + x + \frac{669}{13} \cdot (-13x^2 - 6x - 13) = -\frac{4014}{13}x^2 - 668x$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $-\frac{4014}{13}x^2 - 668x$ y de $-13x^2 - 6x - 13$ para obtener $r = \frac{4014}{169}$. Por tanto el cociente será $qx + r = -\frac{669}{13}x + \frac{4014}{169}$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $-\frac{4014}{13}x^2 - 668x$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $-\frac{88808}{169}x + \frac{4014}{13}$.

La divisón de los polinomios $669x^3+x$ entre $-13x^2-6x-13$ nos da pues, cociente $-\frac{669}{13}x+\frac{4014}{169}$ y resto $-\frac{88808}{169}x + \frac{4014}{13}$. □

**Ejercicio 1.179.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $13x^3 - 16x^2 + x - 2$ por el polinomio $2x^2 - 2x - 1$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 13/2$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $\frac{13}{2} \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$13x^3 - 16x^2 + x - 2 - \frac{13}{2} \cdot (2x^2 - 2x - 1) = -3x^2 + \frac{15}{2}x - 2$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $-3x^2 + \frac{15}{2}x - 2$ y de $2x^2 - 2x - 1$ para obtener $r = -\frac{3}{2}$. Por tanto el cociente será $qx + r = \frac{13}{2}x - \frac{3}{2}$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $-3x^2 + \frac{15}{2}x - 2$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $\frac{9}{2}x - \frac{7}{2}$.

La divisón de los polinomios $13x^3 - 16x^2 + x - 2$ entre $2x^2 - 2x - 1$ nos da pues, cociente $\frac{13}{2}x - \frac{3}{2}$ y resto $\frac{9}{2}x - \frac{7}{2}$. □

**Ejercicio 1.180.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 - x^2 - 75$ por el polinomio $-x^2 + x + 1$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 1/-1$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $-1 \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$x^3 - x^2 - 75 + 1 \cdot (-x^2 + x + 1) = x - 75$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $x - 75$ y de $-x^2 + x + 1$ para obtener $r = 0$. Por tanto el cociente será $qx + r = -x$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $x - 75$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $x - 75$.

La divisón de los polinomios $x^3 - x^2 - 75$ entre $-x^2 + x + 1$ nos da pues, cociente $-x$ y resto $x - 75$. □

**Ejercicio 1.181.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - 39x^2$ por el polinomio $4x^2 - x + 1$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = -1/4$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $-\frac{1}{4} \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$-x^3 - 39x^2 + \frac{1}{4} \cdot (4x^2 - x + 1) = -\frac{157}{4}x^2 + \frac{1}{4}x$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $-\frac{157}{4}x^2 + \frac{1}{4}x$ y de $4x^2 - x + 1$ para obtener $r = -\frac{157}{16}$. Por tanto el cociente será $qx + r = -\frac{1}{4}x - \frac{157}{16}$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $-\frac{157}{4}x^2 + \frac{1}{4}x$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $-\frac{153}{16}x + \frac{157}{16}$.

La divisón de los polinomios $-x^3 - 39x^2$ entre $4x^2 - x + 1$ nos da pues, cociente $-\frac{1}{4}x - \frac{157}{16}$ y resto $-\frac{153}{16}x + \frac{157}{16}$. □

**Ejercicio 1.182.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - 7x + 23$ por el polinomio $-x^2 - 3x - 1$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = -1/-1$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $1 \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$-x^3 - 7x + 23 - 1 \cdot (-x^2 - 3x - 1) = 3x^2 - 6x + 23$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $3x^2 - 6x + 23$ y de $-x^2 - 3x - 1$ para obtener $r = -3$. Por tanto el cociente será $qx + r = x - 3$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $3x^2 - 6x + 23$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $-15x + 20$.

La divisón de los polinomios $-x^3 - 7x + 23$ entre $-x^2 - 3x - 1$ nos da pues, cociente $x - 3$ y resto $-15x + 20$. □

**Ejercicio 1.183.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-3x^3 - 3x^2 - 3x$ por el polinomio $-2x^2 + 2x + 65$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = -3/-2$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $\frac{3}{2} \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$-3x^3 - 3x^2 - 3x - \frac{3}{2} \cdot (-2x^2 + 2x + 65) = -6x^2 - \frac{201}{2}x$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $-6x^2 - \frac{201}{2}x$ y de $-2x^2 + 2x + 65$ para obtener $r = 3$. Por tanto el cociente será $qx+r = \frac{3}{2}x+3$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $-6x^2 - \frac{201}{2}x$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $-\frac{213}{2}x - 195$.

La divisón de los polinomios $-3x^3 - 3x^2 - 3x$ entre $-2x^2 + 2x + 65$ nos da pues, cociente $\frac{3}{2}x + 3$ y resto $-\frac{213}{2}x - 195$. □

**Ejercicio 1.184.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3 - 2x^2 - 2x - 1$ por el polinomio $-33x^2$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = -1/-33$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $\frac{1}{33} \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$-x^3 - 2x^2 - 2x - 1 - \frac{1}{33} \cdot (-33x^2) = -2x^2 - 2x - 1$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $-2x^2 - 2x - 1$ y de $-33x^2$ para obtener $r = \frac{2}{33}$. Por tanto el cociente será $qx + r = \frac{1}{33}x + \frac{2}{33}$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $-2x^2 - 2x - 1$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $-2x - 1$.

La divisón de los polinomios $-x^3 - 2x^2 - 2x - 1$ entre $-33x^2$ nos da pues, cociente $\frac{1}{33}x + \frac{2}{33}$ y resto $-2x - 1$. □

**Ejercicio 1.185.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + 28x^2 - 4x + 43$ por el polinomio $-x^2 + x - 6$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 1/-1$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $-1 \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$x^3 + 28x^2 - 4x + 43 + 1 \cdot (-x^2 + x - 6) = 29x^2 - 10x + 43$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $29x^2 - 10x + 43$ y de $-x^2 + x - 6$ para obtener $r = -29$. Por tanto el cociente será $qx + r = -x - 29$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $29x^2 - 10x + 43$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $19x - 131$.

La divisón de los polinomios $x^3 + 28x^2 - 4x + 43$ entre $-x^2 + x - 6$ nos da pues, cociente $-x - 29$ y resto $19x - 131$. $\square$

**Ejercicio 1.186.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-2x^3 - x^2 + x - 7$ por el polinomio $3x^2 - 6x + 1$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = -2/3$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $-\frac{2}{3} \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$-2x^3 - x^2 + x - 7 + \frac{2}{3} \cdot (3x^2 - 6x + 1) = -5x^2 + \frac{5}{3}x - 7$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $-5x^2 + \frac{5}{3}x - 7$ y de $3x^2 - 6x + 1$ para obtener $r = -\frac{5}{3}$. Por tanto el cociente será $qx + r = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $-5x^2 + \frac{5}{3}x - 7$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $-\frac{25}{3}x - \frac{16}{3}$.

La divisón de los polinomios $-2x^3 - x^2 + x - 7$ entre $3x^2 - 6x + 1$ nos da pues, cociente $-\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ y resto $-\frac{25}{3}x - \frac{16}{3}$. $\square$

**Ejercicio 1.187.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $2x^3 - 6x^2 - x - 4$ por el polinomio $47x^2 - x - 2$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 2/47$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $\frac{2}{47} \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$2x^3 - 6x^2 - x - 4 - \frac{2}{47} \cdot (47x^2 - x - 2) = -\frac{280}{47}x^2 - \frac{43}{47}x - 4$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $-\frac{280}{47}x^2 - \frac{43}{47}x - 4$ y de $47x^2 - x - 2$ para obtener $r = -\frac{280}{2209}$. Por tanto el cociente será $qx + r = \frac{2}{47}x - \frac{280}{2209}$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $-\frac{280}{47}x^2 - \frac{43}{47}x - 4$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $-\frac{2301}{2209}x - \frac{9396}{2209}$.

La divisón de los polinomios $2x^3 - 6x^2 - x - 4$ entre $47x^2 - x - 2$ nos da pues, cociente $\frac{2}{47}x - \frac{280}{2209}$ y resto $-\frac{2301}{2209}x - \frac{9396}{2209}$. □

**Ejercicio 1.188.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $-x^3+3x^2$ por el polinomio $x^2 + x - 1$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = -1/1$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $-1 \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$-x^3 + 3x^2 + 1 \cdot (x^2 + x - 1) = 4x^2 - x$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $4x^2 - x$ y de $x^2 + x - 1$ para obtener $r = 4$. Por tanto el cociente será $qx + r = -x + 4$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $4x^2 - x$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $-5x + 4$.

La divisón de los polinomios $-x^3 + 3x^2$ entre $x^2 + x - 1$ nos da pues, cociente $-x + 4$ y resto $-5x + 4$. □

**Ejercicio 1.189.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 + x^2 + 2x - 2$ por el polinomio $-3x^2 + 2x + 2$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 1/-3$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $-\frac{1}{3} \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$x^3 + x^2 + 2x - 2 + \frac{1}{3} \cdot (-3x^2 + 2x + 2) = \frac{5}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - 2$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $\frac{5}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - 2$ y de $-3x^2 + 2x + 2$ para obtener $r = -\frac{5}{9}$. Por tanto el cociente será $qx + r = -\frac{1}{3}x - \frac{5}{9}$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $\frac{5}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - 2$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $\frac{34}{9}x - \frac{8}{9}$.

La divisón de los polinomios $x^3 + x^2 + 2x - 2$ entre $-3x^2 + 2x + 2$ nos da pues, cociente $-\frac{1}{3}x - \frac{5}{9}$ y resto $\frac{34}{9}x - \frac{8}{9}$. □

**Ejercicio 1.190.** Calcula el cociente y el resto de dividir el polinomio $5x^3 - x^2 + 14$ por el polinomio $-x^2 + 3x$.

*Solución.* Para hacer la división empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 5/-1$. Al tratarse de un polinomio de grado 3 dividido por un polinomio de grado 2, el resultado tendrá grado 1 y este valor $q$ será el coeficiente de grado 1 de la división, es decir, que el cociente será de la forma $-5 \cdot x + r$ para algún valor de $r$ que determinaremos

Ahora calculamos el dividendo menos el divisor multiplicado por $x$ y por el coeficiente que hemos calculado, resultando:

$$5x^3 - x^2 + 14 + 5 \cdot (-x^2 + 3x) = 14x^2 + 14$$

Ahora dividimos los coeficientes de mayor grado de $14x^2 + 14$ y de $-x^2 + 3x$ para obtener $r = -14$. Por tanto el cociente será $qx + r = -5x - 14$ con los coeficientes que hemos calculado

Para calcular el resto, quitamos a $14x^2 + 14$ el producto de $r$ por el divisor, quedando $42x + 14$.

La divisón de los polinomios $5x^3 - x^2 + 14$ entre $-x^2 + 3x$ nos da pues, cociente $-5x - 14$ y resto $42x + 14$. □

**Ejercicio 1.191.** Factoriza el polinomio $x^3 - x^2 - 2x$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor $-1$ que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 - 2x$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores 0 y 2 como raices.

La factorización es pues $(x - a)(x - b)(x - c)$ siendo $a = -1$, $b = 0$ y $c = 2$. □

**Ejercicio 1.192.** Factoriza el polinomio $x^3 - 29x^2 - 281x - 555$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor $-5$ que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos

Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 - 34x - 111$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores $-3$ y $37$ como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a=-5$, $b=-3$ y $c=37$. □

**Ejercicio 1.193.** Factoriza el polinomio $x^3 + 8x^2 + 17x + 10$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor $-5$ que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 + 3x + 2$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores $-1$ y $-2$ como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a=-5$, $b=-1$ y $c=-2$. □

**Ejercicio 1.194.** Factoriza el polinomio $x^3 + 9x^2 - 49x + 39$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor $-13$ que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 - 4x + 3$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores 1 y 3 como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a=-13$, $b=1$ y $c=3$. □

**Ejercicio 1.195.** Factoriza el polinomio $x^3 + 4x^2 - 12x$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor 0 que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 + 4x - 12$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores $-6$ y $2$ como raices.

La factorización es pues $(x - a)(x - b)(x - c)$ siendo $a = 0$, $b = -6$ y $c = 2$. □

**Ejercicio 1.196.** Factoriza el polinomio $x^3 + 11x^2 - x - 11$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor 1 que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 + 12x + 11$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores $-1$ y $-11$ como raices.

La factorización es pues $(x - a)(x - b)(x - c)$ siendo $a = 1$, $b = -1$ y $c = -11$. □

**Ejercicio 1.197.** Factoriza el polinomio $x^3 + 19x^2 - x - 19$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor $-1$ que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 + 18x - 19$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores $-19$ y $1$ como raices.

La factorización es pues $(x - a)(x - b)(x - c)$ siendo $a = -1$, $b = -19$ y $c = 1$. □

**Ejercicio 1.198.** Factoriza el polinomio $x^3 - 13x^2 + 39x - 27$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor 3 que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 - 10x + 9$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores 1 y 9 como raices.

La factorización es pues $(x - a)(x - b)(x - c)$ siendo $a = 3$, $b = 1$ y $c = 9$. □

**Ejercicio 1.199.** Factoriza el polinomio $x^3 - 588x^2 - x + 588$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor 1 que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 - 587x - 588$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores 588 y $-1$ como raices.

La factorización es pues $(x - a)(x - b)(x - c)$ siendo $a = 1$, $b = 588$ y $c = -1$. □

**Ejercicio 1.200.** Factoriza el polinomio $x^3 - 172x^2 - 363x + 2610$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor 174 que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 + 2x - 15$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores 3 y $-5$ como raices.

La factorización es pues $(x - a)(x - b)(x - c)$ siendo $a = 174$, $b = 3$ y $c = -5$. □

**Ejercicio 1.201.** Factoriza el polinomio $x^3 - 30x^2 - x + 30$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor $-1$ que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 - 31x + 30$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores 1 y 30 como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a=-1$, $b=1$ y $c=30$. □

**Ejercicio 1.202.** Factoriza el polinomio $x^3-2x^2-5x+6$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor $-2$ que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2-4x+3$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores 3 y 1 como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a=-2$, $b=3$ y $c=1$. □

**Ejercicio 1.203.** Factoriza el polinomio $x^3+25x^2-53x+27$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor 1 que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2+26x-27$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores $-27$ y 1 como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a=1$, $b=-27$ y $c=1$. □

**Ejercicio 1.204.** Factoriza el polinomio $x^3-x$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor 0 que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2-1$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores $-1$ y 1 como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a=0$, $b=-1$ y $c=1$. □

**Ejercicio 1.205.** Factoriza el polinomio $x^3 + 21x^2 - 54x - 184$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor $-23$ que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 - 2x - 8$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores 4 y $-2$ como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a = -23$, $b = 4$ y $c = -2$. □

**Ejercicio 1.206.** Factoriza el polinomio $x^3 - 193x^2$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor 0 que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 - 193x$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores 0 y 193 como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a = 0$, $b = 0$ y $c = 193$. □

**Ejercicio 1.207.** Factoriza el polinomio $x^3 + x^2 - x - 1$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor 1 que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2 + 2x + 1$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores $-1$ y $-1$ como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a = 1$, $b = -1$ y $c = -1$. □

**Ejercicio 1.208.** Factoriza el polinomio $x^3 - x$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor $-1$ que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2-x$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores 1 y 0 como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a=-1$, $b=1$ y $c=0$. □

**Ejercicio 1.209.** Factoriza el polinomio $x^3+2x^2+x$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor $-1$ que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

El cociente resultante es $x^2+x$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores $-1$ y 0 como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a=-1$, $b=-1$ y $c=0$. □

**Ejercicio 1.210.** Factoriza el polinomio $x^3-x^2-4x+4$.

*Solución.* Para factorizar este polinomio de grado 3, tenemos que intentar encontrar una raiz del polinomio por tanteo. Para ello probaremos con diversos valores que debemos buscar entre los divisores del término independiente del polinomio. Tras realizar varias pruebas supongamos que encontramos el valor 1 que si le aplicamos el polinomio nos da 0. Con este valor aplicamos Ruffini y sacamos el cociente de la división. El resto es 0 puesto que hemos elegido el valor para que sea una raiz del polinomio.

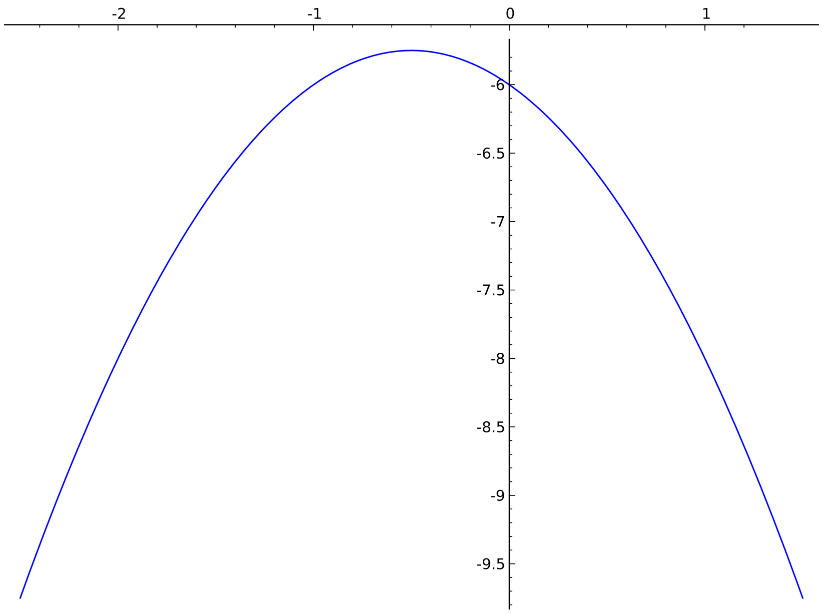
El cociente resultante es $x^2-4$. La factorización de esta parte podemos encontrarla utilizando Ruffini o aplicando directamente la fórmula de la ecuación de segundo grado que nos da el valor de las dos raices de este polinomio. Con eso obtenemos los valores $-2$ y 2 como raices.

La factorización es pues $(x-a)(x-b)(x-c)$ siendo $a=1$, $b=-2$ y $c=2$. □

**Ejercicio 1.211.** Representa gráficamente la función

$$f(x)=-2x^2+10x$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son 0,000000000000000 y 5,00000000000000. La derivada de este polinomio es $-4x + 10$ y esta derivada se anula en el punto 2,50000000000000. En este punto la función alcanza un máximo porque la segunda derivada es negativa.

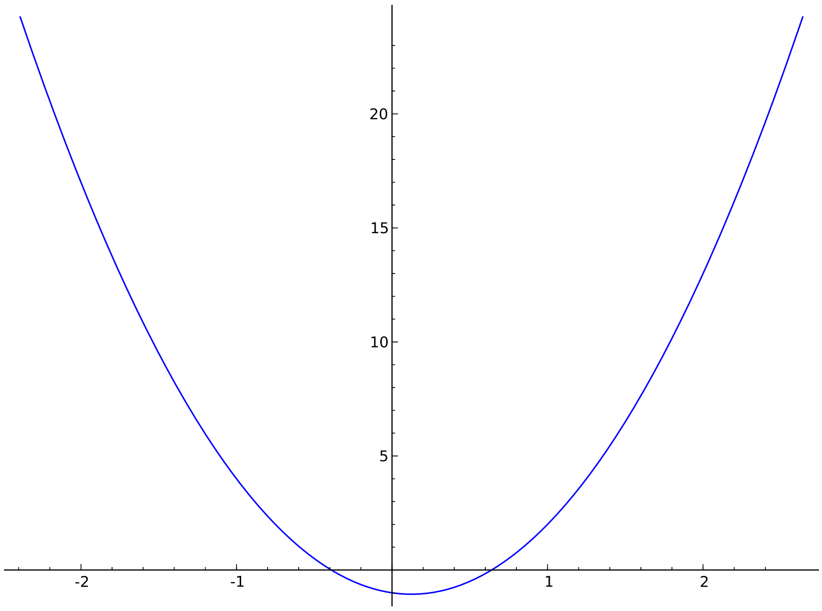



□

**Ejercicio 1.212.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^2 - x$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son 0,000000000000000 y 1,00000000000000. La derivada de este polinomio es $2x-1$ y esta derivada se anula en el punto 0,500000000000000. En este punto la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada es positiva.

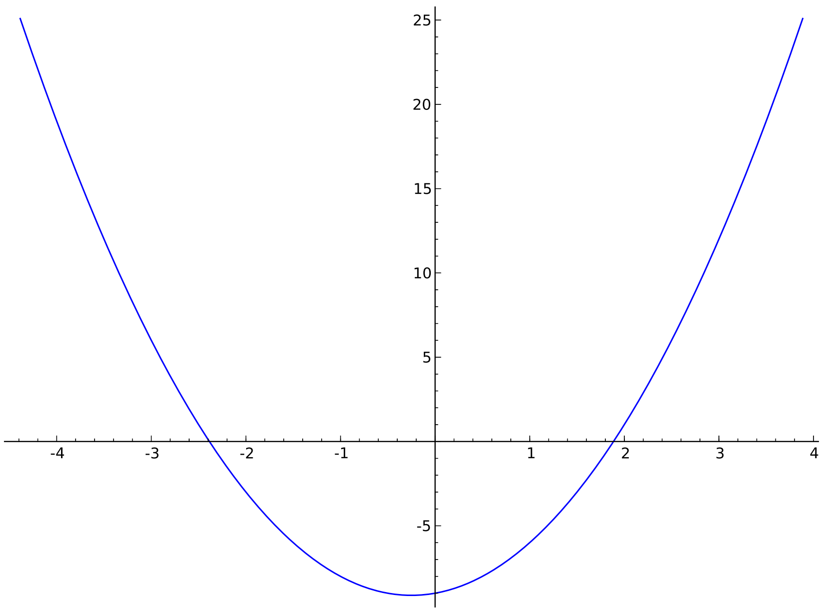



□

**Ejercicio 1.213.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2, pero al intentar calcular sus raices, vemos que son imaginarias, eso significa que no tiene cortes con el eje OX. La derivada de este polinomio es $4x$ y esta derivada se anula en el punto 0,000000000000000. En este punto la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada es positiva.

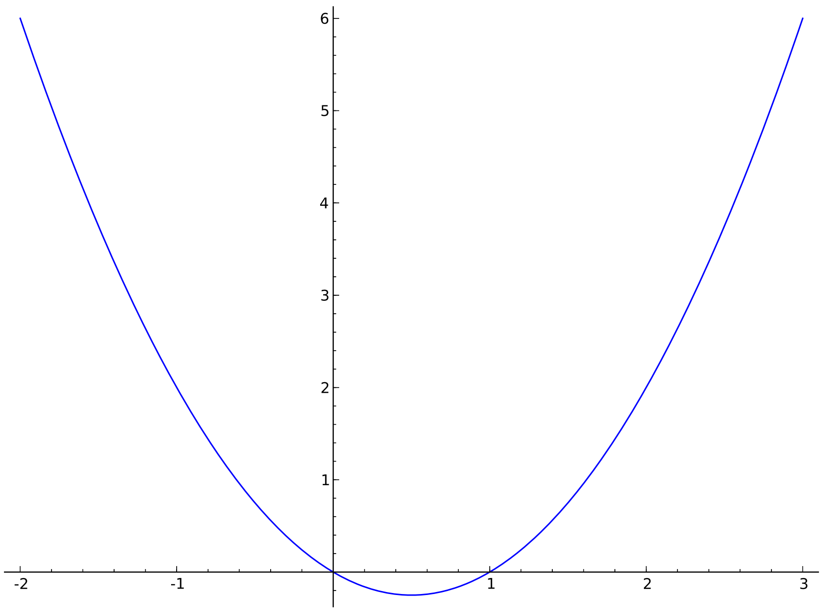



□

**Ejercicio 1.214.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -3x^2 + x + 4$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son $-1{,}00000000000000$ y $1{,}33333333333333$. La derivada de este polinomio es $-6x + 1$ y esta derivada se anula en el punto $0{,}166666666666667$. En este punto la función alcanza un máximo porque la segunda derivada es negativa.

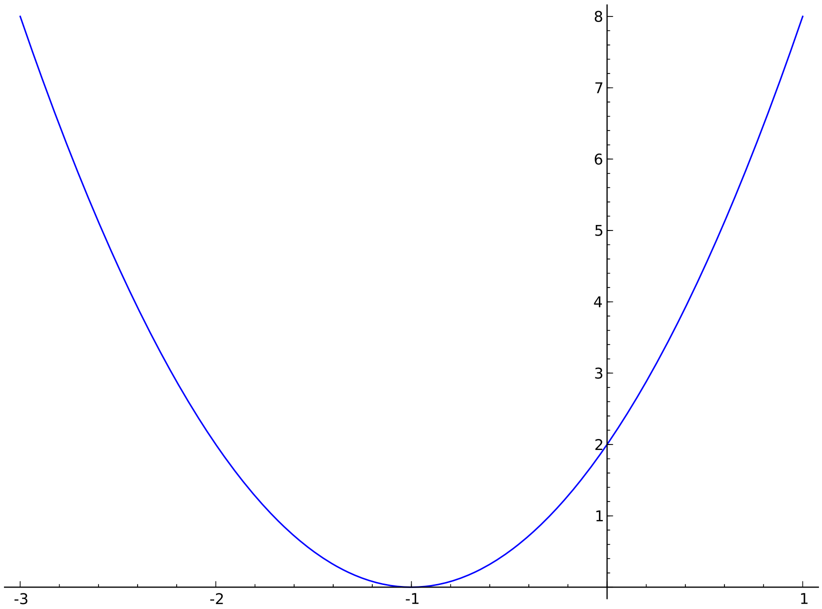



□

**Ejercicio 1.215.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^2 + 21x - 13$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son $0{,}660610062328545$ y $9{,}83938993767145$. La derivada de este polinomio es $-4x + 21$ y esta derivada se anula en el punto $5{,}25000000000000$. En este punto la función alcanza un máximo porque la segunda derivada es negativa.

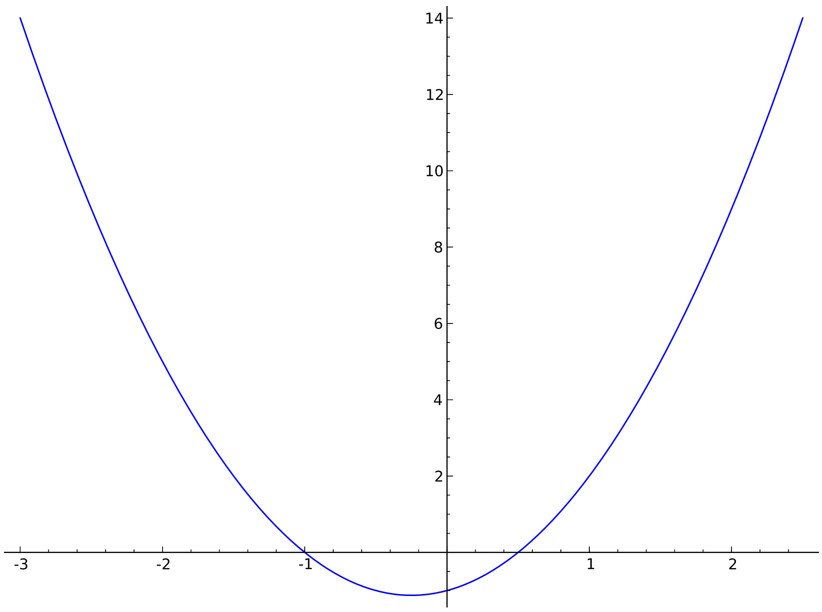



∎

**Ejercicio 1.216.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^2 - 2x + 11$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2, pero al intentar calcular sus raices, vemos que son imaginarias, eso significa que no tiene cortes con el eje OX. La derivada de este polinomio es $2x - 2$ y esta derivada se anula en el punto 1,00000000000000. En este punto la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada es positiva.

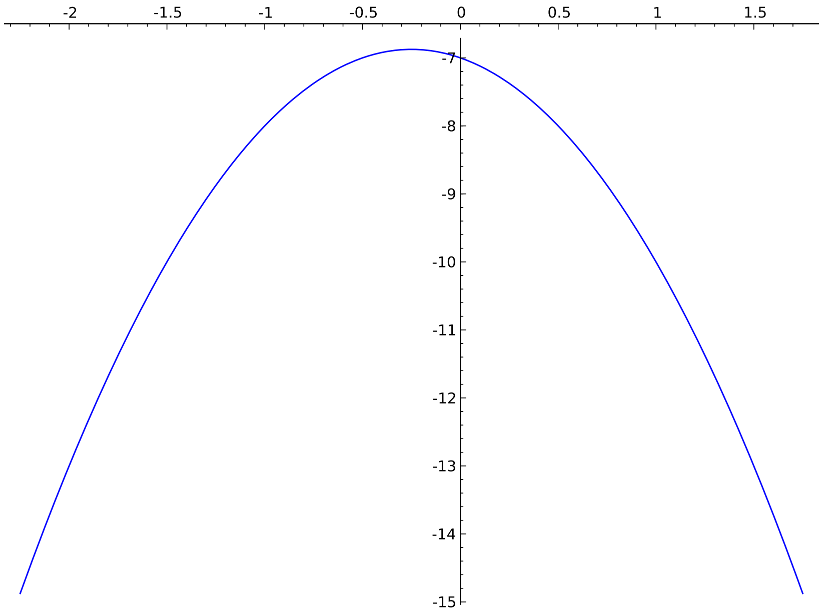



∎

**Ejercicio 1.217.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^2 - x + 1$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son $-1{,}61803398874989$ y $0{,}618033988749895$. La derivada de este polinomio es $-2x - 1$ y esta derivada se anula en el punto $-0{,}500000000000000$. En este punto la función alcanza un máximo porque la segunda derivada es negativa.

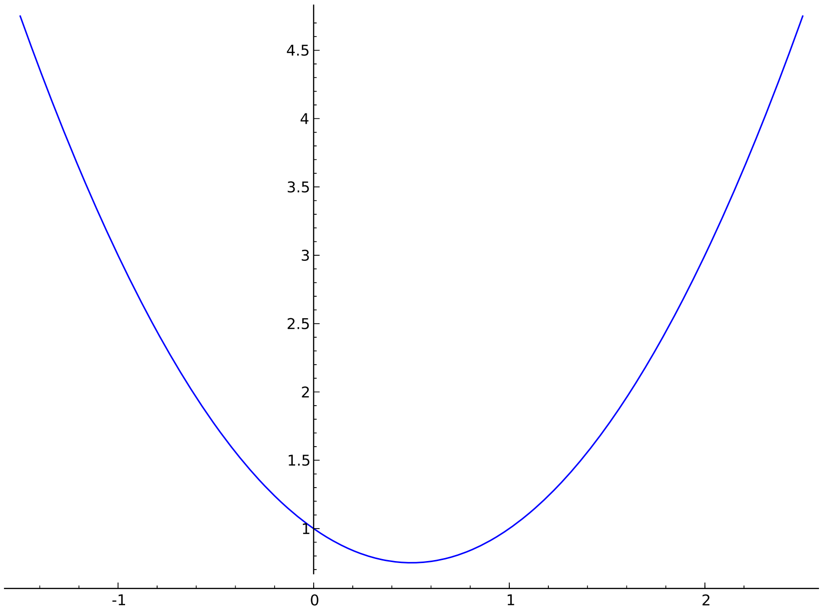



□

**Ejercicio 1.218.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son $-2{,}00000000000000$ y $1{,}00000000000000$. La derivada de este polinomio es $2x + 1$ y esta derivada se anula en el punto $-0{,}500000000000000$. En este punto la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada es positiva.

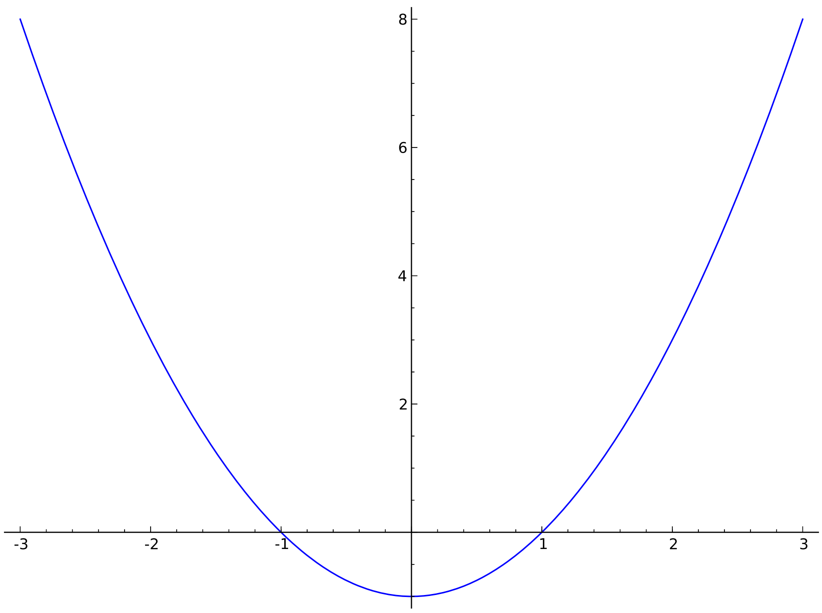



□

**Ejercicio 1.219.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = 2x^2 + 7x - 2$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son $-3{,}76556443707464$ y $0{,}265564437074637$. La derivada de este polinomio es $4x + 7$ y esta derivada se anula en el punto $-1{,}75000000000000$. En este punto la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada es positiva.

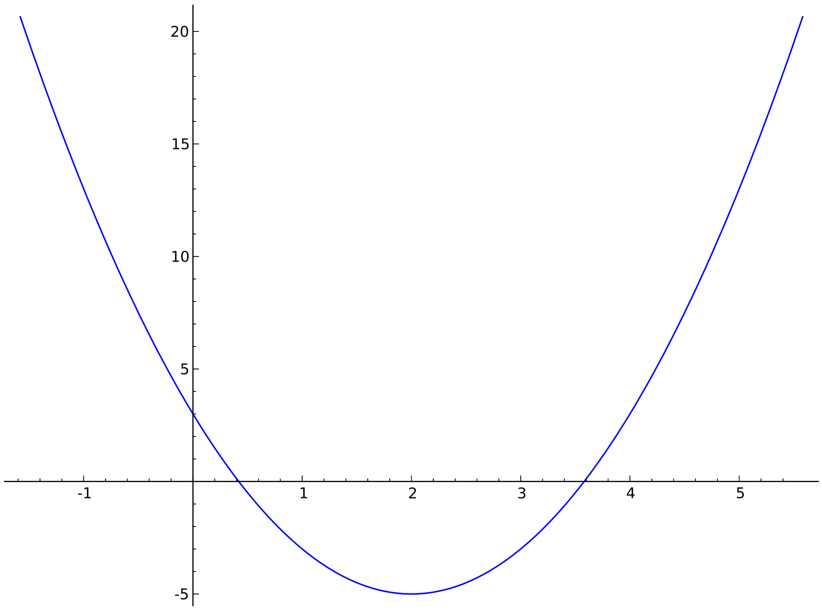


□

**Ejercicio 1.220.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -5x^2 + 7$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son $-1{,}18321595661992$ y $1{,}18321595661992$. La derivada de este polinomio es $-10x$ y esta derivada se anula en el punto $0{,}000000000000000$. En este punto la función alcanza un máximo porque la segunda derivada es negativa.

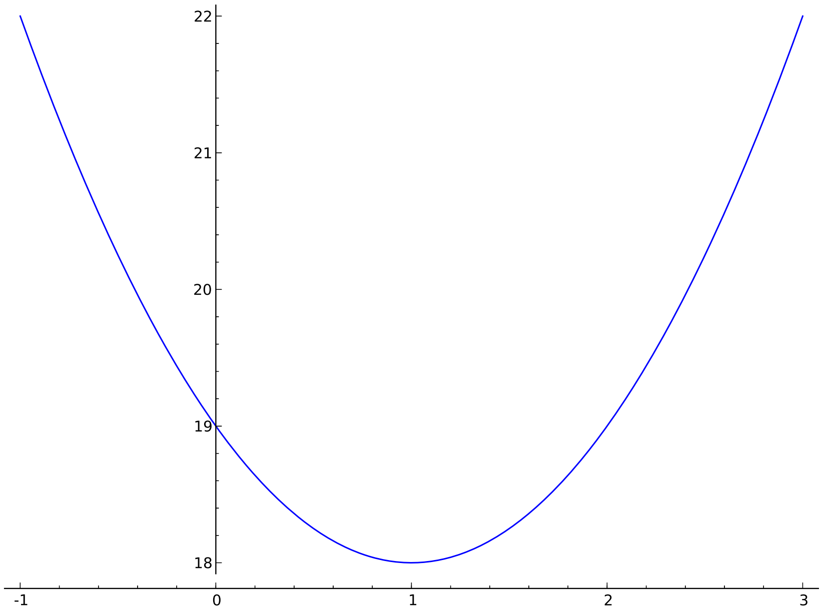



□

**Ejercicio 1.221.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -3x^2 - x + 4$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son $-1{,}33333333333333$ y $1{,}00000000000000$. La derivada de este polinomio es $-6x - 1$ y esta derivada se anula en el punto $-0{,}166666666666667$. En este punto la función alcanza un máximo porque la segunda derivada es negativa.

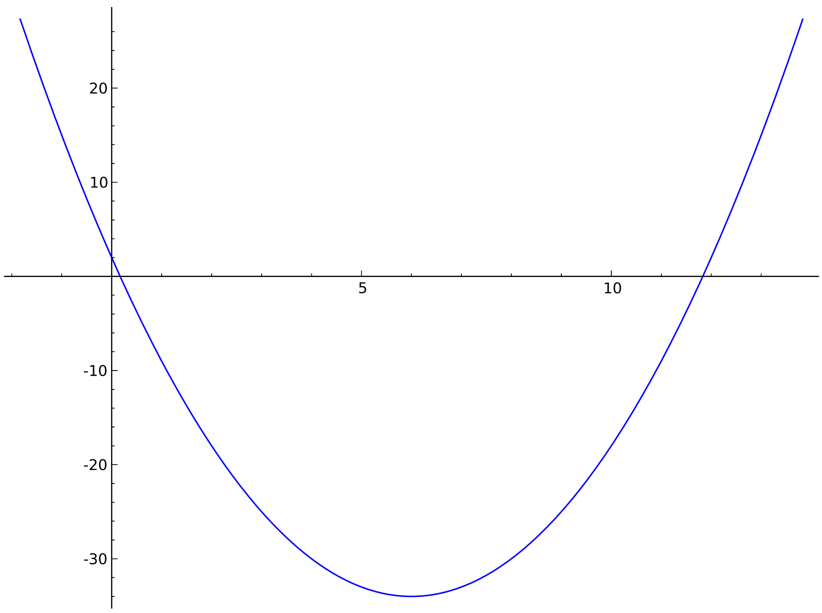



□

**Ejercicio 1.222.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son $-1{,}00000000000000$ y $0{,}333333333333333$. La derivada de este polinomio es $6x + 2$ y esta derivada se anula en el punto $-0{,}333333333333333$. En este punto la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada es positiva.

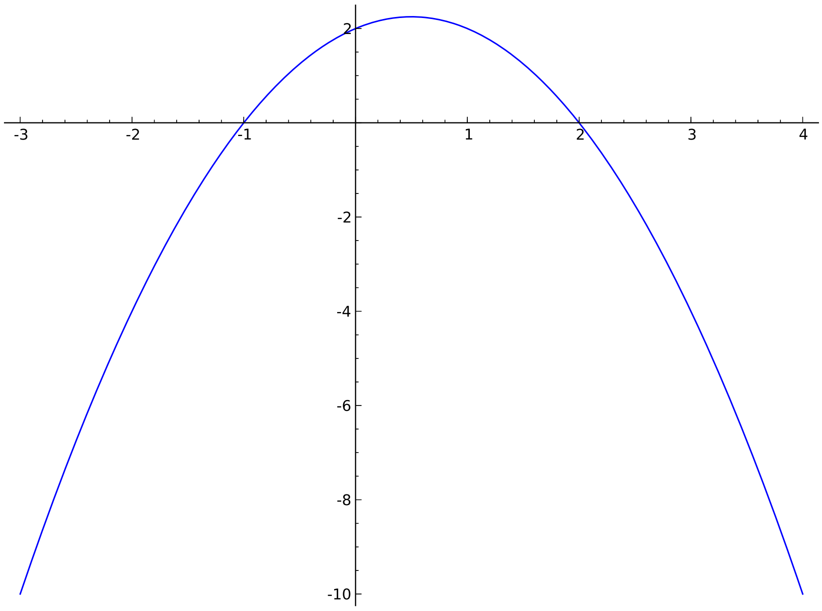


□

**Ejercicio 1.223.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^2 - 2x + 3$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son $-1{,}82287565553230$ y $0{,}822875655532295$. La derivada de este polinomio es $-4x - 2$ y esta derivada se anula en el punto $-0{,}500000000000000$. En este punto la función alcanza un máximo porque la segunda derivada es negativa.

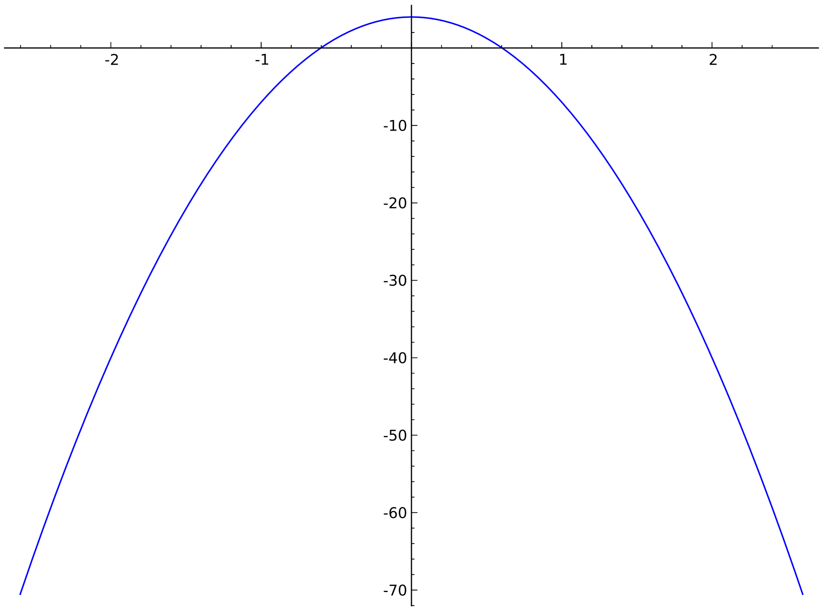



□

**Ejercicio 1.224.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = 3x^2 + x + 1$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2, pero al intentar calcular sus raices, vemos que son imaginarias, eso significa que no tiene cortes con el eje OX. La derivada de este polinomio es $6x + 1$ y esta derivada se anula en el punto $-0{,}166666666666667$. En este punto la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada es positiva.

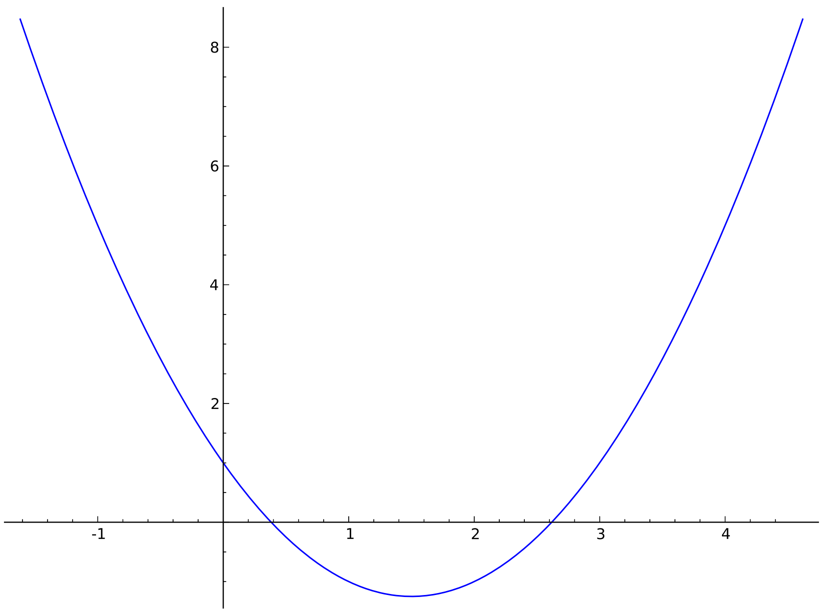



□

**Ejercicio 1.225.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -11x^2 - 4x$$

*Solución.* Estamos ante un polinomio de grado 2 con dos cortes con el eje OX, que podemos calcular con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Dichos puntos son $-0{,}363636363636364$ y $0{,}000000000000000$. La derivada de este polinomio es $-22x - 4$ y esta derivada se anula en el punto $-0{,}181818181818182$. En este punto la función alcanza un máximo porque la segunda derivada es negativa.



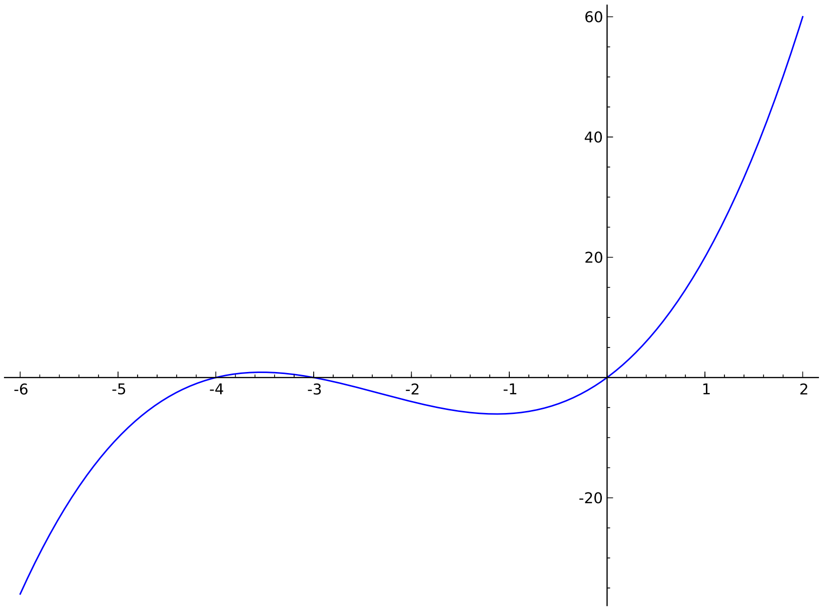
□

**Ejercicio 1.226.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 - 6x^2 - 5x$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son 0, $-1$ y $-5$.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-3{,}00000000000000x^2 - 12{,}0000000000000x - 5{,}00000000000000$ y se anula en los puntos $-3{,}52752523165195$ y $-0{,}472474768348053$. La segunda derivada es $-6{,}00000000000000x - 12{,}0000000000000$. En el punto $-3{,}52752523165195$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $-0{,}472474768348053$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.




□

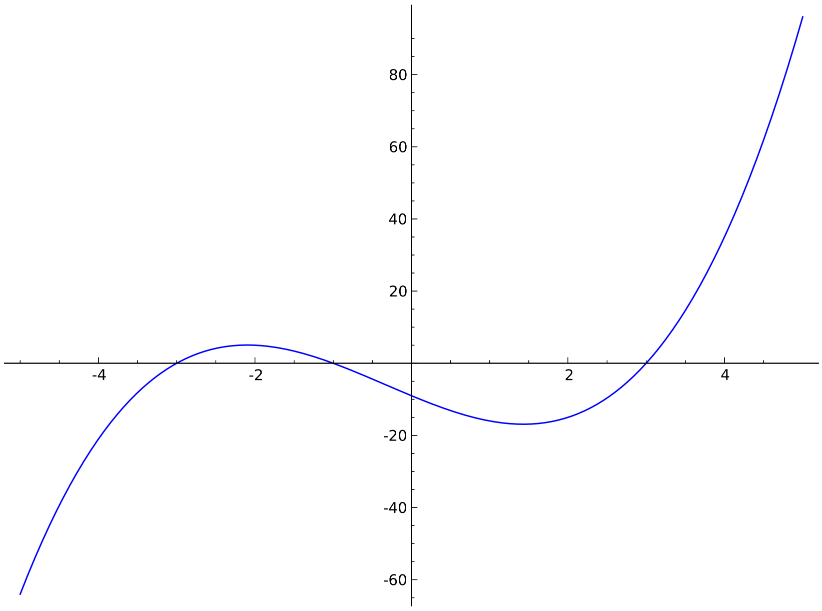
**Ejercicio 1.227.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^3 + 4x^2 - 11x - 30$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-2$, 3 y $-5$.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $3{,}00000000000000x^2 + 8{,}00000000000000x - 11{,}0000000000000$ y se anula en los puntos $-3{,}66666666666667$ y $1{,}00000000000000$. La segunda derivada es $6{,}00000000000000x+8{,}00000000000000$.

En el punto $-3{,}66666666666667$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto $1{,}00000000000000$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.



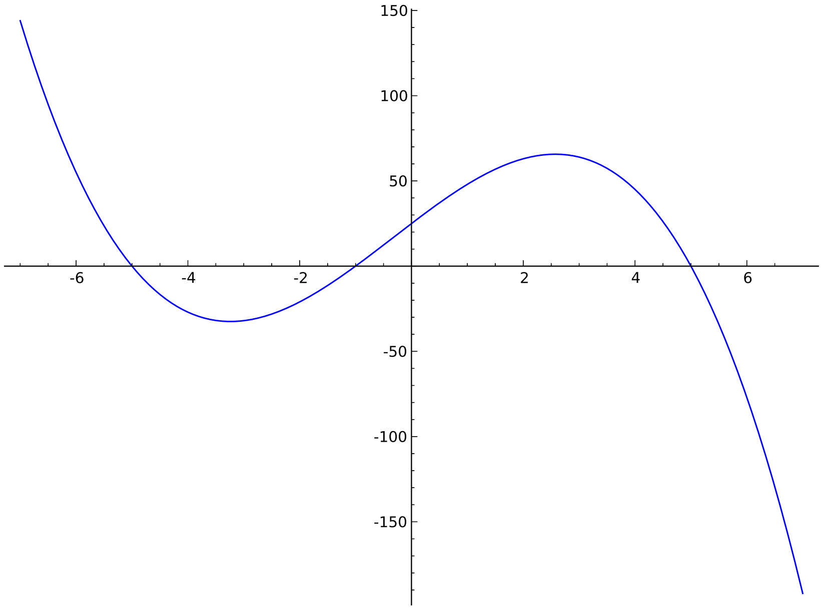

$\square$

**Ejercicio 1.228.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 + x^2 + 2x$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-1$, $0$ y $2$.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-3{,}00000000000000x^2 + 2{,}00000000000000x + 2{,}00000000000000$ y se anula en los puntos $-0{,}548583770354863$ y $1{,}21525043702153$. La segunda derivada es $-6{,}00000000000000x + 2{,}00000000000000$. En el punto $-0{,}548583770354863$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $1{,}21525043702153$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.



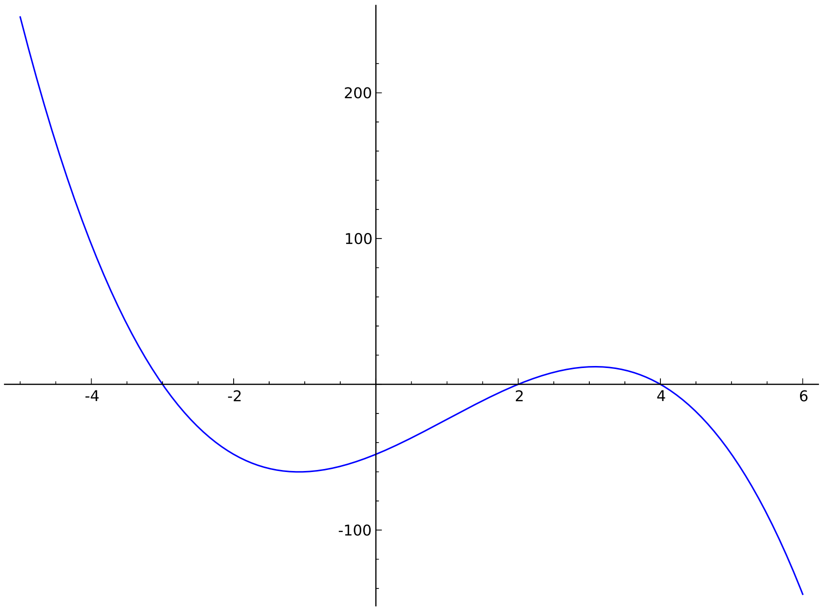

$\square$

**Ejercicio 1.229.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 + x^2 + 9x - 9$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-3$, $3$ y $1$.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-3{,}00000000000000x^2 + 2{,}00000000000000x + 9{,}00000000000000$ y se anula en los puntos $-1{,}43050087404306$ y $2{,}09716754070973$. La segunda derivada es $-6{,}00000000000000x + 2{,}00000000000000$. En el punto $-1{,}43050087404306$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $2{,}09716754070973$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.



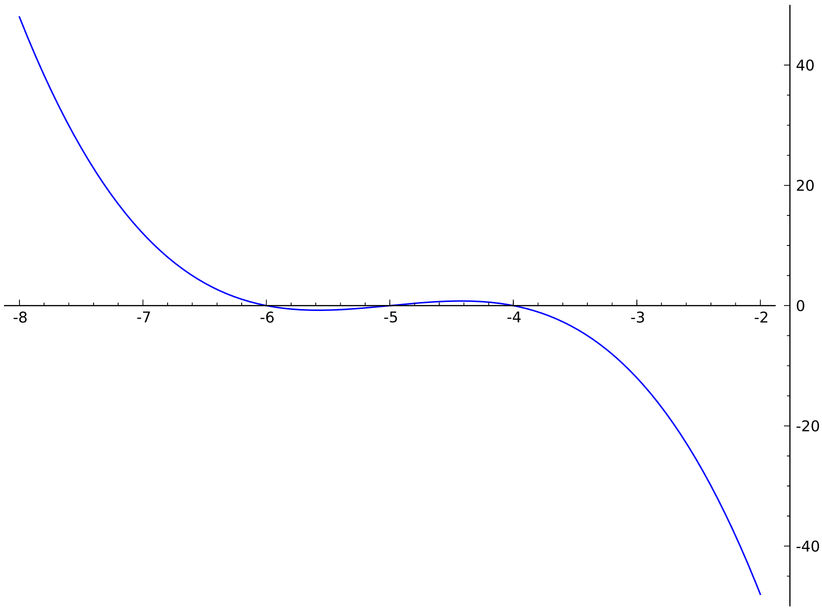

□

**Ejercicio 1.230.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^3 + 8x^2 + 14x - 20$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son 1, 5 y $-2$.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-6{,}00000000000000x^2 + 16{,}0000000000000x + 14{,}0000000000000$ y se anula en los puntos $-0{,}694254176766073$ y $3{,}36092084343274$. La segunda derivada es $-12{,}0000000000000x + 16{,}0000000000000$. En el punto $-0{,}694254176766073$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $3{,}36092084343274$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.



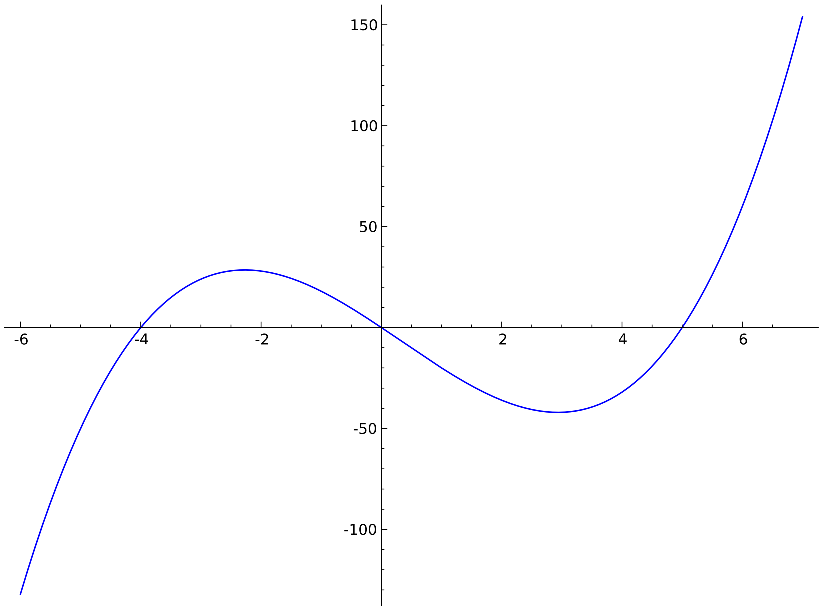

□

**Ejercicio 1.231.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 + 5x^2 + 2x - 24$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-2$, 4 y 3.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-3{,}00000000000000x^2 + 10{,}0000000000000x + 2{,}00000000000000$ y se anula en los puntos $-0{,}189254787610007$ y $3{,}52258812094334$. La segunda derivada es $-6{,}00000000000000x + 10{,}0000000000000$. En el punto $-0{,}189254787610007$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $3{,}52258812094334$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.



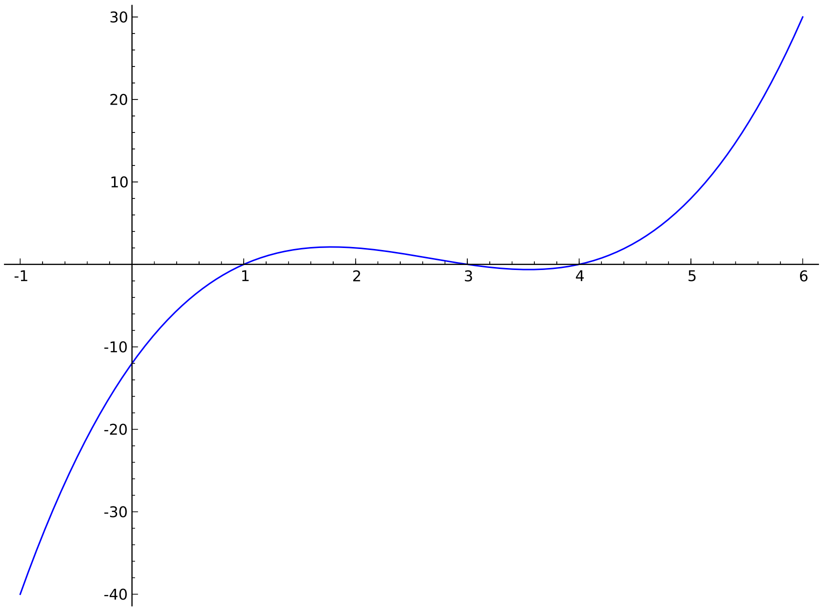

□

**Ejercicio 1.232.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 12x$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son 0, $-4$ y $-3$.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $3{,}00000000000000x^2 + 14{,}0000000000000x + 12{,}0000000000000$ y se anula en los puntos $-3{,}53518375848800$ y $-1{,}13148290817867$. La segunda derivada es $6{,}00000000000000x+14{,}0000000000000$ En el punto $-3{,}53518375848800$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto $-1{,}13148290817867$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.



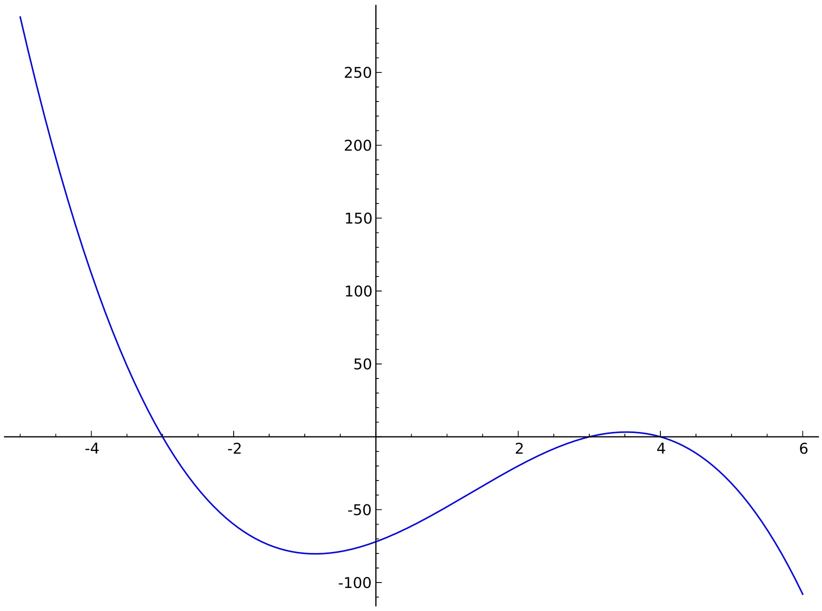

□

**Ejercicio 1.233.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^3 + 8x^2 - 6x$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son 0, 3 y 1.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-6{,}00000000000000x^2 + 16{,}0000000000000x - 6{,}00000000000000$ y se anula en los puntos 0,451416229645137 y 2,21525043702153. La segunda derivada es $-12{,}0000000000000x + 16{,}0000000000000$. En el punto 0,451416229645137 la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto 2,21525043702153 la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.



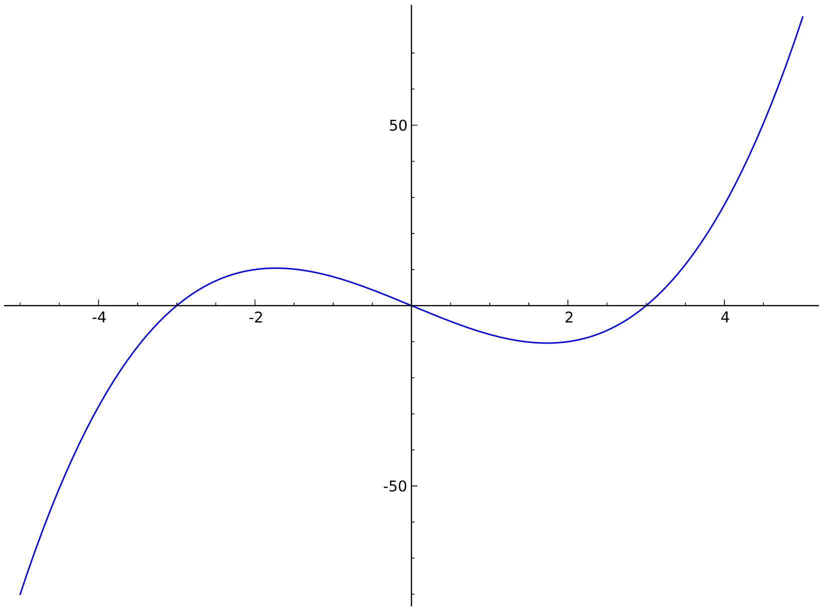

$\square$

**Ejercicio 1.234.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^3 + 38x - 60$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-5$, 2 y 3.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-6{,}00000000000000x^2 + 0{,}000000000000000x + 38{,}0000000000000$ y se anula en los puntos $-2{,}51661147842358$ y $2{,}51661147842358$. La segunda derivada es $-12{,}0000000000000x + 0{,}000000000000000$. En el punto $-2{,}51661147842358$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $2{,}51661147842358$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.



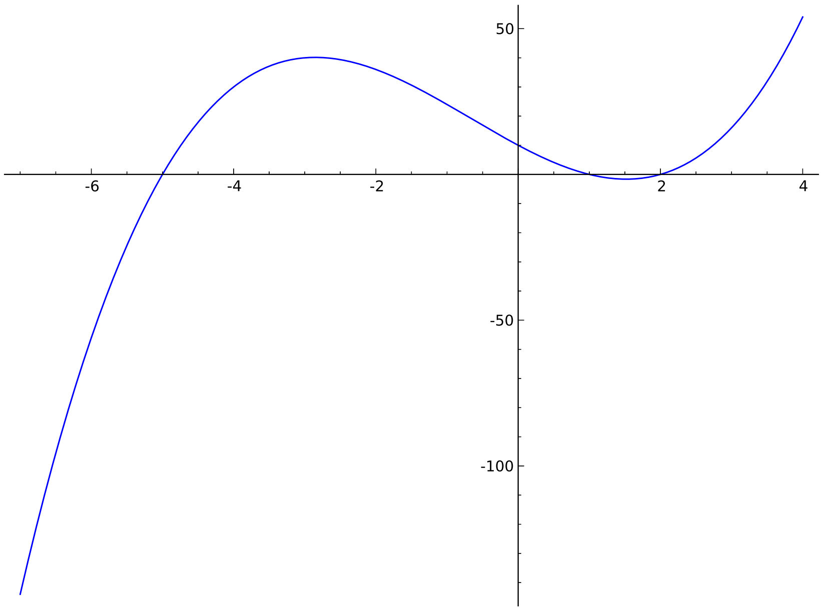

□

**Ejercicio 1.235.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^3 - 6x^2 + 32x - 24$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-6$, 2 y 1.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-6{,}00000000000000x^2 - 12{,}0000000000000x + 32{,}0000000000000$ y se anula en los puntos $-3{,}51661147842358$ y $1{,}51661147842358$. La segunda derivada es $-12{,}0000000000000x - 12{,}0000000000000$. En el punto $-3{,}51661147842358$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $1{,}51661147842358$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.



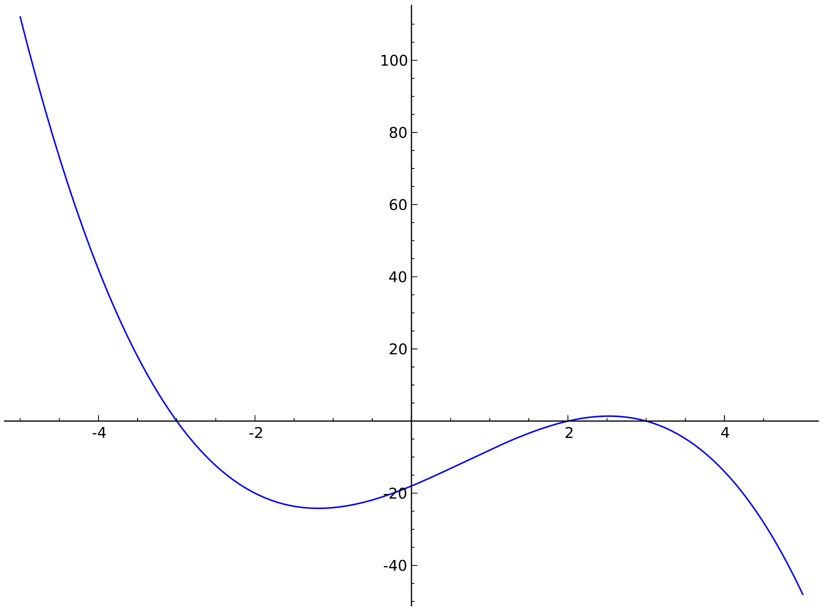

$\square$

**Ejercicio 1.236.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 - x^2 + 24x - 36$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-6$, $2$ y $3$.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-3{,}00000000000000x^2 - 2{,}00000000000000x + 24{,}0000000000000$ y se anula en los puntos $-3{,}18133458177251$ y $2{,}51466791510584$. La segunda derivada es $-6{,}00000000000000x - 2{,}00000000000000$. En el punto $-3{,}18133458177251$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $2{,}51466791510584$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.



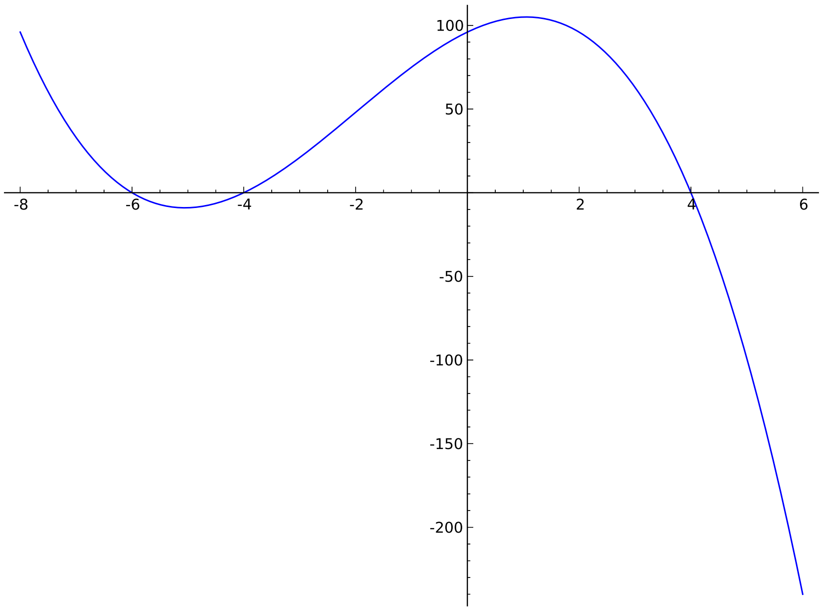

□

**Ejercicio 1.237.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -2x^3 - 14x^2 + 28x + 240$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-6$, $4$ y $-5$.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-6{,}00000000000000x^2 - 28{,}0000000000000x + 28{,}0000000000000$ y se anula en los puntos $-5{,}51313067138982$ y $0{,}846464004723152$. La segunda derivada es $-12{,}0000000000000x - 28{,}0000000000000$. En el punto $-5{,}51313067138982$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $0{,}846464004723152$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.



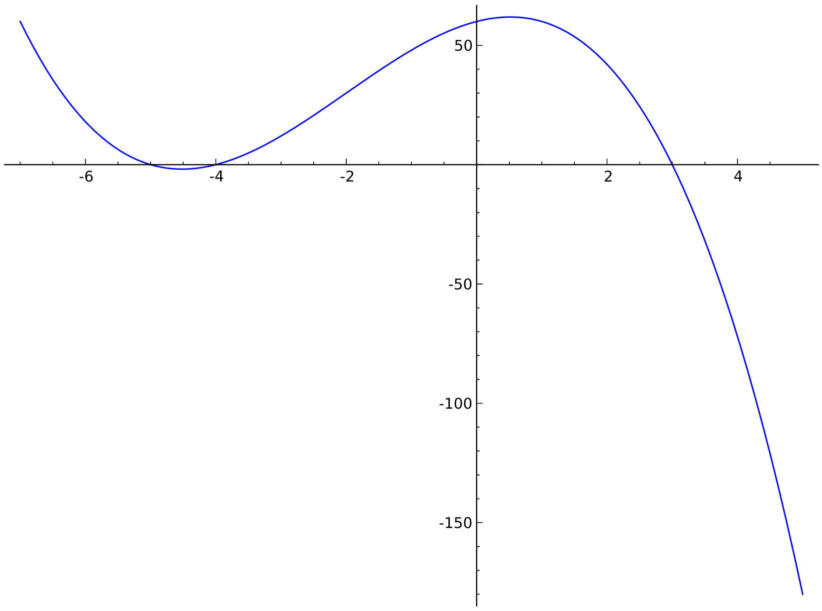

□

**Ejercicio 1.238.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 6x$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-6$, $-1$ y $0$.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $3{,}00000000000000x^2 + 14{,}0000000000000x + 6{,}00000000000000$ y se anula en los puntos $-4{,}18925478761001$ y $-0{,}477411879056659$. La segunda derivada es $6{,}00000000000000x+14{,}000000000000$
En el punto $-4{,}18925478761001$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto $-0{,}477411879056659$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.



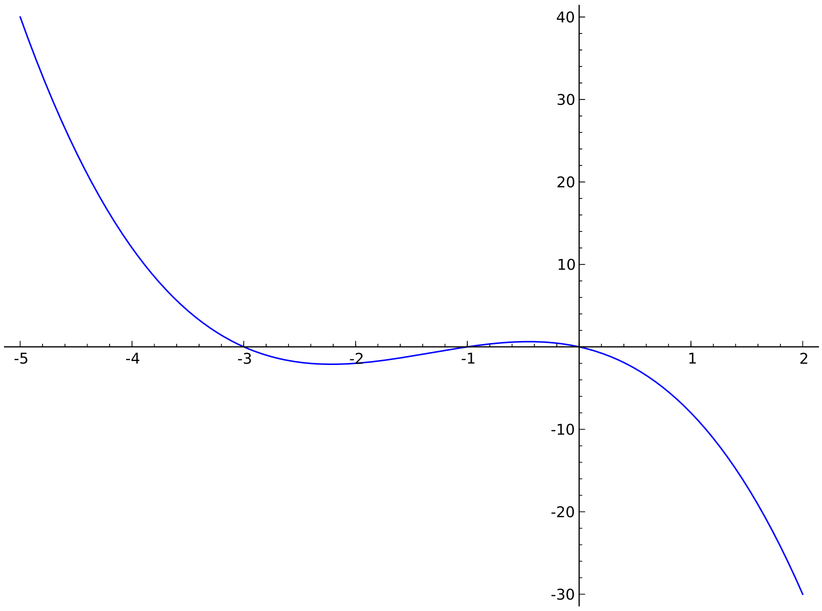

□

**Ejercicio 1.239.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = -x^3 - x^2 + 9x + 9$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-1$, $-3$ y 3.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $-3{,}00000000000000x^2 - 2{,}00000000000000x + 9{,}00000000000000$ y se anula en los puntos $-2{,}09716754070973$ y $1{,}43050087404306$. La segunda derivada es $-6{,}00000000000000x - 2{,}00000000000000$. En el punto $-2{,}09716754070973$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $1{,}43050087404306$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.



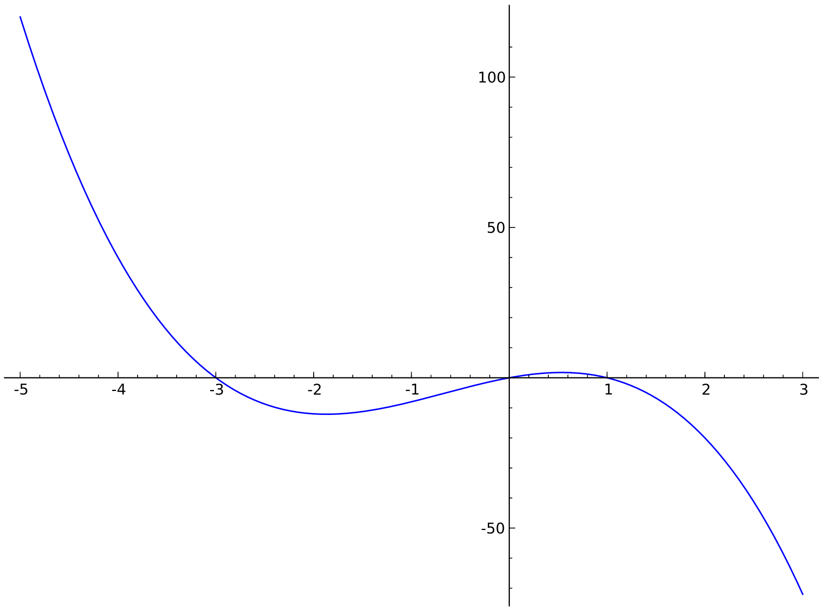

□

**Ejercicio 1.240.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = x^3 + x^2 - 16x - 16$$

*Solución.* Empecemos calculando los valores que hacen cero este polinomio de grado 3. Estos valores los podemos calcular utilizando Ruffini y la fórmula de segundo grado. En este caso concreto los valores son $-1$, $-4$ y $4$.

Ahora vamos a calcular la derivada para ver los máximos y los mínimos. La derivada es $3{,}00000000000000x^2 + 2{,}00000000000000x - 16{,}0000000000000$ y se anula en los puntos $-2{,}66666666666667$ y $2{,}00000000000000$. La segunda derivada es $6{,}00000000000000x + 2{,}00000000000000$. En el punto $-2{,}66666666666667$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto $2{,}00000000000000$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.

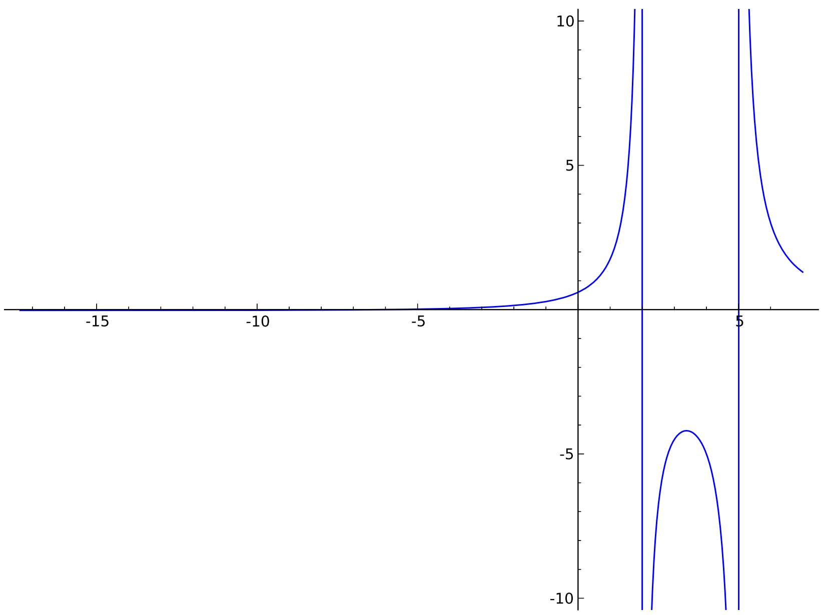



□

**Ejercicio 1.241.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x+6}{x^2 - x - 20}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente 5 y $-4$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-4$, la que hay entre $-4$ y 5 y la que hay a la derecha de 5. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en $-6$. Ese punto está situado en la parte izquierda. La derivada se anula en $-10{,}6904157598234$ y $-1{,}30958424017657$. En el punto $-10{,}6904157598234$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $-1{,}30958424017657$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.

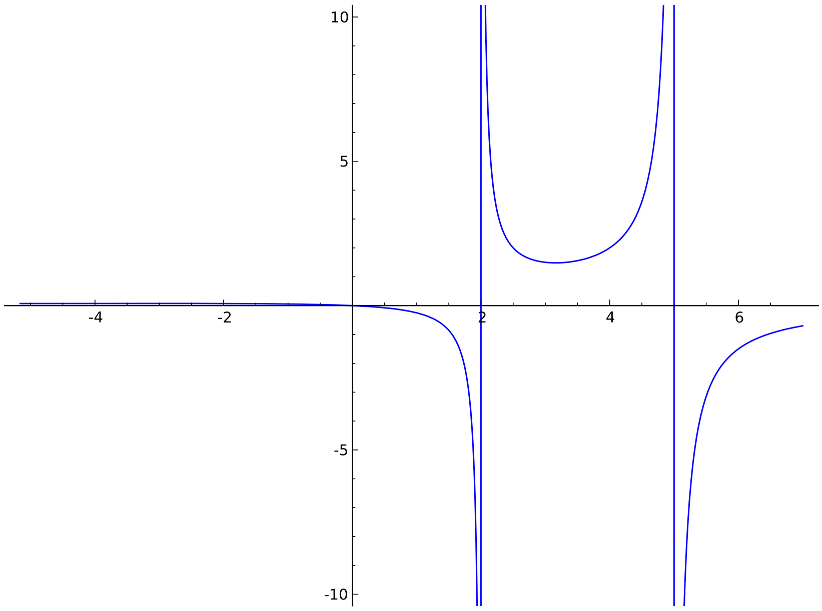



□

**Ejercicio 1.242.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-2x - 12}{x^2 - 7x + 12}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente 3 y 4. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de 3, la que hay entre 3 y 4 y la que hay a la derecha de 4. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en $-6$. Ese punto está situado en la parte izquierda. La derivada se anula en $-15{,}4868329805051$ y $3{,}48683298050514$. En el punto $-15{,}4868329805051$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto $3{,}48683298050514$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.

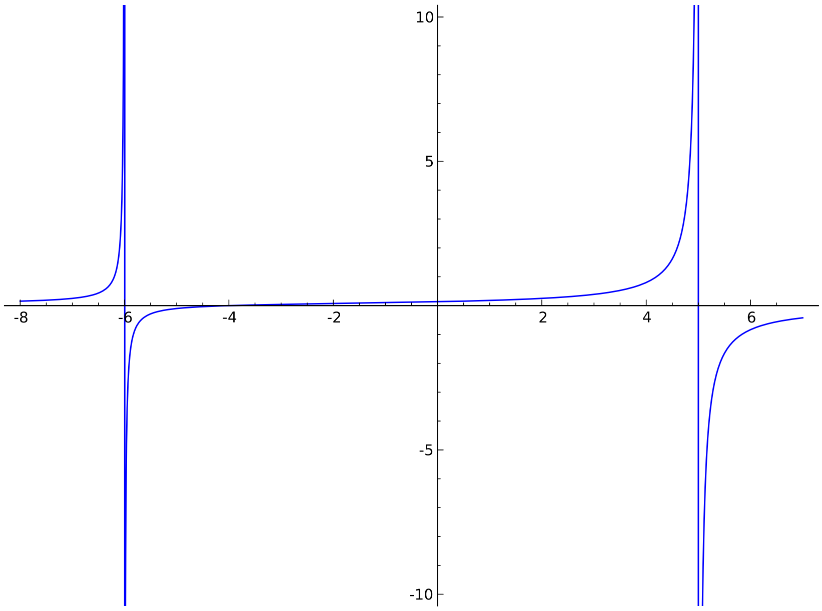



□

**Ejercicio 1.243.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-x-6}{x^2+4x+3}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente $-1$ y $-3$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-3$, la que hay entre $-3$ y $-1$ y la que hay a la derecha de $-1$. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en $-6$. Ese punto está situado en la parte izquierda. La derivada se anula en $-9{,}87298334620742$ y $-2{,}12701665379258$. En el punto $-9{,}87298334620742$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto $-2{,}12701665379258$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.

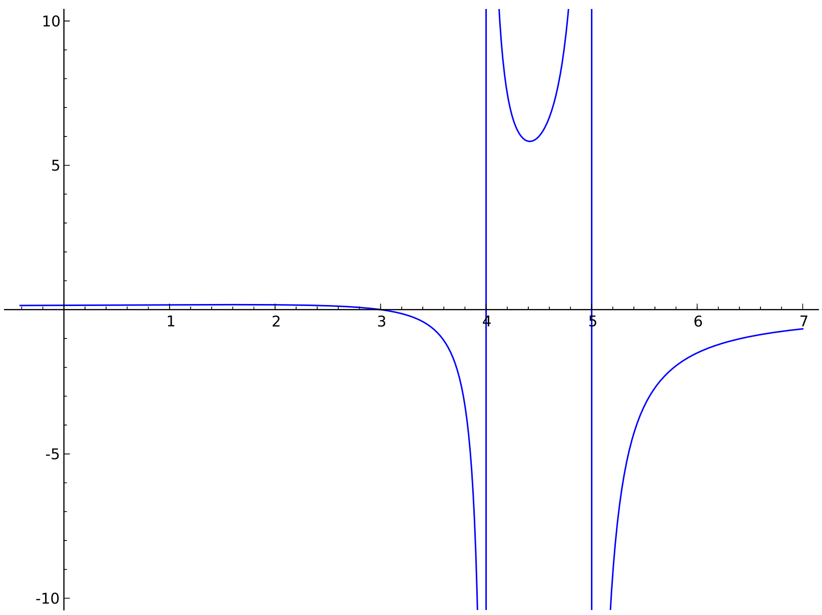



□

**Ejercicio 1.244.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-x+3}{x^2+5x+4}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente $-1$ y $-4$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-4$, la que hay entre $-4$ y $-1$ y la que hay a la derecha de $-1$. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en 3. Ese punto está situado en la parte derecha. La derivada se anula en $-2{,}29150262212918$ y $8{,}29150262212918$. En el punto $-2{,}29150262212918$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto $8{,}29150262212918$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.

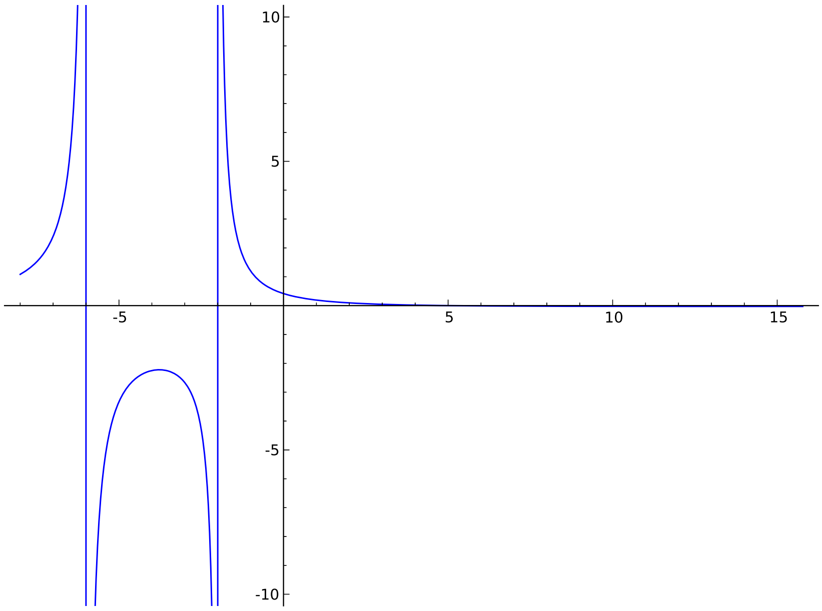



$\square$

**Ejercicio 1.245.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-2x + 10}{x^2 + 5x + 6}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente $-2$ y $-3$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-3$, la que hay entre $-3$ y $-2$ y la que hay a la derecha de $-2$. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en 5. Ese punto está situado en la parte derecha. La derivada se anula en $-2{,}48331477354788$ y $12{,}4833147735479$. En el punto $-2{,}48331477354788$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto $12{,}4833147735479$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.

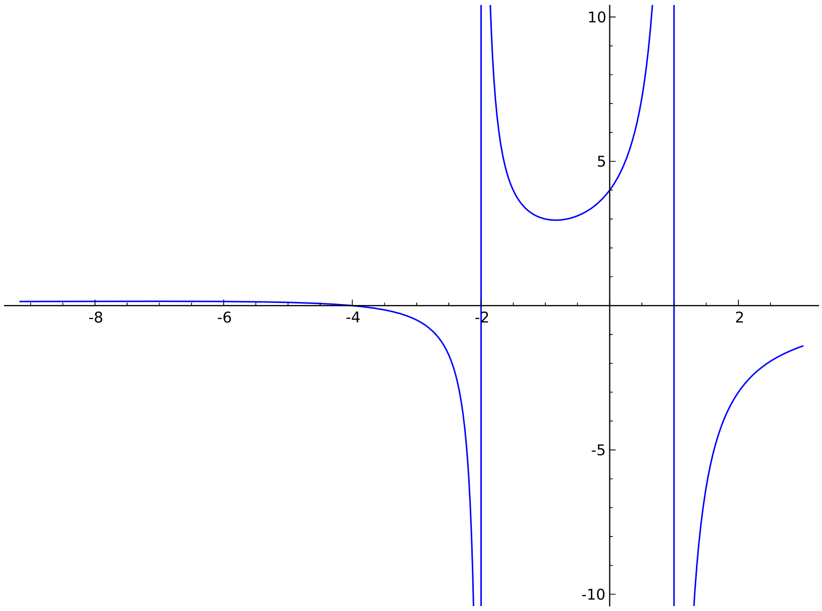



$\square$

**Ejercicio 1.246.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+6x}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente $-6$ y $0$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-6$, la que hay entre $-6$ y $0$ y la que hay a la derecha de $0$. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en $1$. Ese punto está situado en la parte derecha. La derivada se anula en $-1{,}64575131106459$ y $3{,}64575131106459$. En el punto $-1{,}64575131106459$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $3{,}64575131106459$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.

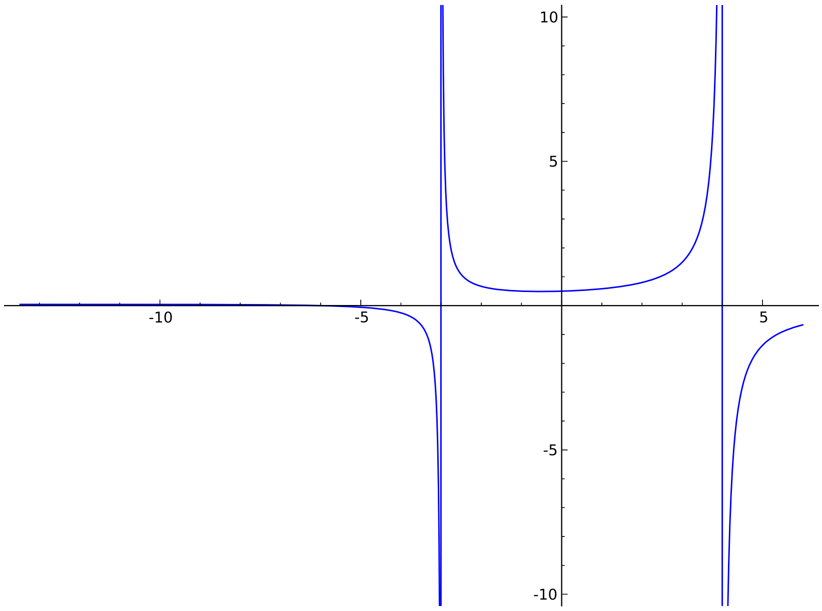



□

**Ejercicio 1.247.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x + 5}{x^2 + 5x + 4}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente $-1$ y $-4$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-4$, la que hay entre $-4$ y $-1$ y la que hay a la derecha de $-1$. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en $-5$. Ese punto está situado en la parte izquierda. La derivada se anula en $-7{,}00000000000000$ y $-3{,}00000000000000$. En el punto $-7{,}00000000000000$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $-3{,}00000000000000$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.

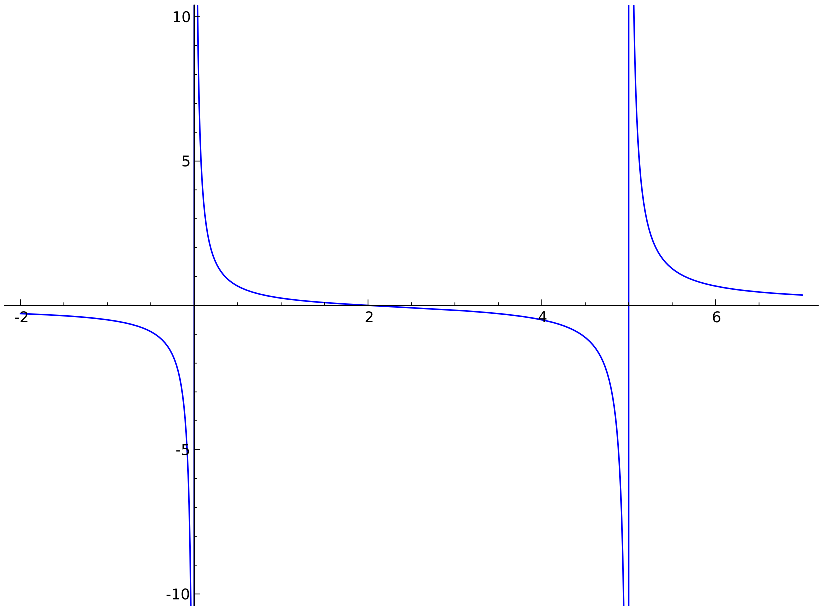



□

**Ejercicio 1.248.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-2x - 4}{x^2 - 1}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente $-1$ y $1$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-1$, la que hay entre $-1$ y $1$ y la que hay a la derecha de $1$. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en $-2$. Ese punto está situado en la parte izquierda. La derivada se anula en $-3{,}73205080756888$ y $-0{,}267949192431123$. En el punto $-3{,}73205080756888$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto $-0{,}267949192431123$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.

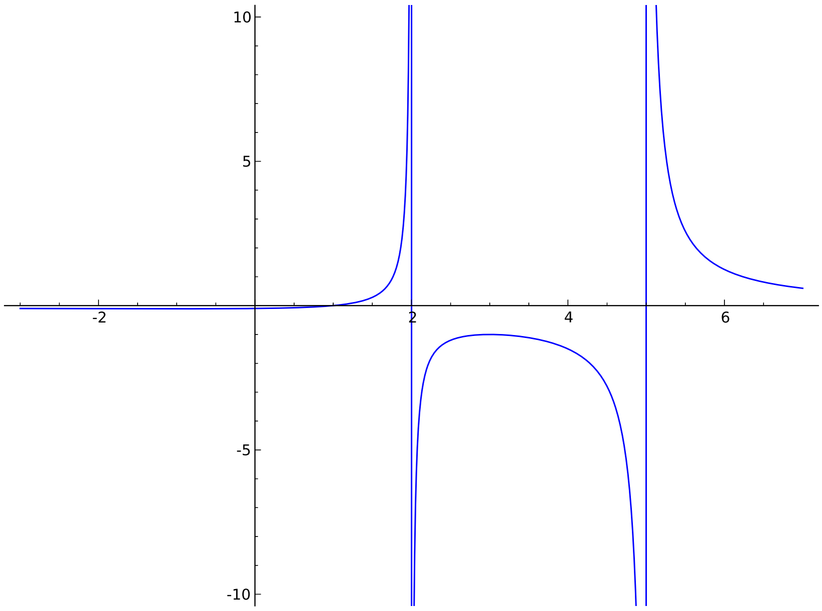



□

**Ejercicio 1.249.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x-4}{x^2+3x}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente 0 y $-3$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-3$, la que hay entre $-3$ y 0 y la que hay a la derecha de 0. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en 4. Ese punto está situado en la parte derecha. La derivada se anula en $-1{,}29150262212918$ y $9{,}29150262212918$. En el punto $-1{,}29150262212918$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $9{,}29150262212918$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.

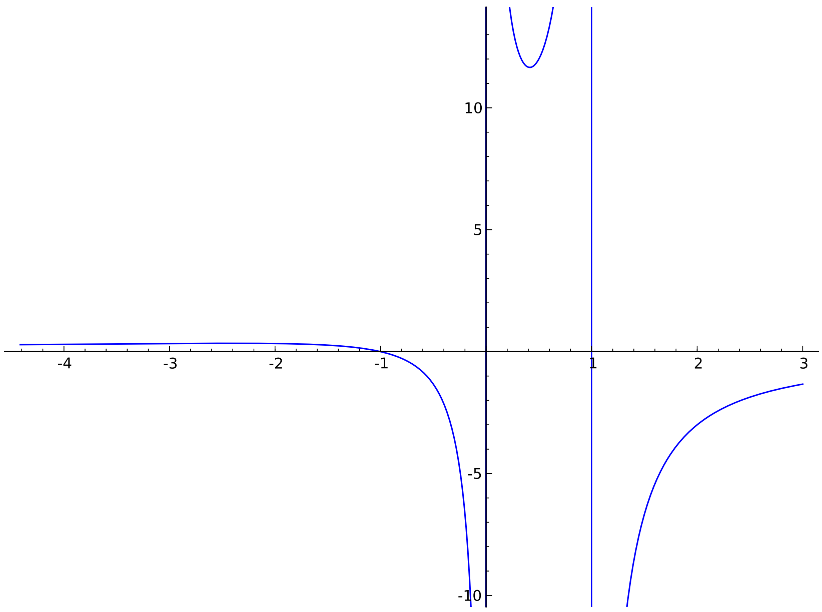



$\square$

**Ejercicio 1.250.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-2x+4}{x^2-9}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente 3 y $-3$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-3$, la que hay entre $-3$ y 3 y la que hay a la derecha de 3. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en 2. Ese punto está situado en la parte central. La derivada nunca se anula, por lo tanto esta función es siempre creciente.

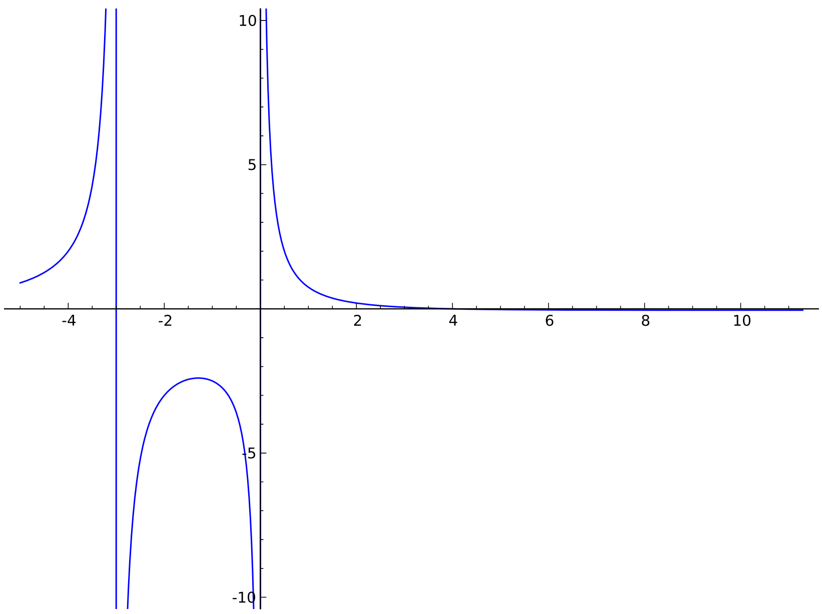


□

**Ejercicio 1.251.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x-4}{x^2+5x}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente $-5$ y $0$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-5$, la que hay entre $-5$ y $0$ y la que hay a la derecha de $0$. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en $4$. Ese punto está situado en la parte derecha. La derivada se anula en $-2{,}00000000000000$ y $10{,}0000000000000$. En el punto $-2{,}00000000000000$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $10{,}0000000000000$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.

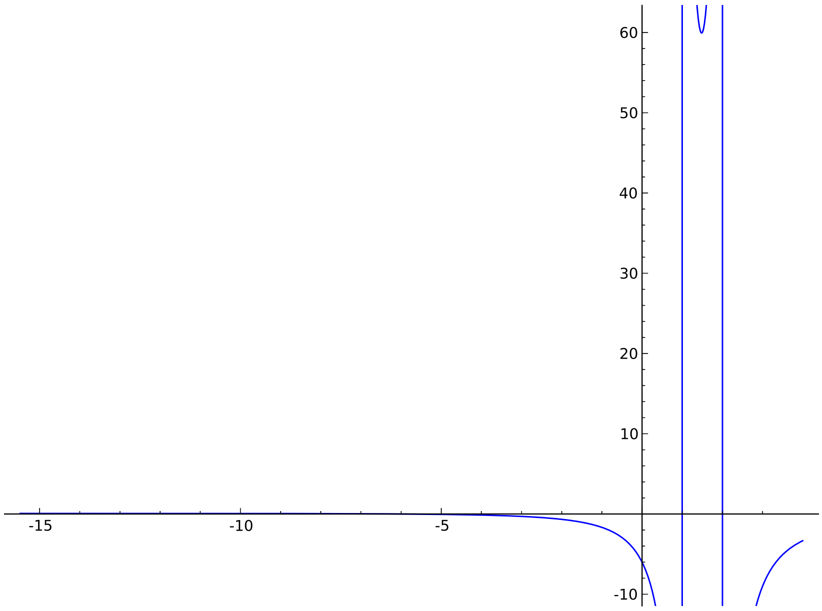



□

**Ejercicio 1.252.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-2x-4}{x^2+4x-12}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente $2$ y $-6$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-6$, la que hay entre $-6$ y $2$ y la que hay a la derecha de $2$. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en $-2$. Ese punto está situado en la parte central. La derivada nunca se anula, por lo tanto esta función es siempre creciente.

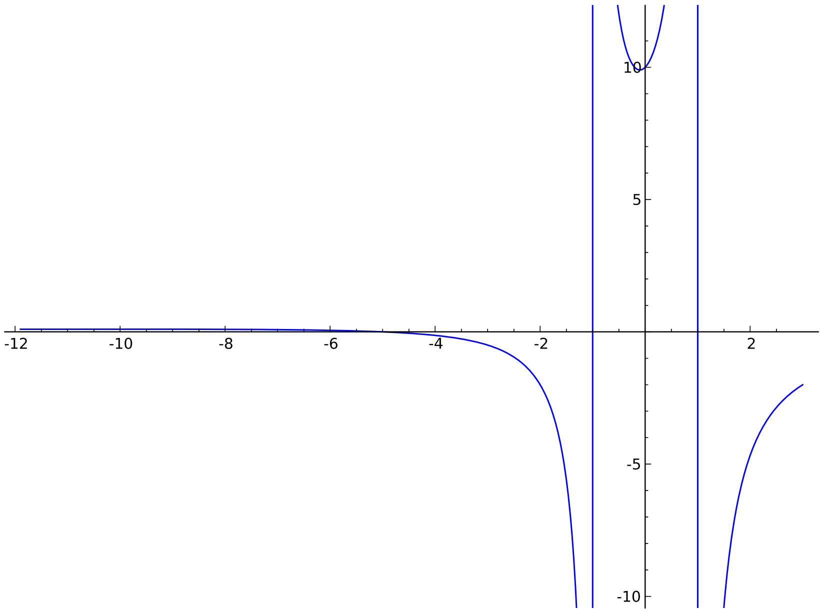



□

**Ejercicio 1.253.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2+11x+30}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente $-5$ y $-6$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-6$, la que hay entre $-6$ y $-5$ y la que hay a la derecha de $-5$. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en $-2$. Ese punto está situado en la parte derecha. La derivada se anula en $-5{,}46410161513775$ y $1{,}46410161513775$. En el punto $-5{,}46410161513775$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $1{,}46410161513775$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.

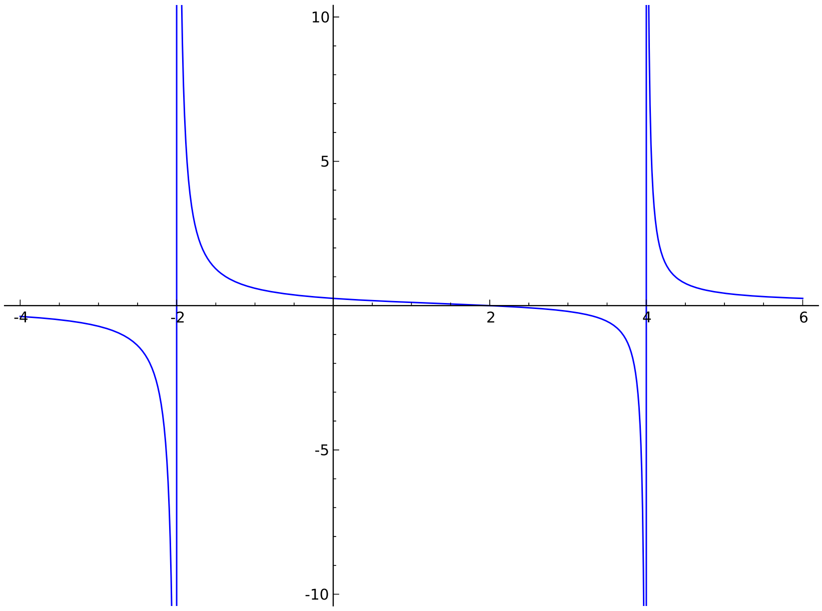



□

**Ejercicio 1.254.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 7x + 12}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente $-4$ y $-3$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-4$, la que hay entre $-4$ y $-3$ y la que hay a la derecha de $-3$. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en 0. Ese punto está situado en la parte derecha. La derivada se anula en $-3{,}46410161513775$ y $3{,}46410161513775$. En el punto $-3{,}46410161513775$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto $3{,}46410161513775$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.

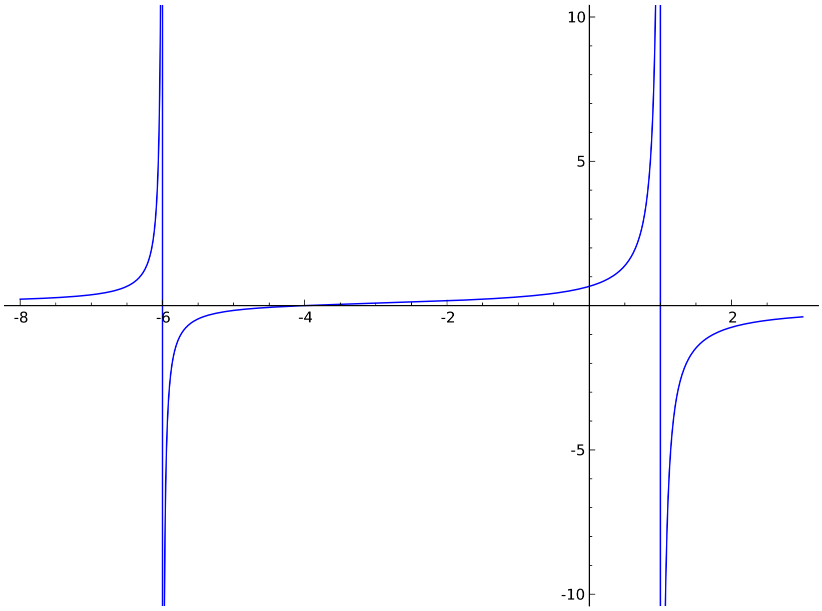



$\square$

**Ejercicio 1.255.** Representa gráficamente la función

$$f(x) = \frac{-x-5}{x^2-3x-4}$$

*Solución.* Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente 4 y $-1$. Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de $-1$, la que hay entre $-1$ y 4 y la que hay a la derecha de 4. El numerador (y por lo tanto la función) se anula en $-5$. Ese punto está situado en la parte izquierda. La derivada se anula en $-11{,}0000000000000$ y $1{,}00000000000000$. En el punto $-11{,}0000000000000$ la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto $1{,}00000000000000$ la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.


10
5
-5
-10
-8
-6
-4
-2
2

□

## Capítulo 2. Matrices y Sistemas de Ecuaciones

**Ejercicio 2.1.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -29 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -29 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -28 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.2.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.3.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & -1 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = -1$ y $b = 1$, calcula la combinación $aM + bN$

*Solución.* Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$-1 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -3 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.4.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 20 & 2 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 20 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 21 & 4 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.5.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 130 & 14 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 130 & 14 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 132 & 13 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.6.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = -1$, calcula la combinación $aM + bN$

*Solución.* Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$0 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} + -1 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.7.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -25 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -25 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -23 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.8.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.9.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = -3$, calcula la combinación $aM + bN$

*Solución.* Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + -3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.10.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -12 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 0 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -11 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.11.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.12.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = -1$ y $b = 1$, calcula la combinación $aM + bN$

*Solución.* Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$-1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.13.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.14.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 7 & -3 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.15.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = 3$, calcula la combinación $aM + bN$

*Solución.* Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$0 \cdot \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -9 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.16.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.17.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 16 & -3 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.18.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -290 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 1$ y $b = 5$, calcula la combinación $aM + bN$

*Solución.* Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$1 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -290 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ -6 & -1450 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.19.** Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 2 & 10 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 10 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.20.** Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 11 & -8 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 11 & -8 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -8 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.21.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 56 & -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(2,\ -7) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} = 26$$

$$(56,\ -1) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} = -52$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 26 \\ -52 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.22.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -17 & -2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(-1,\ 8) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -17 \end{pmatrix} = -134$$

$$(-1,\ 8) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = -17$$

$$(-2,\ 0) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -17 \end{pmatrix} = 4$$

$$(-2,\ 0) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = -2$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} -134 & -17 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.23.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -51 \\ 2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(0,\ 0) \cdot \begin{pmatrix} -51 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

$$(4,\ 3) \cdot \begin{pmatrix} -51 \\ 2 \end{pmatrix} = -198$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 0 \\ -198 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.24.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -18 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -19 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(-2,\ 2) \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = 2$$

$$(-2,\ 2) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -19 \end{pmatrix} = -40$$

$$(-1,\ -18) \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = 39$$

$$(-1,\ -18) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -19 \end{pmatrix} = 341$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 2 & -40 \\ 39 & 341 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.25.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 13 & 1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(1) \cdot \begin{pmatrix} 13 \end{pmatrix} = 13$$

$$(1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = 1$$

$$(-3) \cdot \begin{pmatrix} 13 \end{pmatrix} = -39$$

$$(-3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = -3$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 13 & 1 \\ -39 & -3 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.26.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(1,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$$

$$(1,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 5$$

$$(-2,\ -1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = -2$$

$$(-2,\ -1) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = -7$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.27.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(0,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = -1$$

$$(0,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = -2$$

$$(2,\ 0) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = 6$$

$$(2,\ 0) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 2$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.28.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -3 & -17 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -13 \\ 0 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(-3,\ -17) \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 0 \end{pmatrix} = 39$$

$$(1,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 0 \end{pmatrix} = -13$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 39 \\ -13 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.29.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(1,\,8)\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}=-1$$

$$(1,\,8)\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}=-9$$

$$(-1,\,9)\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}=1$$

$$(-1,\,9)\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}=-8$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix}-1&-9\\1&-8\end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.30.** Dadas las matrices $M=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ y $N=\begin{pmatrix}0&0\end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M\cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i,j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(1)\cdot\begin{pmatrix}0\end{pmatrix}=0$$

$$(1)\cdot\begin{pmatrix}0\end{pmatrix}=0$$

$$(-1)\cdot\begin{pmatrix}0\end{pmatrix}=0$$

$$(-1)\cdot\begin{pmatrix}0\end{pmatrix}=0$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.31.** Dadas las matrices $M=\begin{pmatrix}0&1\\3&-2\end{pmatrix}$ y $N=\begin{pmatrix}4&2\\0&6\end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M\cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i,j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(0,\,1)\cdot\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}=0$$

$$(0,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = 6$$

$$(3,\ -2) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = 12$$

$$(3,\ -2) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = -6$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 12 & -6 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.32.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(-1) \cdot \begin{pmatrix} -1 \end{pmatrix} = 1$$

$$(-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = -1$$

$$(0) \cdot \begin{pmatrix} -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$(0) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = 0$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.33.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(1) \cdot \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} = 2$$

$$(1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = 1$$

$$(-2) \cdot \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} = -4$$

$$(-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = -2$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.34.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -29 & 1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(0,\, -4) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 4$$

$$(0,\, -4) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 8$$

$$(-29,\, 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = -30$$

$$(-29,\, 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = -31$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -30 & -31 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.35.** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

*Solución.* El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición $(i, j)$ es el producto de la fila $i$ de la primera matriz por la columna $j$ de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(-6,\, 0) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \end{pmatrix} = 6$$

$$(-3,\, 2) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \end{pmatrix} = -13$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 6 \\ -13 \end{pmatrix}$ □

**Ejercicio 2.36.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)}N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$ es 40

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{40} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}^t = \frac{1}{40} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.37.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)}N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ es $-2$

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{t} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.38.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ es 9

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.39.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ es 1

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}^{t} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.40.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ es 4

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.41.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ es 6

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.42.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -3 & -285 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -3 & -285 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ es 282

La posición $(i,j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2\times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 285 & -3 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -3 & -285 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{282}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 285 & -3 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{282}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 285 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.43.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)}N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2\times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ es $-2$

La posición $(i,j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2\times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}^{t} = -\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.44.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 0 & -49 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 0 & -49 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ es $-49$

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 49 & 0 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 0 & -49 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{49} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 49 & 0 \end{pmatrix}^t = -\frac{1}{49} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 49 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.45.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ es $-18$

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{18} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}^{t} = -\frac{1}{18} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.46.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ es 3

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.47.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ es 11

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}^t = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.48.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ es $-3$

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}^{t} = -\frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.49.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 20 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)}N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 20 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ es $-2$

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 20 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 20 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 20 \end{pmatrix}^{t} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 20 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.50.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

*Solución.* La fórmula para calcular la inversa de una matriz $M$ con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)}N^t$ siendo $N$ la matriz conjugada de $M$. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ es 3

La posición $(i, j)$ de la matriz conjugada de $M$ se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila $i$ y la columna $j$ de $M$ (como en este caso la matriz es $2 \times 2$ el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 2.51.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2y = 0$$

$$x + y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2y = 0$$

$$x + y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $y$:

$$y = 0$$
$$x + y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y = 0$$
$$x = 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 1$$

$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 1$$
$$y = 0$$

□

**Ejercicio 2.52.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$0 = 1$$
$$-\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$0 = 1$$
$$-\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

Si nos fijamos en la ecuación 1, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.53.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - y = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - y = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - y = 0$$
$$-y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$ para despejar la variable $y$:

$$x = y$$
$$y = -1$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -1$$

$$y = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$

$$y = -1$$

$\square$

**Ejercicio 2.54.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x - y = 1$$

$$\frac{1}{2}x - 2y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - y = 1$$

$$\frac{1}{2}x - 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$ para despejar la variable $x$:

$$x + y = -1$$
$$\frac{1}{2}x - 2y = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x + y = -1$$
$$-\frac{5}{2}y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{2}{5}$ para despejar la variable $y$:

$$x = -y - 1$$
$$y = -\frac{1}{5}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{4}{5}$$

$$y = -\frac{1}{5}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{4}{5}$$
$$y = -\frac{1}{5}$$

□

**Ejercicio 2.55.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + y = \frac{1}{2}$$
$$-x + y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x + y = \frac{1}{2}$$
$$-x + y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-2$ para despejar la variable $x$:

$$x - 2y = -1$$
$$-x + y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - 2y = -1$$
$$-y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$ para despejar la variable $y$:

$$x = 2y - 1$$
$$y = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -1$$
$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$
$$y = 0$$

□

**Ejercicio 2.56.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y = 0$$

$$2x + y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = 0$$

$$2x + y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y = 0$$
$$2x = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$y = 0$$
$$x = \frac{1}{2}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = 0$$

□

**Ejercicio 2.57.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2y = 1$$

$$x + y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2y = 1$$

$$x + y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $y$:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$x + y = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$x = -\frac{1}{2}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.58.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x = 0$$

$$0 = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x = 0$$

$$0 = -1$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.59.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x = 0$$

$$-2y = -2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x = 0$$

$$-2y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $y$:

$$x = 0$$

$$y = 1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 1$$

□

**Ejercicio 2.60.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 0$$

$$-\frac{1}{2}x = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 0$$

$$-\frac{1}{2}x = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-2$ para despejar la variable $x$:

$$x - y = 0$$
$$-\frac{1}{2}x = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - y = 0$$

$$-\frac{1}{2}y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-2$ para despejar la variable $y$:

$$x = y$$

$$y = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

□

**Ejercicio 2.61.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x = 0$$

$$-2x = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x = 0$$

$$-2x = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$x = 0$$

$$-2x = -1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x = 0$$

$$0 = -1$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.62.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x = -\frac{1}{2}$$
$$-y = \frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x = -\frac{1}{2}$$
$$-y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$ para despejar la variable $x$:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$-y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$ para despejar la variable $y$:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.63.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$\frac{1}{2}x - y = 0$$
$$y = -2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$\frac{1}{2}x - y = 0$$
$$y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por 2 para despejar la variable $x$:

$$x = 2y$$

$$y = -2$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -4$$

$$y = -2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -4$$

$$y = -2$$

□

**Ejercicio 2.64.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x + y = 0$$

$$-x + y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x + y = 0$$

$$-x + y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x + y = 0$$

$$2y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $y$:

$$x = -y$$

$$y = \frac{1}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.65.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2y = 1$$

$$-2x = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y = 1$$

$$-2x = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $y$:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$-2x = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$x = 0$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 0$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.66.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}z = 0$$

$$-2x - z = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}z = 0$$

$$-2x - z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-2$ para despejar la variable $x$:

$$x + 2y - z = 0$$

$$-2x - z = -1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x + 2y - z = 0$$

$$4y - 3z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{4}$ para despejar la variable $y$:

$$x = -2y + z$$

$$y - \frac{3}{4}z = -\frac{1}{4}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{1}{2}z + \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{3}{4}z - \frac{1}{4}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z + \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{3}{4}z - \frac{1}{4}$$

□

**Ejercicio 2.67.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}z = -2$$

$$-2x - 2y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}z = -2$$

$$-2x - 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-2$ para despejar la variable $z$:

$$z = 4$$

$$-2x - 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$z = 4$$

$$x = -y$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -y$$

$$z = 4$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -y$$

$$z = 4$$

□

**Ejercicio 2.68.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-y + 2z = -\frac{1}{2}$$

$$2x - 2y = \frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y + 2z = -\frac{1}{2}$$

$$2x - 2y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$ para despejar la variable $y$:

$$y - 2z = \frac{1}{2}$$

$$2x - 2y = \frac{1}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y - 2z = \frac{1}{2}$$
$$2x - 4z = \frac{3}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$y = 2z + \frac{1}{2}$$
$$x = 2z + \frac{3}{4}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 2z + \frac{3}{4}$$
$$y = 2z + \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2z + \frac{3}{4}$$
$$y = 2z + \frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.69.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x = -1$$
$$-2x = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x = -1$$
$$-2x = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x = -1$$
$$0 = -1$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.70.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + y = 0$$
$$-x - 2y + z = 2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x + y = 0$$
$$-x - 2y + z = 2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-2$ para despejar la variable $x$:

$$x - 2y = 0$$
$$-x - 2y + z = 2$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - 2y = 0$$
$$-4y + z = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{4}$ para despejar la variable $y$:

$$x = 2y$$
$$y - \frac{1}{4}z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = \frac{1}{2}z - 1$$
$$y = \frac{1}{4}z - \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}z - 1$$
$$y = \frac{1}{4}z - \frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.71.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2z = 0$$
$$-2y = -2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2z = 0$$

$$-2y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $z$:

$$z = 0$$

$$-2y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $y$:

$$z = 0$$

$$y = 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$y = 1$$

$$z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$y = 1$$

$$z = 0$$

□

**Ejercicio 2.72.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x + z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = -2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x + z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$x + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = -2$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}z = -\frac{9}{4}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-2$ para despejar la variable $y$:

$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}z + \frac{9}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}z + \frac{9}{2}$$

□

**Ejercicio 2.73.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y + \frac{1}{2}z = 2$$

$$-\frac{1}{2}y + 2z = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y + \frac{1}{2}z = 2$$

$$-\frac{1}{2}y + 2z = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y + \frac{1}{2}z = 2$$
$$\frac{9}{4}z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{4}{9}$ para despejar la variable $z$:

$$y = -\frac{1}{2}z + 2$$
$$z = \frac{4}{9}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 2:

$$y = \frac{16}{9}$$
$$z = \frac{4}{9}$$

Nos queda como resultado final:

$$y = \frac{16}{9}$$
$$z = \frac{4}{9}$$

□

**Ejercicio 2.74.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2y + 2z = -\frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2}y + z = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2y + 2z = -\frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2}y + z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $y$:

$$y + z = -\frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{2}y + z = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y + z = -\frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{2}z = \frac{1}{8}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2 para despejar la variable $z$:

$$y = -z - \frac{1}{4}$$
$$z = \frac{1}{4}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 2:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$z = \frac{1}{4}$$

Nos queda como resultado final:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$z = \frac{1}{4}$$

□

**Ejercicio 2.75.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - z = -2$$
$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - z = -2$$
$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 2$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - z = -2$$
$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2 para despejar la variable $y$:

$$x = z - 2$$
$$y = z + 2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = z - 2$$
$$y = z + 2$$

□

**Ejercicio 2.76.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x = 0$$
$$x + y = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x = 0$$

$$x + y = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$ para despejar la variable $x$:

$$x = 0$$

$$x + y = -1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x = 0$$

$$y = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = -1$$

□

**Ejercicio 2.77.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x + y = -1$$

$$2x + \frac{1}{2}y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x + y = -1$$

$$2x + \frac{1}{2}y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$ para despejar la variable $x$:

$$x - y = 1$$

$$2x + \frac{1}{2}y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - y = 1$$

$$\frac{5}{2}y = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{2}{5}$ para despejar la variable $y$:

$$x = y + 1$$
$$y = -\frac{2}{5}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = \frac{3}{5}$$
$$y = -\frac{2}{5}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{5}$$
$$y = -\frac{2}{5}$$

□

**Ejercicio 2.78.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y + z = 0$$

$$-2x - y - 2z = -2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y + z = 0$$

$$-2x - y - 2z = -2$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y + z = 0$$
$$-2x - z = -2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$y = -z$$
$$x = -\frac{1}{2}z + 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -\frac{1}{2}z + 1$$

$$y = -z$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z + 1$$
$$y = -z$$

$\square$

**Ejercicio 2.79.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$2x + y + z = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = \frac{1}{2}$$
$$2x + y + z = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$2x + z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{4}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{4}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{4}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

$\square$

**Ejercicio 2.80.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$x - y + 2z = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$x - y + 2z = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-y + 4z = \frac{3}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$ para despejar la variable $y$:

$$x = 2z - \frac{1}{2}$$
$$y = 4z - \frac{3}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2z - \frac{1}{2}$$
$$y = 4z - \frac{3}{2}$$

□

**Ejercicio 2.81.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y - z = -1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$
$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y - z = -1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y - z = -1$$
$$-\frac{3}{2}z = \frac{1}{2}$$
$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{2}{3}$ para despejar la variable $z$:

$$y = z - 1$$
$$z = -\frac{1}{3}$$
$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 2:

$$y = -\frac{4}{3}$$
$$z = -\frac{1}{3}$$
$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 2:

$$y = -\frac{4}{3}$$
$$z = -\frac{1}{3}$$
$$2x = \frac{1}{6}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$y = -\frac{4}{3}$$
$$z = -\frac{1}{3}$$
$$x = \frac{1}{12}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 3:

$$x = \frac{1}{12}$$

$$z = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = \frac{1}{12}$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

$$z = -\frac{1}{3}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{12}$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

$$z = -\frac{1}{3}$$

□

**Ejercicio 2.82.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2y - z = 0$$

$$z = 2$$

$$x - y = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y - z = 0$$

$$z = 2$$

$$x - y = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $y$:

$$y + \frac{1}{2}z = 0$$

$$z = 2$$

$$x - y = -1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y = -\frac{1}{2}z$$
$$z = 2$$
$$x + \frac{1}{2}z = -1$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 2:

$$y = -1$$
$$z = 2$$
$$x + \frac{1}{2}z = -1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 2:

$$y = -1$$
$$z = 2$$
$$x = -2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 3:

$$x = -2$$
$$z = 2$$
$$y = -1$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = -2$$
$$y = -1$$
$$z = 2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$
$$y = -1$$
$$z = 2$$

□

**Ejercicio 2.83.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x - y + z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - 2y = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x - y + z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - 2y = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - 2y = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$-\frac{7}{4}y - \frac{1}{4}z = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{4}{7}$ para despejar la variable $y$:

$$x = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z$$
$$y + \frac{1}{7}z = -\frac{4}{7}$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{4}{7}z - \frac{2}{7}$$

$$y+\frac{1}{7}z=-\frac{4}{7}$$

$$-\frac{1}{2}y-z=1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x=-\frac{4}{7}z-\frac{2}{7}$$

$$y+\frac{1}{7}z=-\frac{4}{7}$$

$$-\frac{13}{14}z=\frac{5}{7}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-\frac{14}{13}$ para despejar la variable $z$:

$$x=-\frac{4}{7}z-\frac{2}{7}$$

$$y=-\frac{1}{7}z-\frac{4}{7}$$

$$z=-\frac{10}{13}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x=\frac{2}{13}$$

$$y=-\frac{1}{7}z-\frac{4}{7}$$

$$z=-\frac{10}{13}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x=\frac{2}{13}$$

$$y=-\frac{6}{13}$$

$$z=-\frac{10}{13}$$

Nos queda como resultado final:

$$x=\frac{2}{13}$$

$$y=-\frac{6}{13}$$

$$z=-\frac{10}{13}$$

□

**Ejercicio 2.84.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x - y + 2z = \frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}y = \frac{1}{2}$$
$$-y + 2z = -2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - y + 2z = \frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}y = \frac{1}{2}$$
$$-y + 2z = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$ para despejar la variable $x$:

$$x + y - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}y = \frac{1}{2}$$
$$-y + 2z = -2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-2$ para despejar la variable $y$:

$$x = -y + 2z - \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$
$$-y + 2z = -2$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = 2z + \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$
$$-y + 2z = -2$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = 2z + \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$
$$2z = -3$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $z$:

$$x = 2z + \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = -\frac{5}{2}$$
$$y = -1$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{5}{2}$$
$$y = -1$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

□

**Ejercicio 2.85.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x + 2y = 0$$

$$x - 2y - z = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x + 2y = 0$$

$$x - 2y - z = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$x + y = 0$$

$$x - 2y - z = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x + y = 0$$

$$-3y - z = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x + y = 0$$

$$-3y - z = 0$$

$$0 = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{3}$ para despejar la variable $y$:

$$x = -y$$
$$y + \frac{1}{3}z = 0$$
$$0 = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = \frac{1}{3}z$$
$$y = -\frac{1}{3}z$$
$$0 = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{3}z$$
$$y = -\frac{1}{3}z$$
$$0 = 0$$

□

**Ejercicio 2.86.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2z = 1$$

$$x + y + 2z = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2z = 1$$

$$x + y + 2z = 0$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $z$:

$$z = -\frac{1}{2}$$

$$x + y + 2z = 0$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = -1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 1:

$$z = -\frac{1}{2}$$

$$x + y = 1$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = -1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 1:

$$z = -\frac{1}{2}$$

$$x + y = 1$$

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{5}{4}$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 2:

$$z = -\frac{1}{2}$$

$$x + y = 1$$

$$\frac{1}{2}y = -\frac{3}{4}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por 2 para despejar la variable $y$:

$$z = -\frac{1}{2}$$

$$x = -y + 1$$

$$y = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 3:

$$z = -\frac{1}{2}$$
$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = -\frac{3}{2}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$z = -\frac{1}{2}$$
$$y = -\frac{3}{2}$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = -\frac{3}{2}$$
$$z = -\frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = -\frac{3}{2}$$
$$z = -\frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.87.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - \frac{1}{2}y + 2z = 0$$
$$x - 2y + z = 0$$
$$-2x + 2y - z = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - \frac{1}{2}y + 2z = 0$$

$$x - 2y + z = 0$$

$$-2x + 2y - z = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - \frac{1}{2}y + 2z = 0$$

$$-\frac{3}{2}y - z = 0$$

$$-2x + 2y - z = 0$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - \frac{1}{2}y + 2z = 0$$

$$-\frac{3}{2}y - z = 0$$

$$y + 3z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{2}{3}$ para despejar la variable $y$:

$$x = \frac{1}{2}y - 2z$$

$$y + \frac{2}{3}z = 0$$

$$y + 3z = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{7}{3}z$$

$$y + \frac{2}{3}z = 0$$

$$y + 3z = 0$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{7}{3}z$$

$$y + \frac{2}{3}z = 0$$

$$\frac{7}{3}z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{3}{7}$ para despejar la variable $z$:

$$x = -\frac{7}{3}z$$
$$y = -\frac{2}{3}z$$
$$z = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = 0$$
$$y = -\frac{2}{3}z$$
$$z = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 0$$

□

**Ejercicio 2.88.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x + 2y - 2z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x - y = \frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x + 2y - 2z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x - y = \frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$ para despejar la variable $x$:

$$x - 2y + 2z = 1$$
$$-\frac{1}{2}x - y = \frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - 2y + 2z = 1$$
$$-2y + z = 1$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $y$:

$$x = 2y - 2z + 1$$
$$y - \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -z$$
$$y - \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -z$$
$$y = \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = \frac{3}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = \frac{3}{2}$$
$$y = -\frac{5}{4}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{2}$$
$$y = -\frac{5}{4}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

□

**Ejercicio 2.89.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x - 2y - 2z = 0$$
$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + \frac{1}{2}y + z = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x - 2y - 2z = 0$$
$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + \frac{1}{2}y + z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable $x$:

$$x - y - z = 0$$
$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + \frac{1}{2}y + z = -1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x - y - z = 0$$

$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$\frac{3}{2}y + 2z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $y$:

$$x = y + z$$
$$y + \frac{1}{4}z = -\frac{1}{2}$$
$$\frac{3}{2}y + 2z = -1$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = \frac{3}{4}z - \frac{1}{2}$$
$$y + \frac{1}{4}z = -\frac{1}{2}$$
$$\frac{3}{2}y + 2z = -1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = \frac{3}{4}z - \frac{1}{2}$$
$$y + \frac{1}{4}z = -\frac{1}{2}$$
$$\frac{13}{8}z = -\frac{1}{4}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{8}{13}$ para despejar la variable $z$:

$$x = \frac{3}{4}z - \frac{1}{2}$$
$$y = -\frac{1}{4}z - \frac{1}{2}$$
$$z = -\frac{2}{13}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = -\frac{8}{13}$$
$$y = -\frac{1}{4}z - \frac{1}{2}$$
$$z = -\frac{2}{13}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = -\frac{8}{13}$$
$$y = -\frac{6}{13}$$
$$z = -\frac{2}{13}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{8}{13}$$
$$y = -\frac{6}{13}$$
$$z = -\frac{2}{13}$$

□

**Ejercicio 2.90.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2z = -2$$
$$y = 2$$
$$-x - 2y = -2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2z = -2$$
$$y = 2$$
$$-x - 2y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $z$:

$$z = 1$$
$$y = 2$$
$$-x - 2y = -2$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$z = 1$$
$$y = 2$$
$$-x = 2$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-1$ para despejar la variable $x$:

$$z = 1$$
$$y = 2$$
$$x = -2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$y = 2$$
$$z = 1$$
$$x = -2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 3:

$$x = -2$$
$$z = 1$$
$$y = 2$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = -2$$
$$y = 2$$
$$z = 1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$
$$y = 2$$
$$z = 1$$

□

**Ejercicio 2.91.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$0 = 0$$
$$x - \frac{1}{2}z = 1$$
$$2x + y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$0 = 0$$

$$x - \frac{1}{2}z = 1$$

$$2x + y = 0$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 2:

$$0 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}z + 1$$

$$y = -z - 2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = \frac{1}{2}z + 1$$

$$0 = 0$$

$$y = -z - 2$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = \frac{1}{2}z + 1$$

$$y = -z - 2$$

$$0 = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}z + 1$$

$$y = -z - 2$$

$$0 = 0$$

□

**Ejercicio 2.92.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x + \frac{1}{2}y + 2z = -1$$

$$y - 2z = \frac{1}{2}$$

$$-2x + y + 2z = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x + \frac{1}{2}y + 2z = -1$$

$$y - 2z = \frac{1}{2}$$

$$-2x + y + 2z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$ para despejar la variable $x$:

$$x - \frac{1}{2}y - 2z = 1$$

$$y - 2z = \frac{1}{2}$$

$$-2x + y + 2z = 1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x = \frac{1}{2}y + 2z + 1$$

$$y - 2z = \frac{1}{2}$$

$$-2z = 3$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = 3z + \frac{5}{4}$$

$$y - 2z = \frac{1}{2}$$

$$-2z = 3$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable $z$:

$$x = 3z + \frac{5}{4}$$

$$y = 2z + \frac{1}{2}$$

$$z = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = -\frac{13}{4}$$

$$y = 2z + \frac{1}{2}$$

$$z = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = -\frac{13}{4}$$
$$y = -\frac{5}{2}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{13}{4}$$
$$y = -\frac{5}{2}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

□

**Ejercicio 2.93.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x - y - z = -1$$
$$\frac{1}{2}x + y - z = -1$$
$$y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - y - z = -1$$
$$\frac{1}{2}x + y - z = -1$$
$$y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$ para despejar la variable $x$:

$$x + y + z = 1$$
$$\frac{1}{2}x + y - z = -1$$
$$y = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $x$ despejado en la ecuación 1:

$$x + y + z = 1$$

$$\frac{1}{2}y - \frac{3}{2}z = -\frac{3}{2}$$
$$y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2 para despejar la variable $y$:

$$x = -y - z + 1$$
$$y - 3z = -3$$
$$y = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -4z + 4$$
$$y - 3z = -3$$
$$y = 0$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 2:

$$x = -4z + 4$$
$$y - 3z = -3$$
$$3z = 3$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{3}$ para despejar la variable $z$:

$$x = -4z + 4$$
$$y = 3z - 3$$
$$z = 1$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = 0$$
$$y = 3z - 3$$
$$z = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $z$ despejado en la ecuación 3:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 1$$

□

**Ejercicio 2.94.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-y = 1$$

$$-y = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y = 1$$

$$-y = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$ para despejar la variable $y$:

$$y = -1$$

$$-y = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y$ despejado en la ecuación 1:

$$y = -1$$

$$0 = -1$$

$$2x + 2y = 0$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.95.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + 2z = 1$$

$$y + z = 0$$

$$0 = 2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x + 2z = 1$$

$$y + z = 0$$

$$0 = 2$$

Si nos fijamos en la ecuación 3, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.96.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y = -2$$
$$-\frac{1}{2}y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y = -2$$

$$-\frac{1}{2}y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$y = 1$$
$$-\frac{1}{2}y = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$y = 1$$
$$0 = \frac{3}{2}$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.97.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - 2y = 1$$
$$\frac{1}{2}x + y = 2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - 2y = 1$$
$$\frac{1}{2}x + y = 2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x - 2y = 1$$
$$2y = \frac{3}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x - 2y = 1$$
$$y = \frac{3}{4}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 2:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = \frac{3}{4}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = \frac{3}{4}$$

□

**Ejercicio 2.98.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$
$$-2x = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$
$$-2x = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$

$$y = -1$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$

□

**Ejercicio 2.99.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$2x - 2y = 0$$
$$2y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x - 2y = 0$$
$$2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$:

$$x - y = 0$$
$$2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x - y = 0$$
$$y = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = 0$$
$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = 0$$

□

**Ejercicio 2.100.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$\frac{1}{2}x + 2y = 0$$
$$x + y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$\frac{1}{2}x + 2y = 0$$
$$x + y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por 2:

$$x + 4y = 0$$
$$x + y = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-1$:

$$x + 4y = 0$$
$$-3y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{3}$:

$$x + 4y = 0$$
$$y = -\frac{1}{3}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-4$:

$$x = \frac{4}{3}$$
$$y = -\frac{1}{3}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{4}{3}$$
$$y = -\frac{1}{3}$$

□

**Ejercicio 2.101.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y = 2$$
$$-2x + 2y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y = 2$$

$$-2x + 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$y = -1$$

$$-2x + 2y = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-2$:

$$y = -1$$

$$-2x = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$:

$$y = -1$$

$$x = -1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -1$$

$$y = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$

$$y = -1$$

□

**Ejercicio 2.102.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}x = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}x = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2}x = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$x = -2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -2$$
$$y = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$
$$y = \frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.103.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$0 = -1$$
$$0 = 2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$0 = -1$$

$$0 = 2$$

Si nos fijamos en la ecuación 1, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.104.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = 0$$
$$2x + \frac{1}{2}y = 2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = 0$$

$$2x + \frac{1}{2}y = 2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$y = 0$$

$$2x = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$y = 0$$

$$x = 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 1$$

$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 1$$

$$y = 0$$

□

**Ejercicio 2.105.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x + y = 0$$

$$-2x = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x + y = 0$$

$$-2x = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x + y = 0$$

$$2y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x + y = 0$$
$$y = \frac{1}{2}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-1$:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.106.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - \frac{1}{2}y = 1$$
$$-2x = -2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - \frac{1}{2}y = 1$$
$$-2x = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$:

$$x + \frac{1}{2}y = -1$$
$$-2x = -2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x + \frac{1}{2}y = -1$$
$$y = -4$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 1$$
$$y = -4$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 1$$

$$y = -4$$

$\square$

**Ejercicio 2.107.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = 2$$

$$2x + y = -2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = 2$$

$$2x + y = -2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-1$:

$$y = 2$$

$$2x = -4$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$y = 2$$

$$x = -2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -2$$

$$y = 2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$

$$y = 2$$

$\square$

**Ejercicio 2.108.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x = -2$$

$$0 = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x = -2$$

$$0 = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$

$$0 = 0$$

□

**Ejercicio 2.109.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y = 0$$

$$x + 2y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y = 0$$

$$x + 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$:

$$y = 0$$

$$x + 2y = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-2$:

$$y = 0$$

$$x = 0$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

□

**Ejercicio 2.110.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x = -2$$
$$-x + \frac{1}{2}y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x = -2$$
$$-x + \frac{1}{2}y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$:

$$x = 2$$
$$-x + \frac{1}{2}y = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$x = 2$$
$$\frac{1}{2}y = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2:

$$x = 2$$
$$y = 4$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2$$
$$y = 4$$

□

**Ejercicio 2.111.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x + 2y + 2z = -1$$
$$-2x = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x + 2y + 2z = -1$$
$$-2x = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x + 2y + 2z = -1$$

$$4y + 4z = -3$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{4}$:

$$x + 2y + 2z = -1$$

$$y + z = -\frac{3}{4}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-2$:

$$x = \frac{1}{2}$$

$$y + z = -\frac{3}{4}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}$$

$$y = -z - \frac{3}{4}$$

□

**Ejercicio 2.112.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y = -1$$

$$-x + z = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y = -1$$

$$-x + z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$:

$$y = 1$$

$$-x + z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$:

$$y = 1$$

$$x - z = 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x - z = 1$$
$$y = 1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = z + 1$$
$$y = 1$$

□

**Ejercicio 2.113.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - z = 0$$
$$-2x + 2z = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - z = 0$$
$$-2x + 2z = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x - z = 0$$
$$0 = -1$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.114.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + \frac{1}{2}y = 1$$
$$-x = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x + \frac{1}{2}y = 1$$
$$-x = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x - \frac{1}{4}y = -\frac{1}{2}$$

$$-x = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$x - \frac{1}{4}y = -\frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{4}y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-4$:

$$x - \frac{1}{4}y = -\frac{1}{2}$$
$$y = -2$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $\frac{1}{4}$:

$$x = -1$$

$$y = -2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$

$$y = -2$$

□

**Ejercicio 2.115.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + 2y = 1$$

$$2x = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x + 2y = 1$$

$$2x = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x - y = -\frac{1}{2}$$
$$2x = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-2$:

$$x - y = -\frac{1}{2}$$
$$2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x - y = -\frac{1}{2}$$
$$y = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = 0$$

□

**Ejercicio 2.116.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y + 2z = 0$$
$$2x - y + z = 2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y + 2z = 0$$
$$2x - y + z = 2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$y + 2z = 0$$
$$2x + 3z = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$y + 2z = 0$$
$$x + \frac{3}{2}z = 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x + \frac{3}{2}z = 1$$
$$y + 2z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{3}{2}z + 1$$
$$y = -2z$$

□

**Ejercicio 2.117.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + 2y = 2$$
$$-2y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x + 2y = 2$$
$$-2y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x - y = -1$$
$$-2y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$:

$$x - y = -1$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = -\frac{3}{2}$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{3}{2}$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.118.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x + y - 2z = \frac{1}{2}$$
$$x = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x + y - 2z = \frac{1}{2}$$
$$x = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$:

$$x - y + 2z = -\frac{1}{2}$$
$$x = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-1$:

$$x - y + 2z = -\frac{1}{2}$$
$$y - 2z = -\frac{1}{2}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = -1$$
$$y - 2z = -\frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$
$$y = 2z - \frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.119.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y - \frac{1}{2}z = 2$$
$$-2y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y - \frac{1}{2}z = 2$$
$$-2y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$y + \frac{1}{4}z = -1$$
$$-2y = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$y + \frac{1}{4}z = -1$$
$$\frac{1}{2}z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2:

$$y + \frac{1}{4}z = -1$$
$$z = -2$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{4}$:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$z = -2$$

Nos queda como resultado final:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$z = -2$$

□

**Ejercicio 2.120.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - y + z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x + 2y + 2z = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - y + z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x + 2y + 2z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$:

$$x + y - z = 1$$
$$-\frac{1}{2}x + 2y + 2z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$x + y - z = 1$$
$$\frac{5}{2}y + \frac{3}{2}z = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{2}{5}$:

$$x + y - z = 1$$
$$y + \frac{3}{5}z = \frac{1}{5}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-1$:

$$x - \frac{8}{5}z = \frac{4}{5}$$
$$y + \frac{3}{5}z = \frac{1}{5}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{8}{5}z + \frac{4}{5}$$
$$y = -\frac{3}{5}z + \frac{1}{5}$$

□

**Ejercicio 2.121.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y + 2z = 1$$
$$-\frac{1}{2}x = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y + 2z = 1$$
$$-\frac{1}{2}x = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$:

$$y - 2z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-2$:

$$y - 2z = -1$$
$$x = 0$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 0$$
$$y - 2z = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 2z - 1$$

$\square$

**Ejercicio 2.122.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x - y = 0$$

$$-y + z = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x - y = 0$$

$$-y + z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$
$$-y + z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$:

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$
$$y - z = 1$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$y - z = 1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$$
$$y = z + 1$$

$\square$

**Ejercicio 2.123.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$2x - 2y = 0$$

$$\frac{1}{2}x + 2y + z = -\frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x - 2y = 0$$

$$\frac{1}{2}x + 2y + z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$:

$$x - y = 0$$

$$\frac{1}{2}x + 2y + z = -\frac{1}{2}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x - y = 0$$

$$\frac{5}{2}y + z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{2}{5}$:

$$x - y = 0$$

$$y + \frac{2}{5}z = -\frac{1}{5}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x + \frac{2}{5}z = -\frac{1}{5}$$

$$y + \frac{2}{5}z = -\frac{1}{5}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{2}{5}z - \frac{1}{5}$$

$$y = -\frac{2}{5}z - \frac{1}{5}$$

□

**Ejercicio 2.124.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - y + \frac{1}{2}z = 2$$

$$\frac{1}{2}x = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - y + \frac{1}{2}z = 2$$

$$\frac{1}{2}x = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x - y + \frac{1}{2}z = 2$$
$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2:

$$x - y + \frac{1}{2}z = 2$$
$$y - \frac{1}{2}z = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = 2$$
$$y - \frac{1}{2}z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2$$
$$y = \frac{1}{2}z$$

□

**Ejercicio 2.125.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$\frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$-x + y - z = 2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$\frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$

$$-x + y - z = 2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por 2:

$$z = -1$$

$$-x + y - z = 2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$z = -1$$

$$-x + y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$:

$$z = -1$$

$$x - y = -1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x - y = -1$$

$$z = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = y - 1$$

$$z = -1$$

□

**Ejercicio 2.126.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x = 0$$

$$x - 2y + z = 0$$

$$-x - 2y + 2z = -2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x = 0$$

$$x - 2y + z = 0$$

$$-x - 2y + 2z = -2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-1$:

$$x = 0$$

$$-2y + z = 0$$

$$-x - 2y + 2z = -2$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$x = 0$$
$$-2y + z = 0$$
$$-2y + 2z = -2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$y - \frac{1}{2}z = 0$$
$$-2y + 2z = -2$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 2:

$$x = 0$$
$$y - \frac{1}{2}z = 0$$
$$z = -2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$y = -1$$
$$z = -2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = -1$$
$$z = -2$$

□

**Ejercicio 2.127.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y - z = 2$$
$$\frac{1}{2}y = 1$$
$$2x - 2y = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y - z = 2$$
$$\frac{1}{2}y = 1$$
$$2x - 2y = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$
$$\frac{1}{2}y = 1$$
$$2x - 2y = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$
$$-\frac{1}{4}z = \frac{3}{2}$$
$$2x - 2y = -1$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$
$$-\frac{1}{4}z = \frac{3}{2}$$
$$2x + z = -3$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-4$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$
$$z = -6$$
$$2x + z = -3$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$y = 2$$
$$z = -6$$
$$2x + z = -3$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-1$:

$$y = 2$$

$$z = -6$$

$$2x = 3$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{2}$:

$$y = 2$$

$$z = -6$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 3:

$$x = \frac{3}{2}$$

$$z = -6$$

$$y = 2$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = \frac{3}{2}$$

$$y = 2$$

$$z = -6$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{2}$$

$$y = 2$$

$$z = -6$$

□

**Ejercicio 2.128.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x + y = 2$$

$$-x - \frac{1}{2}y + 2z = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x + y = 2$$

$$-x - \frac{1}{2}y + 2z = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-1$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = 3$$

$$-x - \frac{1}{2}y + 2z = 1$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = 3$$

$$-x + \frac{9}{4}z = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-2$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$x + z = -6$$

$$-x + \frac{9}{4}z = \frac{1}{2}$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$x + z = -6$$

$$\frac{13}{4}z = -\frac{11}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{4}{13}$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$x + z = -6$$

$$z = -\frac{22}{13}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$y = -\frac{2}{13}$$
$$x + z = -6$$
$$z = -\frac{22}{13}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-1$:

$$y = -\frac{2}{13}$$
$$x = -\frac{56}{13}$$
$$z = -\frac{22}{13}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -\frac{56}{13}$$
$$y = -\frac{2}{13}$$
$$z = -\frac{22}{13}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{56}{13}$$
$$y = -\frac{2}{13}$$
$$z = -\frac{22}{13}$$

□

**Ejercicio 2.129.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = -2$$
$$-x - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-x + y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = -2$$
$$-x - 2z = -\frac{1}{2}$$

$$-x + y = 1$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-1$:

$$y = -2$$
$$-x - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-x = 3$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$:

$$y = -2$$
$$x + 2z = \frac{1}{2}$$
$$-x = 3$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$y = -2$$
$$x + 2z = \frac{1}{2}$$
$$2z = \frac{7}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{2}$:

$$y = -2$$
$$x + 2z = \frac{1}{2}$$
$$z = \frac{7}{4}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-2$:

$$y = -2$$
$$x = -3$$
$$z = \frac{7}{4}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -3$$
$$y = -2$$
$$z = \frac{7}{4}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -3$$

$$y = -2$$

$$z = \frac{7}{4}$$

□

**Ejercicio 2.130.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y = 0$$

$$-2y + 2z = \frac{1}{2}$$

$$-y = \frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y = 0$$

$$-2y + 2z = \frac{1}{2}$$

$$-y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$y = 0$$

$$-2y + 2z = \frac{1}{2}$$

$$-y = \frac{1}{2}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$y = 0$$

$$2z = \frac{1}{2}$$

$$-y = \frac{1}{2}$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$y = 0$$

$$2z = \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2}$$

Si nos fijamos en la ecuación 3, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.131.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - 2y - 2z = 0$$
$$-2x - z = 0$$
$$-x - y + 2z = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - 2y - 2z = 0$$
$$-2x - z = 0$$
$$-x - y + 2z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$:

$$x + 2y + 2z = 0$$
$$-2x - z = 0$$
$$-x - y + 2z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x + 2y + 2z = 0$$
$$4y + 3z = 0$$
$$-x - y + 2z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$x + 2y + 2z = 0$$
$$4y + 3z = 0$$
$$y + 4z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{4}$:

$$x + 2y + 2z = 0$$

$$y+\frac{3}{4}z=0$$
$$y+4z=0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-2$:

$$x+\frac{1}{2}z=0$$
$$y+\frac{3}{4}z=0$$
$$y+4z=0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-1$:

$$x+\frac{1}{2}z=0$$
$$y+\frac{3}{4}z=0$$
$$\frac{13}{4}z=0$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{4}{13}$:

$$x+\frac{1}{2}z=0$$
$$y+\frac{3}{4}z=0$$
$$z=0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x=0$$
$$y+\frac{3}{4}z=0$$
$$z=0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{3}{4}$:

$$x=0$$
$$y=0$$
$$z=0$$

Nos queda como resultado final:

$$x=0$$
$$y=0$$
$$z=0$$

$\square$

**Ejercicio 2.132.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x - z = -\frac{1}{2}$$
$$2z = 1$$
$$-2y = 2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x - z = -\frac{1}{2}$$
$$2z = 1$$
$$-2y = 2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{1}{2}z = \frac{1}{4}$$
$$2z = 1$$
$$-2y = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{1}{2}z = \frac{1}{4}$$
$$z = \frac{1}{2}$$
$$-2y = 2$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$z = \frac{1}{2}$$
$$-2y = 2$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$z = \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = 0$$
$$y = -1$$
$$z = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = -1$$
$$z = \frac{1}{2}$$

$\square$

**Ejercicio 2.133.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + y = 0$$
$$2y + z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - z = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x + y = 0$$
$$2y + z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x - \frac{1}{2}y = 0$$
$$2y + z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x - \frac{1}{2}y = 0$$
$$2y + z = 0$$
$$\frac{1}{4}y - z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x - \frac{1}{2}y = 0$$
$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$\frac{1}{4}y - z = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{1}{4}z = 0$$
$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$\frac{1}{4}y - z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{4}$:

$$x + \frac{1}{4}z = 0$$
$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$-\frac{9}{8}z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-\frac{8}{9}$:

$$x + \frac{1}{4}z = 0$$
$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$z = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{1}{4}$:

$$x = 0$$
$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 0$$

□

**Ejercicio 2.134.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = 1$$

$$-x - 2y = 0$$

$$-x = 2$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = 1$$

$$-x - 2y = 0$$

$$-x = 2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$y = 1$$

$$-x = 2$$

$$-x = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$:

$$y = 1$$

$$x = -2$$

$$-x = 2$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$y = 1$$

$$x = -2$$

$$0 = 0$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -2$$

$$y = 1$$

$$0 = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$

$$y = 1$$

$$0 = 0$$

□

**Ejercicio 2.135.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}$$

$$y + 2z = 2$$

$$-y = 1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}$$

$$y + 2z = 2$$

$$-y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-2$:

$$x = 1$$

$$y + 2z = 2$$

$$-y = 1$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = 1$$

$$y + 2z = 2$$

$$2z = 3$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{2}$:

$$x = 1$$

$$y + 2z = 2$$
$$z = \frac{3}{2}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-2$:

$$x = 1$$
$$y = -1$$
$$z = \frac{3}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 1$$
$$y = -1$$
$$z = \frac{3}{2}$$

□

**Ejercicio 2.136.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$0 = 0$$
$$-y = 1$$
$$-2x + \frac{1}{2}y = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$0 = 0$$
$$-y = 1$$
$$-2x + \frac{1}{2}y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$:

$$0 = 0$$
$$y = -1$$
$$-2x + \frac{1}{2}y = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$0 = 0$$
$$y = -1$$

$$-2x = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-\frac{1}{2}$:

$$0 = 0$$
$$y = -1$$
$$x = -\frac{1}{4}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$y = -1$$
$$0 = 0$$
$$x = -\frac{1}{4}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 3:

$$x = -\frac{1}{4}$$
$$0 = 0$$
$$y = -1$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = -\frac{1}{4}$$
$$y = -1$$
$$0 = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{4}$$
$$y = -1$$
$$0 = 0$$

□

**Ejercicio 2.137.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$\frac{1}{2}y + z = 2$$
$$x - z = -1$$
$$2x - \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$\frac{1}{2}y + z = 2$$

$$x - z = -1$$

$$2x - \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por 2:

$$y + 2z = 4$$

$$x - z = -1$$

$$2x - \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-2$:

$$y + 2z = 4$$

$$x - z = -1$$

$$\frac{3}{2}z = \frac{5}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{2}{3}$:

$$y + 2z = 4$$

$$x - z = -1$$

$$z = \frac{5}{3}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-2$:

$$y = \frac{2}{3}$$

$$x - z = -1$$

$$z = \frac{5}{3}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por 1:

$$y = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$z = \frac{5}{3}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = \frac{2}{3}$$
$$y = \frac{2}{3}$$
$$z = \frac{5}{3}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{2}{3}$$
$$y = \frac{2}{3}$$
$$z = \frac{5}{3}$$

□

**Ejercicio 2.138.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x = 1$$
$$2x + 2y + z = 2$$
$$z = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x = 1$$
$$2x + 2y + z = 2$$
$$z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$2x + 2y + z = 2$$
$$z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-2$:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$2y + z = 3$$
$$z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y + \frac{1}{2}z = \frac{3}{2}$$
$$z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{3}{2}$$
$$z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{3}{2}$$
$$z = 0$$

□

**Ejercicio 2.139.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - \frac{1}{2}y + z = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = -2$$
$$-2x + y - \frac{1}{2}z = -1$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - \frac{1}{2}y + z = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = -2$$
$$-2x + y - \frac{1}{2}z = -1$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x - \frac{1}{2}y + z = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = -2$$

$$\frac{3}{2}z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-2$:

$$x - \frac{1}{2}y + z = 1$$
$$y + z = 4$$
$$\frac{3}{2}z = 1$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{3}{2}z = 3$$
$$y + z = 4$$
$$\frac{3}{2}z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{2}{3}$:

$$x + \frac{3}{2}z = 3$$
$$y + z = 4$$
$$z = \frac{2}{3}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{3}{2}$:

$$x = 2$$
$$y + z = 4$$
$$z = \frac{2}{3}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-1$:

$$x = 2$$
$$y = \frac{10}{3}$$
$$z = \frac{2}{3}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2$$
$$y = \frac{10}{3}$$
$$z = \frac{2}{3}$$

$\square$

**Ejercicio 2.140.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - y - z = 0$$
$$-x - 2y - 2z = -1$$
$$x - z = 0$$

*Solución.* Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - y - z = 0$$
$$-x - 2y - 2z = -1$$
$$x - z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-1$:

$$x + y + z = 0$$
$$-x - 2y - 2z = -1$$
$$x - z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$x + y + z = 0$$
$$-y - z = -1$$
$$x - z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-1$:

$$x + y + z = 0$$
$$-y - z = -1$$
$$-y - 2z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-1$:

$$x + y + z = 0$$
$$y + z = 1$$
$$-y - 2z = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-1$:

$$x = -1$$

$$y + z = 1$$

$$-y - 2z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = -1$$

$$y + z = 1$$

$$-z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-1$:

$$x = -1$$

$$y + z = 1$$

$$z = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-1$:

$$x = -1$$

$$y = 2$$

$$z = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$

$$y = 2$$

$$z = -1$$

□

**Ejercicio 2.141.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x = 0$$

$$y = 2$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 2$$

$\square$

**Ejercicio 2.142.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$y - z = \frac{1}{2}$$

$$2y = -2$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$y = -1$$

$$z = -\frac{3}{2}$$

$\square$

**Ejercicio 2.143.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$0 = 0$$

$$x + 2y - z = 1$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2y + z + 1$$

$$0 = 0$$

$\square$

**Ejercicio 2.144.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = -1$$
$$x - \frac{1}{2}y - z = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -\frac{3}{2} & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{2} & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{2}z - 1$$
$$y = z - 2$$

□

**Ejercicio 2.145.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + \frac{1}{2}z = 0$$
$$\frac{1}{2}x + y - z = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z$$
$$y = \frac{5}{4}z$$

□

**Ejercicio 2.146.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$\frac{1}{2}z = 0$$
$$-2x + y = -\frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -2 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}$$
$$z = 0$$

□

**Ejercicio 2.147.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = -\frac{1}{2}$$
$$2x = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$z = \frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.148.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = 0$$
$$-x + y + z = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = y$$
$$z = 0$$

□

**Ejercicio 2.149.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-y + \frac{1}{2}z = -1$$
$$x = -1$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$
$$y = \frac{1}{2}z + 1$$

□

**Ejercicio 2.150.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = -1$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$z = 1$$

□

**Ejercicio 2.151.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - 2z = 0$$
$$x = 1$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 1$$

$$y = 2z - 1$$

$\square$

**Ejercicio 2.152.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - 2z = 1$$

$$-z = -2$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2 = -1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_1 = 2F_2 + F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -y + 5$$

$$z = 2$$

$\square$

**Ejercicio 2.153.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$0 = 0$$

$$-\frac{1}{2}x - z = 2$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_2 = -2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2z - 4$$

$$0 = 0$$

$\square$

**Ejercicio 2.154.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x - y = 1$$

$$-x = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right) \overset{F_1=1F_2+F_1}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right)$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = -1$$

□

**Ejercicio 2.155.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-x + 2y - 2z = 0$$

$$2y = -\frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\left(\begin{array}{cccc} -1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{cccc} 1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{cccc} 1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \overset{F_1=2F_2+F_1}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} \end{array}\right)$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2z - \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{4}$$

□

**Ejercicio 2.156.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2z = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{array}\right) \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \overset{F_2=2F_2}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} \end{array}\right)$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2z - \frac{1}{2}$$

$$y = -2z - \frac{1}{2}$$

$\square$

**Ejercicio 2.157.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$2y - 2z = 0$$

$$-x + 2y = 1$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2z - 1$$

$$y = z$$

$\square$

**Ejercicio 2.158.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-y = 1$$

$$-x + \frac{1}{2}y = -2$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{2}$$

$$y = -1$$

$\square$

**Ejercicio 2.159.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2z = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x + y = -\frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2y + 1$$

$$z = \frac{1}{4}$$

□

**Ejercicio 2.160.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = 1$$

$$\frac{1}{2}x - 2y - z = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ \frac{1}{2} & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 4y - 2$$

$$z = -1$$

□

**Ejercicio 2.161.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$0 = -2$$

$$-x = -1$$

$$-2x + y = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Si nos fijamos en la fila 1, podemos ver que la última columna no es cero, pero la parte izquierda sí lo es, por lo tanto el rango de la matriz de los coeficientes es estrictamente menor que el rango de la ampliada y por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.162.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - z = 0$$

$$-2x + z = 0$$

$$2x + y + z = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-2F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=\frac{2}{5}F_3}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 0$$

□

**Ejercicio 2.163.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-x - z = 2$$

$$-z = -2$$

$$-y = 1$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -4$$
$$y = -1$$
$$z = 2$$

□

**Ejercicio 2.164.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2z = 1$$
$$-x + 2y = -1$$
$$\frac{1}{2}y - z = -2$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_2+F_3}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{2}{3}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{pmatrix} \overset{F_1=-2F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_3+F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{5}{3}$$
$$y = -\frac{4}{3}$$
$$z = \frac{4}{3}$$

□

**Ejercicio 2.165.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - z = 1$$
$$-2z = -2$$
$$-x - \frac{1}{2}y = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=1F_2+F_1}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_3=2F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_3+F_1}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$
$$y = 4$$
$$z = 1$$

□

**Ejercicio 2.166.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-\frac{1}{2}x - 2y + z = -1$$
$$-2x + 2y = 0$$
$$-x + y + 2z = -1$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 10 & -4 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$
$$\overset{F_3=1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 10 & -4 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{10}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-4F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_3=-5F_2+F_3}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{1}{2}F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{2}{5}F_3+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{F_2=\frac{2}{5}F_3+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{5}$$
$$y = \frac{1}{5}$$
$$z = -\frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.167.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-x + z = 0$$
$$-z = 2$$
$$-\frac{1}{2}x - y - z = -\frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-1F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{1}{2}F_1+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{F_2=-1F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=1F_2+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{3}{2}F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{F_3=-1F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{7}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2\leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$
$$y = \frac{7}{2}$$
$$z = -2$$

□

**Ejercicio 2.168.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y + \frac{1}{2}z = 2$$

$$\frac{1}{2}x - 2y + z = -1$$

$$x + 2y - z = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ \frac{1}{2} & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{4} & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{4} & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=-\frac{2}{5}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_2+F_3}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{14}{5} \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{5}{6}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{4}{5}F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=\frac{3}{10}F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$z = \frac{7}{3}$$

□

**Ejercicio 2.169.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x + \frac{1}{2}z = 1$$

$$x - 2z = 2$$

$$-2x + z = -2$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{7}{4} & \frac{5}{2} \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_3=2F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{7}{4} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -3 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{4}{7}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{10}{7} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -3 \end{pmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{4}F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{10}{7} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -3 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_3=-\frac{1}{2}F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{10}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{16}{7} \end{pmatrix}$$

Si nos fijamos en la fila 3, podemos ver que la última columna no es cero, pero la parte izquierda sí lo es, por lo tanto el rango de la matriz de los coeficientes es estrictamente menor que el rango de la ampliada y por lo tanto este sistema es incompatible. □

**Ejercicio 2.170.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$-2y = -1$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_3=2F_2+F_3}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -2 \end{pmatrix} \overset{F_3=2F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{4}F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{4}F_3+F_2}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$
$$z = -4$$

□

**Ejercicio 2.171.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x+2y-z=-\frac{1}{2}$$
$$x=\frac{1}{2}$$
$$-2z=0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=1F_2+F_1}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x=\frac{1}{2}$$
$$y=\frac{1}{4}$$
$$z=0$$

□

**Ejercicio 2.172.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z=1$$
$$2x+y-\frac{1}{2}z=2$$
$$0=0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}y + \frac{3}{4}$$
$$z = -1$$
$$0 = 0$$

□

**Ejercicio 2.173.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$z = -2$$
$$-x - y - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-y = 2$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & -2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 0 & -\frac{9}{2} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & \frac{9}{2} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_3}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{13}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{13}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{13}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{13}{2}$$
$$y = -2$$
$$z = -2$$

□

**Ejercicio 2.174.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2y - z = 1$$
$$x - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + y = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-1F_1+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-\frac{1}{2}F_2}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-2F_2+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=1F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{4}{3}F_3}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{1}{2}F_3+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=\frac{1}{4}F_3+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{3}$$
$$y = -\frac{1}{3}$$
$$z = -\frac{4}{3}$$

□

**Ejercicio 2.175.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$y - \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$$
$$x + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$y + 2z = \frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-1F_1+F_3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{2}{5}F_3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{1}{2}F_3+F_1}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-\frac{1}{2}F_3+F_2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1\leftrightarrow F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$
$$z = 0$$

□

**Ejercicio 2.176.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = -1$$

$$x + y - z = 0$$

$$0 = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -y + 1$$

$$z = 1$$

$$0 = 0$$

□

**Ejercicio 2.177.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2z = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - y - \frac{1}{2}z = 0$$
$$-2z = -1$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_3}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=-2F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$
$$y = \frac{1}{4}$$
$$z = \frac{1}{2}$$

□

**Ejercicio 2.178.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x + y = 0$$
$$-x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$x - 2z = 0$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{F_3=-1F_1+F_3} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_2} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{1}{2}F_2+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -2 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{F_3=-\frac{1}{2}F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{7}{4} & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-\frac{4}{7}F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{1}{4}F_3+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{F_2=\frac{1}{2}F_3+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 0$$

□

**Ejercicio 2.179.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x - \frac{1}{2}y + z = -2$$
$$y + z = -1$$
$$\frac{1}{2}x - y + z = -\frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{2} & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & -1 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & -1 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-\frac{1}{2}F_1+F_3} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -\frac{9}{8} & \frac{5}{4} & -1 \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{F_1=-\frac{1}{4}F_2+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -\frac{9}{8} & \frac{5}{4} & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{9}{8}F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{19}{8} & -\frac{17}{8} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{8}{19}F_3}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{19} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{3}{4}F_3+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{11}{19} \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{19} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_3+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{11}{19} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{19} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{19} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{11}{19}$$
$$y = -\frac{2}{19}$$
$$z = -\frac{17}{19}$$

□

**Ejercicio 2.180.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x - y - \frac{1}{2}z = -1$$
$$2y + 2z = -1$$
$$2y = -\frac{1}{2}$$

*Solución.* Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=\frac{1}{2}F_2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_2+F_1}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-2F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-\frac{1}{2}F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{1}{4}F_3+F_1}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{11}{16} \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_3+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{11}{16} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{11}{16}$$
$$y = -\frac{1}{4}$$

$$z = -\frac{1}{4}$$

$\square$

**Ejercicio 2.181.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

*Solución.* El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$\square$

**Ejercicio 2.182.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

*Solución.* El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = -5/2$$

$\square$

**Ejercicio 2.183.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

*Solución.* El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

$\square$

**Ejercicio 2.184.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

*Solución.* El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$\square$

**Ejercicio 2.185.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

*Solución.* El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$\square$

**Ejercicio 2.186.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

*Solución.* El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$\square$

**Ejercicio 2.187.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

*Solución.* El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -1$$

$\square$

**Ejercicio 2.188.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

*Solución.* El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = 2$$

□

**Ejercicio 2.189.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

*Solución.* El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

□

**Ejercicio 2.190.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $2 \times 2$.

*Solución.* El determinante de una matriz $2 \times 2$ se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 7/4$$

□

**Ejercicio 2.191.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

*Solución.* El determinante de una matriz $3 \times 3$ se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ obtenemos 1. □

**Ejercicio 2.192.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

*Solución.* El determinante de una matriz $3 \times 3$ se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ obtenemos 0. □

**Ejercicio 2.193.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

*Solución.* El determinante de una matriz $3 \times 3$ se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ obtenemos $-8$. □

**Ejercicio 2.194.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

*Solución.* El determinante de una matriz $3 \times 3$ se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ obtenemos 0. $\square$

**Ejercicio 2.195.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

*Solución.* El determinante de una matriz $3 \times 3$ se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ obtenemos $-1$. $\square$

**Ejercicio 2.196.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

*Solución.* El determinante de una matriz $3 \times 3$ se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ obtenemos 1. $\square$

**Ejercicio 2.197.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

*Solución.* El determinante de una matriz $3 \times 3$ se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ obtenemos 0. □

**Ejercicio 2.198.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

*Solución.* El determinante de una matriz $3 \times 3$ se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ obtenemos 0. □

**Ejercicio 2.199.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

*Solución.* El determinante de una matriz $3 \times 3$ se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ obtenemos 1. □

**Ejercicio 2.200.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante $3 \times 3$.

*Solución.* El determinante de una matriz $3 \times 3$ se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ obtenemos $-4$. □

**Ejercicio 2.201.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 1/2$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos $1/2$. □

**Ejercicio 2.202.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 3.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 3 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1/2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = -1/8$$

$$0 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

$$1 \cdot (-1)^6 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos $-1/8$. □

**Ejercicio 2.203.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$0 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$-2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 2$$

Sumando todos estos valores obtenemos 2. □

**Ejercicio 2.204.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} = -1$$

$$0 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos $-1$. $\square$

**Ejercicio 2.205.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$0 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 1/2$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos $1/2$. $\square$

**Ejercicio 2.206.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1/2 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = -1/2$$

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = -1$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos $-3/2$. $\square$

**Ejercicio 2.207.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = -1$$

$$-1 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = 6$$

Sumando todos estos valores obtenemos 7. $\square$

**Ejercicio 2.208.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} = -2$$

$$-2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos $-2$. $\square$

**Ejercicio 2.209.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = 4$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$-2 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = 2$$

Sumando todos estos valores obtenemos 6. $\square$

**Ejercicio 2.210.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$-2 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos 0. $\square$

**Ejercicio 2.211.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 3$$

$$-2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = -2$$

$$1 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = -2$$

Sumando todos estos valores obtenemos $-1$. □

**Ejercicio 2.212.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 3.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 3 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

$$2 \cdot (-1)^6 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos 0. □

**Ejercicio 2.213.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$0 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$1 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = -4$$

Sumando todos estos valores obtenemos $-4$. □

**Ejercicio 2.214.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = 2$$

$$-2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -2$$

$$-1 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = 1$$

Sumando todos estos valores obtenemos 1. □

**Ejercicio 2.215.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-1/2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = -1$$

$$-1/2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = -1/4$$

$$-2 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

Sumando todos estos valores obtenemos 3/4. □

**Ejercicio 2.216.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 3.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 3 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 4$$

$$0 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$-1 \cdot (-1)^6 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = -2$$

Sumando todos estos valores obtenemos 2. □

**Ejercicio 2.217.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-1 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos 0. □

**Ejercicio 2.218.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1/2 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 4$$

Sumando todos estos valores obtenemos 4. □

**Ejercicio 2.219.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 2 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-1/2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$2 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = -4$$

Sumando todos estos valores obtenemos $-4$. □

**Ejercicio 2.220.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

*Solución.* Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = 2$$

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = 4$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos 6. □

**Ejercicio 2.221.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -6 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{6}F_2}{=} -6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-3F_3}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 2. □

**Ejercicio 2.222.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & \frac{3}{4} \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & \frac{3}{4} \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-\frac{3}{4}F_2+F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{1}{2}F_3}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 2. □

**Ejercicio 2.223.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{1}{2}F_1+F_3}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & -\frac{1}{4} \end{vmatrix} \overset{F_2=2F_2}{=} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -\frac{1}{4} \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-2F_2+F_3}{=} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{7}{4} \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{4}{7}F_3}{=} \frac{7}{8} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $\frac{7}{8}$. □

**Ejercicio 2.224.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \overset{F_3=-2F_3}{=} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{=} -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2 \leftrightarrow F_3}{=} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $\frac{1}{2}$. □

**Ejercicio 2.225.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_3=2F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 1. □

**Ejercicio 2.226.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} -2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 2 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{=} -4 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -4 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{4}{3}F_3}{=} -3 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $-3$. □

**Ejercicio 2.227.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_1+F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-1F_3}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $-2$. $\square$

**Ejercicio 2.228.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 2 & 2 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 2 & 2 \end{vmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{=} 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 2 & 2 \end{vmatrix} \overset{F_3=-2F_1+F_3}{=} 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=\frac{1}{2}F_2+F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 1. $\square$

**Ejercicio 2.229.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{3}F_2}{=} -6 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -6 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $-6$. $\square$

**Ejercicio 2.230.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{=} \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{1}{2}F_2+F_3}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=\frac{4}{3}F_3}{=} -\frac{3}{2} \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $-\frac{3}{2}$. $\square$

**Ejercicio 2.231.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{=} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \overset{F_2 \leftrightarrow F_3}{=}$
$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 0. □

**Ejercicio 2.232.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{1}{2}F_1+F_3}{=}$
$-1 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_3=2F_2+F_3}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_3=-2F_3}{=} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 1. □

**Ejercicio 2.233.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{=} -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2 \leftrightarrow F_3}{=} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $\frac{1}{2}$. □

**Ejercicio 2.234.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{=} 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{=} 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 0. □

**Ejercicio 2.235.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{=} -2\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{=} -2\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=1F_1+F_3}{=} -2\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$
$\overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{=} -4\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -4\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_3}{=} 8\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
El determinante es pues 8. □

**Ejercicio 2.236.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{=} -1\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{=}$
$-1\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_2=2F_2}{=} -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-2F_2+F_3}{=} -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{5}F_3}{=} \frac{5}{2}\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
El determinante es pues $\frac{5}{2}$. □

**Ejercicio 2.237.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-2F_2+F_3}{=} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
El determinante es pues 1. □

**Ejercicio 2.238.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_1+F_2}{=} -1\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=1F_1+F_3}{=}$
$-1\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 \end{vmatrix} \overset{F_2=\frac{4}{3}F_2}{=} -\frac{3}{4}\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{3}{2}F_2+F_3}{=} -\frac{3}{4}\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{3}F_3}{=} \frac{9}{4}\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
El determinante es pues $\frac{9}{4}$. □

**Ejercicio 2.239.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_3=2F_1+F_3}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=\frac{1}{2}F_3}{=} -4 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $-4$. □

**Ejercicio 2.240.** Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

*Solución.* $\begin{vmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_3}{=} 4 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2 \leftrightarrow F_3}{=} -4 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

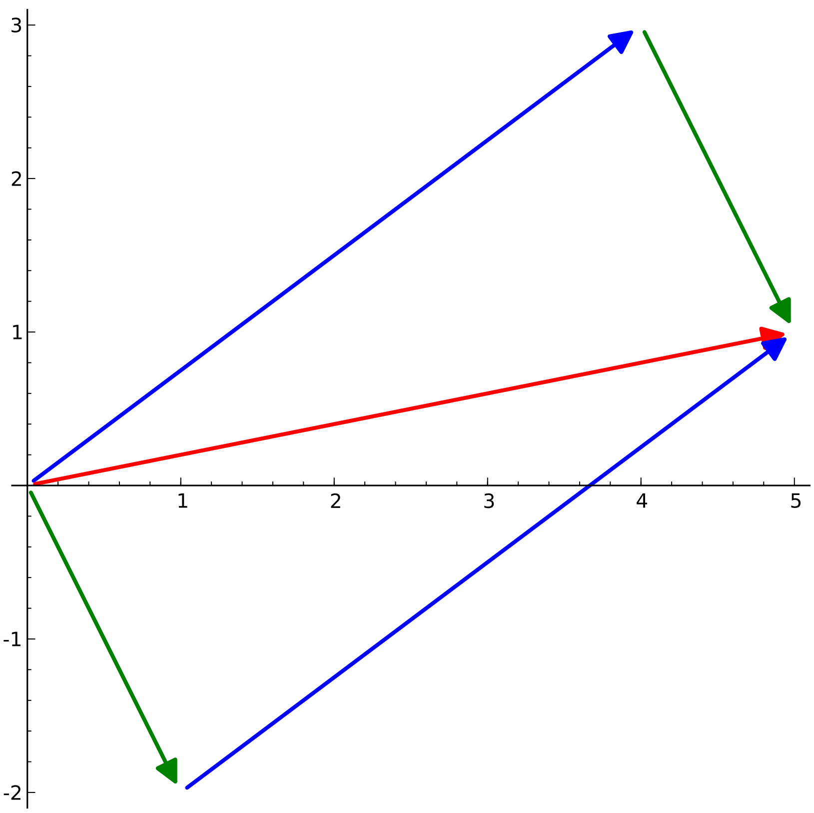
El determinante es pues 0. □

## Capítulo 3. Vectores, Bases y Distancias

**Ejercicio 3.1.** Calcula la suma de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (4, 3) \quad v = (1, -2)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la suma de color rojo. Vamos a hacer la suma $u+v$ y también la suma $v+u$ que dan el mismo resultado, aunque por caminos diferentes.

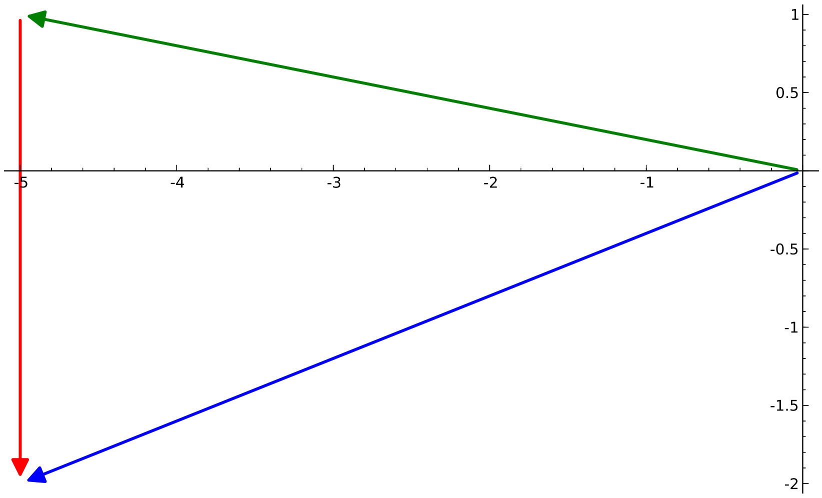



□

**Ejercicio 3.2.** Calcula la resta de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-5, -2) \quad v = (-5, 1)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la resta $u - v$ de color rojo.

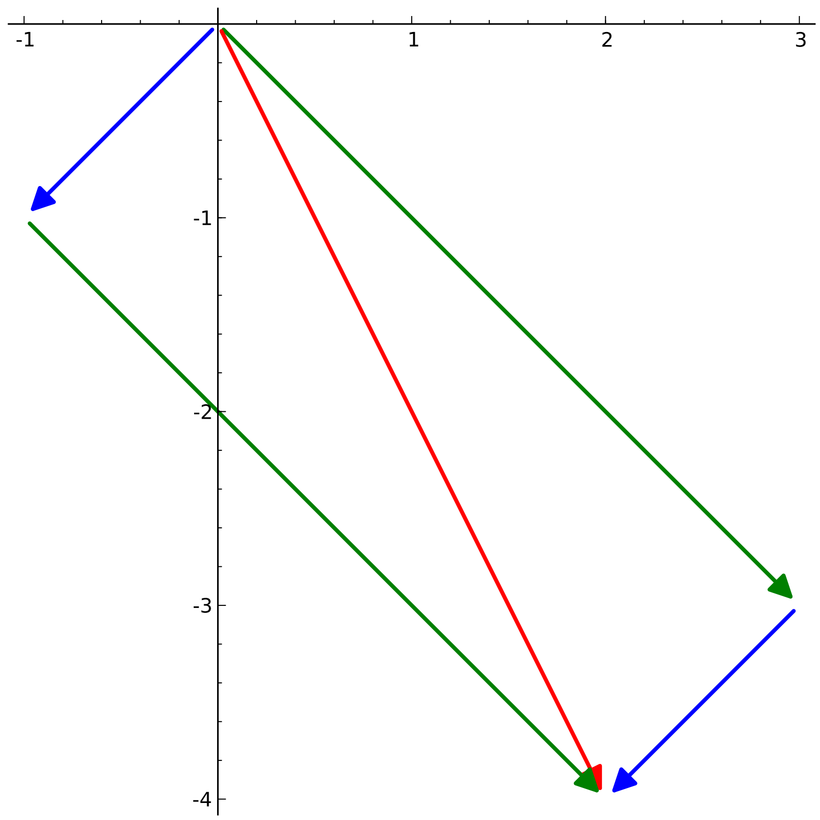



□

**Ejercicio 3.3.** Calcula la suma de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-1, -1) \quad v = (3, -3)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la suma de color rojo. Vamos a hacer la suma $u+v$ y también la suma $v+u$ que dan el mismo resultado, aunque por caminos diferentes.

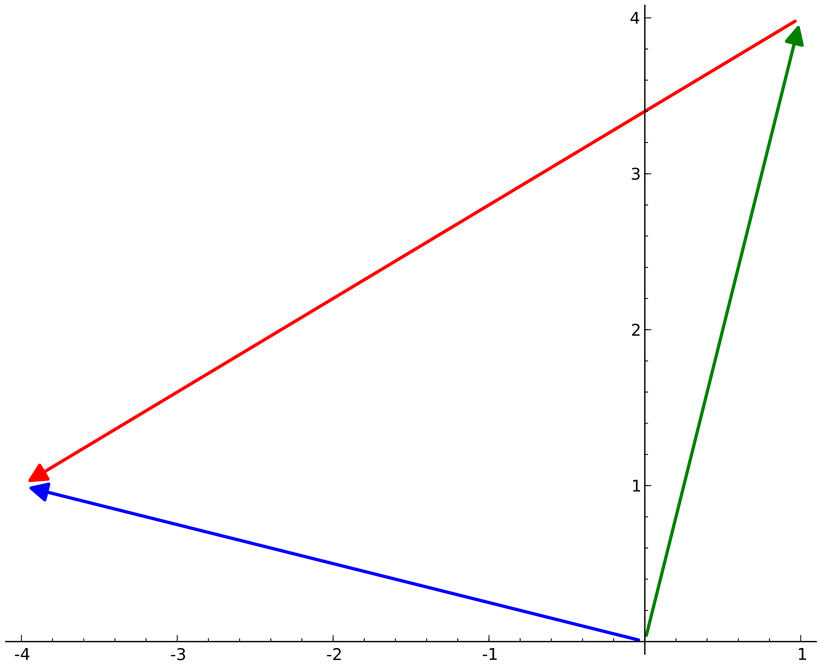



□

**Ejercicio 3.4.** Calcula la resta de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-4, 1) \quad v = (1, 4)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la resta $u - v$ de color rojo.

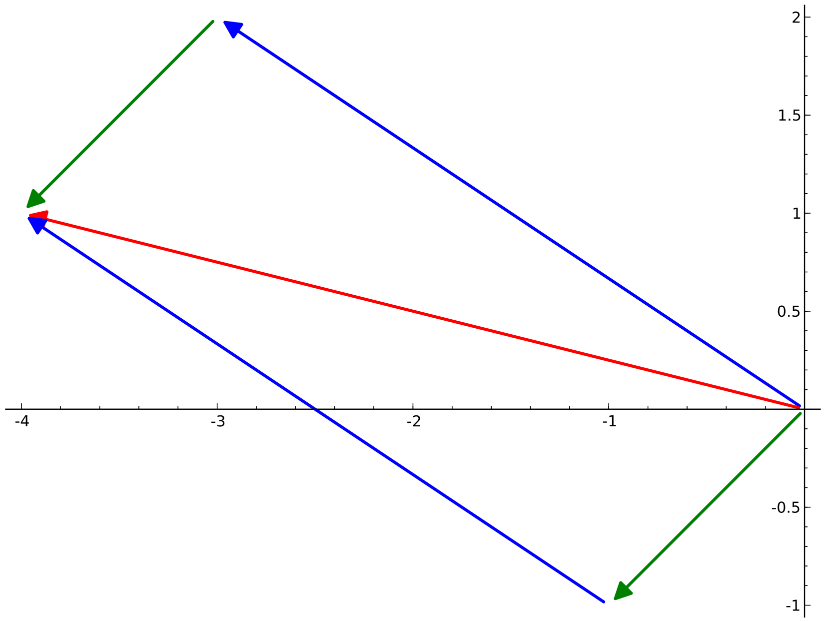



$\square$

**Ejercicio 3.5.** Calcula la suma de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-3, 2) \quad v = (-1, -1)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la suma de color rojo. Vamos a hacer la suma $u+v$ y también la suma $v+u$ que dan el mismo resultado, aunque por caminos diferentes.

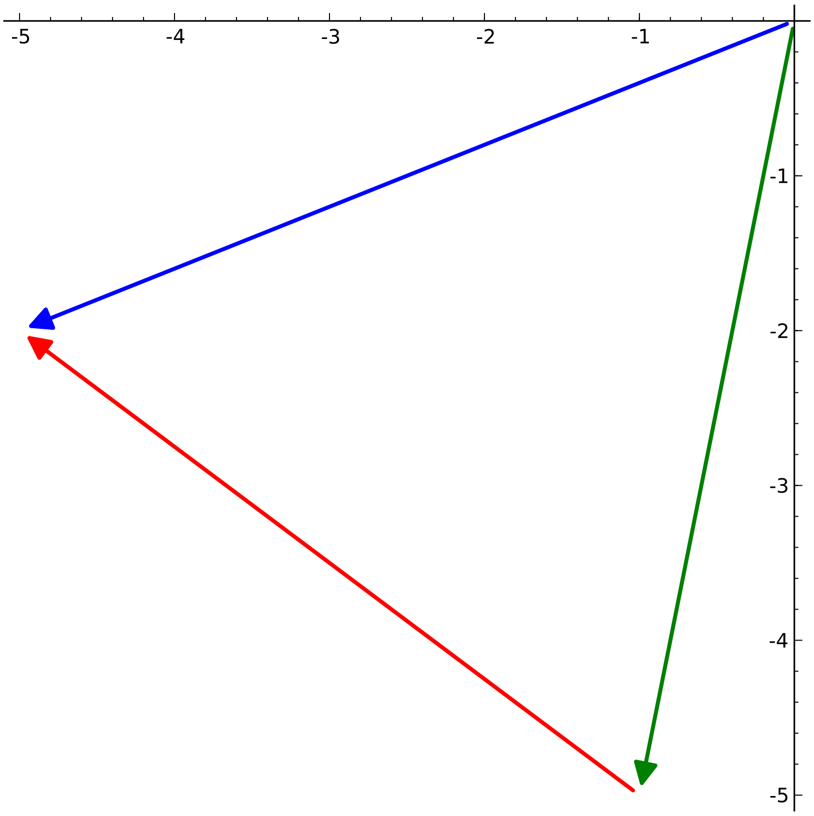


□

**Ejercicio 3.6.** Calcula la resta de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-5, -2) \quad v = (-1, -5)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la resta $u - v$ de color rojo.

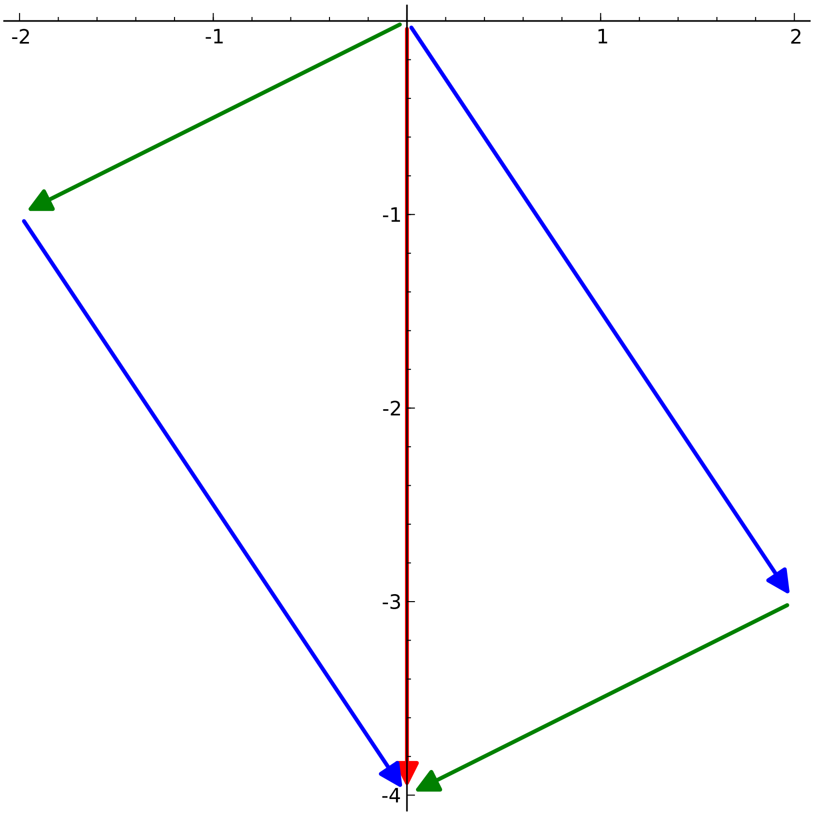



□

**Ejercicio 3.7.** Calcula la suma de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (2, -3) \quad v = (-2, -1)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la suma de color rojo. Vamos a hacer la suma $u+v$ y también la suma $v+u$ que dan el mismo resultado, aunque por caminos diferentes.

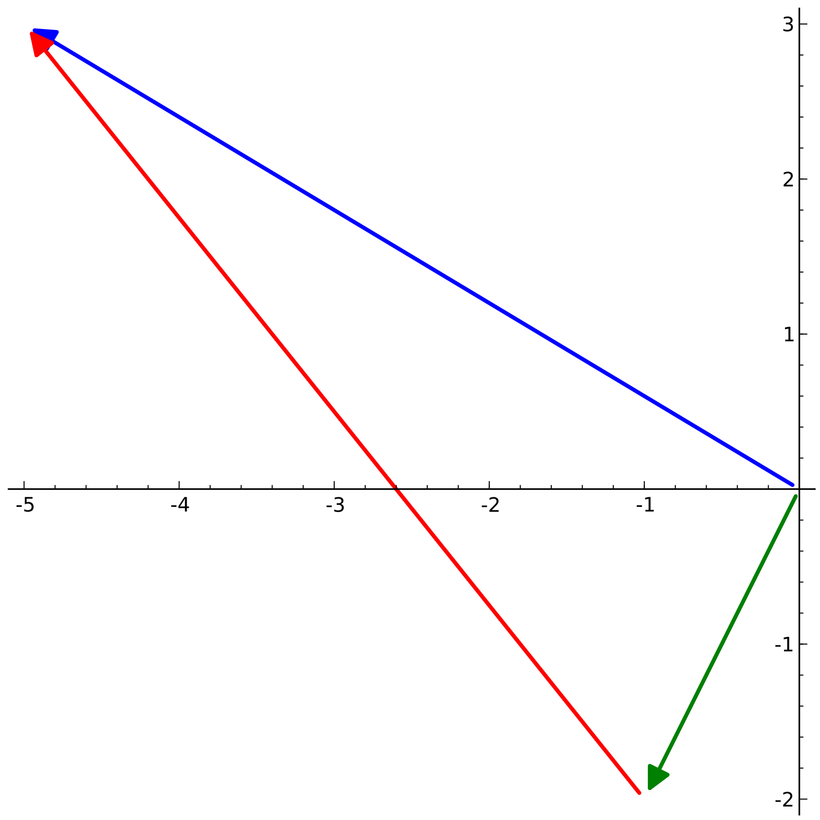



□

**Ejercicio 3.8.** Calcula la resta de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-5, 3) \quad v = (-1, -2)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la resta $u - v$ de color rojo.

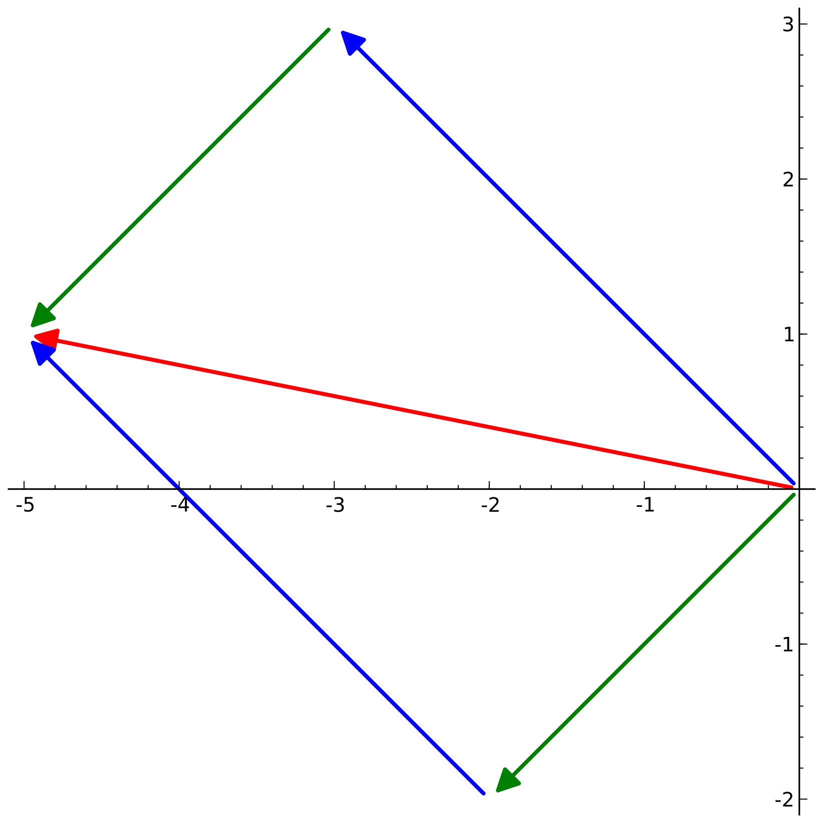



$\square$

**Ejercicio 3.9.** Calcula la suma de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (-3, 3) \quad v = (-2, -2)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la suma de color rojo. Vamos a hacer la suma $u+v$ y también la suma $v+u$ que dan el mismo resultado, aunque por caminos diferentes.

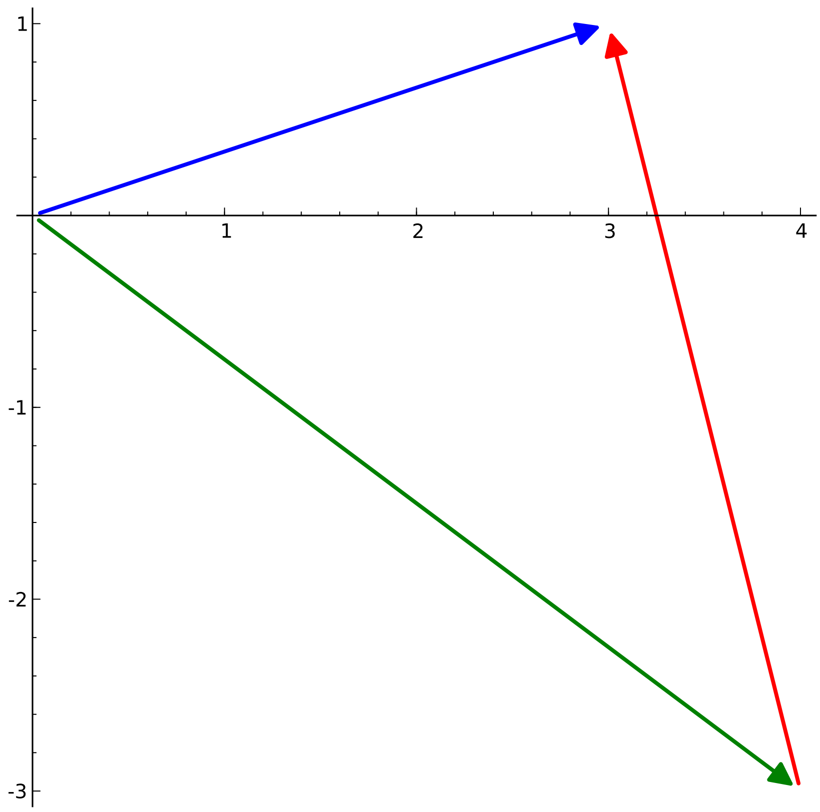



□

**Ejercicio 3.10.** Calcula la resta de los siguientes vectores del plano, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (3, 1) \quad v = (4, -3)$$

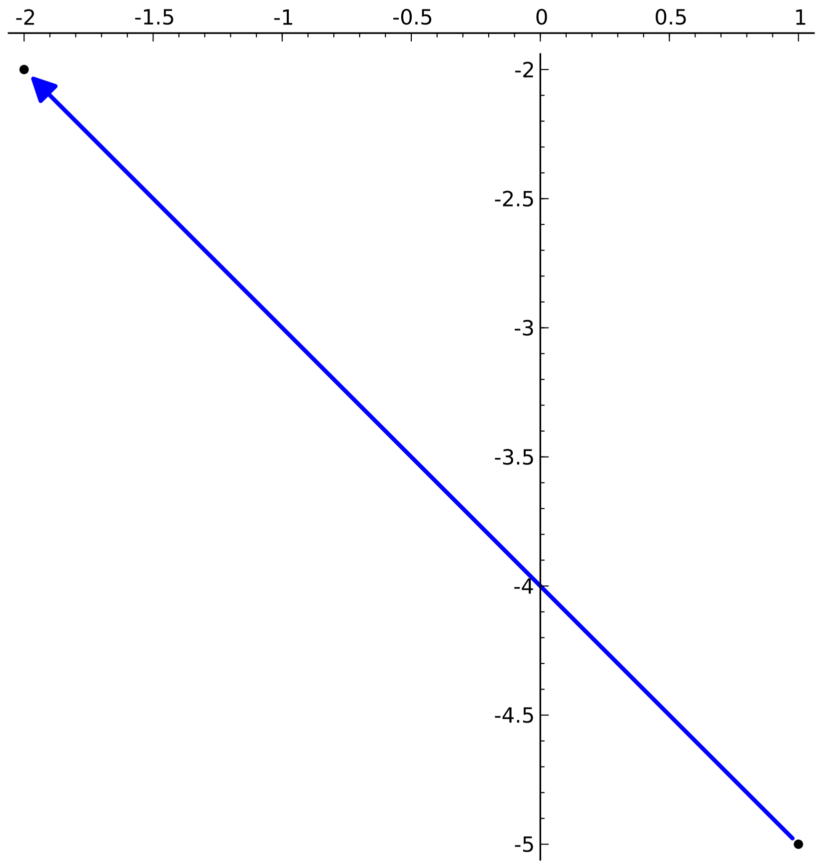
*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la resta $u - v$ de color rojo.




□

**Ejercicio 3.11.** Dados los puntos del plano $P = (-2, -2)$ y $Q = (1, -5)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

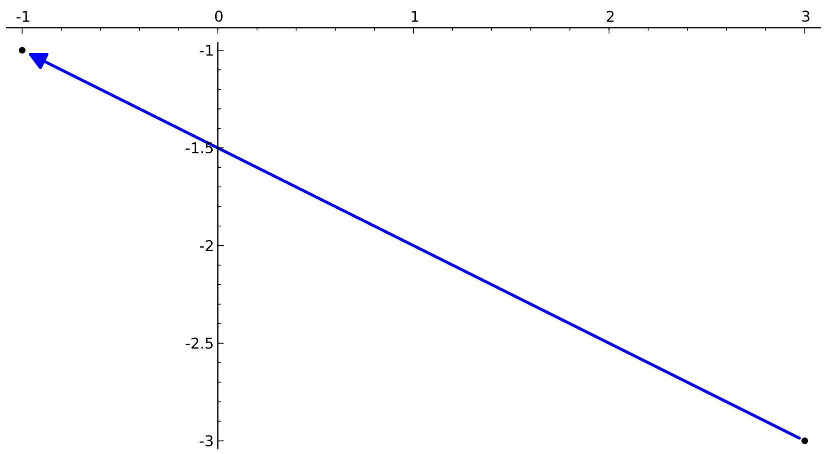
*Solución.* Vamos a pintar los dos puntos y el vector formado por ellos, que se calculará como extremo-origen.




El módulo del vector formado por ellos es $\sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} = 3\sqrt{2}$. □

**Ejercicio 3.12.** Dados los puntos del plano $P = (-1, -1)$ y $Q = (3, -3)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

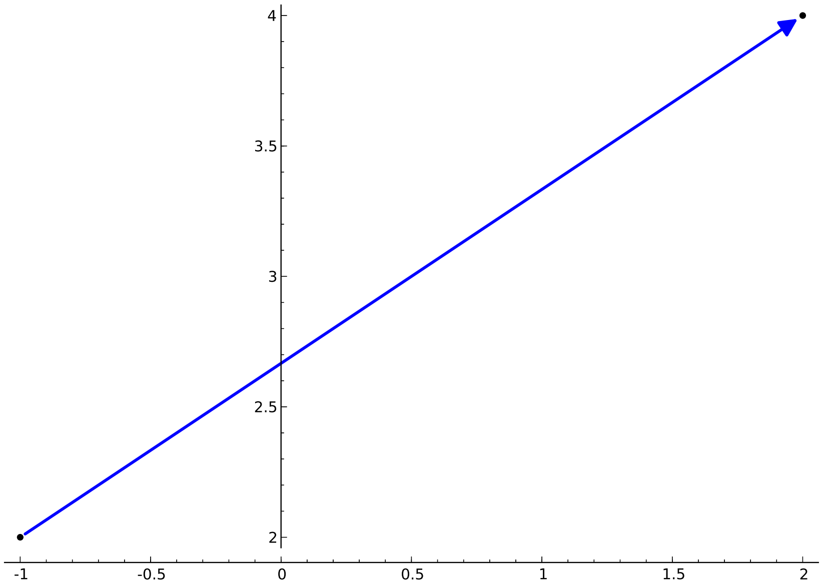
*Solución.* Vamos a pintar los dos puntos y el vector formado por ellos, que se calculará como extremo-origen.




El módulo del vector formado por ellos es $\sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} = 2\sqrt{5}$. □

**Ejercicio 3.13.** Dados los puntos del plano $P = (2, 4)$ y $Q = (-1, 2)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

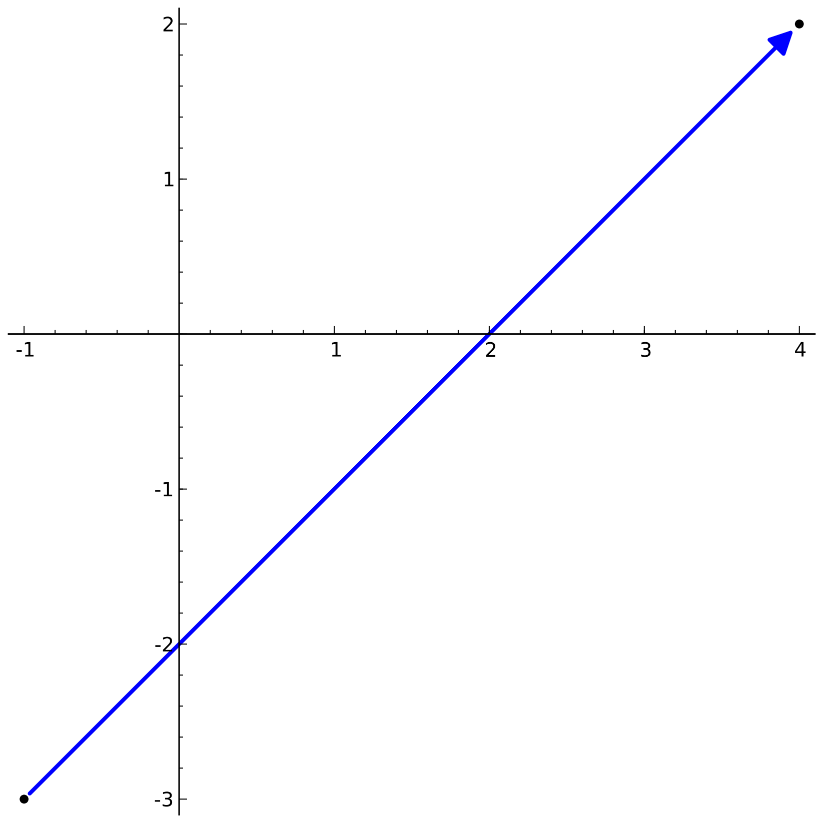
*Solución.* Vamos a pintar los dos puntos y el vector formado por ellos, que se calculará como extremo-origen.




El módulo del vector formado por ellos es $\sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} = \sqrt{13}$. □

**Ejercicio 3.14.** Dados los puntos del plano $P = (4, 2)$ y $Q = (-1, -3)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

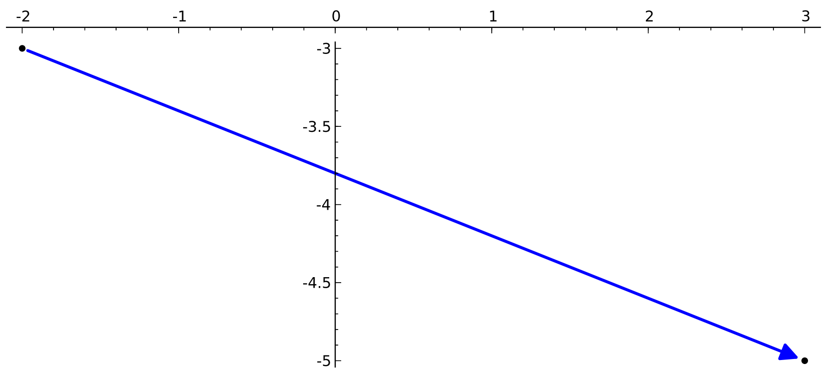
*Solución.* Vamos a pintar los dos puntos y el vector formado por ellos, que se calculará como extremo-origen.




El módulo del vector formado por ellos es $\sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} = 5\sqrt{2}$. $\square$

**Ejercicio 3.15.** Dados los puntos del plano $P = (3, -5)$ y $Q = (-2, -3)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

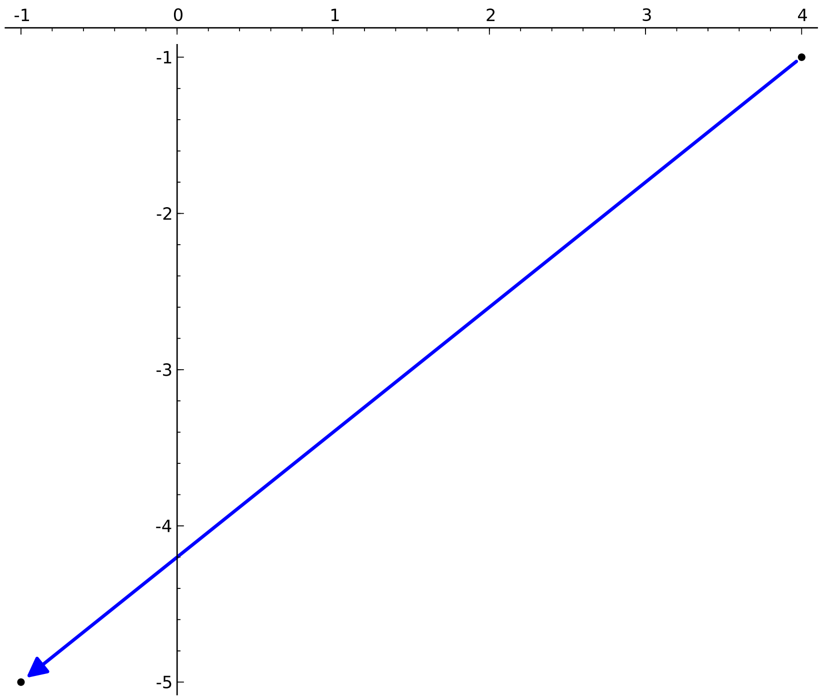
*Solución.* Vamos a pintar los dos puntos y el vector formado por ellos, que se calculará como extremo-origen.




El módulo del vector formado por ellos es $\sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} = \sqrt{29}$. $\square$

**Ejercicio 3.16.** Dados los puntos del plano $P = (-1, -5)$ y $Q = (4, -1)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

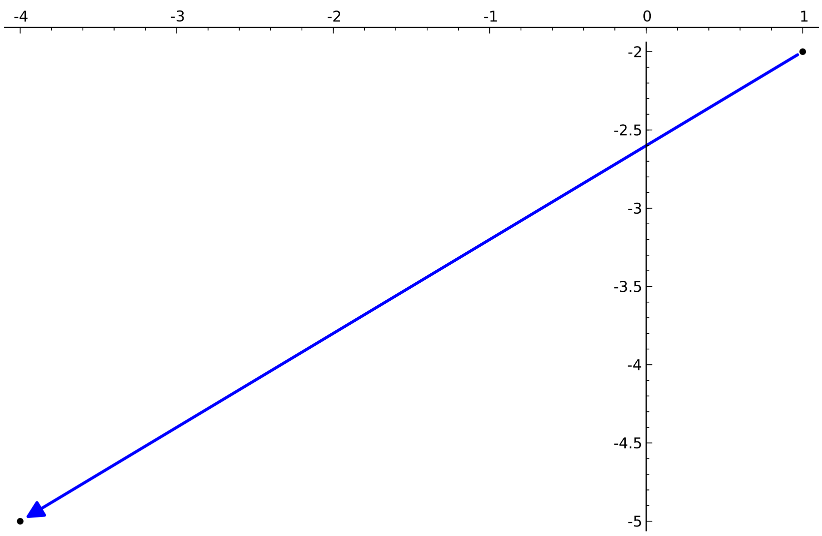
*Solución.* Vamos a pintar los dos puntos y el vector formado por ellos, que se calculará como extremo-origen.




El módulo del vector formado por ellos es $\sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} = \sqrt{41}$. $\square$

**Ejercicio 3.17.** Dados los puntos del plano $P = (-4, -5)$ y $Q = (1, -2)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

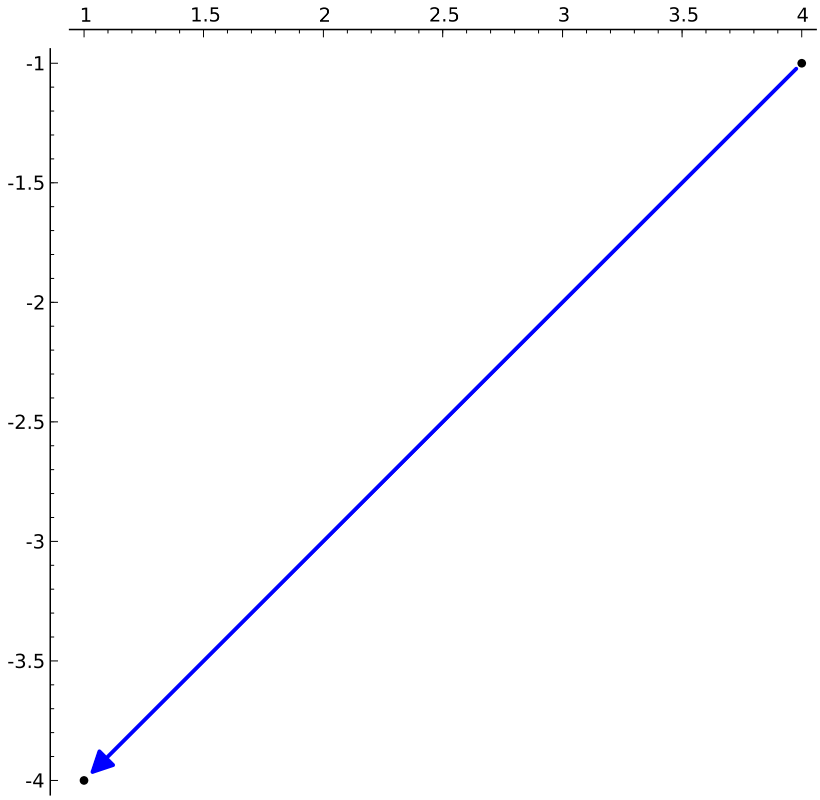
*Solución.* Vamos a pintar los dos puntos y el vector formado por ellos, que se calculará como extremo-origen.




El módulo del vector formado por ellos es $\sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} = \sqrt{34}$. $\square$

**Ejercicio 3.18.** Dados los puntos del plano $P = (1, -4)$ y $Q = (4, -1)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

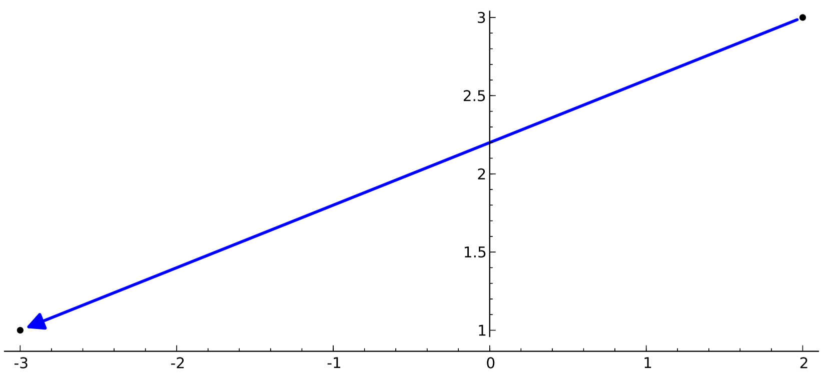
*Solución.* Vamos a pintar los dos puntos y el vector formado por ellos, que se calculará como extremo-origen.




El módulo del vector formado por ellos es $\sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} = 3\sqrt{2}$. $\square$

**Ejercicio 3.19.** Dados los puntos del plano $P = (-3, 1)$ y $Q = (2, 3)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

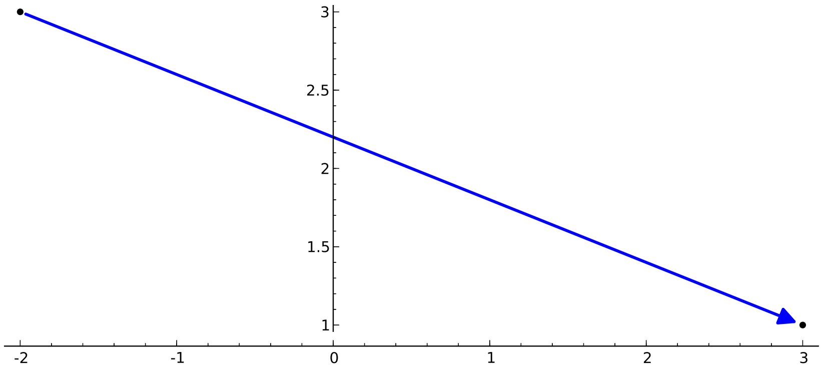
*Solución.* Vamos a pintar los dos puntos y el vector formado por ellos, que se calculará como extremo-origen.



El módulo del vector formado por ellos es $\sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} = \sqrt{29}$. □

**Ejercicio 3.20.** Dados los puntos del plano $P = (3, 1)$ y $Q = (-2, 3)$, represéntalos gráficamente y calcula la distancia entre ellos.

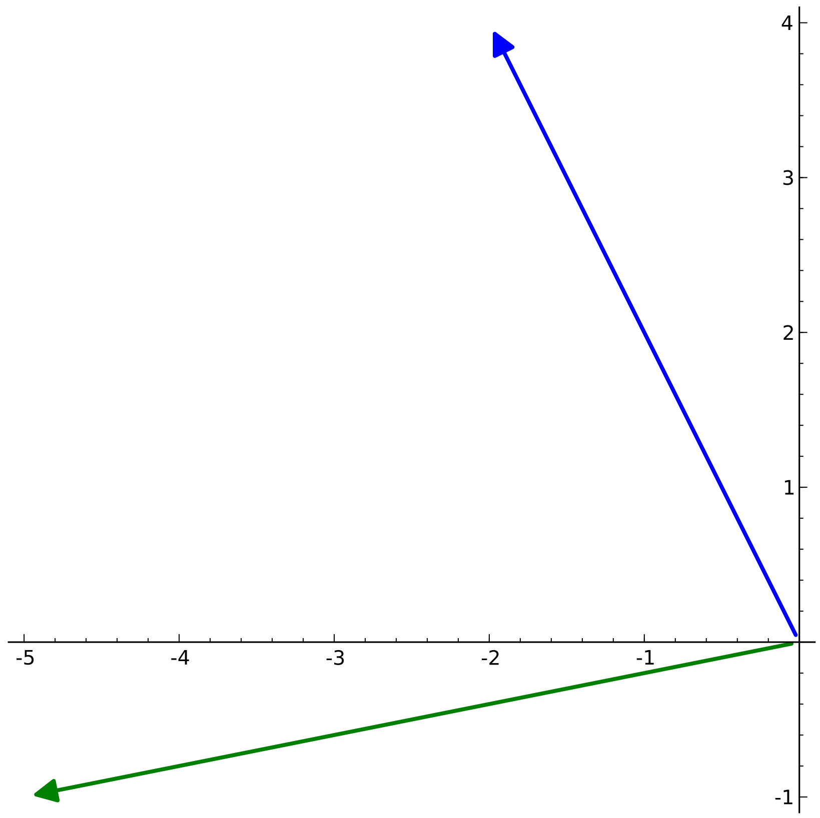
*Solución.* Vamos a pintar los dos puntos y el vector formado por ellos, que se calculará como extremo-origen.




El módulo del vector formado por ellos es $\sqrt{(P_1 - Q_1)^2 + (P_2 - Q_2)^2} = \sqrt{29}$. □

**Ejercicio 3.21.** Dados los vectores del plano $u = (-2, 4)$ y $v = (-5, -1)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

*Solución.* Empecemos pintando los dos vectores, pondremos $u$ de color azul y $v$ de color verde.

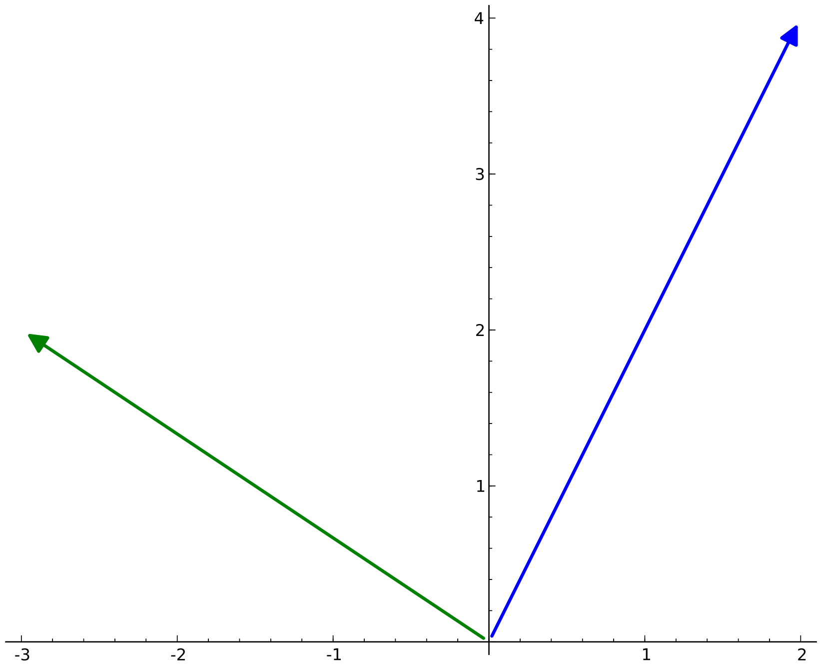


El módulo de un vector es $\sqrt{x^2+y^2}$ que en el caso de $u$ nos da $2\sqrt{5}$ y en el caso de $v$ nos da $\sqrt{26}$.

El producto escalar $u \cdot v = u_1 v_1 + u_2 v_2 = 6$ y el coseno del ángulo formado por estos vectores es $\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} = \frac{3}{130}\sqrt{130}$ por lo que el ángulo es $\arccos\left(\frac{3}{130}\sqrt{130}\right)$. □

**Ejercicio 3.22.** Dados los vectores del plano $u = (2, 4)$ y $v = (-3, 2)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

*Solución.* Empecemos pintando los dos vectores, pondremos $u$ de color azul y $v$ de color verde.

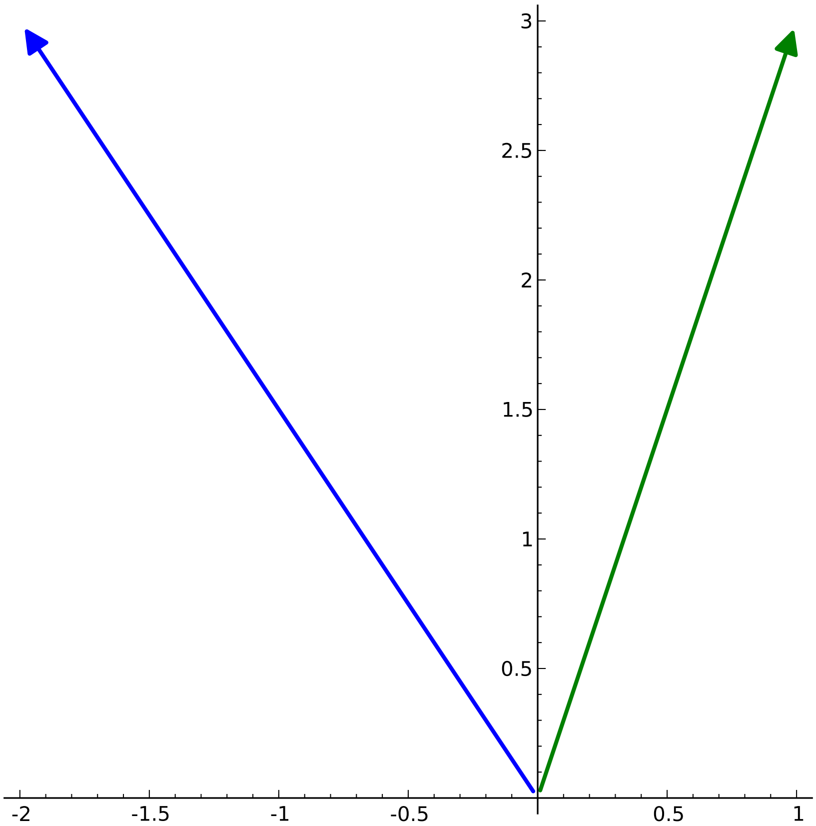



El módulo de un vector es $\sqrt{x^2+y^2}$ que en el caso de $u$ nos da $2\sqrt{5}$ y en el caso de $v$ nos da $\sqrt{13}$.

El producto escalar $u \cdot v = u_1 v_1 + u_2 v_2 = 2$ y el coseno del ángulo formado por estos vectores es $\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} = \frac{1}{65}\sqrt{65}$ por lo que el ángulo es $\arccos\left(\frac{1}{65}\sqrt{65}\right)$. □

**Ejercicio 3.23.** Dados los vectores del plano $u = (-2, 3)$ y $v = (1, 3)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

*Solución.* Empecemos pintando los dos vectores, pondremos $u$ de color azul y $v$ de color verde.

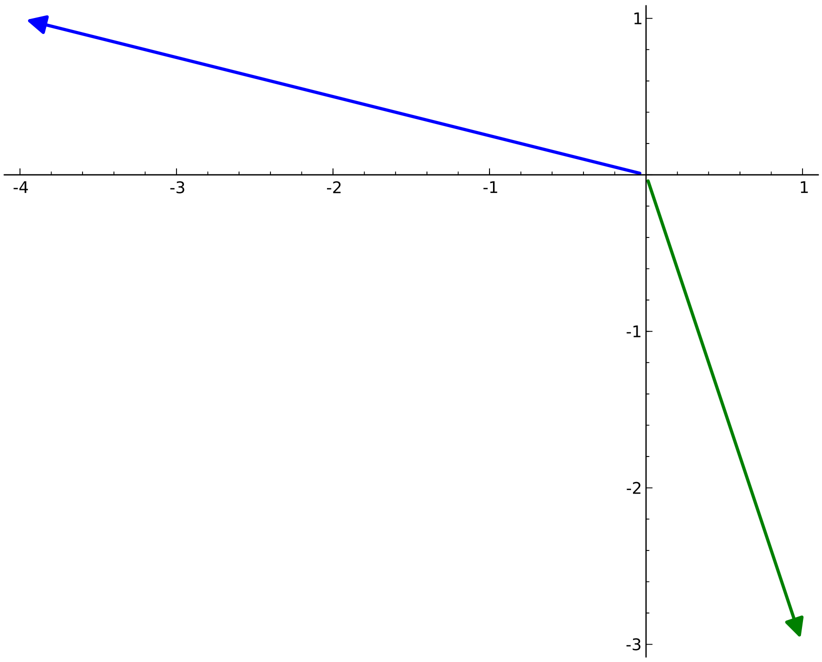



El módulo de un vector es $\sqrt{x^2+y^2}$ que en el caso de $u$ nos da $\sqrt{13}$ y en el caso de $v$ nos da $\sqrt{10}$.

El producto escalar $u \cdot v = u_1 v_1 + u_2 v_2 = 7$ y el coseno del ángulo formado por estos vectores es $\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} = \frac{7}{130}\sqrt{130}$ por lo que el ángulo es $\arccos\left(\frac{7}{130}\sqrt{130}\right)$. $\square$

**Ejercicio 3.24.** Dados los vectores del plano $u = (-4, 1)$ y $v = (1, -3)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

*Solución.* Empecemos pintando los dos vectores, pondremos $u$ de color azul y $v$ de color verde.

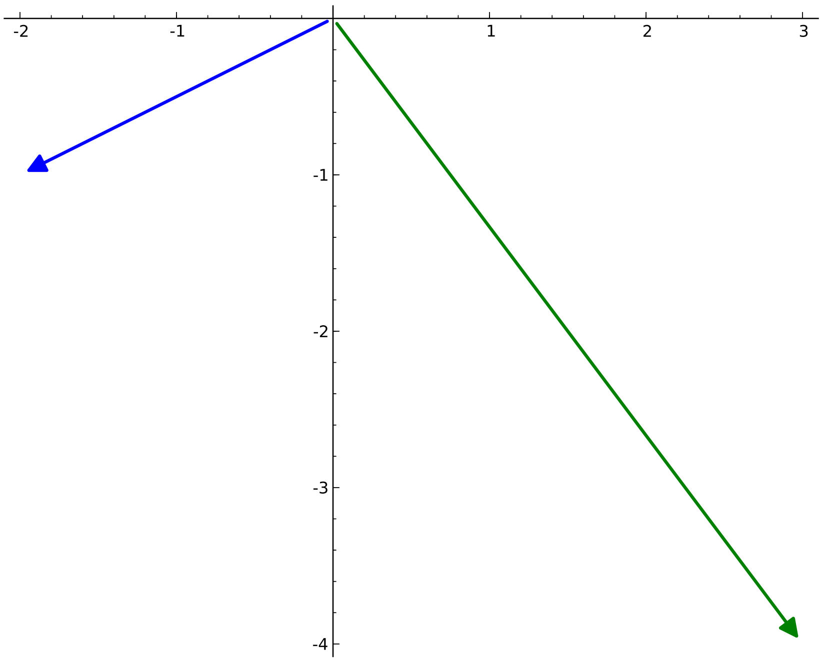



El módulo de un vector es $\sqrt{x^2+y^2}$ que en el caso de $u$ nos da $\sqrt{17}$ y en el caso de $v$ nos da $\sqrt{10}$.

El producto escalar $u \cdot v = u_1v_1 + u_2v_2 = -7$ y el coseno del ángulo formado por estos vectores es $\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} = -\frac{7}{170}\sqrt{170}$ por lo que el ángulo es $\arccos\left(-\frac{7}{170}\sqrt{170}\right)$. □

**Ejercicio 3.25.** Dados los vectores del plano $u = (-2, -1)$ y $v = (3, -4)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

*Solución.* Empecemos pintando los dos vectores, pondremos $u$ de color azul y $v$ de color verde.

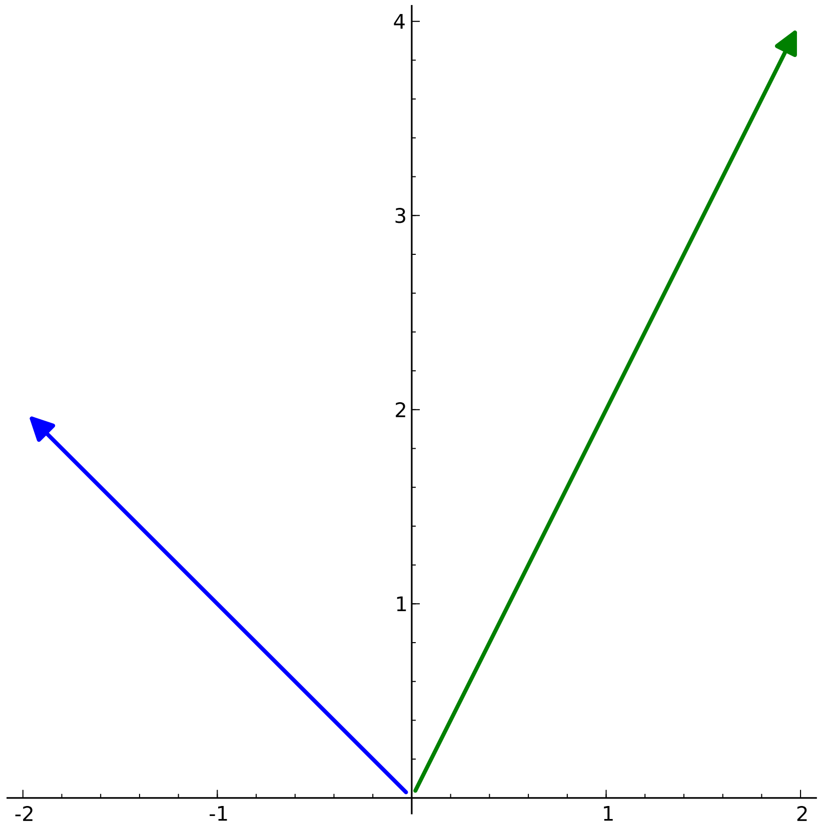


El módulo de un vector es $\sqrt{x^2+y^2}$ que en el caso de $u$ nos da $\sqrt{5}$ y en el caso de $v$ nos da 5.

El producto escalar $u \cdot v = u_1 v_1 + u_2 v_2 = -2$ y el coseno del ángulo formado por estos vectores es $\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} = -\frac{2}{25}\sqrt{5}$ por lo que el ángulo es $\arccos\left(-\frac{2}{25}\sqrt{5}\right)$. $\square$

**Ejercicio 3.26.** Dados los vectores del plano $u = (-2, 2)$ y $v = (2, 4)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

*Solución.* Empecemos pintando los dos vectores, pondremos $u$ de color azul y $v$ de color verde.

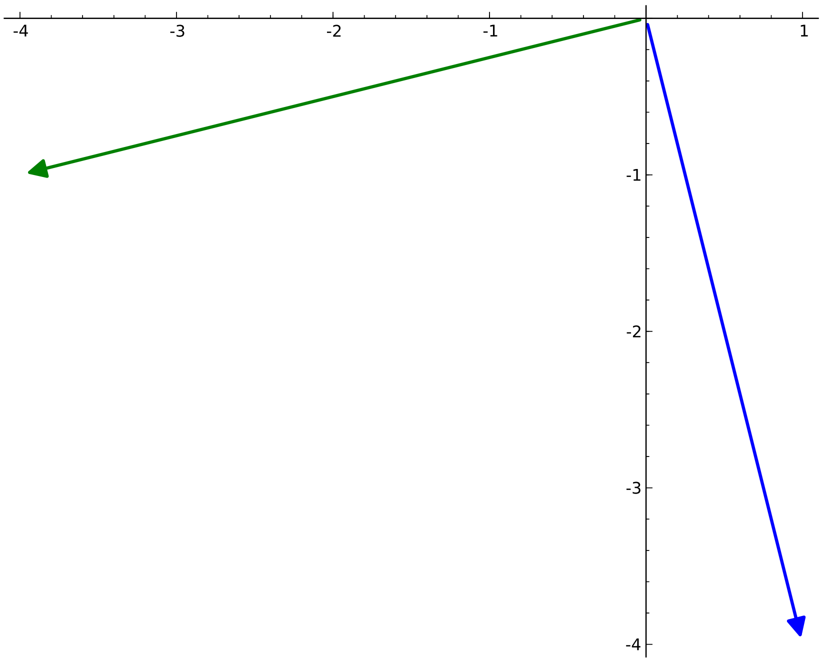



El módulo de un vector es $\sqrt{x^2+y^2}$ que en el caso de $u$ nos da $2\sqrt{2}$ y en el caso de $v$ nos da $2\sqrt{5}$.

El producto escalar $u \cdot v = u_1 v_1 + u_2 v_2 = 4$ y el coseno del ángulo formado por estos vectores es $\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} = \frac{1}{10}\sqrt{10}$ por lo que el ángulo es $\arccos\left(\frac{1}{10}\sqrt{10}\right)$. $\square$

**Ejercicio 3.27.** Dados los vectores del plano $u = (1, -4)$ y $v = (-4, -1)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

*Solución.* Empecemos pintando los dos vectores, pondremos $u$ de color azul y $v$ de color verde.

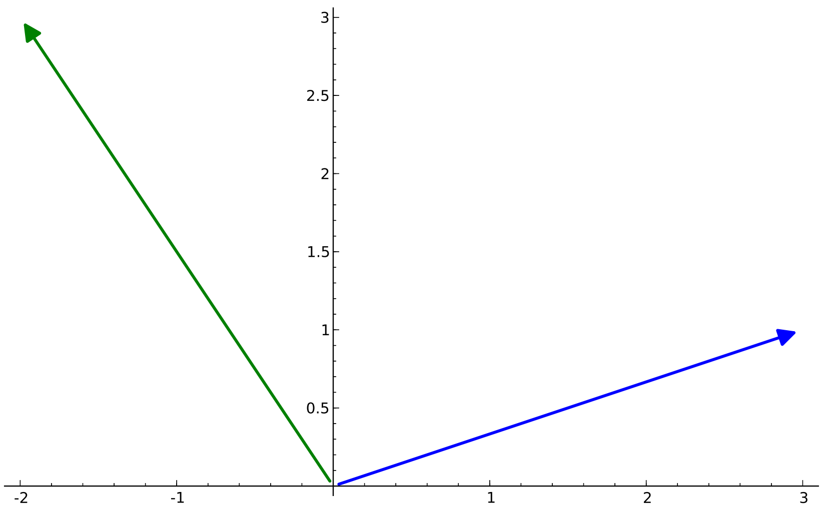



El módulo de un vector es $\sqrt{x^2+y^2}$ que en el caso de $u$ nos da $\sqrt{17}$ y en el caso de $v$ nos da $\sqrt{17}$.

El producto escalar $u \cdot v = u_1v_1 + u_2v_2 = 0$ y el coseno del ángulo formado por estos vectores es $\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} = 0$ por lo que el ángulo es $\frac{1}{2}\pi$. □

**Ejercicio 3.28.** Dados los vectores del plano $u = (3,1)$ y $v = (-2,3)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

*Solución.* Empecemos pintando los dos vectores, pondremos $u$ de color azul y $v$ de color verde.

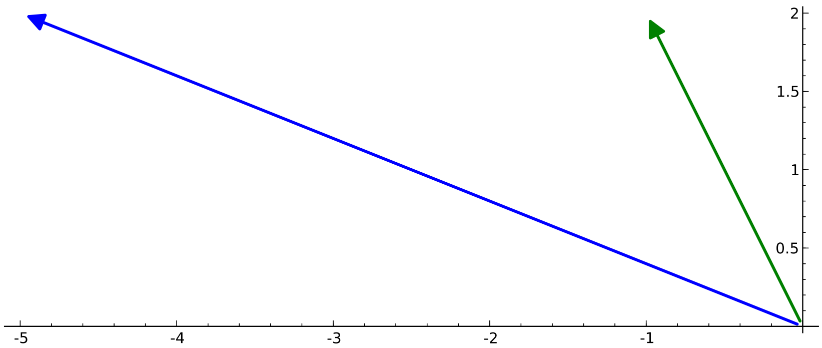



El módulo de un vector es $\sqrt{x^2+y^2}$ que en el caso de $u$ nos da $\sqrt{10}$ y en el caso de $v$ nos da $\sqrt{13}$.

El producto escalar $u \cdot v = u_1v_1 + u_2v_2 = -3$ y el coseno del ángulo formado por estos vectores es $\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} = -\frac{3}{130}\sqrt{130}$ por lo que el ángulo es $\arccos\left(-\frac{3}{130}\sqrt{130}\right)$. □

**Ejercicio 3.29.** Dados los vectores del plano $u = (-5, 2)$ y $v = (-1, 2)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

*Solución.* Empecemos pintando los dos vectores, pondremos $u$ de color azul y $v$ de color verde.

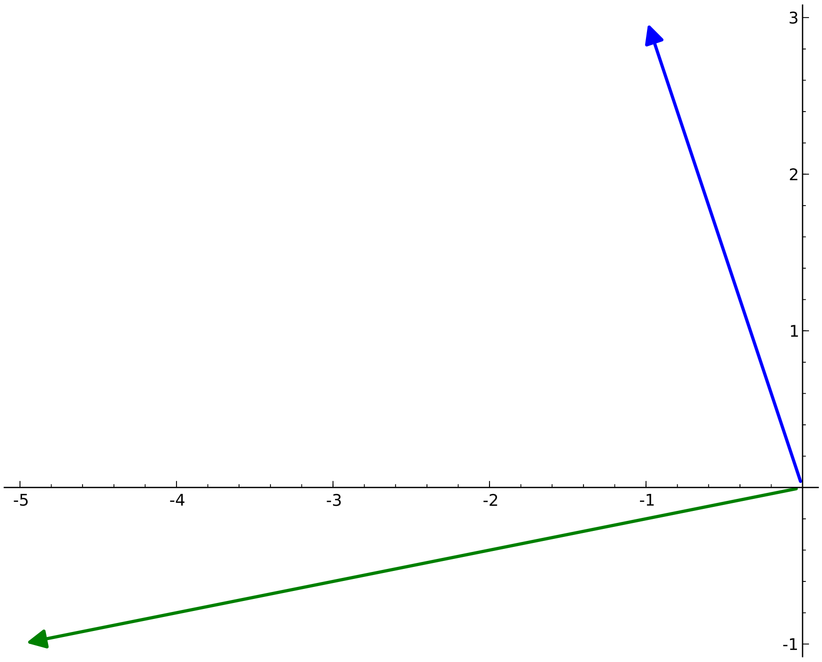



El módulo de un vector es $\sqrt{x^2+y^2}$ que en el caso de $u$ nos da $\sqrt{29}$ y en el caso de $v$ nos da $\sqrt{5}$.

El producto escalar $u \cdot v = u_1v_1 + u_2v_2 = 9$ y el coseno del ángulo formado por estos vectores es $\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} = \frac{9}{145}\sqrt{145}$ por lo que el ángulo es $\arccos\left(\frac{9}{145}\sqrt{145}\right)$. □

**Ejercicio 3.30.** Dados los vectores del plano $u = (-1, 3)$ y $v = (-5, -1)$, represéntalos gráficamente y calcula sus longitudes y el ángulo formado por ellos.

*Solución.* Empecemos pintando los dos vectores, pondremos $u$ de color azul y $v$ de color verde.



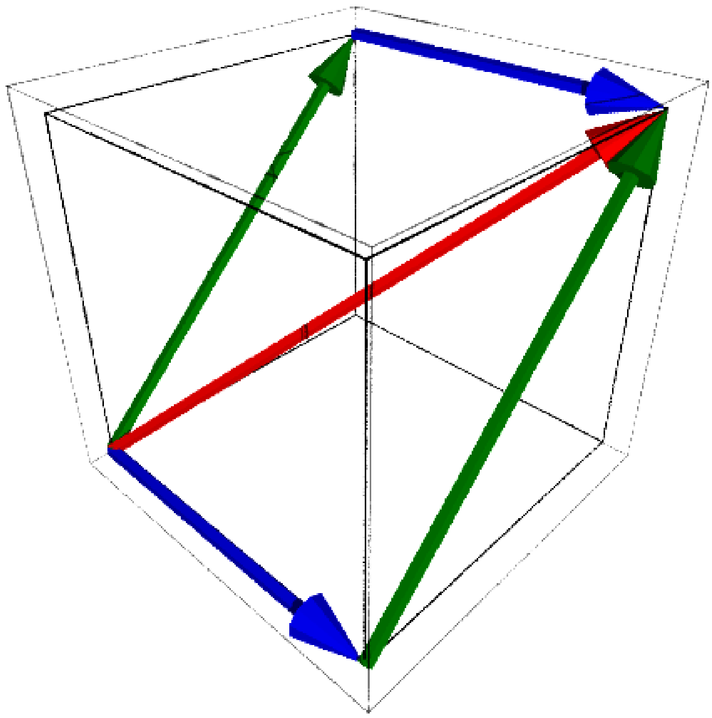

El módulo de un vector es $\sqrt{x^2+y^2}$ que en el caso de $u$ nos da $\sqrt{10}$ y en el caso de $v$ nos da $\sqrt{26}$.

El producto escalar $u \cdot v = u_1v_1 + u_2v_2 = 2$ y el coseno del ángulo formado por estos vectores es $\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} = \frac{1}{65}\sqrt{65}$ por lo que el ángulo es $\arccos\left(\frac{1}{65}\sqrt{65}\right)$. □

**Ejercicio 3.31.** Calcula la suma de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 0, 0) \quad v = (0, 1, 1)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la suma de color rojo. Vamos a hacer la suma $u+v$ y también la suma $v+u$ que dan el mismo resultado, aunque por caminos diferentes. Para facilitar la visión tridimensional, pintaremos también el cubo de lado 1.

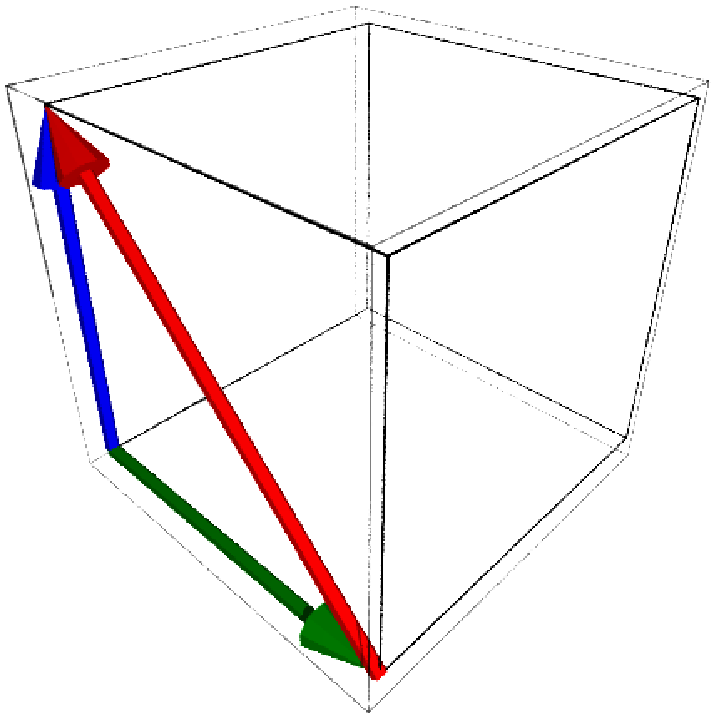


□

**Ejercicio 3.32.** Calcula la resta de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (0, 0, 1) \quad v = (1, 0, 0)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la resta $u - v$ de color rojo. Para facilitar la visión tridimensional, pintaremos también el cubo de lado 1.

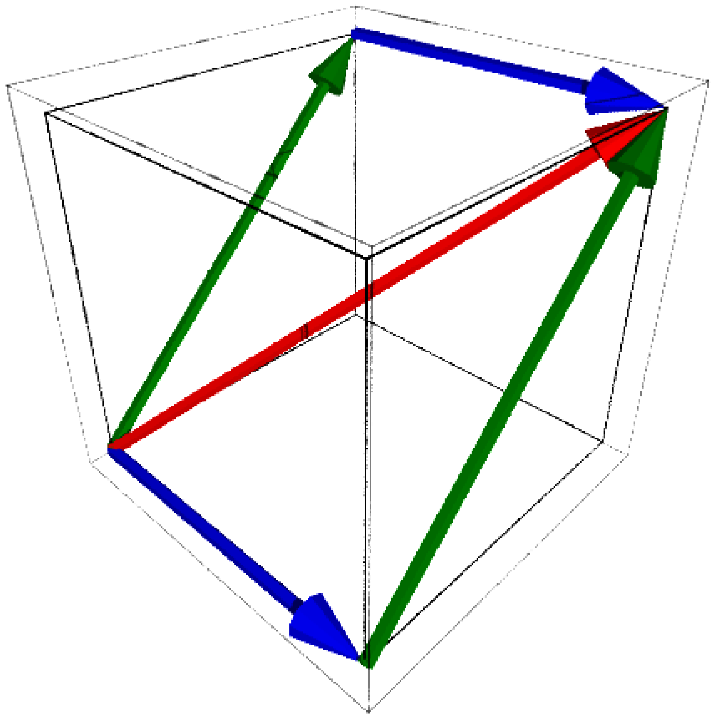


$\square$

**Ejercicio 3.33.** Calcula la suma de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 0, 0) \quad v = (0, 1, 1)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la suma de color rojo. Vamos a hacer la suma $u + v$ y también la suma $v + u$ que dan el mismo resultado, aunque por caminos diferentes. Para facilitar la visión tridimensional, pintaremos también el cubo de lado 1.

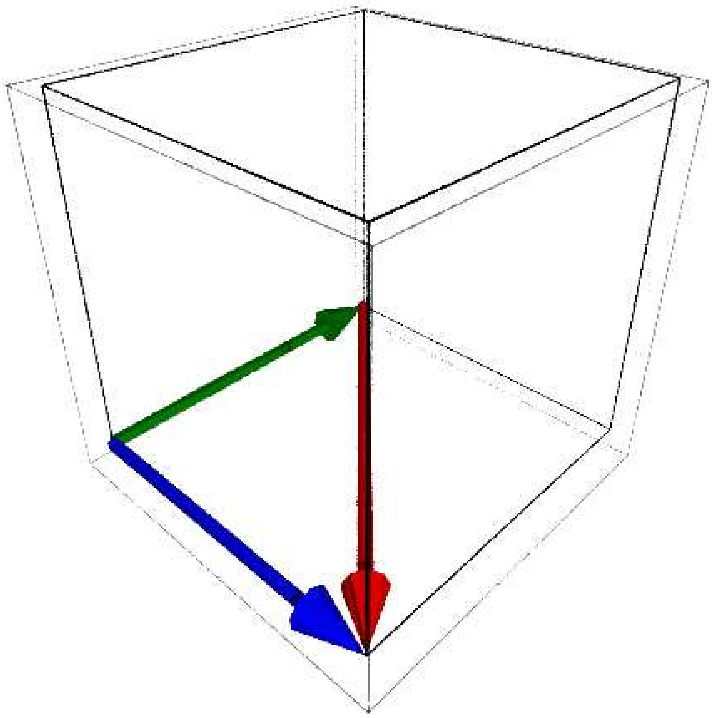


□

**Ejercicio 3.34.** Calcula la resta de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 0, 0) \quad v = (0, 1, 0)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la resta $u - v$ de color rojo. Para facilitar la visión tridimensional, pintaremos también el cubo de lado 1.

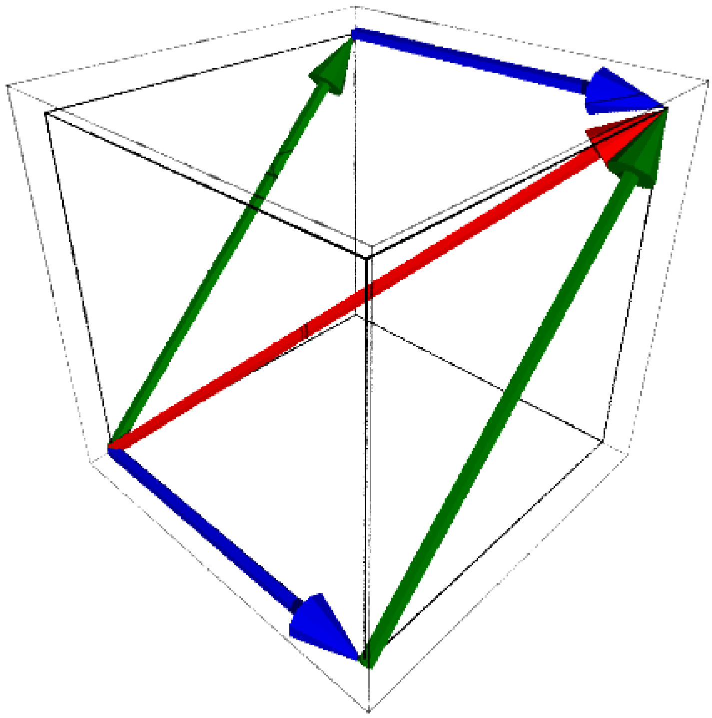


□

**Ejercicio 3.35.** Calcula la suma de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 0, 0) \quad v = (0, 1, 1)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la suma de color rojo. Vamos a hacer la suma $u + v$ y también la suma $v + u$ que dan el mismo resultado, aunque por caminos diferentes. Para facilitar la visión tridimensional, pintaremos también el cubo de lado 1.

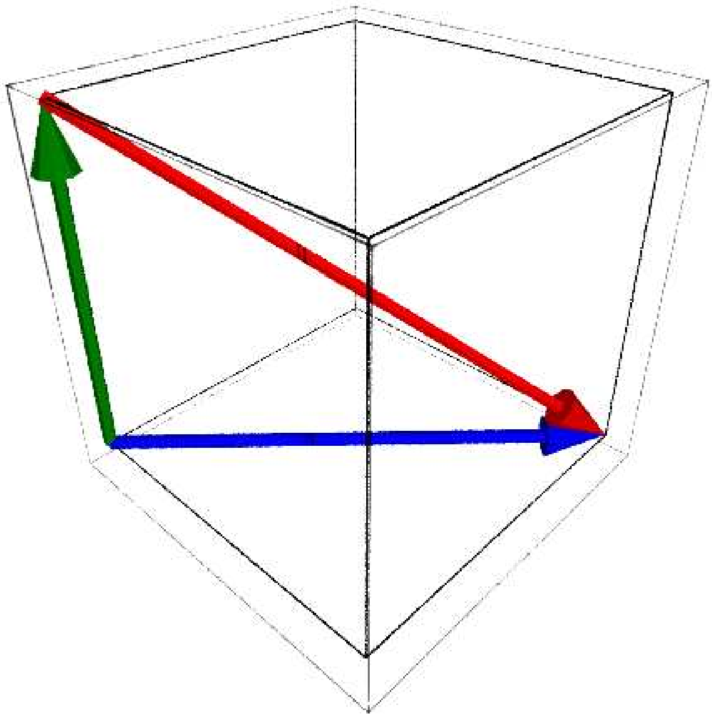


□

**Ejercicio 3.36.** Calcula la resta de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 1, 0) \quad v = (0, 0, 1)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la resta $u - v$ de color rojo. Para facilitar la visión tridimensional, pintaremos también el cubo de lado 1.

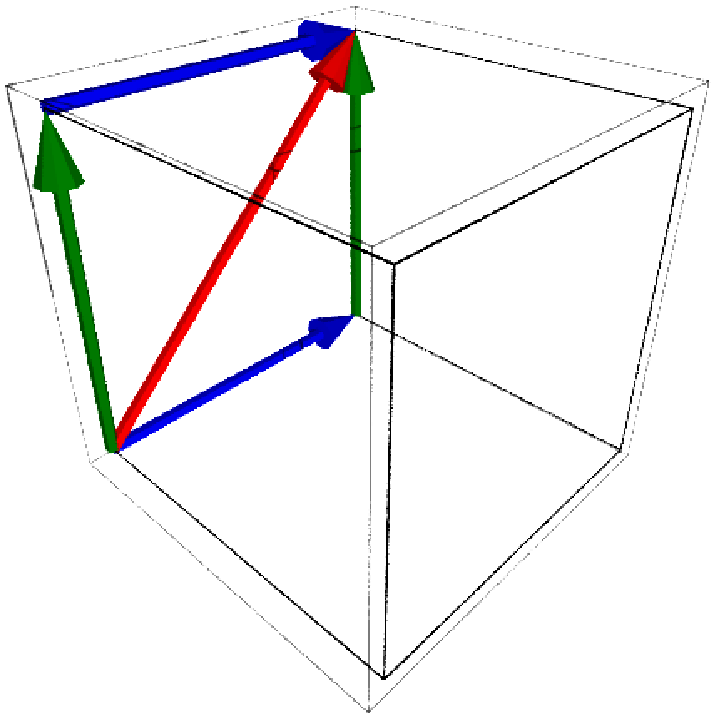


$\square$

**Ejercicio 3.37.** Calcula la suma de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (0, 1, 0) \quad v = (0, 0, 1)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la suma de color rojo. Vamos a hacer la suma $u + v$ y también la suma $v + u$ que dan el mismo resultado, aunque por caminos diferentes. Para facilitar la visión tridimensional, pintaremos también el cubo de lado 1.

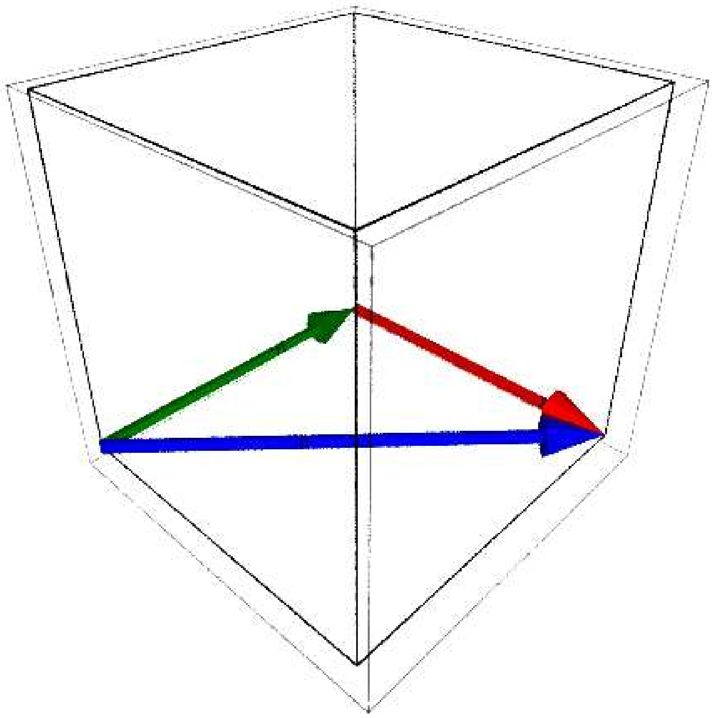


$\square$

**Ejercicio 3.38.** Calcula la resta de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 1, 0) \quad v = (0, 1, 0)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la resta $u - v$ de color rojo. Para facilitar la visión tridimensional, pintaremos también el cubo de lado 1.

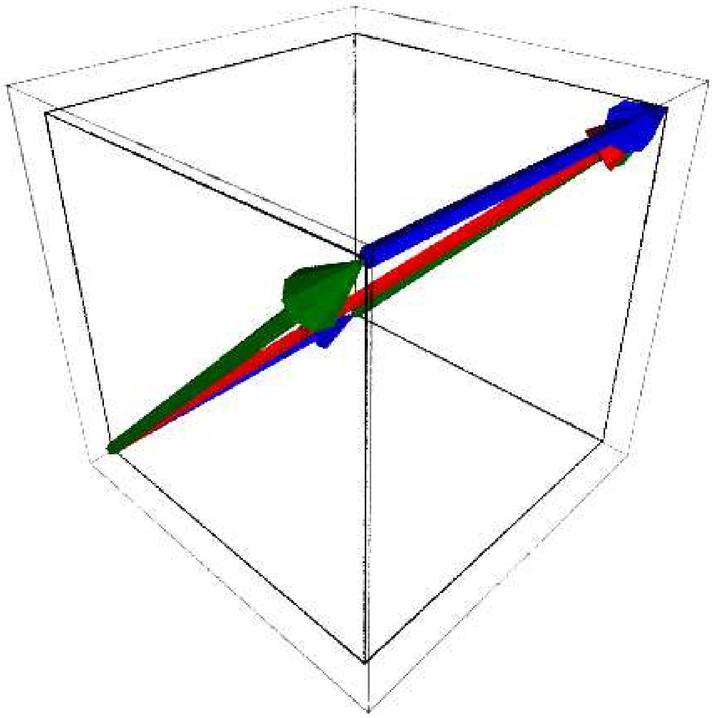


□

**Ejercicio 3.39.** Calcula la suma de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (0, 1, 0) \quad v = (1, 0, 1)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la suma de color rojo. Vamos a hacer la suma $u + v$ y también la suma $v + u$ que dan el mismo resultado, aunque por caminos diferentes. Para facilitar la visión tridimensional, pintaremos también el cubo de lado 1.

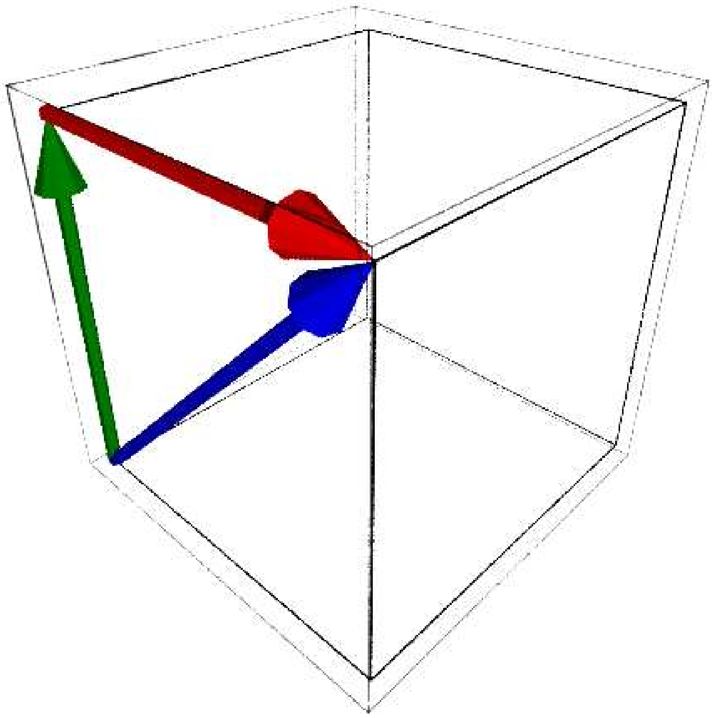


∎

**Ejercicio 3.40.** Calcula la resta de los siguientes vectores del espacio tridimensional, tanto de forma aritmética como gráfica:

$$u = (1, 0, 1) \quad v = (0, 0, 1)$$

*Solución.* Vamos a pintar el vector $u$ de color azul, el vector $v$ de color verde y la resta $u - v$ de color rojo. Para facilitar la visión tridimensional, pintaremos también el cubo de lado 1.



$\square$

**Ejercicio 3.41.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=-2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. $\square$

**Ejercicio 3.42.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_2=-2F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.43.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_2=\frac{1}{2}F_2} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.44.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=2F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.45.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-1F_1} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.46.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.47.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.48.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.49.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.50.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.51.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.52.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-2F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.53.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-2F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-2F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.54.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.55.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.56.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.57.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.58.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.59.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.60.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=\frac{1}{2}F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.61.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-2F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-2F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=\frac{1}{10}F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.62.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-1F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-\frac{1}{2}F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. $\square$

**Ejercicio 3.63.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. $\square$

**Ejercicio 3.64.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{9}{8} \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{9}{4} \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. $\square$

**Ejercicio 3.65.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-\frac{1}{2}F_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.66.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_2=1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-\frac{1}{3}F_2} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.67.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-1F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-2F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=\frac{1}{2}F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.68.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=2F_1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1\leftrightarrow F_2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.69.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_2=-2F_2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}\xrightarrow{F_1\leftrightarrow F_2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.70.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.71.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-2F_1}\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}\xrightarrow{F_2=-1F_2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\xrightarrow{F_1\leftrightarrow F_2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.72.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.73.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{5}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.74.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-1F_1} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.75.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.76.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_2=1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.77.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=2F_1} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-\frac{1}{2}F_2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1 \leftrightarrow F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.78.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_2=-2F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes. □

**Ejercicio 3.79.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.80.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Como hay menos vectores que la dimensión del espacio, podemos deducir directamente que los vectores no van a ser generadores ni por lo tanto base. De todas formas procedemos a reducir la matriz para comprobar si son linealmente independientes

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.81.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{3}{2} & 1 \\ -1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{3}{2} & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{2}{3}F_2}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \overset{F_3=3F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.82.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{3}F_2}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_3=1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.83.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.84.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=-2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{3}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.85.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-2F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_2+F_3}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.86.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=2F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.87.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-1F_1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & -4 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-1F_1+F_3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & \frac{5}{2} & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-\frac{1}{2}F_2}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & \frac{5}{2} & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-\frac{5}{2}F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-\frac{1}{3}F_3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.88.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_3=-\frac{1}{2}F_1+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.89.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=-2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ -1 & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \overset{F_3=-2F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{19}{2} \end{pmatrix} \overset{F_3=\frac{2}{19}F_3}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.90.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_3=-2F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como el rango no coincide con la dimensión del espacio, estos vectores no son generadores.Como hay filas de ceros, estos vectores son linealmente dependientes. □

**Ejercicio 3.91.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -1 & 2 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_2=1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 2 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{1}{2}F_1+F_3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=2F_2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=1F_2+F_3}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{1}{4}F_3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1\leftrightarrow F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.92.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 2 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-2F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-2F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=2F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-1F_2+F_3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-1F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.93.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ \frac{1}{2} & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ \frac{1}{2} & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{3}F_2}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \overset{F_3=3F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.94.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_2+F_3}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \overset{F_3=\frac{2}{5}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.95.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{3}{2}F_2+F_3}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-2F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.96.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.97.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-2F_1+F_2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-2F_1+F_3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=2F_2+F_3}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{1}{4}F_3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1\leftrightarrow F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.98.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=2F_1} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-1F_1+F_3} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=\frac{1}{4}F_2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 6 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-6F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-2F_3} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.99.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ -2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & -\frac{3}{2} & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -\frac{3}{2} & -1 \end{pmatrix} \overset{F_3=\frac{3}{2}F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_3=\frac{1}{2}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 3.100.** Determina si los siguientes vectores son linealmente independientes, generadores y/o base del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.*

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -\frac{5}{2} \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=2F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \overset{F_3=\frac{1}{5}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como el rango coincide con la dimensión del espacio, estos vectores son generadores.Como no hay ninguna fila de ceros, estos vectores son linealmente independientes.Como son linealmente independientes y generadores, estos vectores son base. □

**Ejercicio 4.1.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.2.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} -2 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_2+F_1}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.3.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.4.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.5.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & -2 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{5}F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix} \overset{F_1=2F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & 1 & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.6.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{3}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \overset{F_1=-2F_2+F_1}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.7.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1=-2F_1} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-2F_2}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -4 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1 \leftrightarrow F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.8.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2=-1F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.9.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{rr|rr} -1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=-1F_1+F_2}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow}$$
$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \overset{F_1=-2F_2+F_1}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right)$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.10.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2\times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{rrrr} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{rrrr} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow}$$
$$\left(\begin{array}{rrrr} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right) \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.11.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2\times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{rr|rr} -2 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{rrrr} 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{rrrr} 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow}$$
$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \overset{F_1=1F_2+F_1}{\longrightarrow} \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right)$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.12.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2=-2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -2 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{4}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \overset{F_1=2F_2+F_1}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.13.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2 \times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.14.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2\times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.15.** Calcula la inversa de la siguiente matriz de tamaño $2\times 2$ realizando operacione elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Partimos de la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

y la ampliamos con la identidad.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

El resultado es pues

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.16.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = (-x - y, x + 2z)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (-1,1)$$
$$f(0,1,0) = (-1,0)$$
$$f(0,0,1) = (0,2)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.17.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = \left(-2x - 2y - 2z, -2x - \frac{1}{2}y + z\right)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (-2,-2)$$
$$f(0,1,0) = (-2,-1/2)$$
$$f(0,0,1) = (-2,1)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -2 & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.18.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = \left(-\frac{1}{2}y + 2z, -y - z\right)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (0,0)$$
$$f(0,1,0) = (-1/2,-1)$$

$$f(0,0,1) = (2,-1)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.19.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = \left(-x-y, -x+2y-\frac{1}{2}z\right)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (-1,-1)$$
$$f(0,1,0) = (-1,2)$$
$$f(0,0,1) = (0,-1/2)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.20.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = (-x+2y+2z, x)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (-1,1)$$
$$f(0,1,0) = (2,0)$$
$$f(0,0,1) = (2,0)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.21.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = (-x + 2z, x - z)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1, 0, 0) = (-1, 1)$$
$$f(0, 1, 0) = (0, 0)$$
$$f(0, 0, 1) = (2, -1)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.22.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = (x - 2y + z, 0)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1, 0, 0) = (1, 0)$$
$$f(0, 1, 0) = (-2, 0)$$
$$f(0, 0, 1) = (1, 0)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.23.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x, y, z) = (-2x + z, y + z)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (-2,0)$$
$$f(0,1,0) = (0,1)$$
$$f(0,0,1) = (1,1)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.24.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = \left(y - 2z, -\frac{1}{2}x - y + 2z\right)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (0,-1/2)$$
$$f(0,1,0) = (1,-1)$$
$$f(0,0,1) = (-2,2)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.25.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = \left(x + 2y, -\frac{1}{2}z\right)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (1,0)$$
$$f(0,1,0) = (2,0)$$

$$f(0,0,1) = (0, -1/2)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.26.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = \left(-\frac{1}{2}x - 2z, 2x\right)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (-1/2, 2)$$
$$f(0,1,0) = (0,0)$$
$$f(0,0,1) = (-2, 0)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.27.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = (x - z, z)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (1,0)$$
$$f(0,1,0) = (0,0)$$
$$f(0,0,1) = (-1, 1)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.28.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = \left(y, -x - \frac{1}{2}y\right)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (0,-1)$$
$$f(0,1,0) = (1,-1/2)$$
$$f(0,0,1) = (0,0)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.29.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = (-y, -x + y)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (0,-1)$$
$$f(0,1,0) = (-1,1)$$
$$f(0,0,1) = (0,0)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.30.** Calcula la matriz de la aplicación lineal dada por la siguiente fórmula:

$$f(x,y,z) = (-2x + z, y - 2z)$$

*Solución.* Para calcular la matriz de la aplicación lineal, tenemos que calcular los valores de $f$ sobre la base canónica:

$$f(1,0,0) = (-2,0)$$
$$f(0,1,0) = (0,1)$$
$$f(0,0,1) = (1,-2)$$

Estos valores son las columnas de la matriz que buscamos, por lo que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

□

**Ejercicio 4.31.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z \\ y+z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x,y,z) = (-z, y+z)$$

□

**Ejercicio 4.32.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x+2y+z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = (-y, -x + 2y + z)$$

$\square$

**Ejercicio 4.33.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y - 2z \\ -2x + 2z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = (-y - 2z, -2x + 2z)$$

$\square$

**Ejercicio 4.34.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}y \\ -2x + z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = \left(\frac{1}{2}y, -2x + z\right)$$

$\square$

**Ejercicio 4.35.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y + \frac{1}{2}z \\ 2x + y \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = \left( y + \frac{1}{2}z, 2x + y \right)$$

□

**Ejercicio 4.36.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}x \\ \frac{1}{2}x - 2z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = \left( -\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}x - 2z \right)$$

□

**Ejercicio 4.37.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ y + 2z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = (y, y + 2z)$$

$\square$

**Ejercicio 4.38.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -2 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x + 2y \\ -\frac{1}{2}y - 2z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = \left(-2x + 2y, -\frac{1}{2}y - 2z\right)$$

$\square$

**Ejercicio 4.39.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ x - y - 2z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = (z, x - y - 2z)$$

$\square$

**Ejercicio 4.40.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x-y+2z \\ -2x-2y+z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = (-x-y+2z, -2x-2y+z)$$

□

**Ejercicio 4.41.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ \frac{1}{2}x-y \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = \left(x+y, \frac{1}{2}x-y\right)$$

□

**Ejercicio 4.42.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2x-2y-z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = (0, 2x - 2y - z)$$

$\square$

**Ejercicio 4.43.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - \frac{1}{2}y \\ -x - z \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = \left( x - \frac{1}{2}y, -x - z \right)$$

$\square$

**Ejercicio 4.44.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y \\ -2y \end{pmatrix}$$

por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = (x - y, -2y)$$

$\square$

**Ejercicio 4.45.** Calcula la fórmula general de la aplicación lineal dada por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

*Solución.* Para calcular la fórmula asociada a la matriz que nos dan, no tenemos más que multiplicar por un vector genérico $(x, y, z)$, pero recordando que los vectores operan con las matrices por la derecha como columnas. Esto nos da:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y - z \\ -y \end{pmatrix}$$

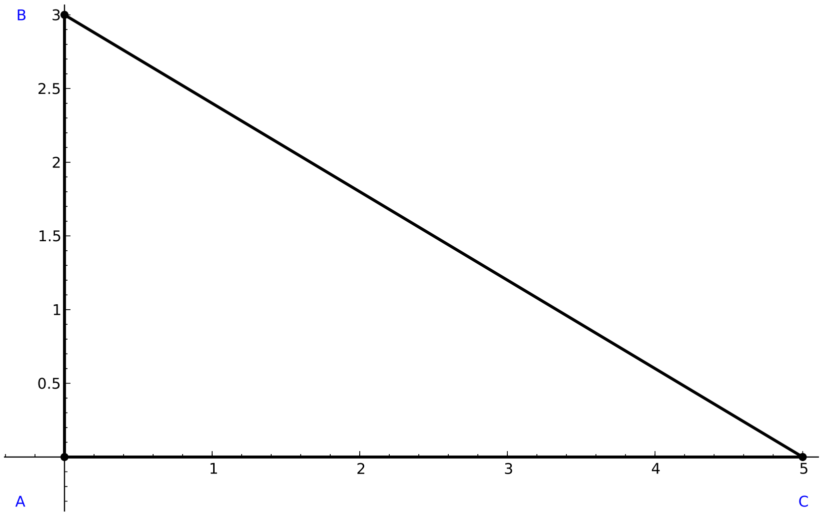
por lo tanto, podemos establecer la fórmula:

$$f(x, y, z) = (-y - z, -y)$$

□

**Ejercicio 4.46.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 3)$ y $(5, 0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0, 0)$, $B = (0, 3)$ y $C = (5, 0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 3.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$.

Vamos a calcular los ángulos:

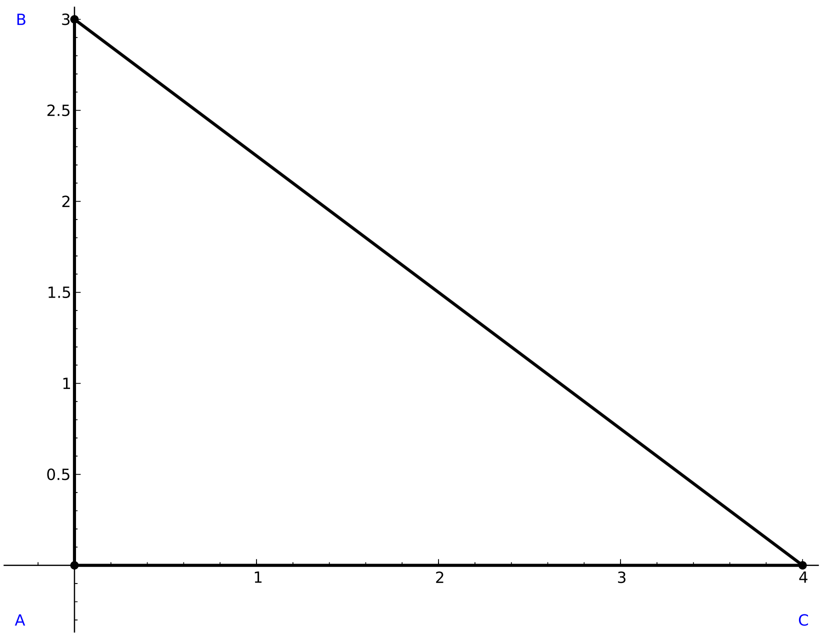
- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.

- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{5}{34}\sqrt{34}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{5}{34}\sqrt{34}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{3}{34}\sqrt{34}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{3}{34}\sqrt{34}\right)$ radianes.

□

**Ejercicio 4.47.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,3)$ y $(4,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A=(0,0)$, $B=(0,3)$ y $C=(4,0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 3.
- El cateto AC tiene longitud 4.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{4}{5}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{4}{5}\right)$ radianes.

- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{3}{5}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{3}{5}\right)$ radianes.

$\square$

**Ejercicio 4.48.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,2)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0,0)$, $B = (0,2)$ y $C = (5,0)$.


Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 2.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{2^2+5^2} = \sqrt{29}$.

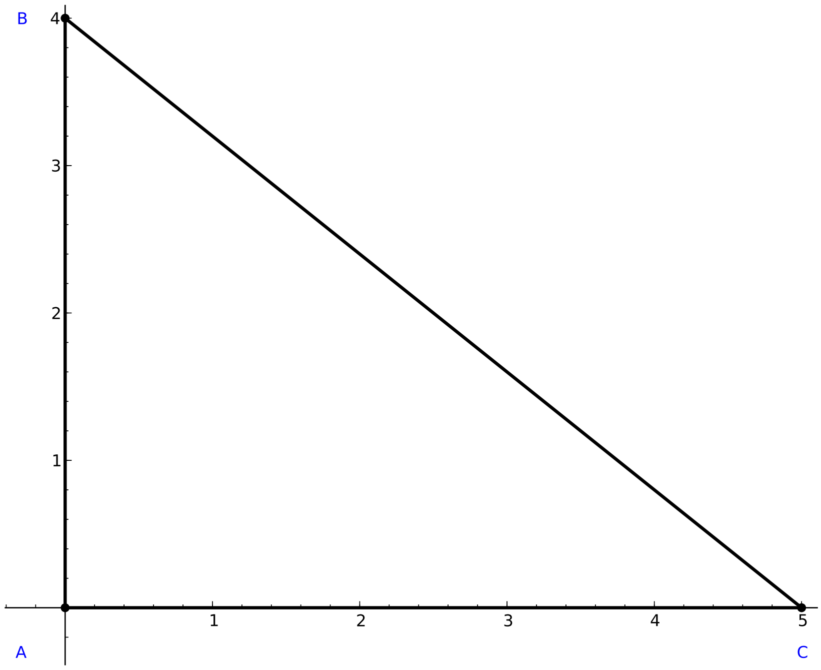
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{5}{29}\sqrt{29}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{5}{29}\sqrt{29}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{2}{29}\sqrt{29}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{2}{29}\sqrt{29}\right)$ radianes.

$\square$

**Ejercicio 4.49.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,4)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0, 0)$, $B = (0, 4)$ y $C = (5, 0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 4.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$.

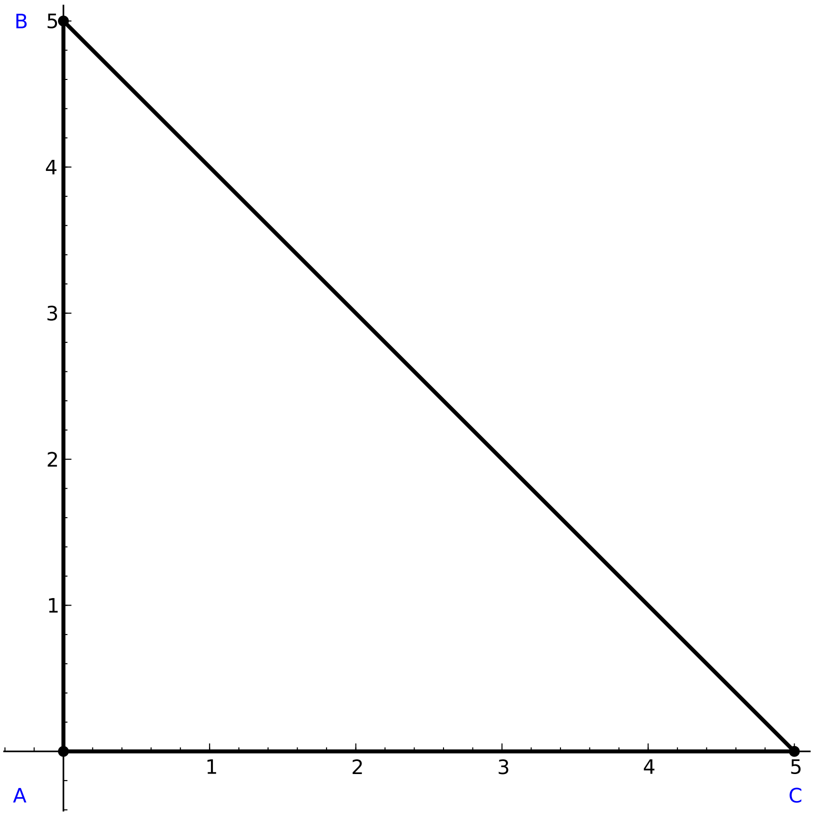
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{5}{41}\sqrt{41}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{5}{41}\sqrt{41}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{4}{41}\sqrt{41}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{4}{41}\sqrt{41}\right)$ radianes.

$\square$

**Ejercicio 4.50.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 5)$ y $(5, 0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0, 0)$, $B = (0, 5)$ y $C = (5, 0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 5.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

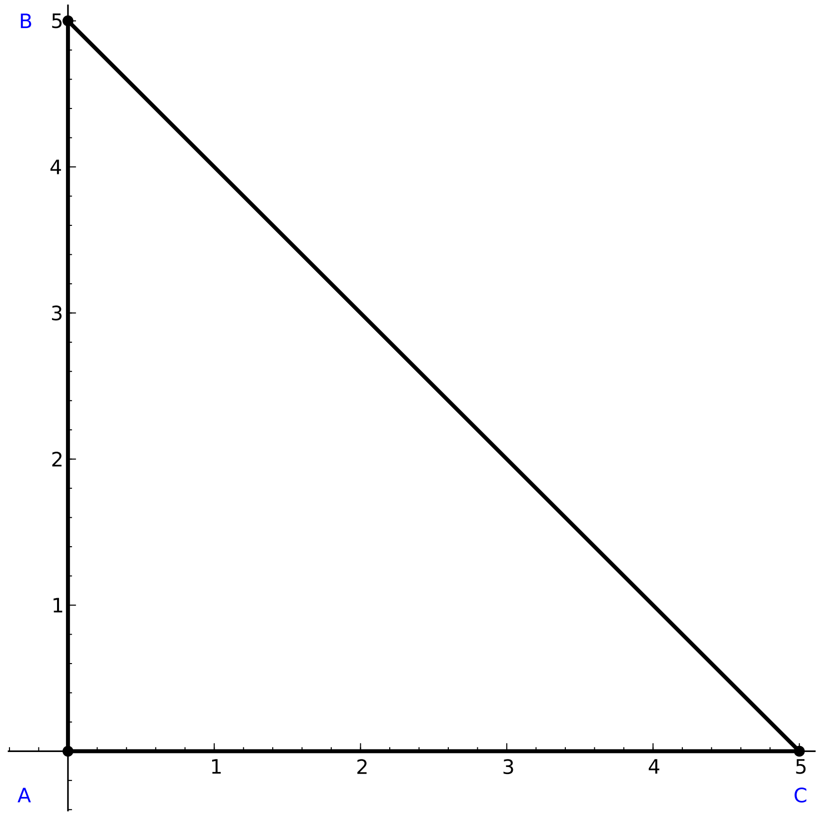
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ radianes.

$\square$

**Ejercicio 4.51.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,5)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0,0)$, $B = (0,5)$ y $C = (5,0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 5.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

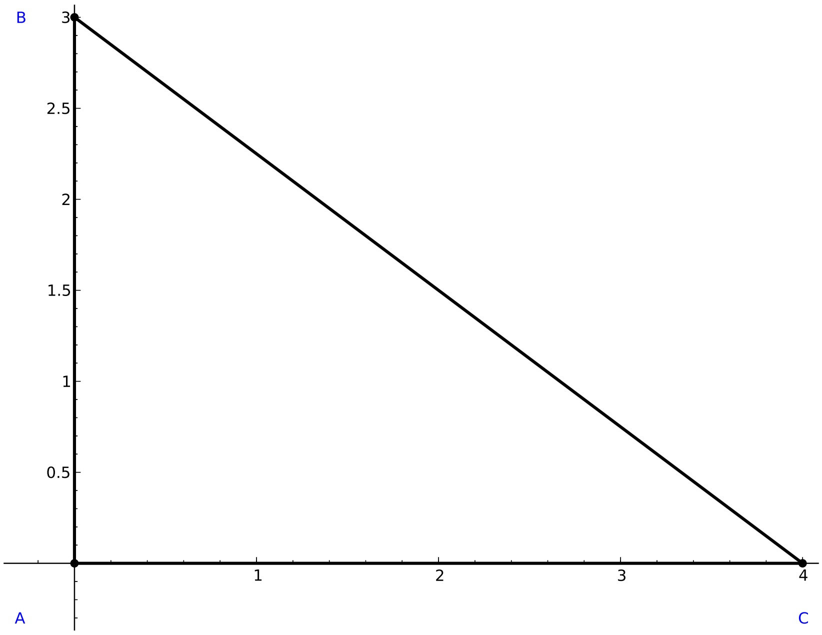
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ radianes.

$\square$

**Ejercicio 4.52.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,3)$ y $(4,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0,0)$, $B = (0,3)$ y $C = (4,0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 3.
- El cateto AC tiene longitud 4.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

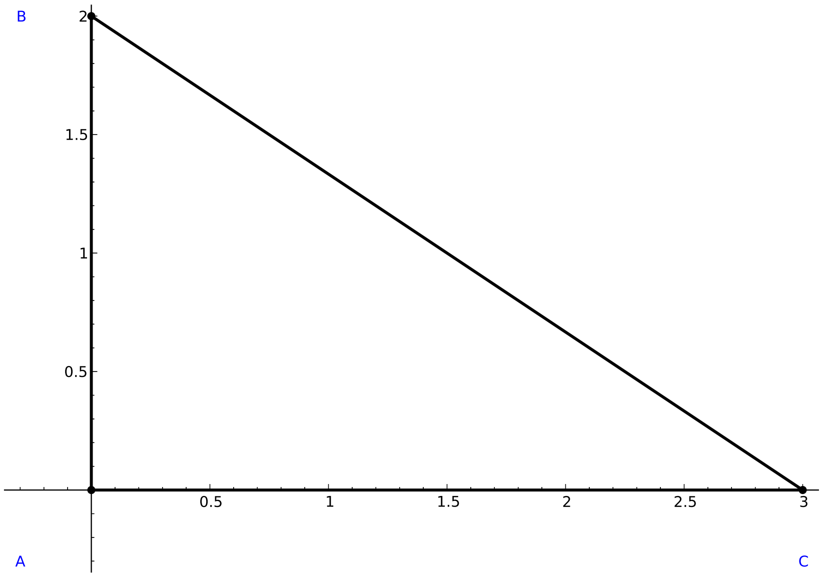
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{4}{5}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{4}{5}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{3}{5}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{3}{5}\right)$ radianes.

$\square$

**Ejercicio 4.53.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,2)$ y $(3,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A=(0,0)$, $B=(0,2)$ y $C=(3,0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 2.
- El cateto AC tiene longitud 3.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$.

Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{3}{13}\sqrt{13}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{3}{13}\sqrt{13}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{2}{13}\sqrt{13}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{2}{13}\sqrt{13}\right)$ radianes.

□

**Ejercicio 4.54.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,2)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0, 0)$, $B = (0, 2)$ y $C = (5, 0)$.


Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 2.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$.

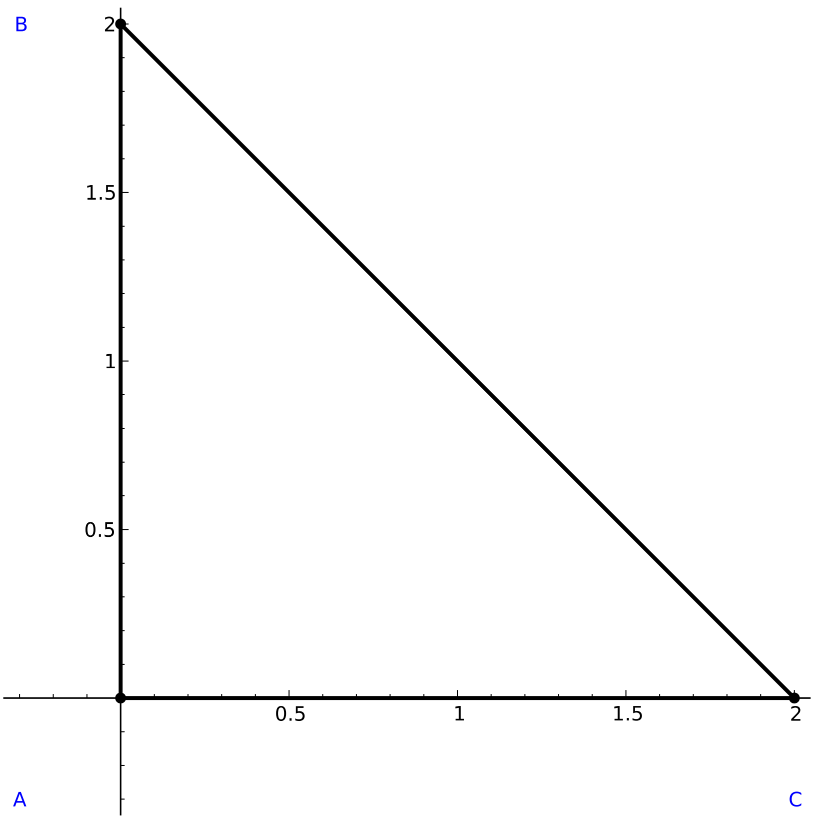
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{5}{29}\sqrt{29}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{5}{29}\sqrt{29}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{2}{29}\sqrt{29}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{2}{29}\sqrt{29}\right)$ radianes.

□

**Ejercicio 4.55.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 2)$ y $(2, 0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0, 0)$, $B = (0, 2)$ y $C = (2, 0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 2.
- El cateto AC tiene longitud 2.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$.

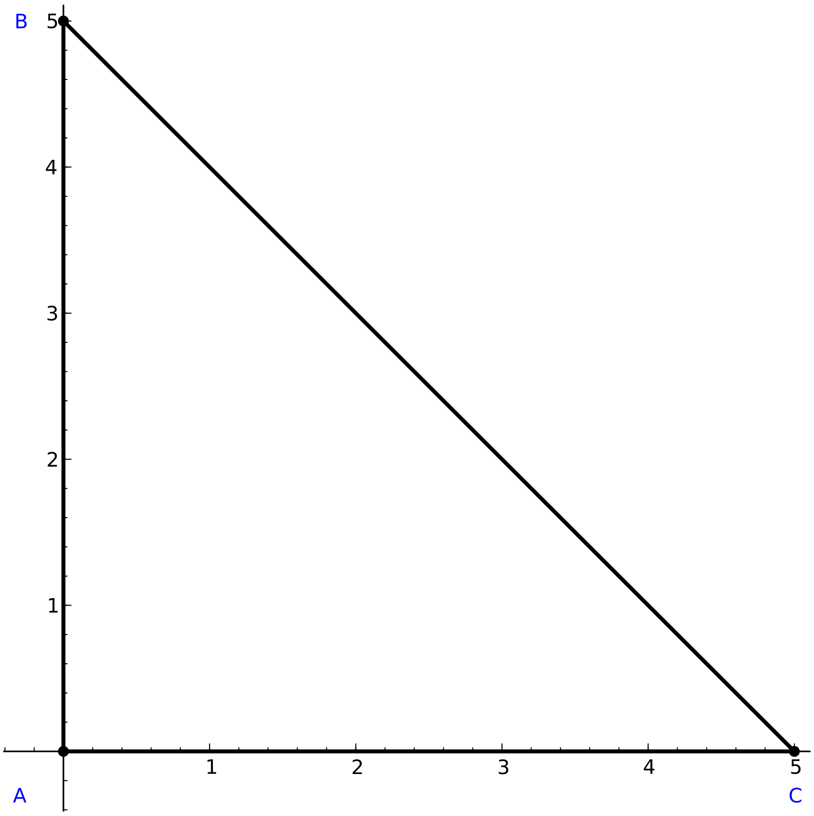
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ radianes.

□

**Ejercicio 4.56.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 5)$ y $(5, 0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0, 0)$, $B = (0, 5)$ y $C = (5, 0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 5.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

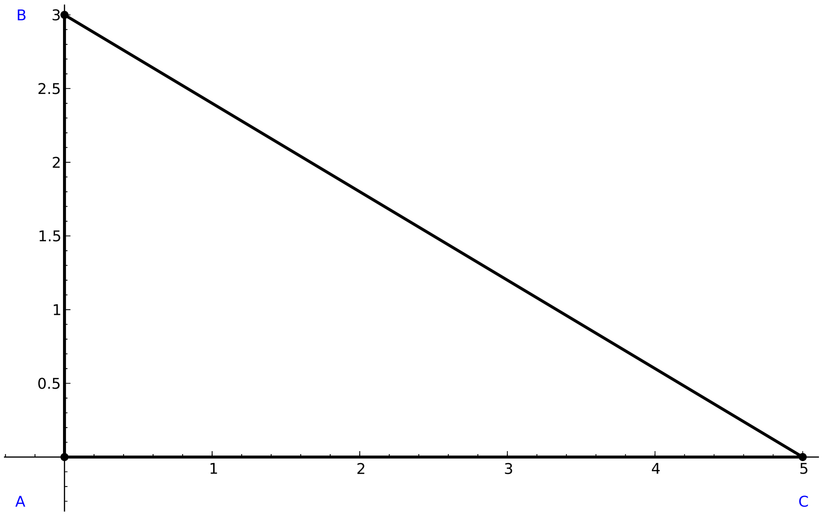
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ radianes.

$\square$

**Ejercicio 4.57.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 3)$ y $(5, 0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0, 0)$, $B = (0, 3)$ y $C = (5, 0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 3.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$.

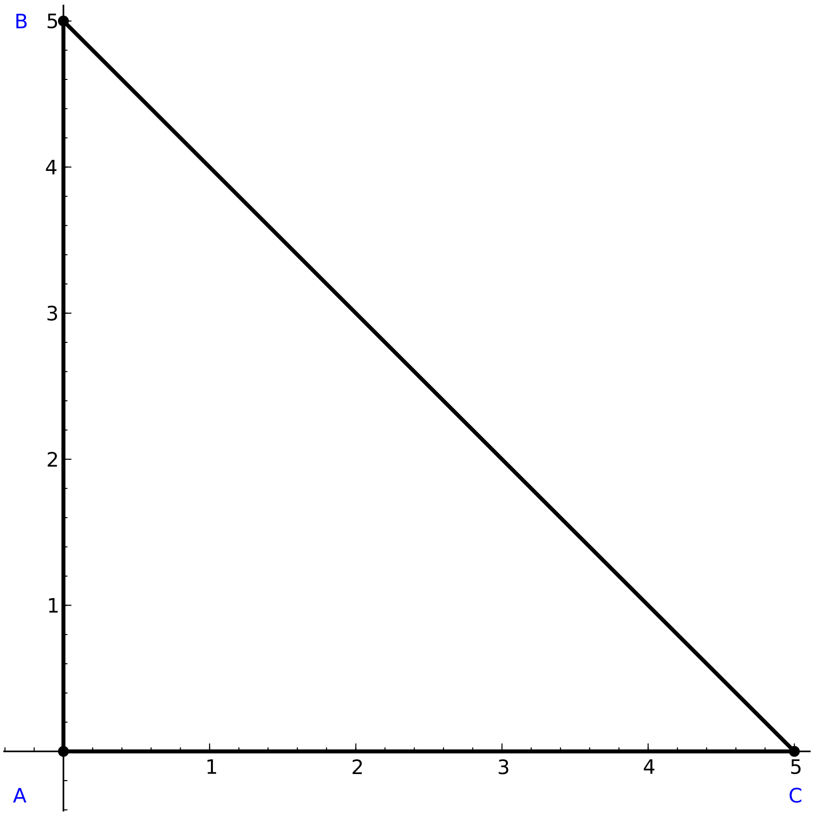
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{5}{34}\sqrt{34}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{5}{34}\sqrt{34}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{3}{34}\sqrt{34}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{3}{34}\sqrt{34}\right)$ radianes.

□

**Ejercicio 4.58.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 5)$ y $(5, 0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0, 0)$, $B = (0, 5)$ y $C = (5, 0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 5.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

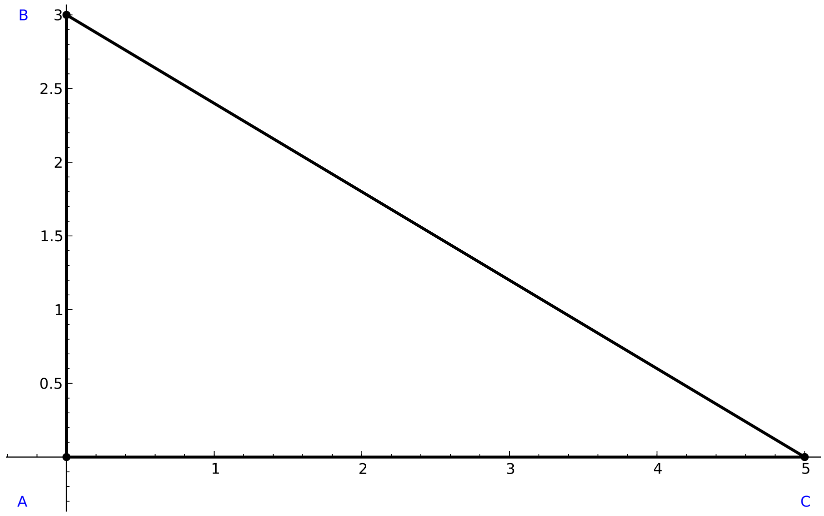
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ radianes.

$\square$

**Ejercicio 4.59.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,3)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A=(0,0)$, $B=(0,3)$ y $C=(5,0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 3.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$.

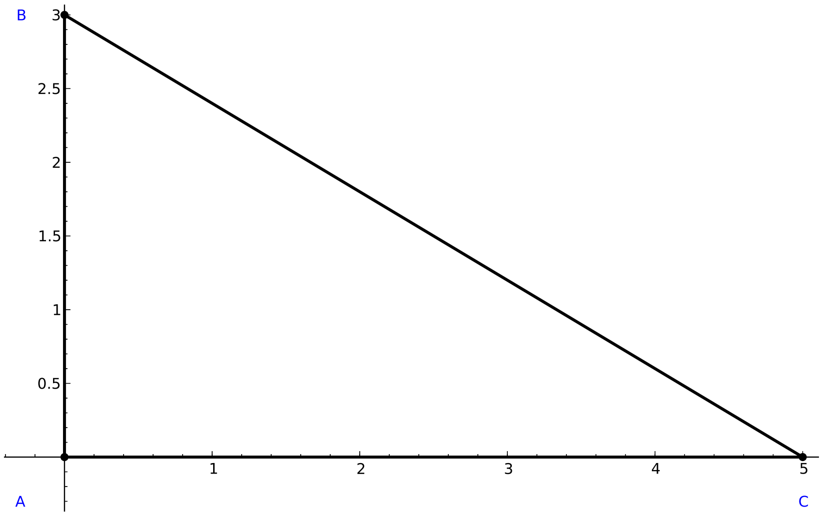
Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{5}{34}\sqrt{34}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{5}{34}\sqrt{34}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{3}{34}\sqrt{34}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{3}{34}\sqrt{34}\right)$ radianes.

□

**Ejercicio 4.60.** Representa gráficamente el triángulo rectángulo de vértices $(0,0)$, $(0,3)$ y $(5,0)$. Calcula las longitudes de su hipotenusa y sus catetos, así como todos los ángulos que lo forman.

*Solución.* Empecemos pintando los vértices $A = (0,0)$, $B = (0,3)$ y $C = (5,0)$.




Vamos a calcular la longitud de cada uno de los lados:

- El cateto AB tiene longitud 3.
- El cateto AC tiene longitud 5.
- La hipotenusa BC tiene longitud la raiz cuadrada de la suma de sus catetos al cuadrado, que es $\sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$.

Vamos a calcular los ángulos:

- El ángulo A es un ángulo recto, es decir, de $\pi/2$ radianes o 90 grados.
- El coseno del ángulo B vale la longitud del cateto AC dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{5}{34}\sqrt{34}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{5}{34}\sqrt{34}\right)$ radianes.
- El coseno del ángulo C vale la longitud del cateto AB dividida por la longitud de la hipotenusa, es decir, $\frac{3}{34}\sqrt{34}$ por lo que el ángulo vale $\arccos\left(\frac{3}{34}\sqrt{34}\right)$ radianes.

$\square$

**Ejercicio 4.61.** Representa gráficamente el vector $(3,4)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{6}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

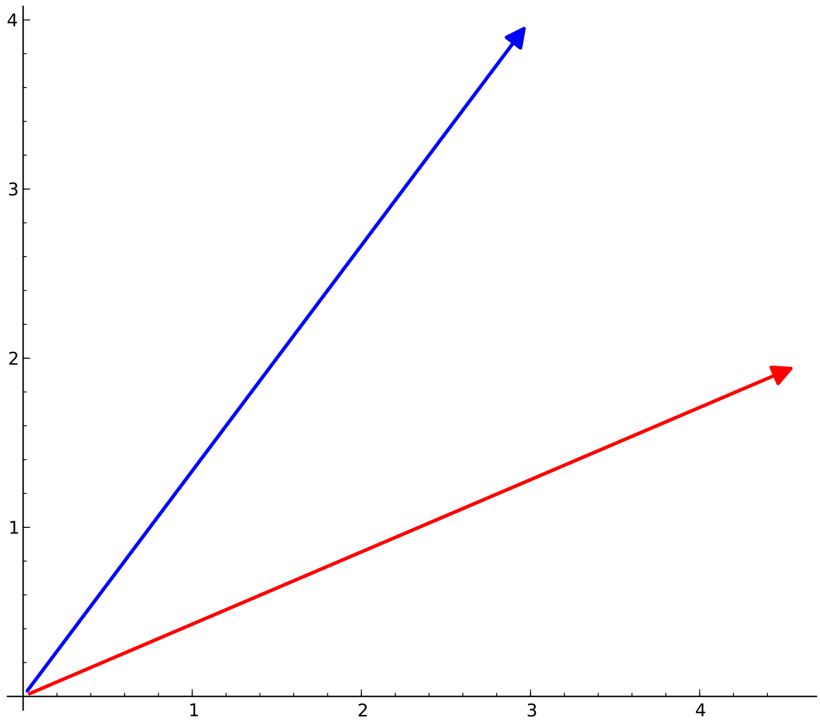
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}866025403784439 & 0{,}500000000000000 \\ -0{,}500000000000000 & 0{,}866025403784439 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 3{,}00000000000000 \\ 4{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 4{,}59807621135332 \\ 1{,}96410161513775 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




□

**Ejercicio 4.62.** Representa gráficamente el vector $(5, 5)$, realiza un giro de ángulo $\frac{1}{3}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

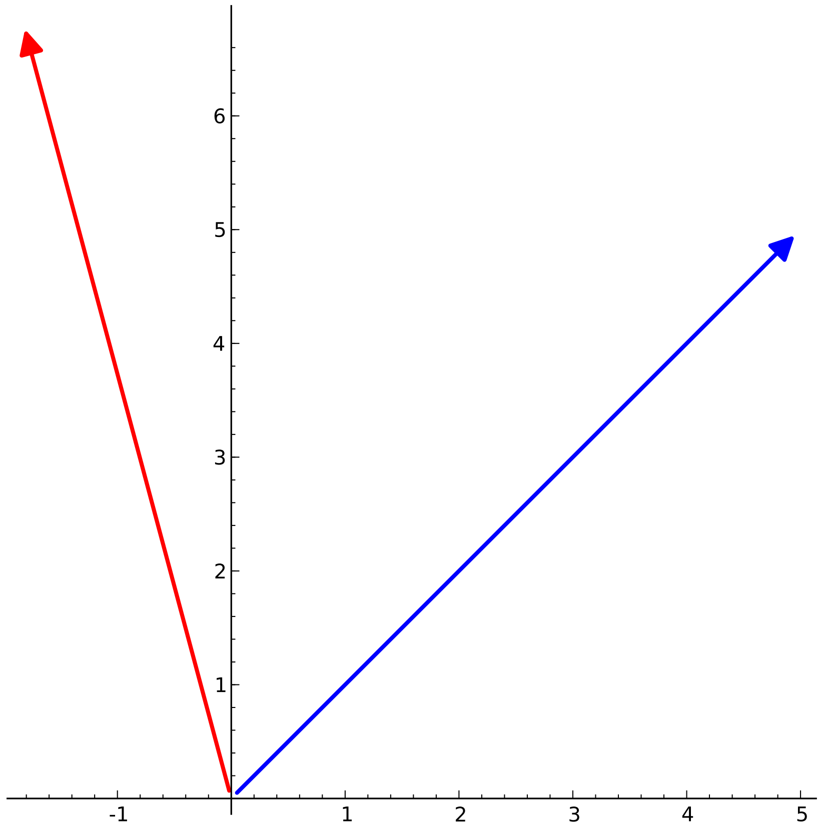
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}500000000000000 & -0{,}866025403784439 \\ 0{,}866025403784439 & 0{,}500000000000000 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\left(\begin{array}{r}5{,}00000000000000\\5{,}00000000000000\end{array}\right)$ obtenemos el vector $\left(\begin{array}{r}-1{,}83012701892219\\6{,}83012701892219\end{array}\right)$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




□

**Ejercicio 4.63.** Representa gráficamente el vector $(3, 4)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{3}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

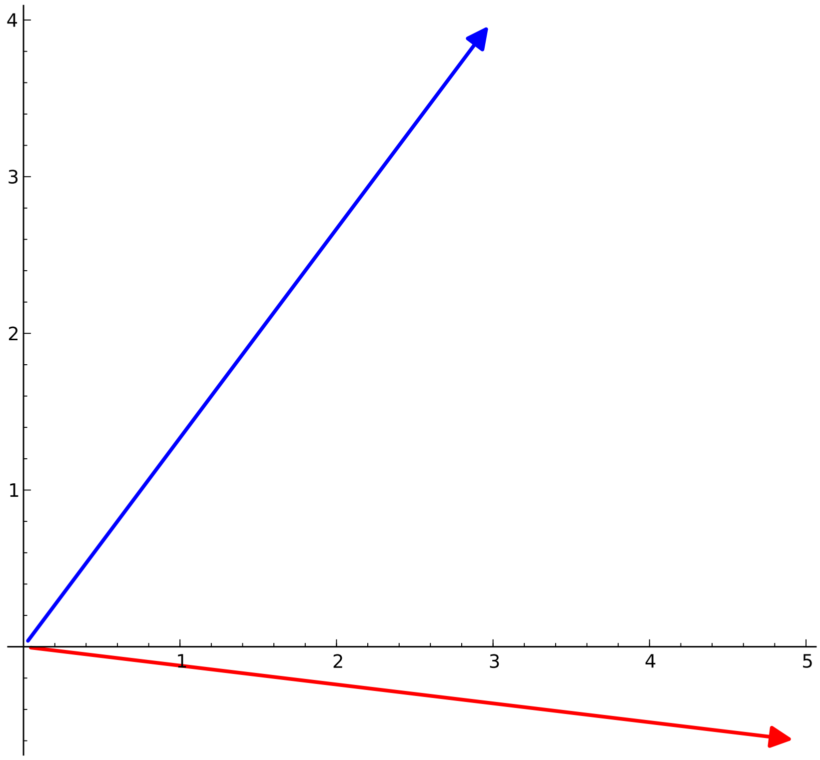
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\left(\begin{array}{rr} 0{,}500000000000000 & 0{,}866025403784439 \\ -0{,}866025403784439 & 0{,}500000000000000 \end{array}\right)$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 3{,}00000000000000 \\ 4{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 4{,}96410161513775 \\ -0{,}598076211353316 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




□

**Ejercicio 4.64.** Representa gráficamente el vector $(2,2)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{4}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

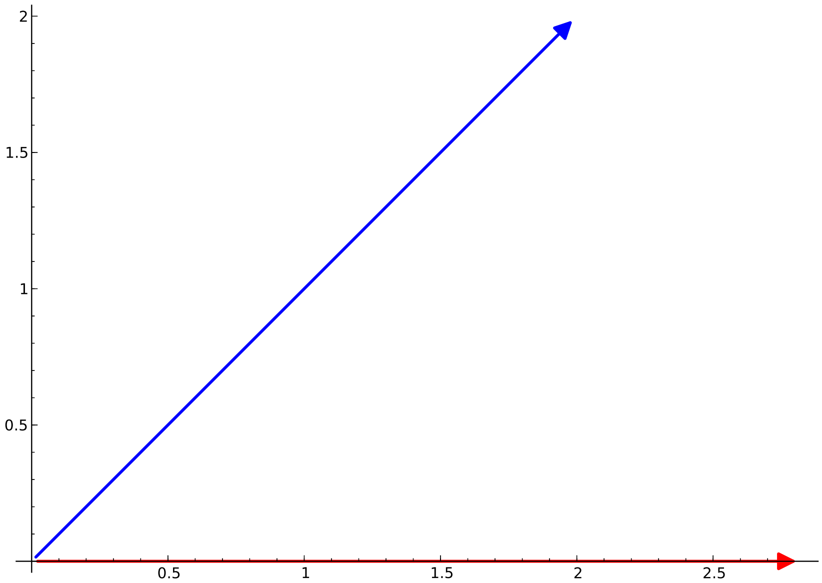
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}707106781186548 & 0{,}707106781186548 \\ -0{,}707106781186548 & 0{,}707106781186548 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 2{,}00000000000000 \\ 2{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 2{,}82842712474619 \\ 0{,}000000000000000 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




$\square$

**Ejercicio 4.65.** Representa gráficamente el vector $(2, 5)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{4}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

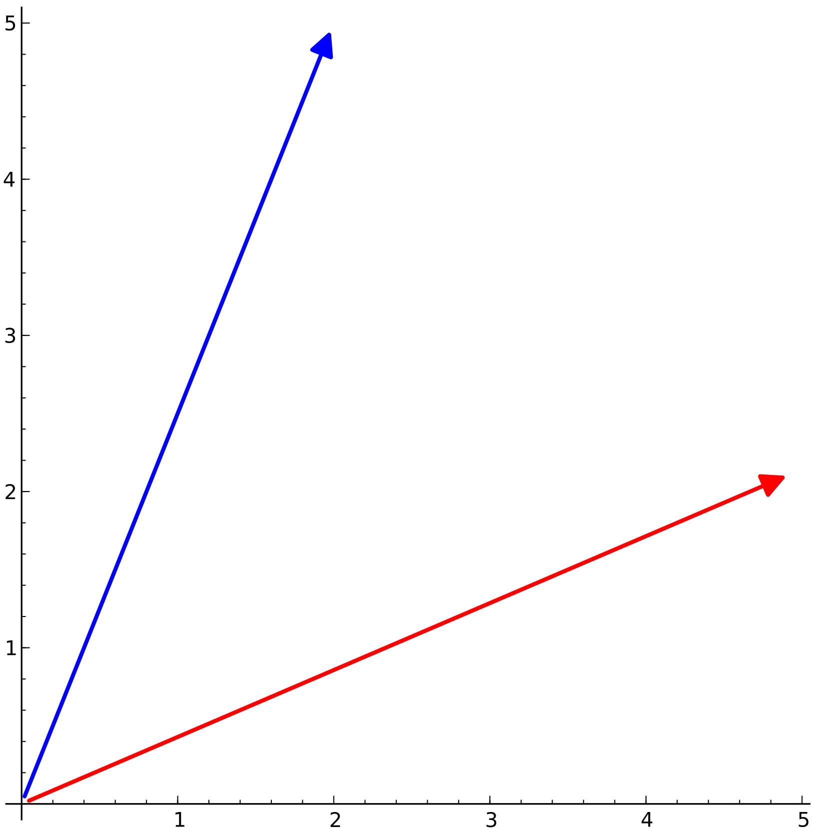
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}707106781186548 & 0{,}707106781186548 \\ -0{,}707106781186548 & 0{,}707106781186548 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 2{,}00000000000000 \\ 5{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 4{,}94974746830583 \\ 2{,}12132034355964 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




□

**Ejercicio 4.66.** Representa gráficamente el vector $(2, 4)$, realiza un giro de ángulo $\frac{1}{4}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

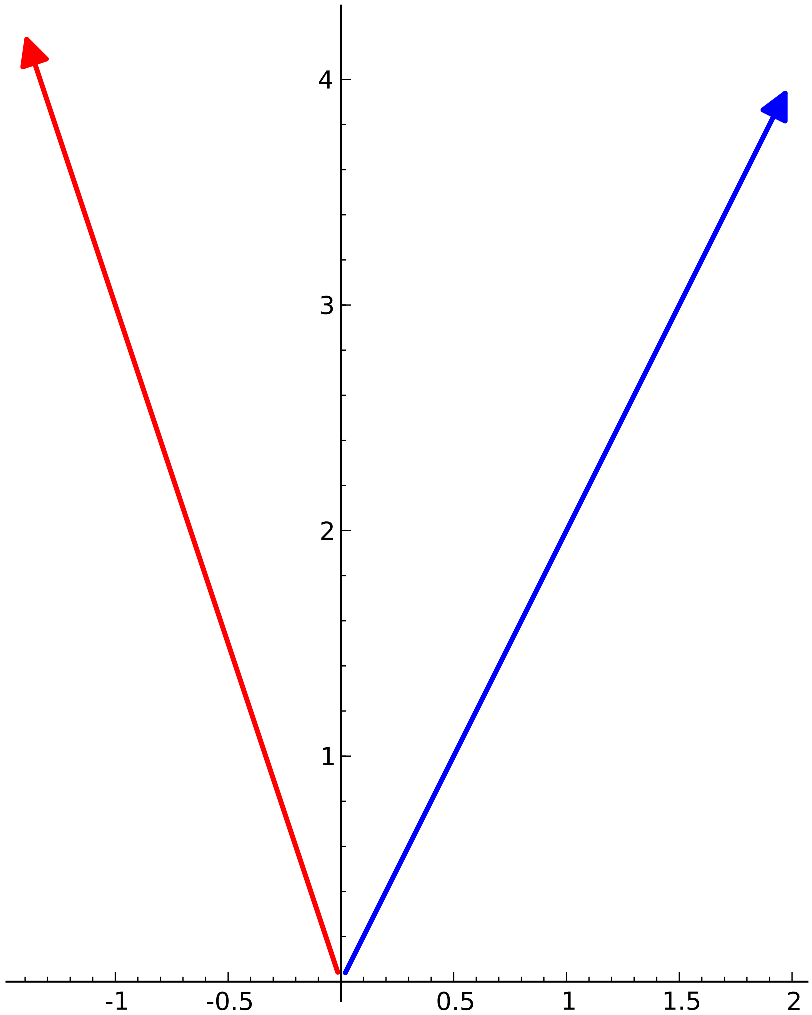
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}707106781186548 & -0{,}707106781186548 \\ 0{,}707106781186548 & 0{,}707106781186548 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 2{,}00000000000000 \\ 4{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} -1{,}41421356237310 \\ 4{,}24264068711929 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




$\square$

**Ejercicio 4.67.** Representa gráficamente el vector $(2, 5)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{6}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

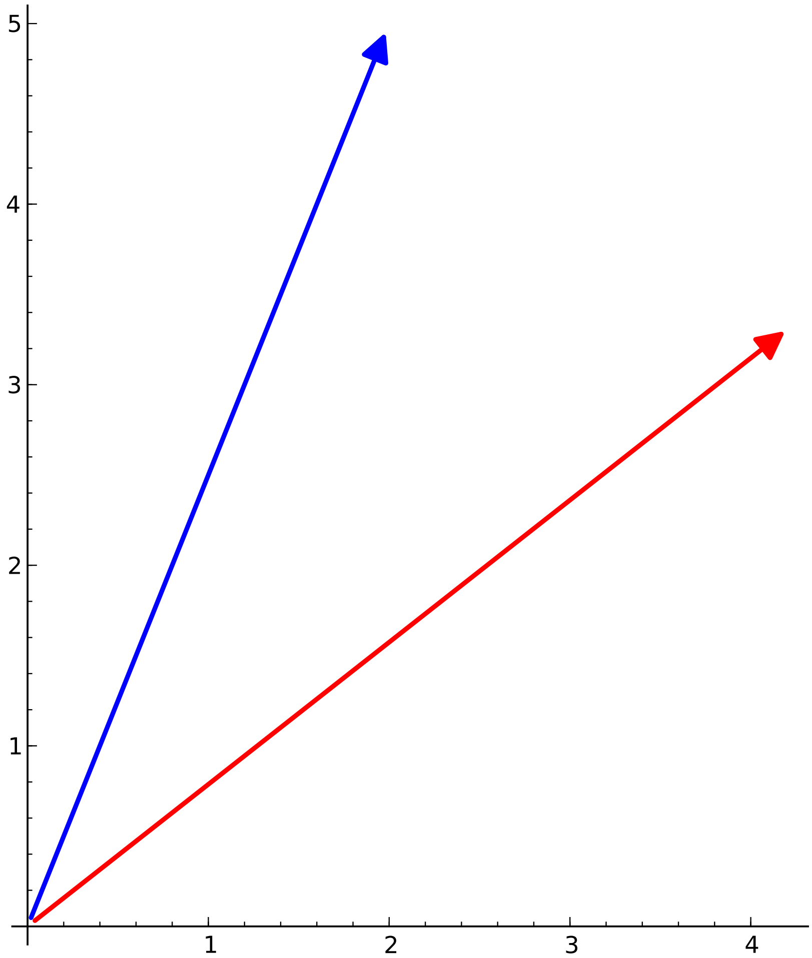
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}866025403784439 & 0{,}500000000000000 \\ -0{,}500000000000000 & 0{,}866025403784439 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 2{,}00000000000000 \\ 5{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 4{,}23205080756888 \\ 3{,}33012701892219 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




$\square$

**Ejercicio 4.68.** Representa gráficamente el vector $(5, 2)$, realiza un giro de ángulo $\frac{1}{4}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

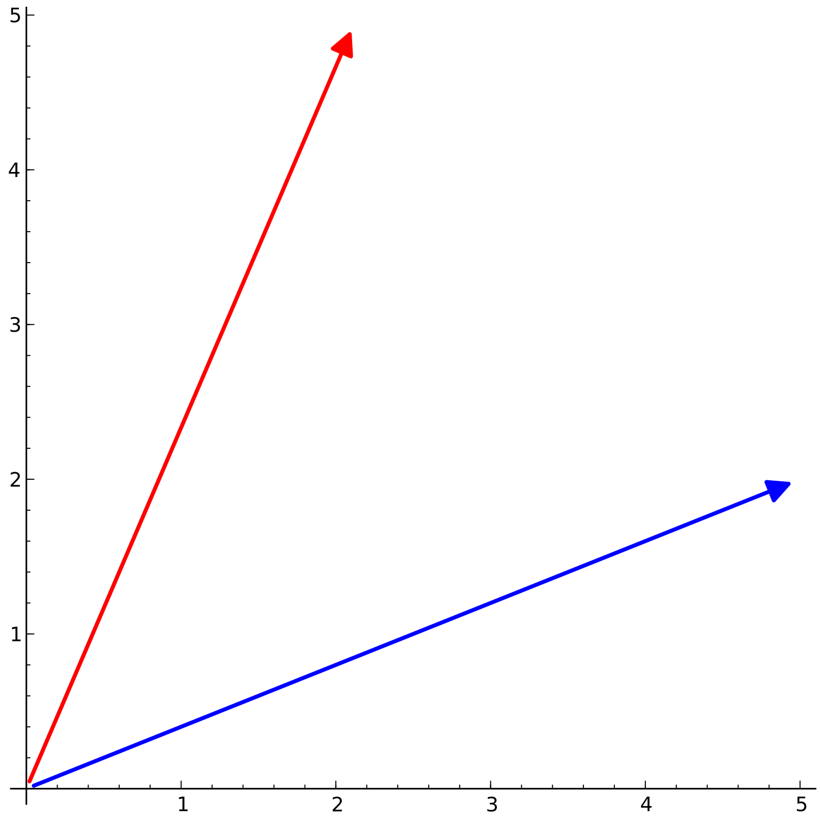
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}707106781186548 & -0{,}707106781186548 \\ 0{,}707106781186548 & 0{,}707106781186548 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 5{,}00000000000000 \\ 2{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 2{,}12132034355964 \\ 4{,}94974746830583 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




$\square$

**Ejercicio 4.69.** Representa gráficamente el vector $(2, 2)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{3}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

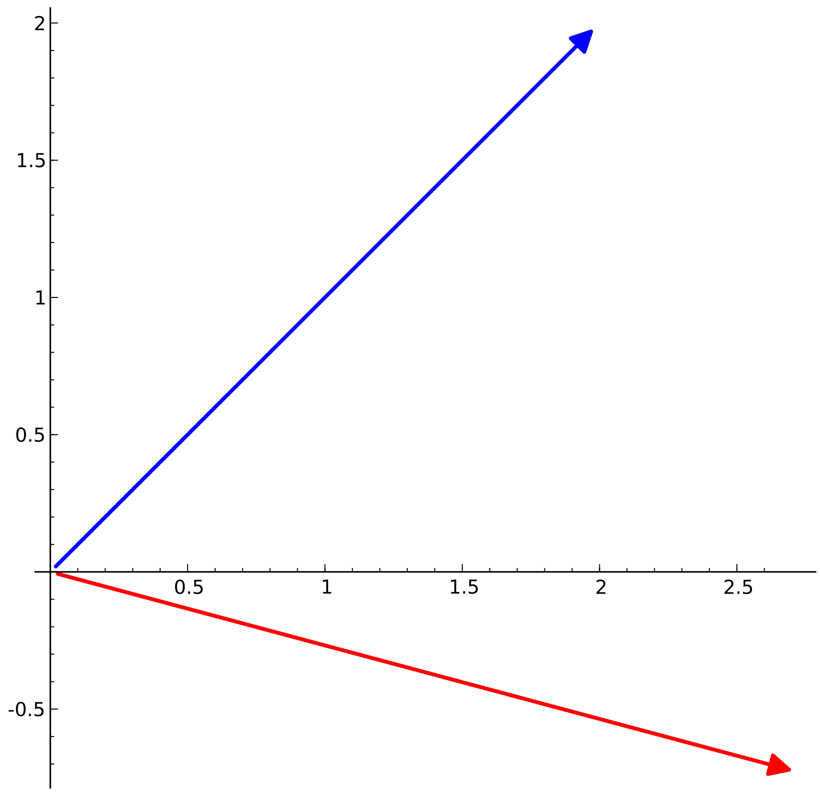
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}500000000000000 & 0{,}866025403784439 \\ -0{,}866025403784439 & 0{,}500000000000000 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 2{,}00000000000000 \\ 2{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 2{,}73205080756888 \\ -0{,}732050807568877 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




$\square$

**Ejercicio 4.70.** Representa gráficamente el vector $(2,5)$, realiza un giro de ángulo $\frac{1}{6}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

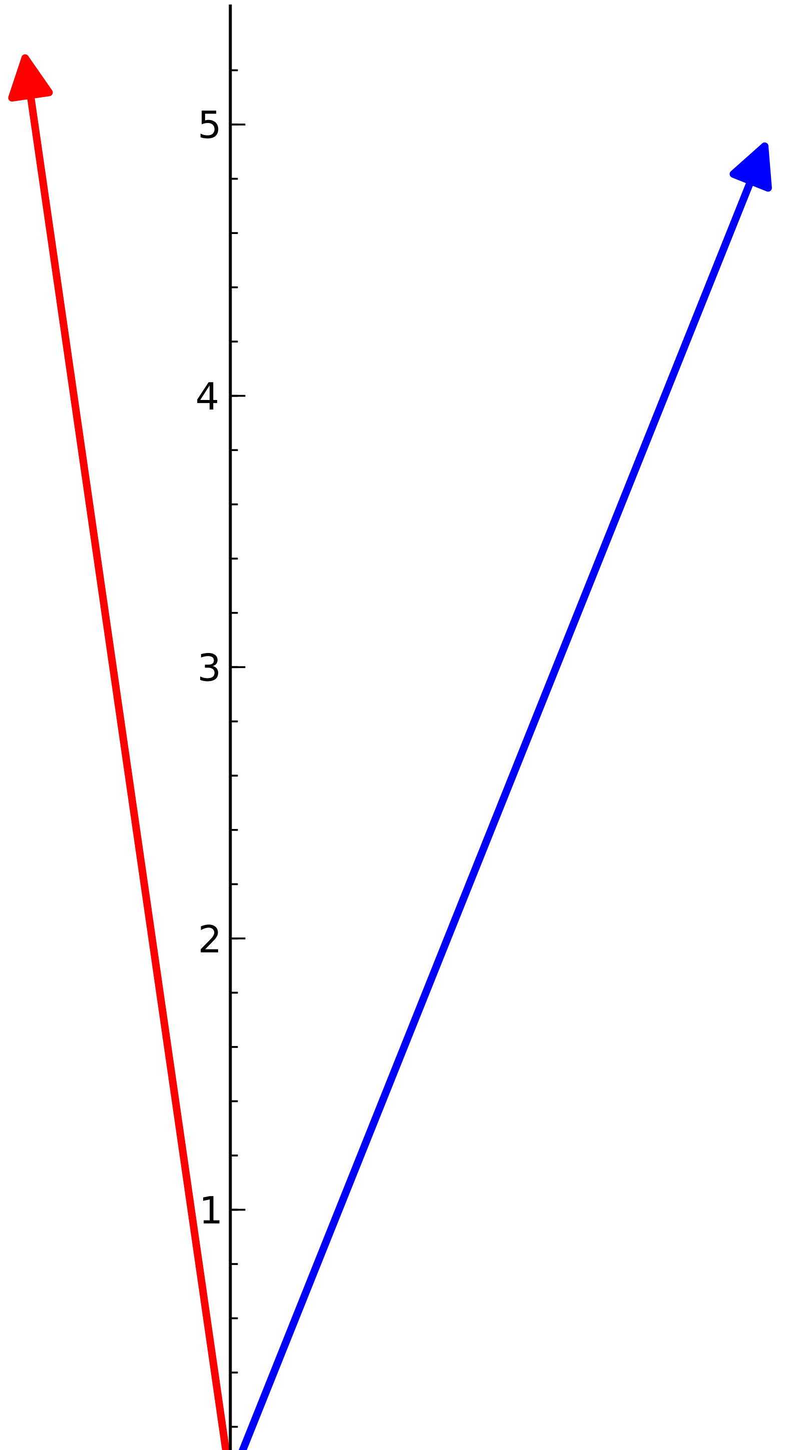
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}866025403784439 & -0{,}500000000000000 \\ 0{,}500000000000000 & 0{,}866025403784439 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 2{,}00000000000000 \\ 5{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} -0{,}767949192431123 \\ 5{,}33012701892219 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




□

**Ejercicio 4.71.** Representa gráficamente el vector $(4, 5)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{3}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

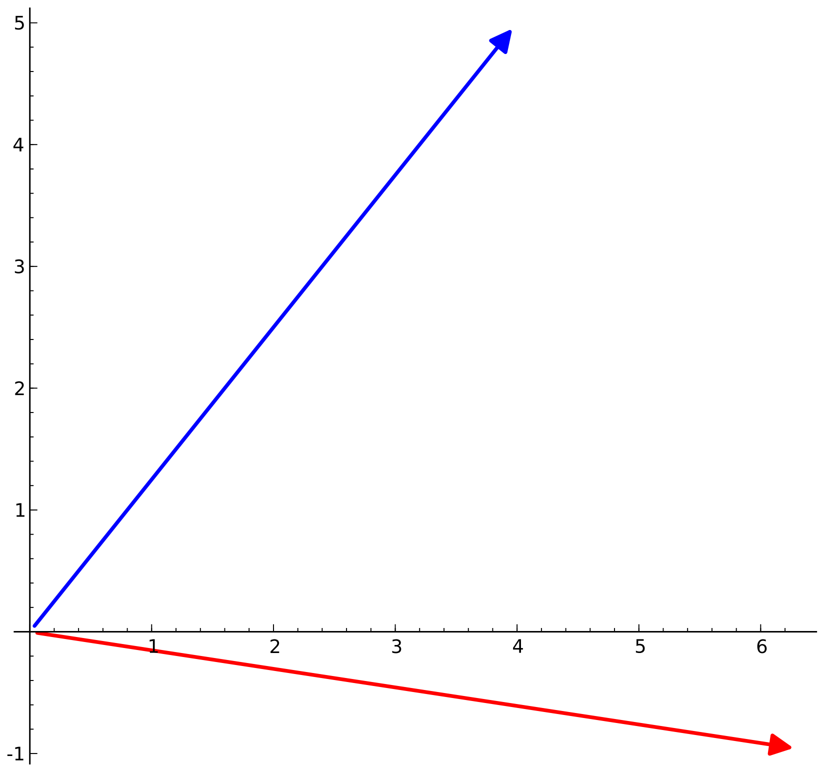
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}500000000000000 & 0{,}866025403784439 \\ -0{,}866025403784439 & 0{,}500000000000000 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 4{,}00000000000000 \\ 5{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 6{,}33012701892219 \\ -0{,}964101615137754 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




□

**Ejercicio 4.72.** Representa gráficamente el vector $(5, 5)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{6}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

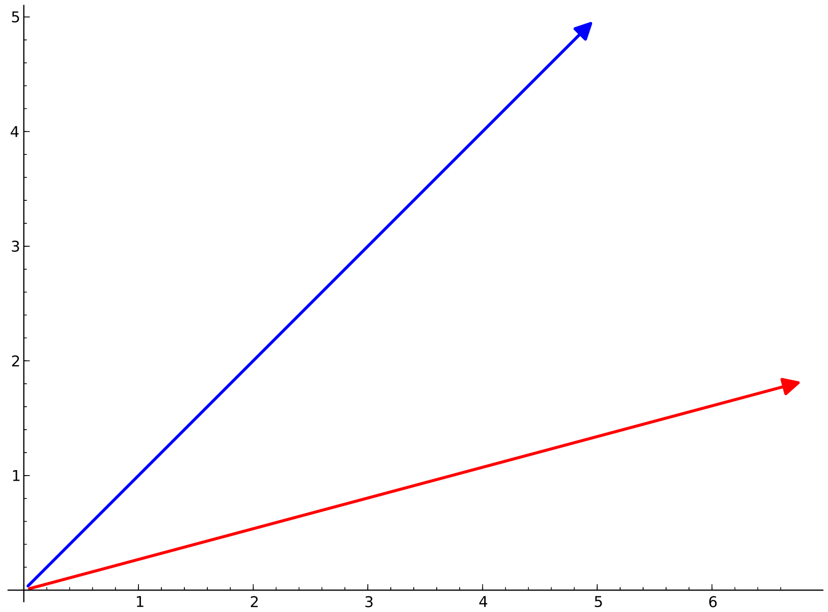
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}866025403784439 & 0{,}500000000000000 \\ -0{,}500000000000000 & 0{,}866025403784439 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 5{,}00000000000000 \\ 5{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 6{,}83012701892219 \\ 1{,}83012701892219 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




□

**Ejercicio 4.73.** Representa gráficamente el vector $(4, 3)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{4}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

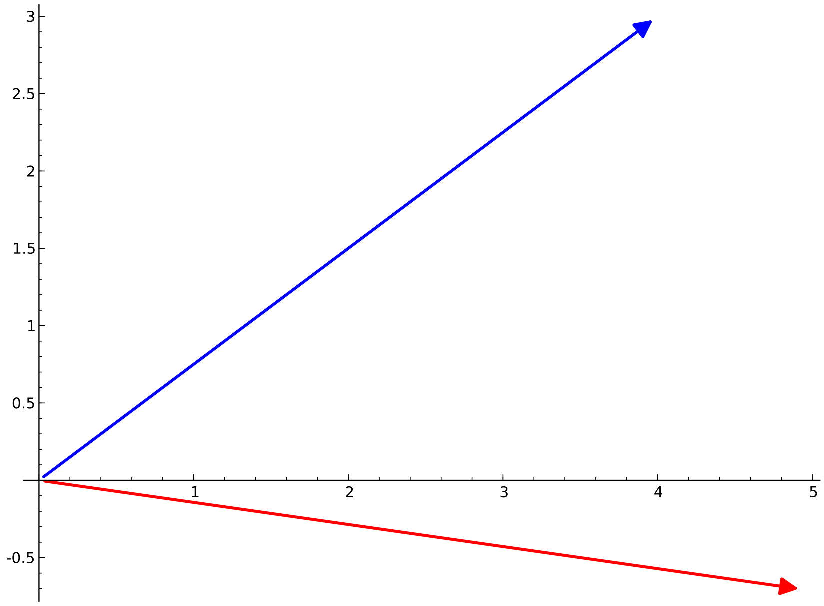
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}707106781186548 & 0{,}707106781186548 \\ -0{,}707106781186548 & 0{,}707106781186548 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 4{,}00000000000000 \\ 3{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 4{,}94974746830583 \\ -0{,}707106781186547 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




□

**Ejercicio 4.74.** Representa gráficamente el vector $(3, 2)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{6}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

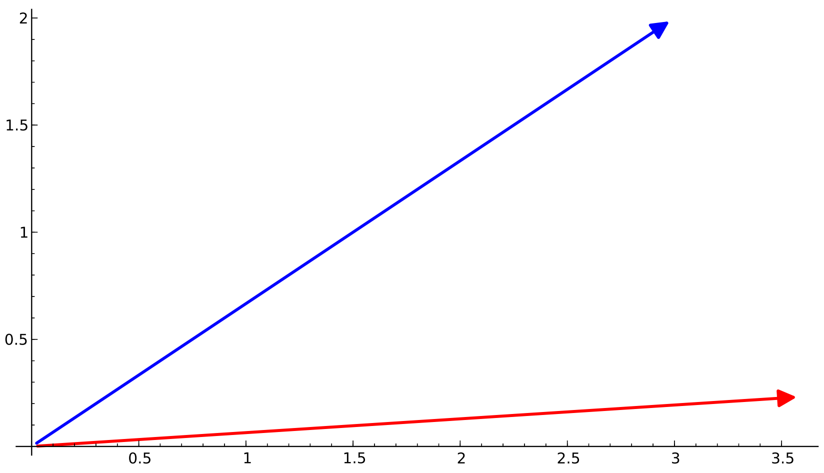
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}866025403784439 & 0{,}500000000000000 \\ -0{,}500000000000000 & 0{,}866025403784439 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 3{,}00000000000000 \\ 2{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 3{,}59807621135332 \\ 0{,}232050807568877 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




□

**Ejercicio 4.75.** Representa gráficamente el vector $(4,5)$, realiza un giro de ángulo $-\frac{1}{3}\pi$ utilizando la matriz de giro y representa el resultado.

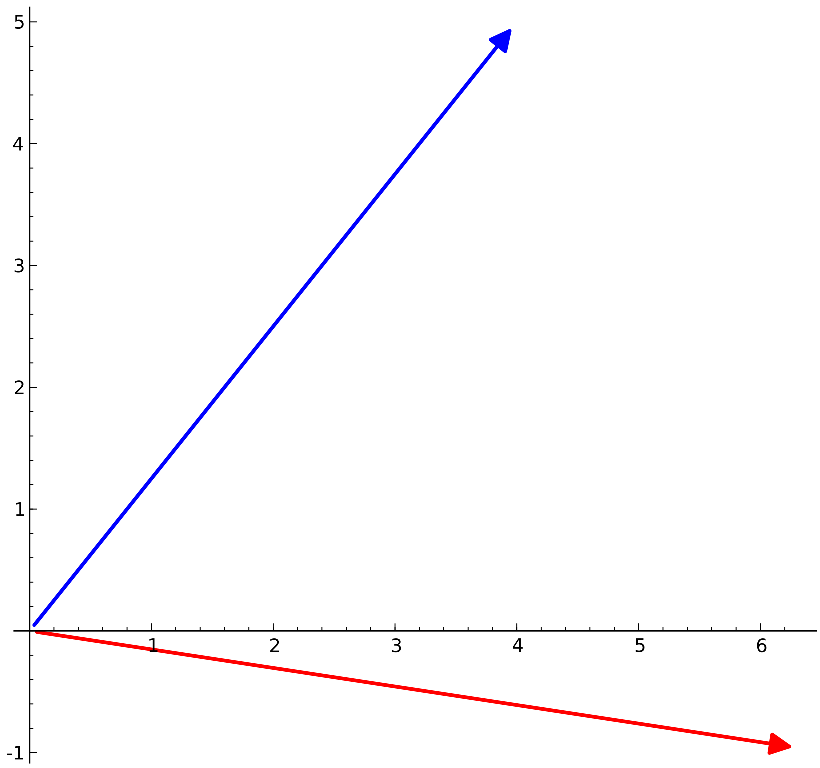
*Solución.* La matriz de un giro de ángulo $\alpha$ viene dada por la fórmula:

$$\begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Aplicándolo al valor del ángulo que nos han dado, tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} 0{,}500000000000000 & 0{,}866025403784439 \\ -0{,}866025403784439 & 0{,}500000000000000 \end{pmatrix}$$

Si calculamos el producto de la matriz del giro por el vector $\begin{pmatrix} 4{,}00000000000000 \\ 5{,}00000000000000 \end{pmatrix}$ obtenemos el vector $\begin{pmatrix} 6{,}33012701892219 \\ -0{,}964101615137754 \end{pmatrix}$. Representaremos el vector original en color azul y el girado en color rojo.




□

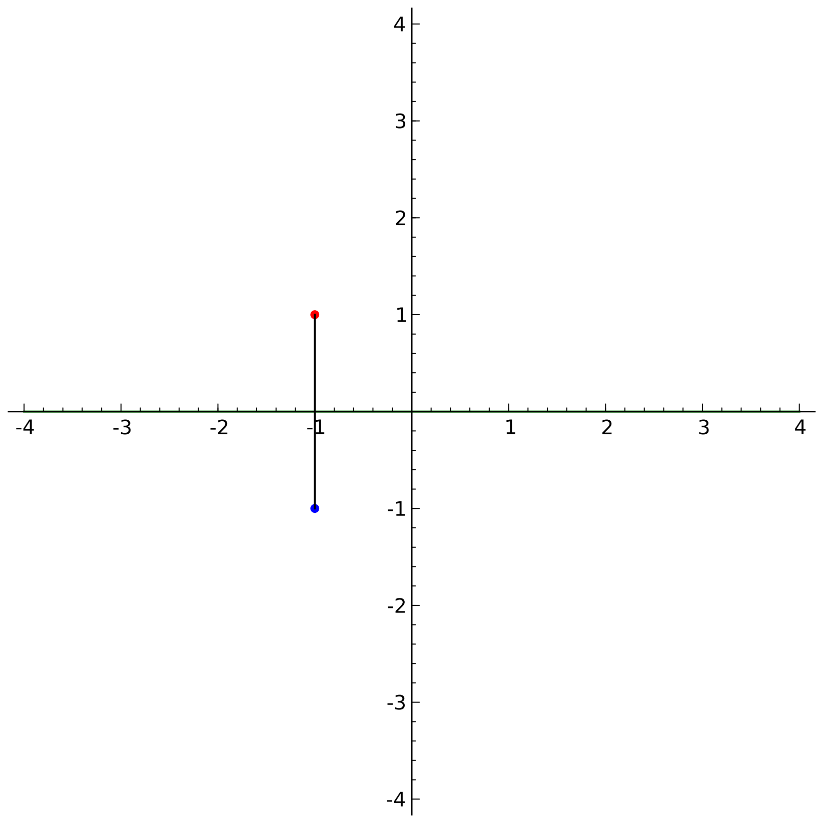
**Ejercicio 4.76.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1,-1) \quad (2,2) \quad (3,3) \quad (0,1) \quad (4,1)$$

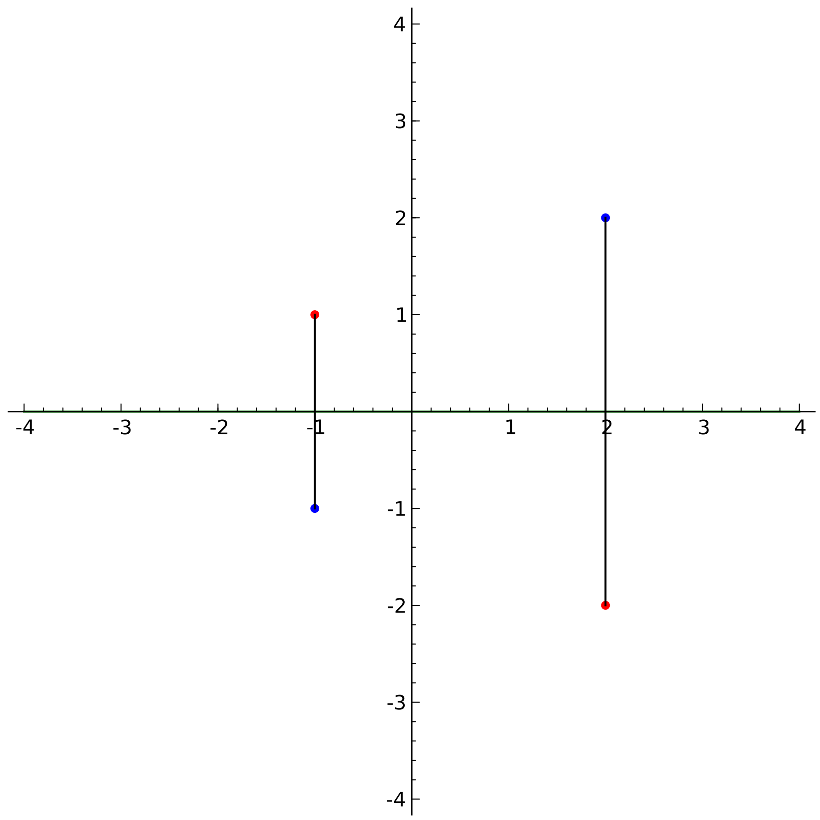
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

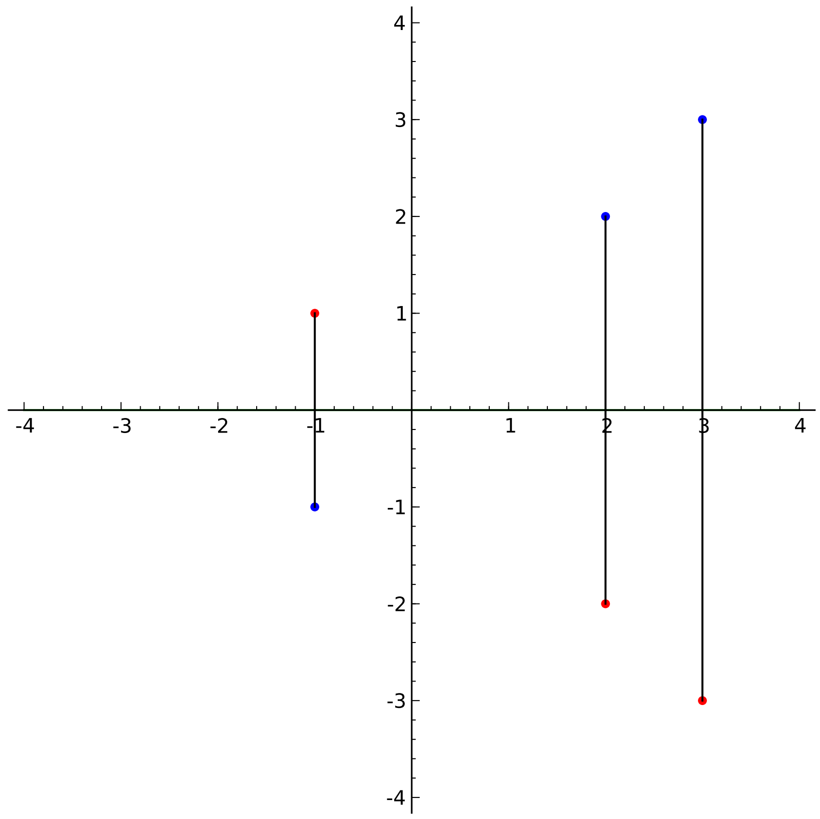
El punto $(-1,-1)$ tiene como simétrico el punto $(-1,1)$.



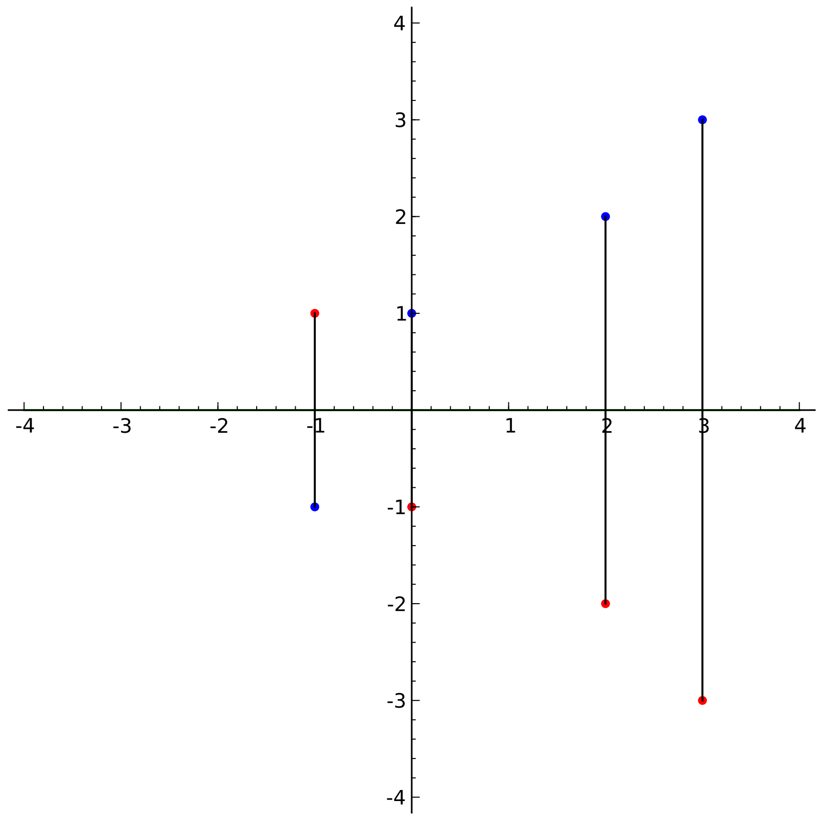

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(2, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, -2)$.



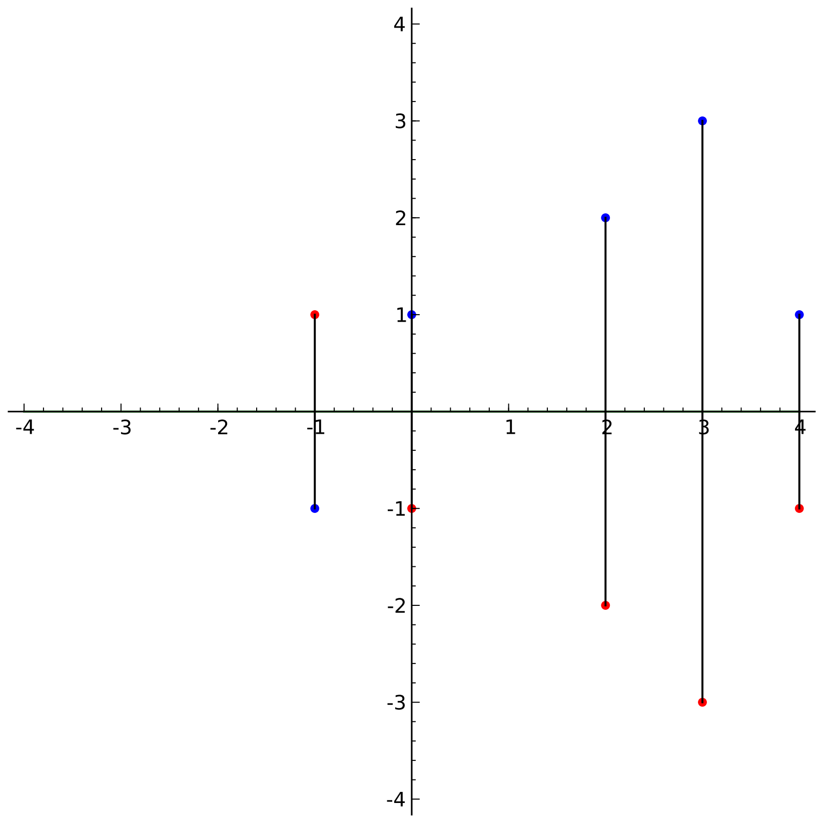

El punto $(3,3)$ tiene como simétrico el punto $(3,-3)$.



El punto $(0, 1)$ tiene como simétrico el punto $(0, -1)$.




El punto $(4, 1)$ tiene como simétrico el punto $(4, -1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (x, -y)$$

$\square$

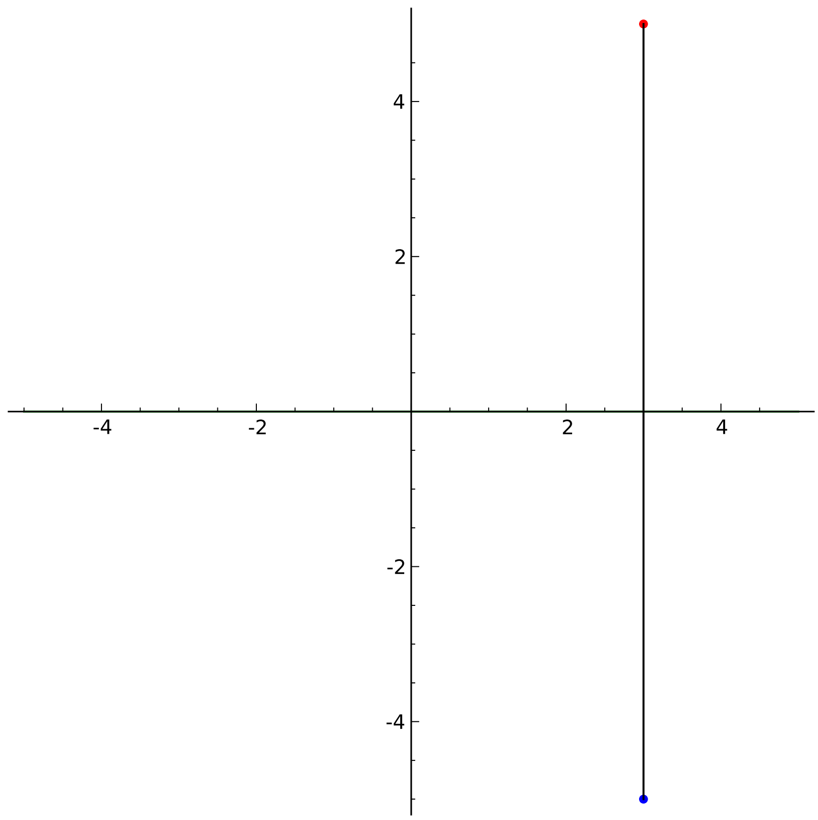
**Ejercicio 4.77.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3, -5) \quad (-1, -5) \quad (-1, -5) \quad (-5, -2) \quad (-2, 1)$$

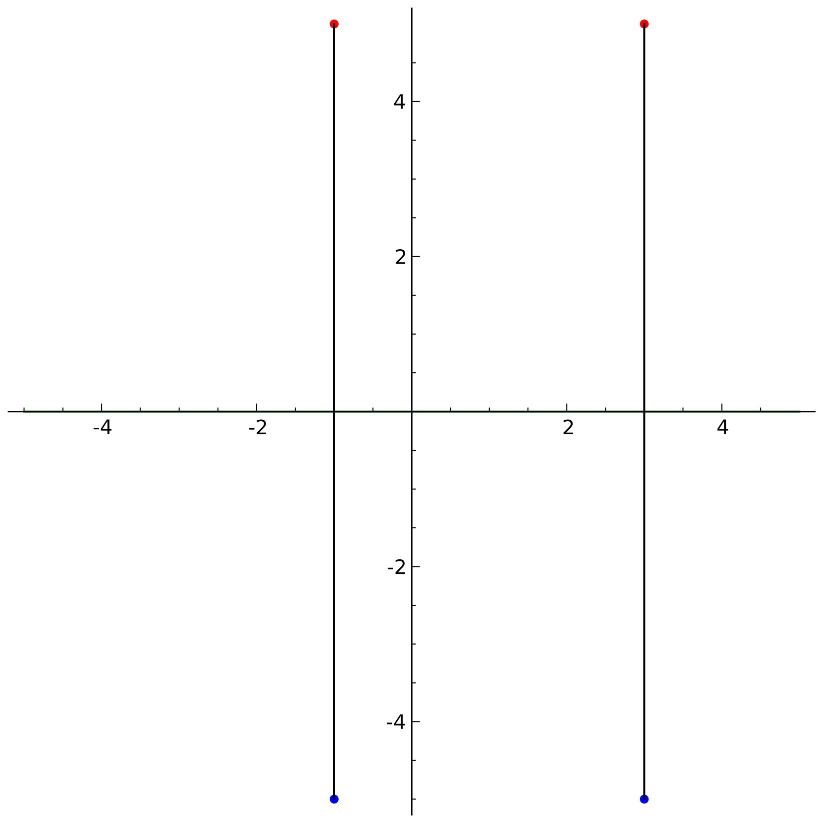
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

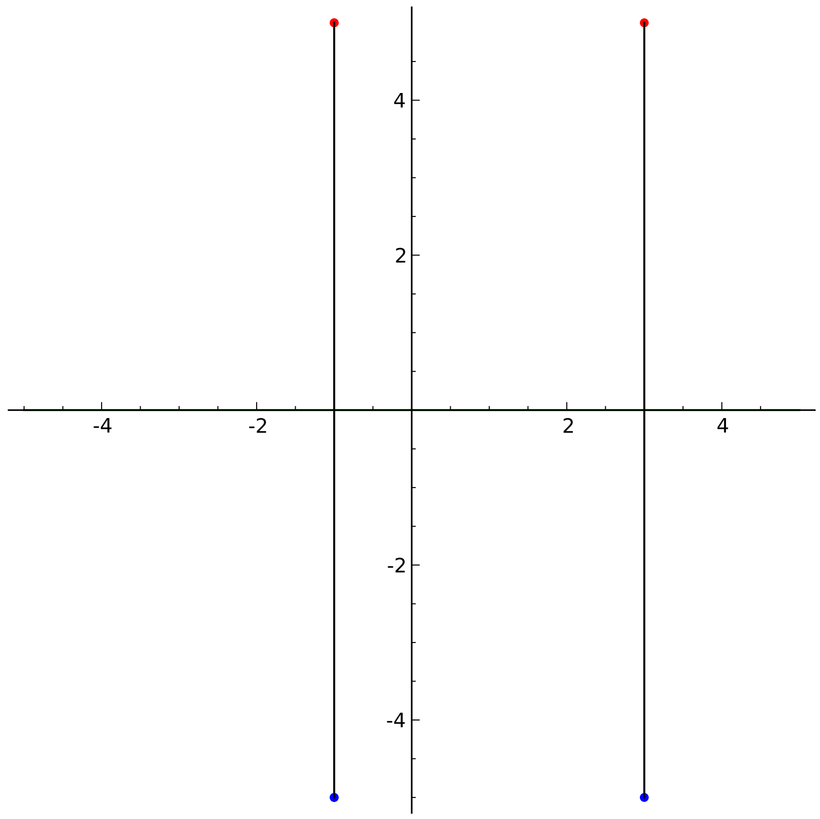
El punto $(3, -5)$ tiene como simétrico el punto $(3, 5)$.



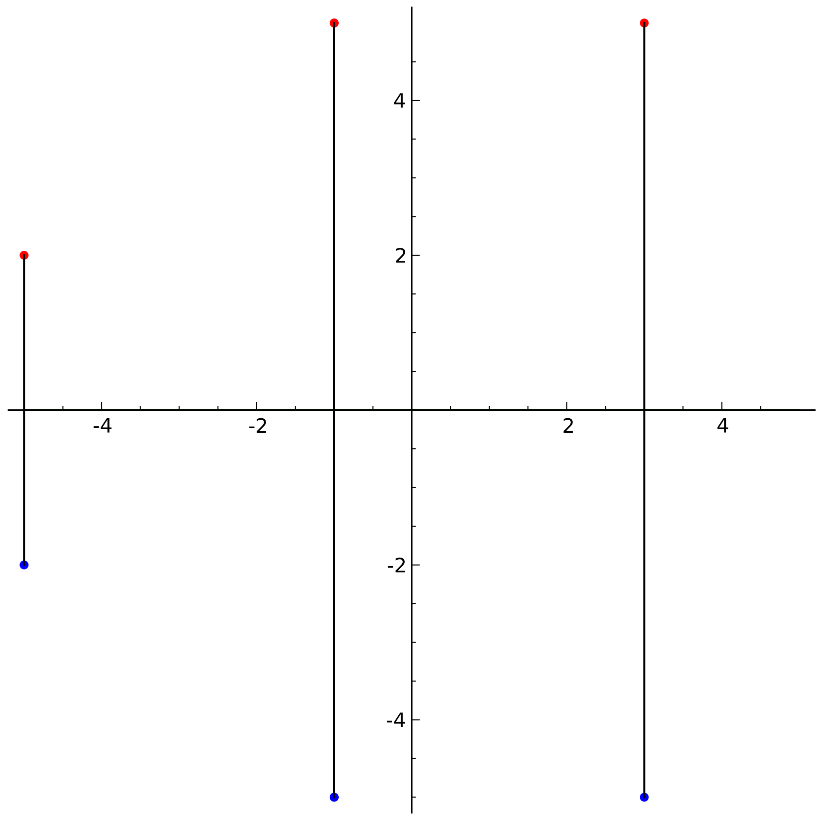

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-1, -5)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 5)$.



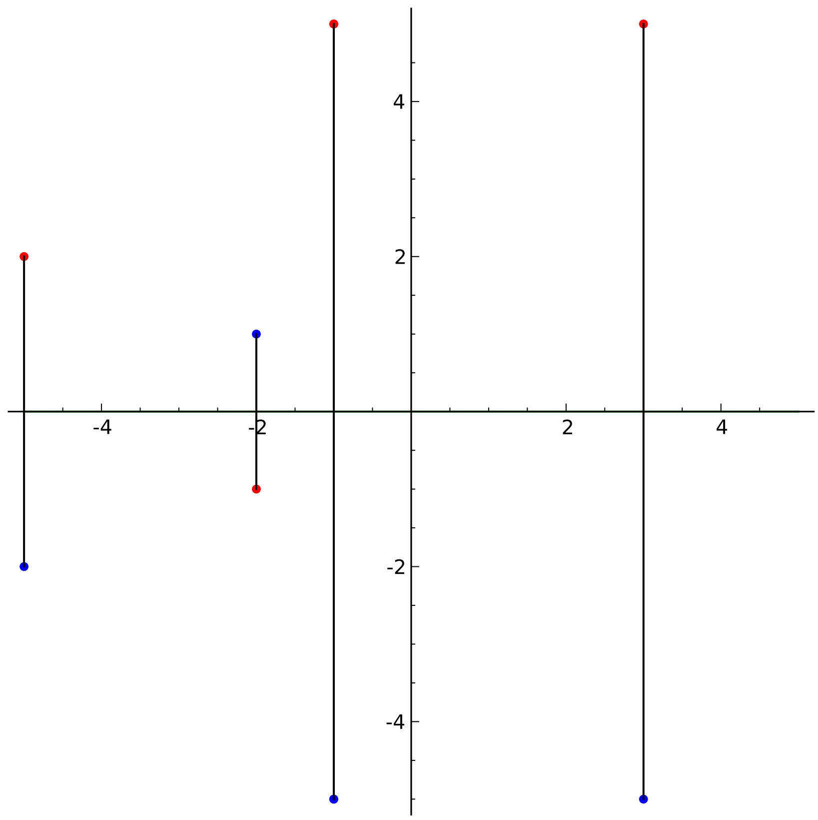

El punto $(-1,-5)$ tiene como simétrico el punto $(-1,5)$.



El punto $(-5, -2)$ tiene como simétrico el punto $(-5, 2)$.




El punto $(-2, 1)$ tiene como simétrico el punto $(-2, -1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (x, -y)$$

□

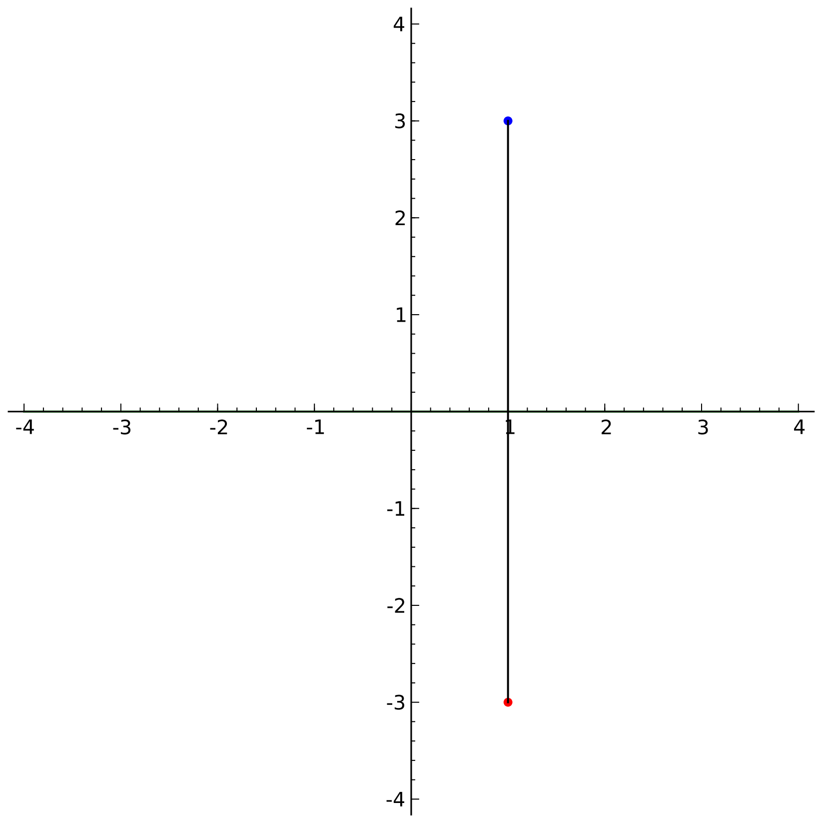
**Ejercicio 4.78.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, 3) \quad (-4, 1) \quad (-2, -3) \quad (-3, 2) \quad (4, -3)$$

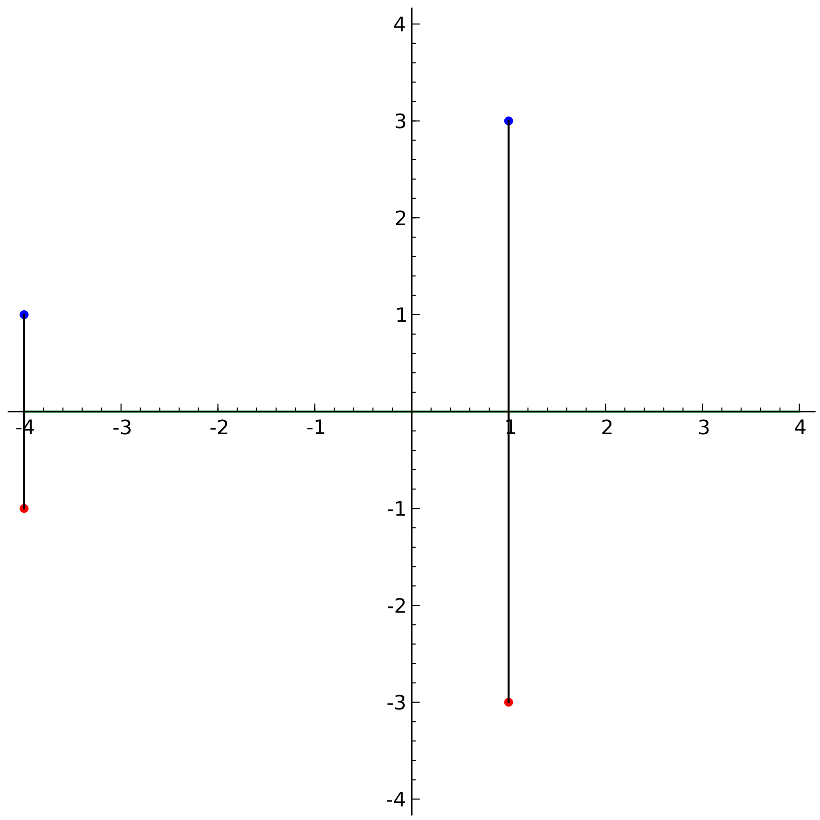
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

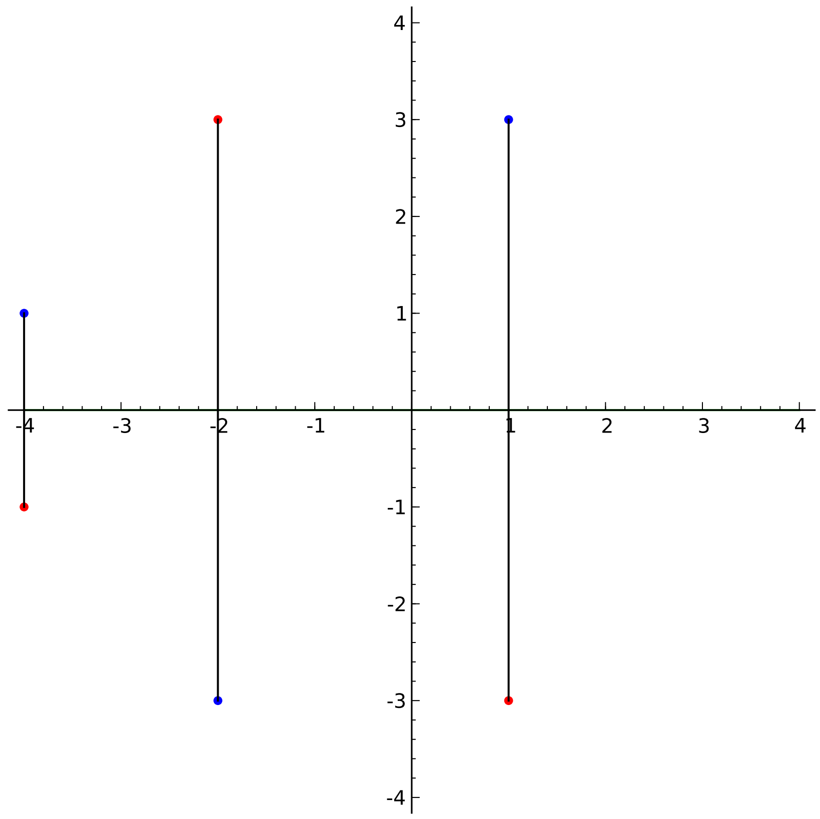
El punto $(1, 3)$ tiene como simétrico el punto $(1, -3)$.



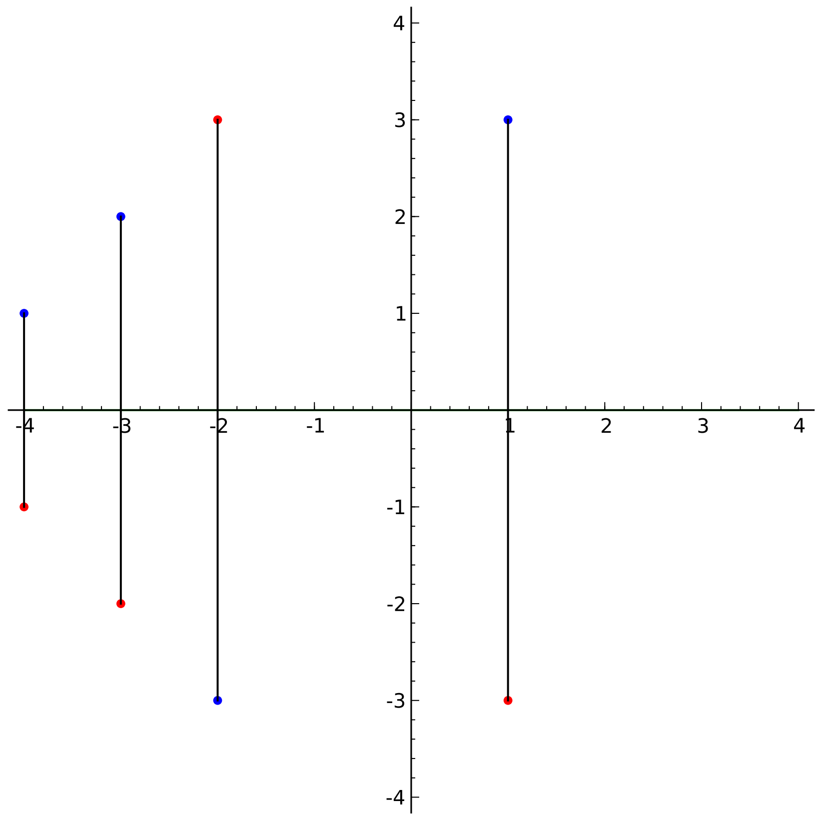

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-4, 1)$ tiene como simétrico el punto $(-4, -1)$.



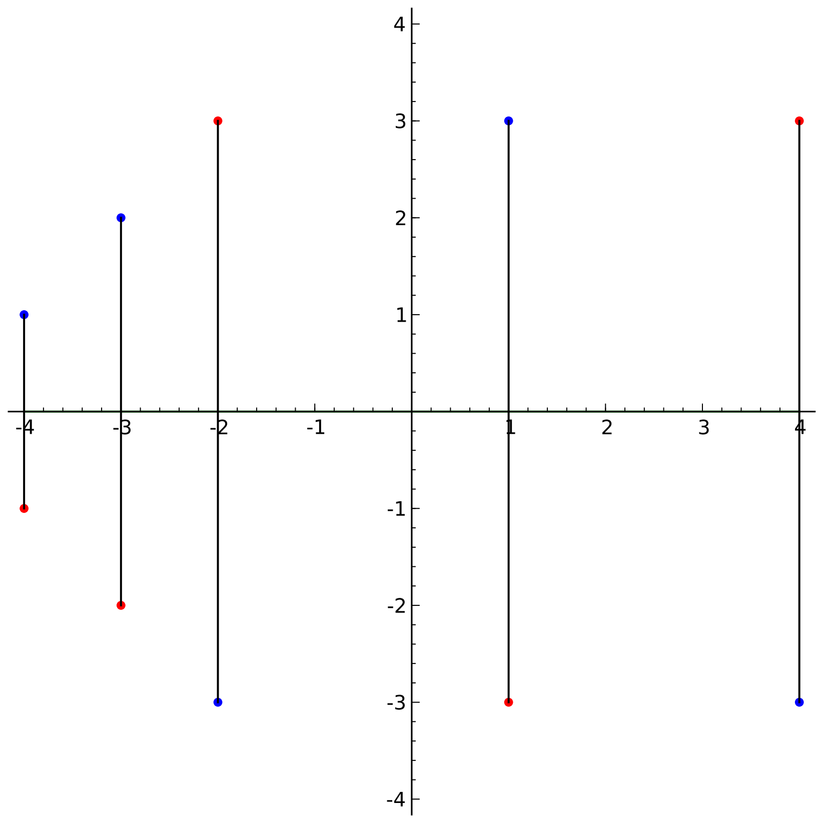

El punto $(-2,-3)$ tiene como simétrico el punto $(-2,3)$.



El punto $(-3, 2)$ tiene como simétrico el punto $(-3, -2)$.




El punto $(4, -3)$ tiene como simétrico el punto $(4, 3)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (x, -y)$$

□

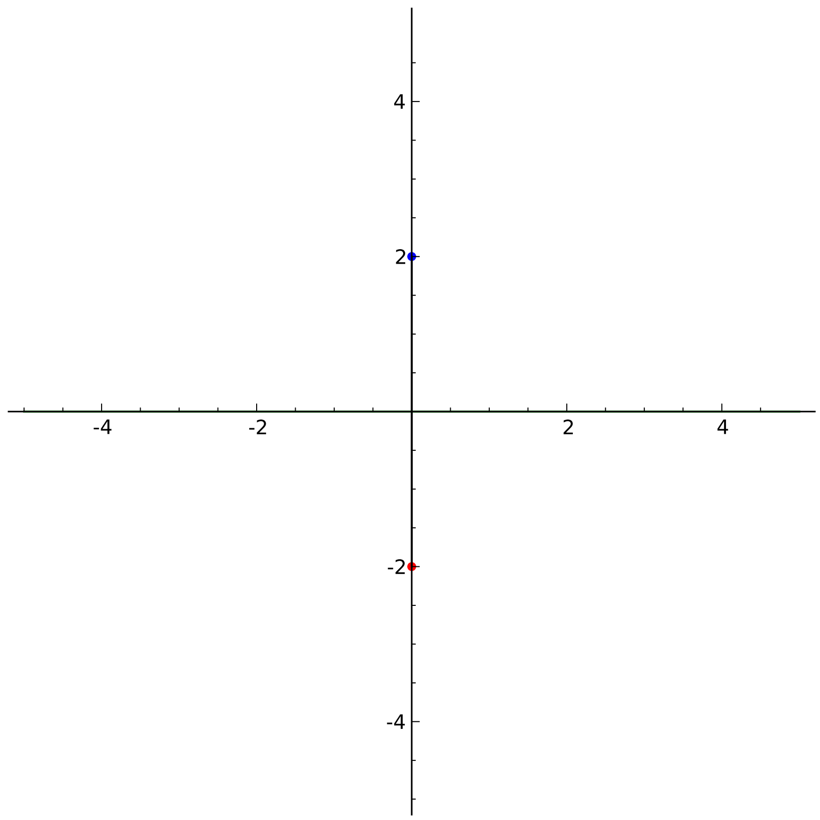
**Ejercicio 4.79.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0, 2) \quad (4, 2) \quad (-5, -5) \quad (-3, 4) \quad (1, 1)$$

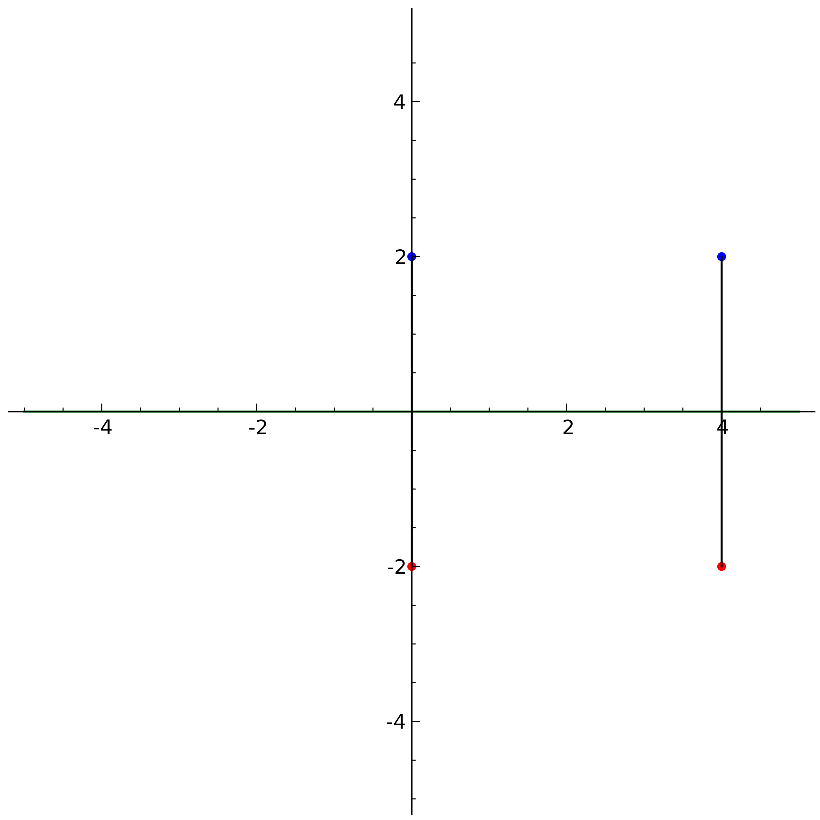
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

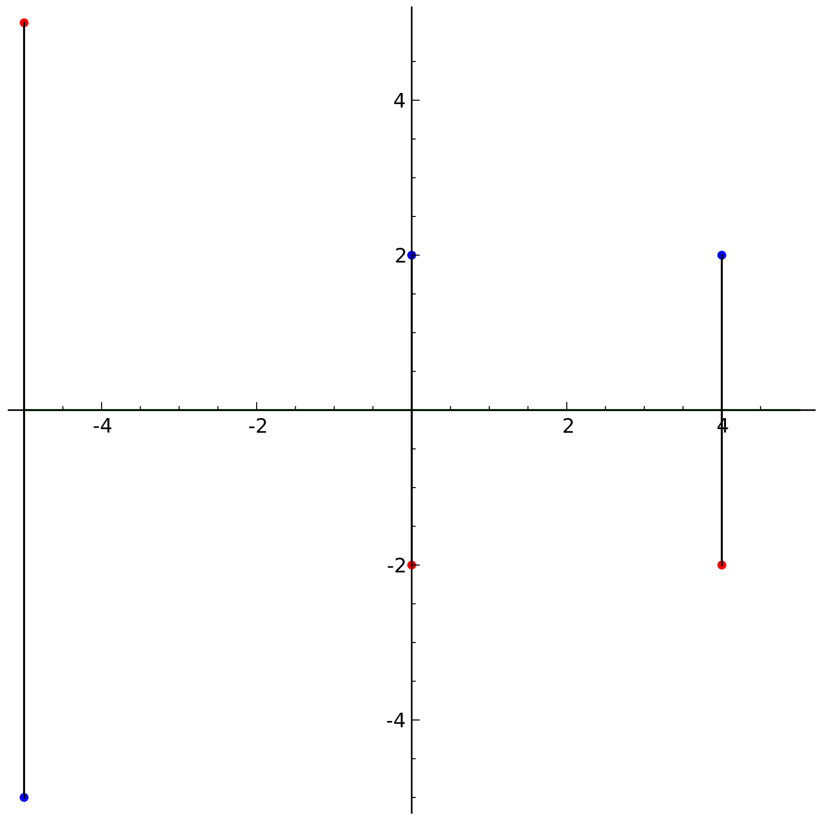
El punto $(0, 2)$ tiene como simétrico el punto $(0, -2)$.



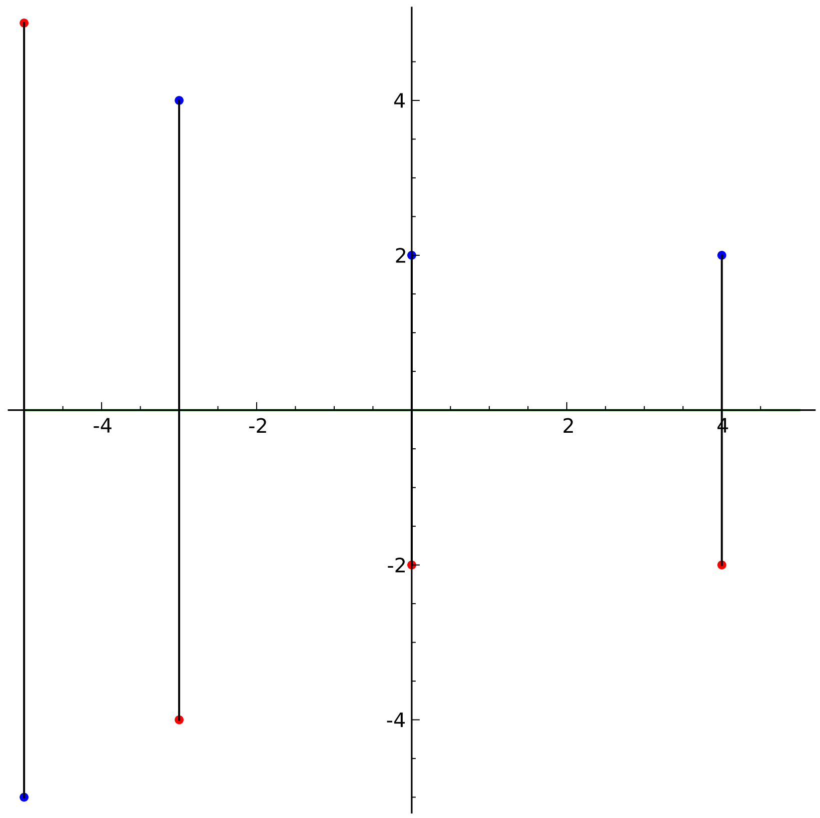

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(4, 2)$ tiene como simétrico el punto $(4, -2)$.



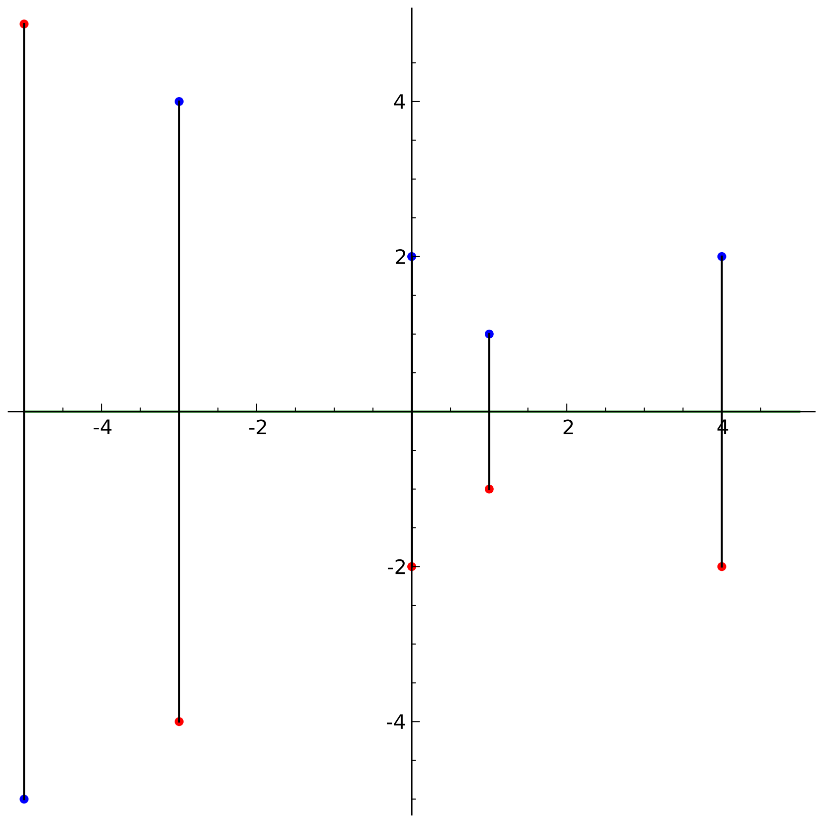

El punto $(-5, -5)$ tiene como simétrico el punto $(-5, 5)$.



El punto $(-3, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-3, -4)$.




El punto $(1, 1)$ tiene como simétrico el punto $(1, -1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x,y) = (x,-y)$$

□

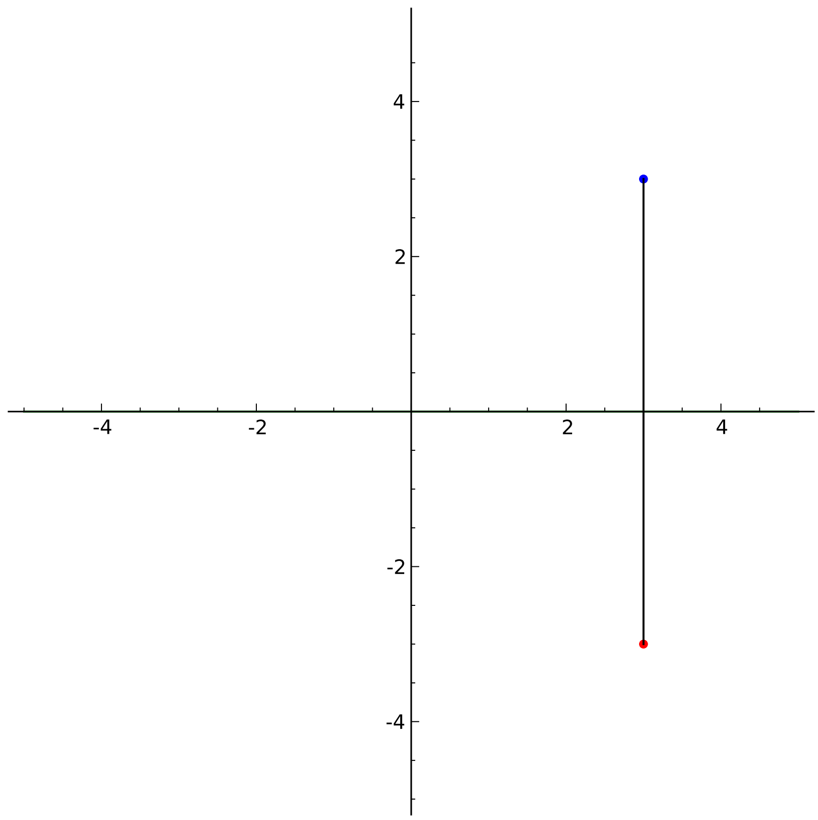
**Ejercicio 4.80.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3,3) \quad (-2,0) \quad (-4,4) \quad (0,-5) \quad (-3,-2)$$

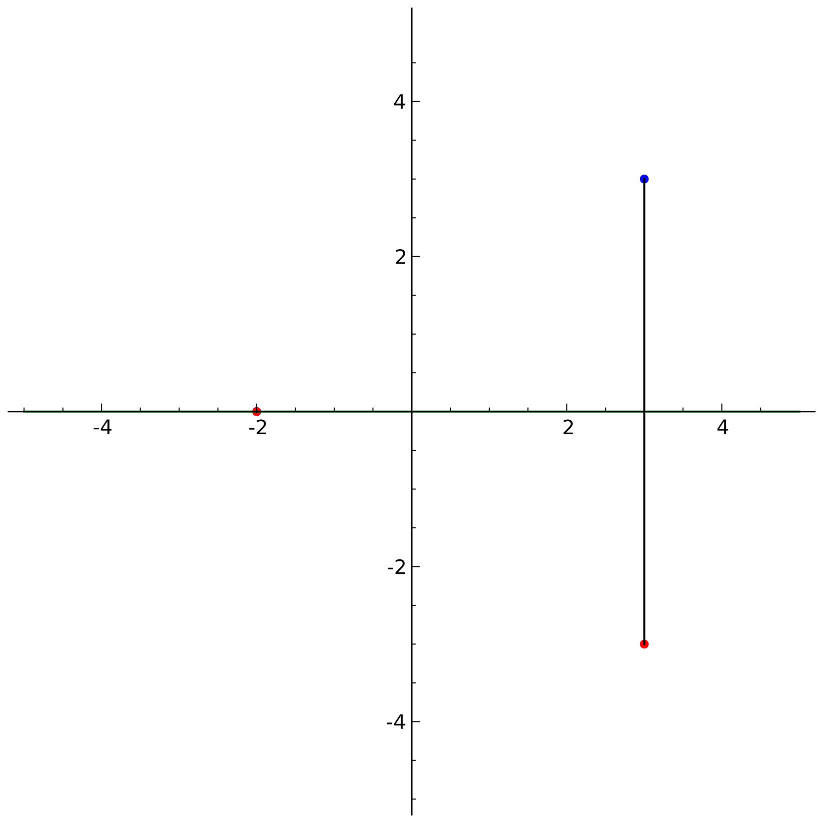
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

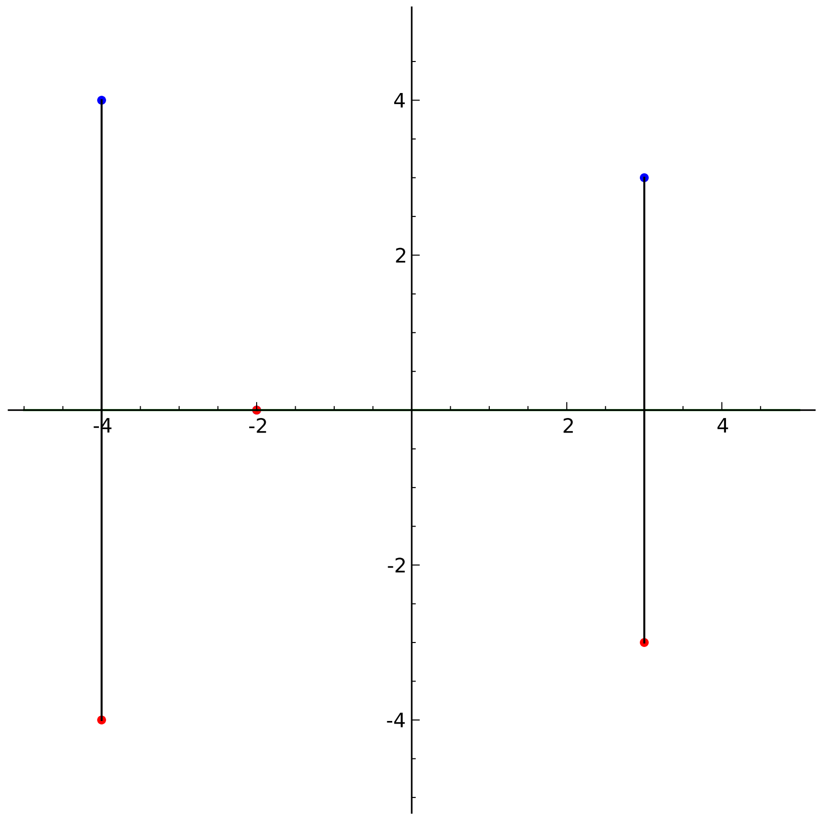
El punto $(3,3)$ tiene como simétrico el punto $(3,-3)$.



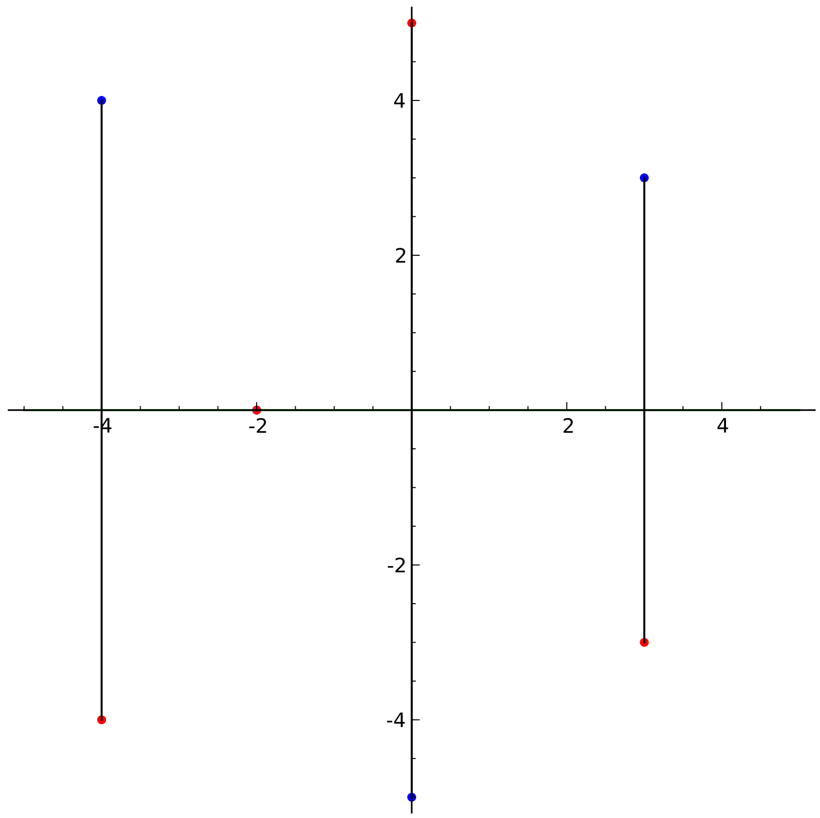

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, 0)$ tiene como simétrico el punto $(-2, 0)$.



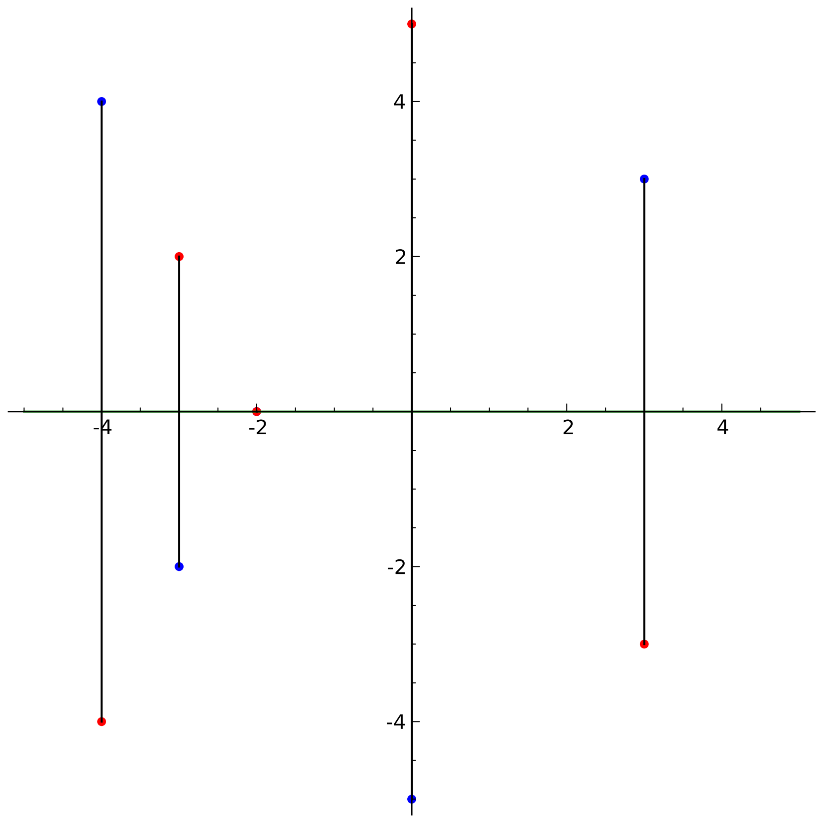

El punto $(-4, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-4, -4)$.



El punto $(0, -5)$ tiene como simétrico el punto $(0, 5)$.




El punto $(-3, -2)$ tiene como simétrico el punto $(-3, 2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (x, -y)$$

□

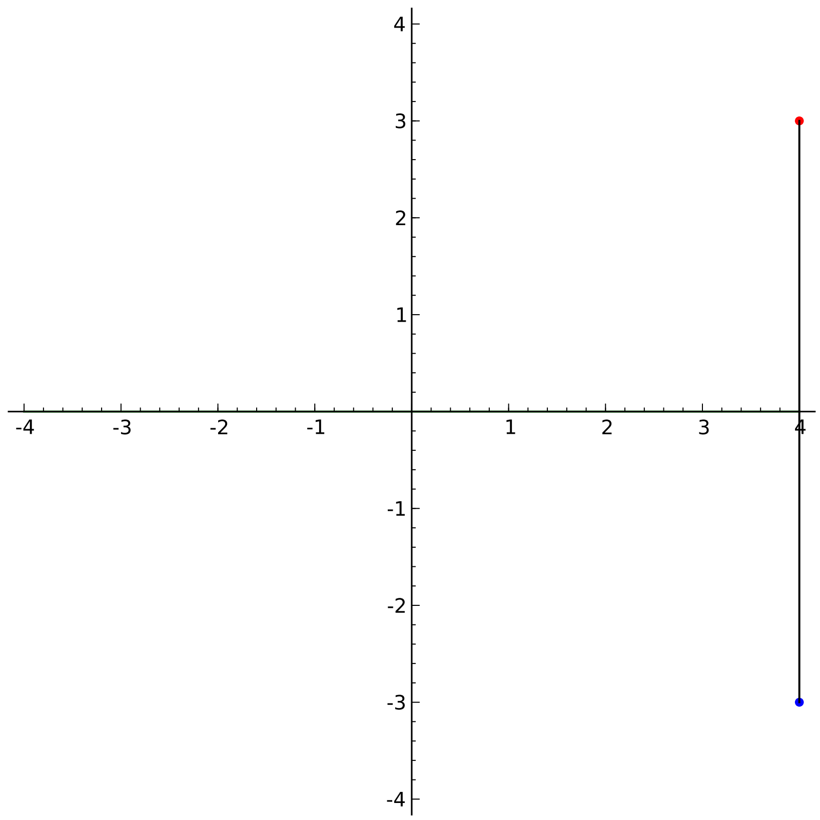
**Ejercicio 4.81.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(4, -3) \quad (-3, 0) \quad (3, 3) \quad (-1, 2) \quad (-1, -1)$$

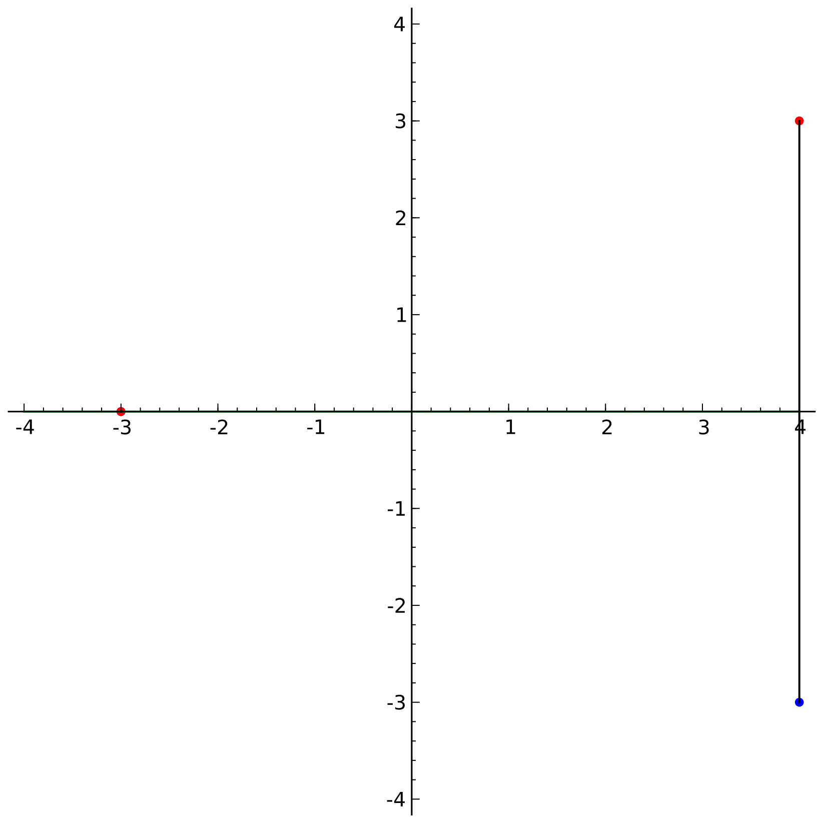
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

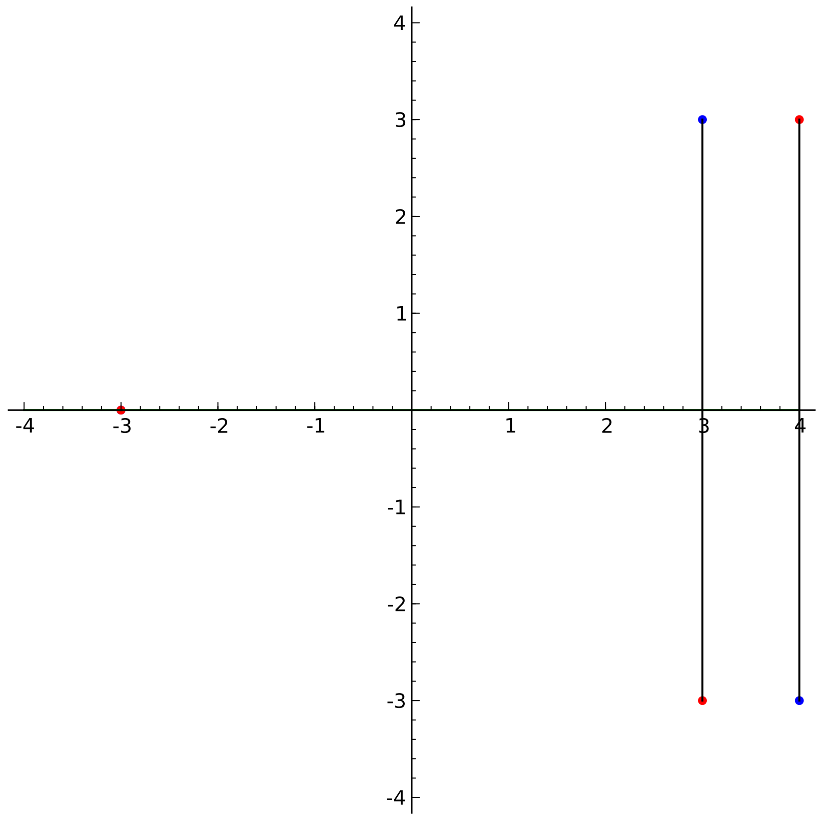
El punto $(4, -3)$ tiene como simétrico el punto $(4, 3)$.



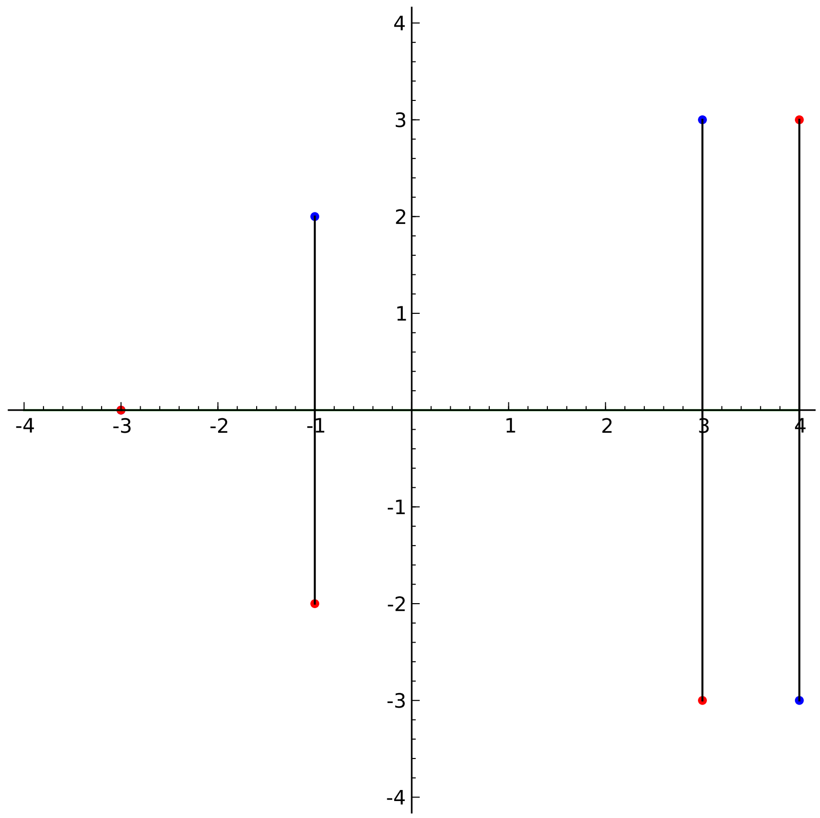

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-3, 0)$ tiene como simétrico el punto $(-3, 0)$.



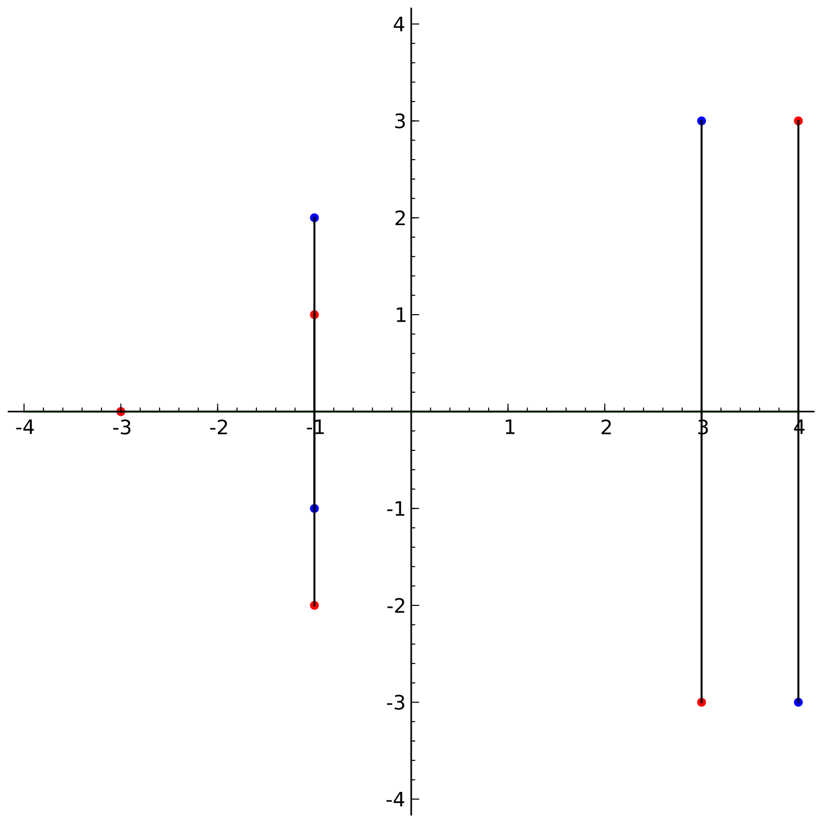

El punto $(3,3)$ tiene como simétrico el punto $(3,-3)$.



El punto $(-1, 2)$ tiene como simétrico el punto $(-1, -2)$.




El punto $(-1, -1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (x, -y)$$

□

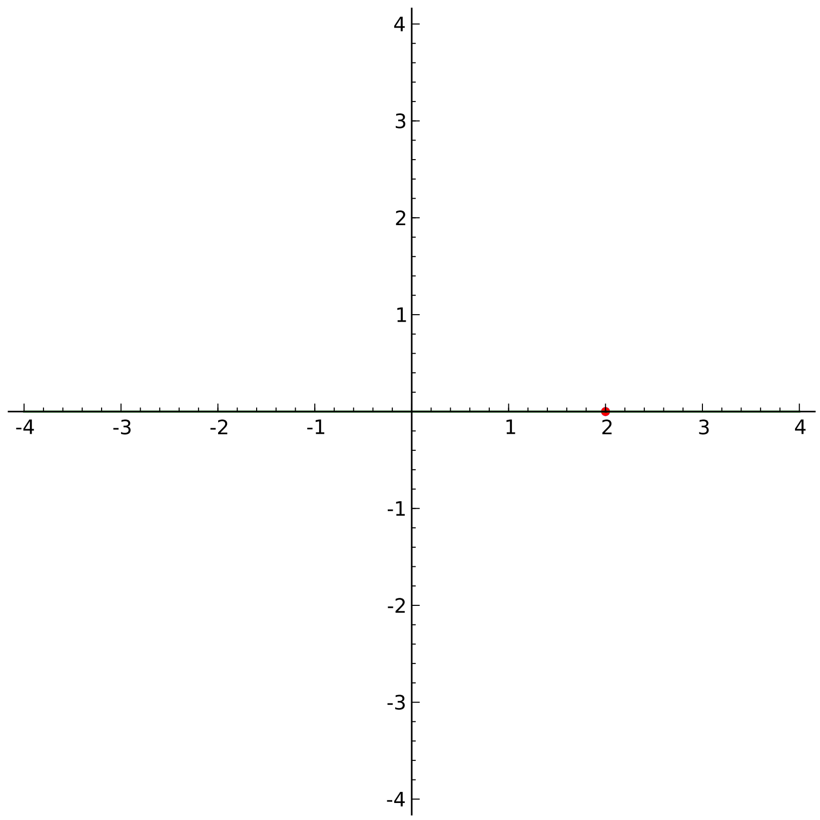
**Ejercicio 4.82.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2, 0) \quad (1, -4) \quad (-1, 0) \quad (1, 1) \quad (2, 4)$$

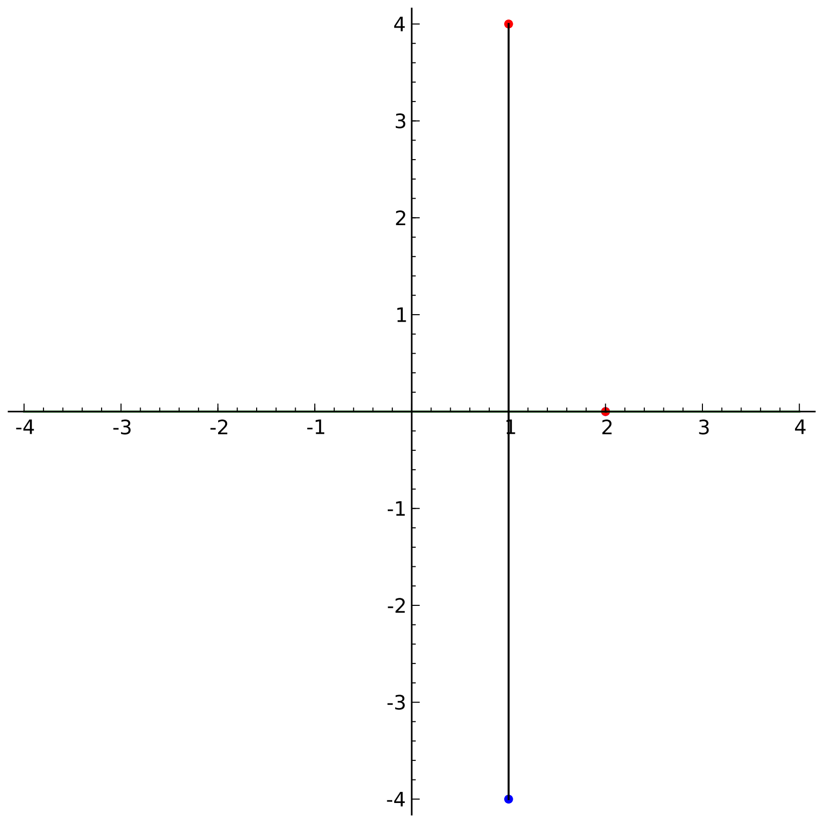
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

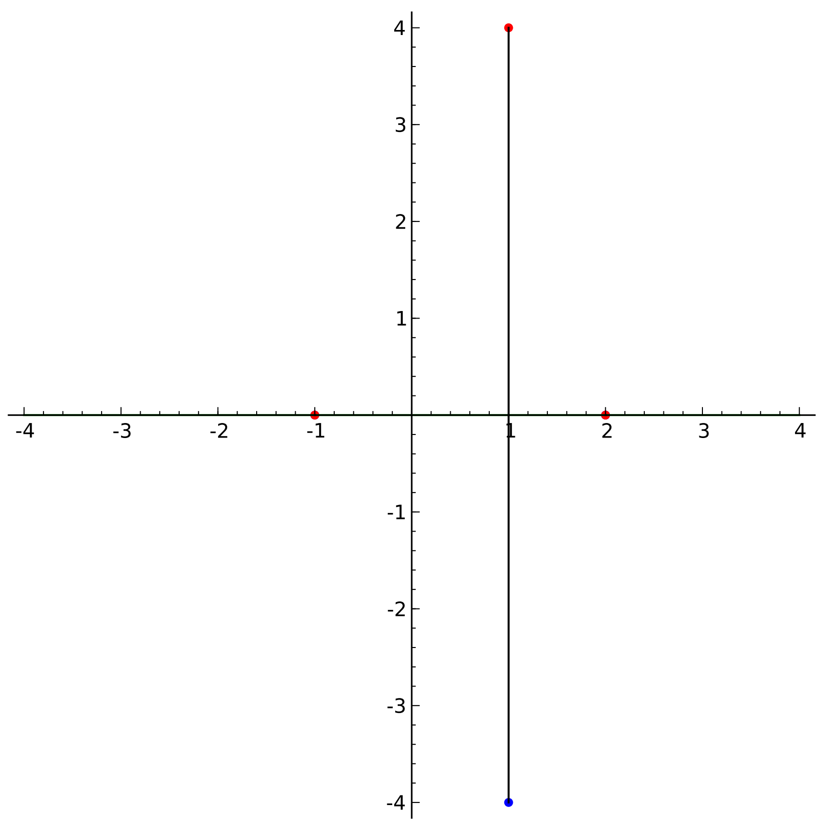
El punto $(2, 0)$ tiene como simétrico el punto $(2, 0)$.



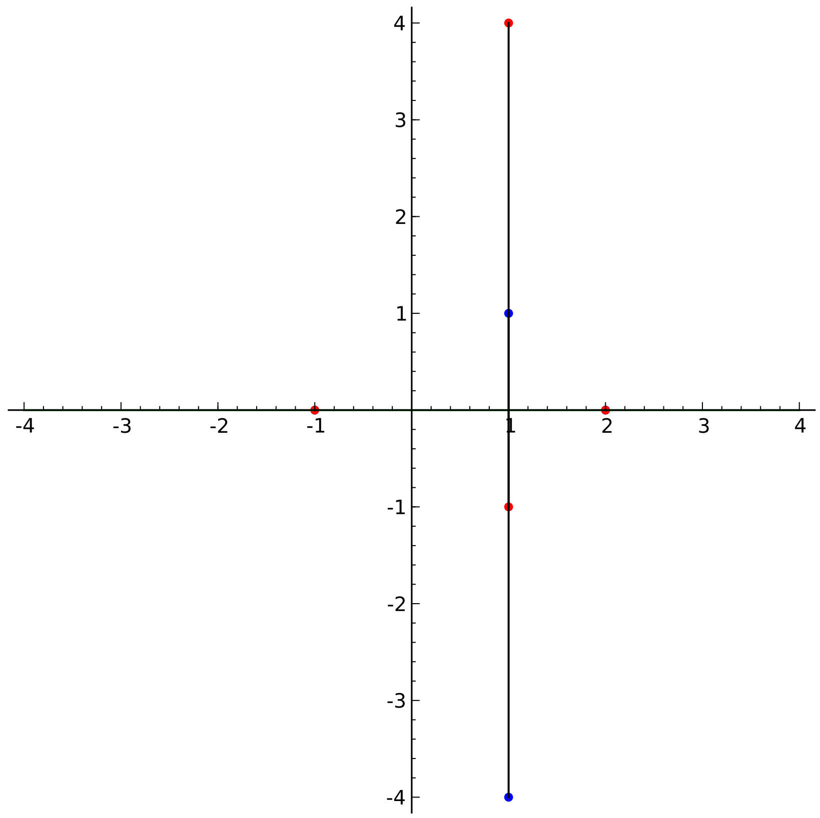

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(1, -4)$ tiene como simétrico el punto $(1, 4)$.



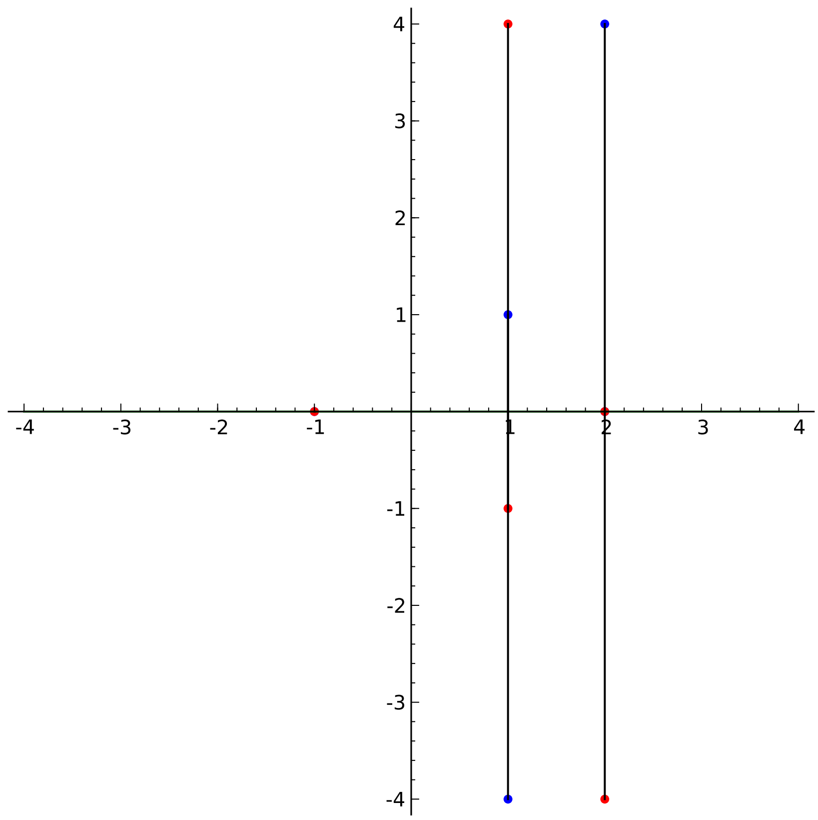

El punto $(-1, 0)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 0)$.



El punto $(1, 1)$ tiene como simétrico el punto $(1, -1)$.




El punto $(2, 4)$ tiene como simétrico el punto $(2, -4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (x, -y)$$

□

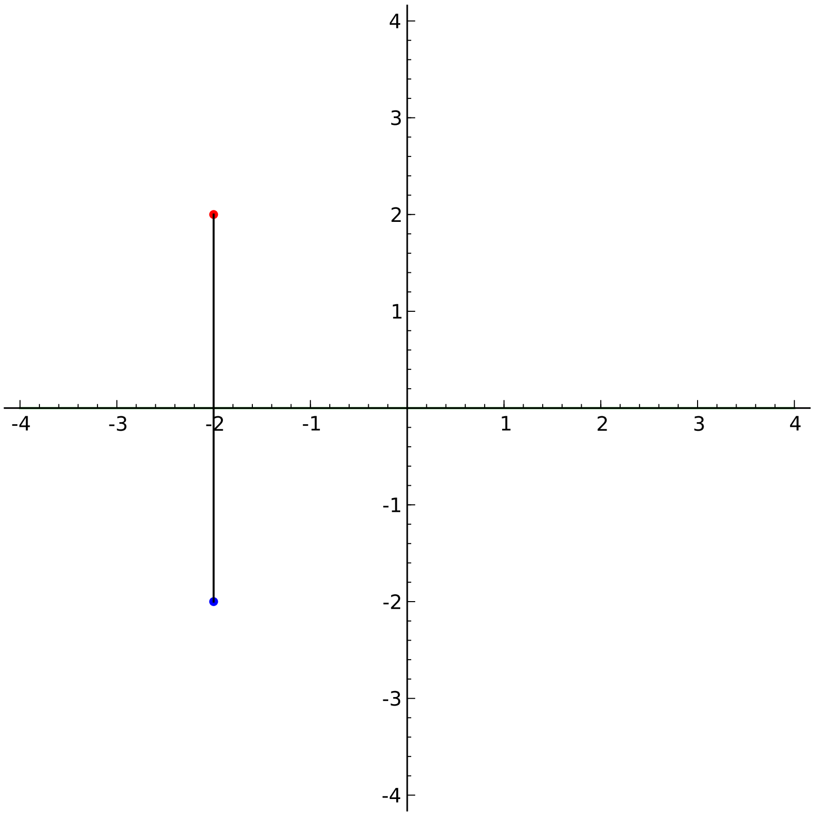
**Ejercicio 4.83.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2, -2) \quad (4, 4) \quad (1, 4) \quad (2, -2) \quad (2, 4)$$

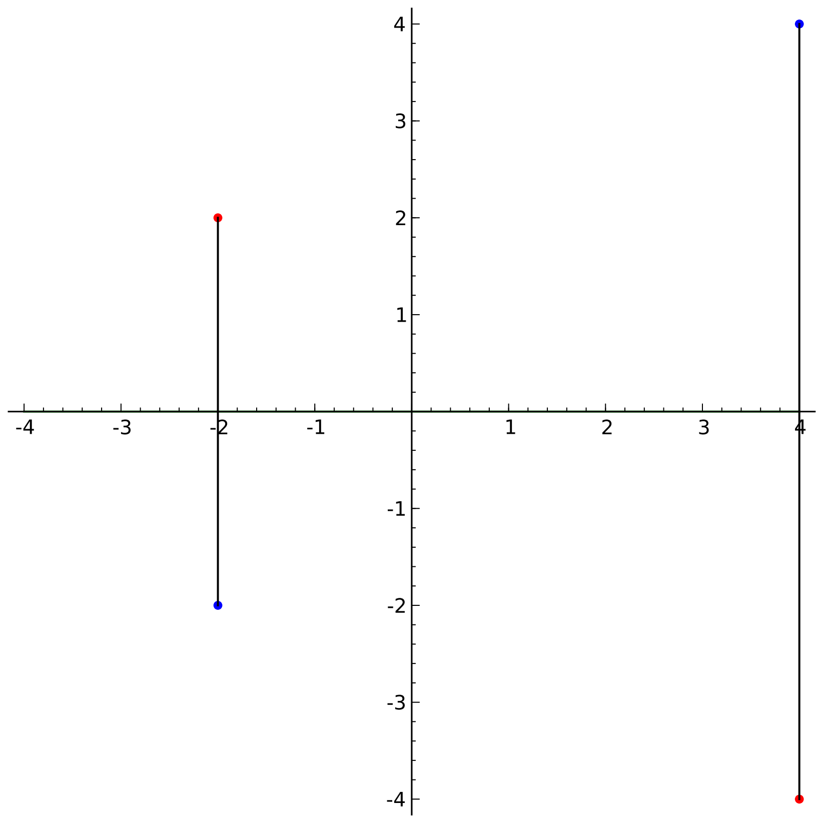
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

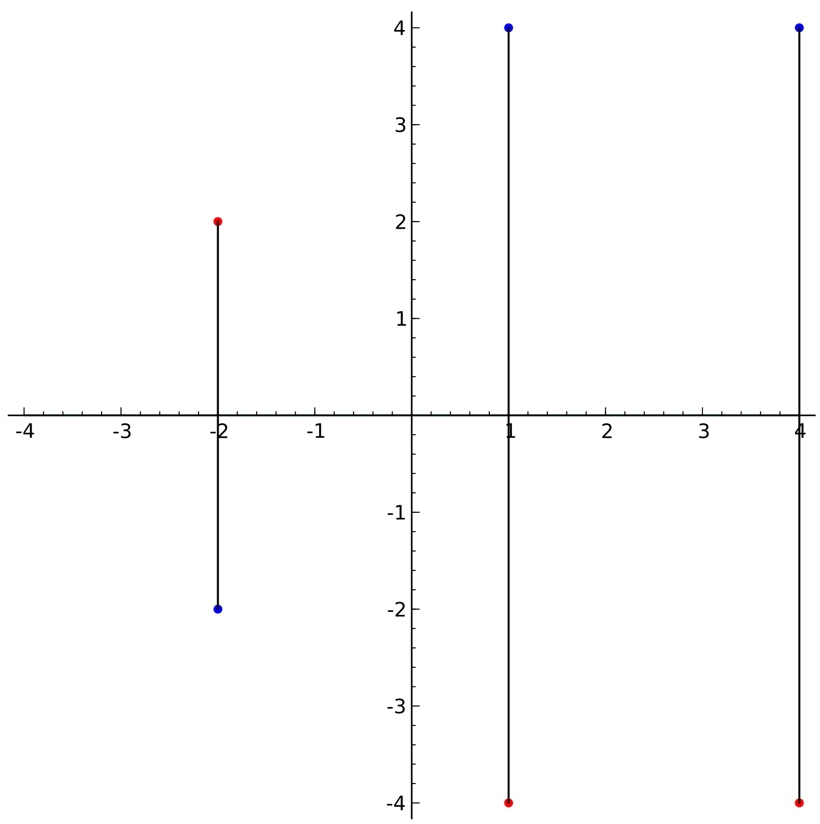
El punto $(-2, -2)$ tiene como simétrico el punto $(-2, 2)$.



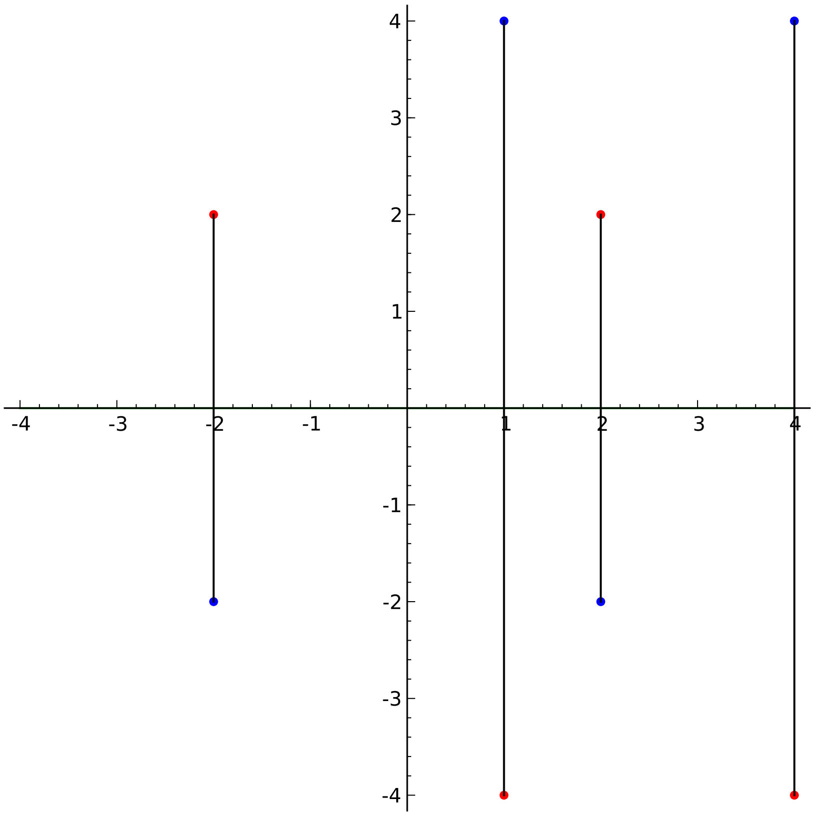

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(4, 4)$ tiene como simétrico el punto $(4, -4)$.



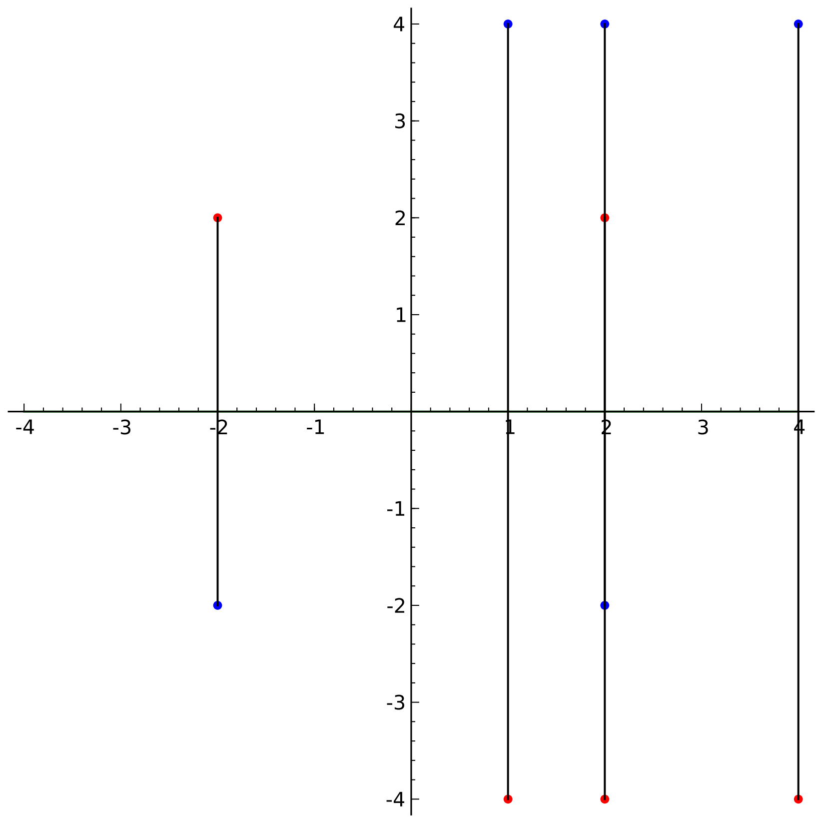

El punto $(1, 4)$ tiene como simétrico el punto $(1, -4)$.



El punto $(2, -2)$ tiene como simétrico el punto $(2, 2)$.




El punto $(2, 4)$ tiene como simétrico el punto $(2, -4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (x, -y)$$

□

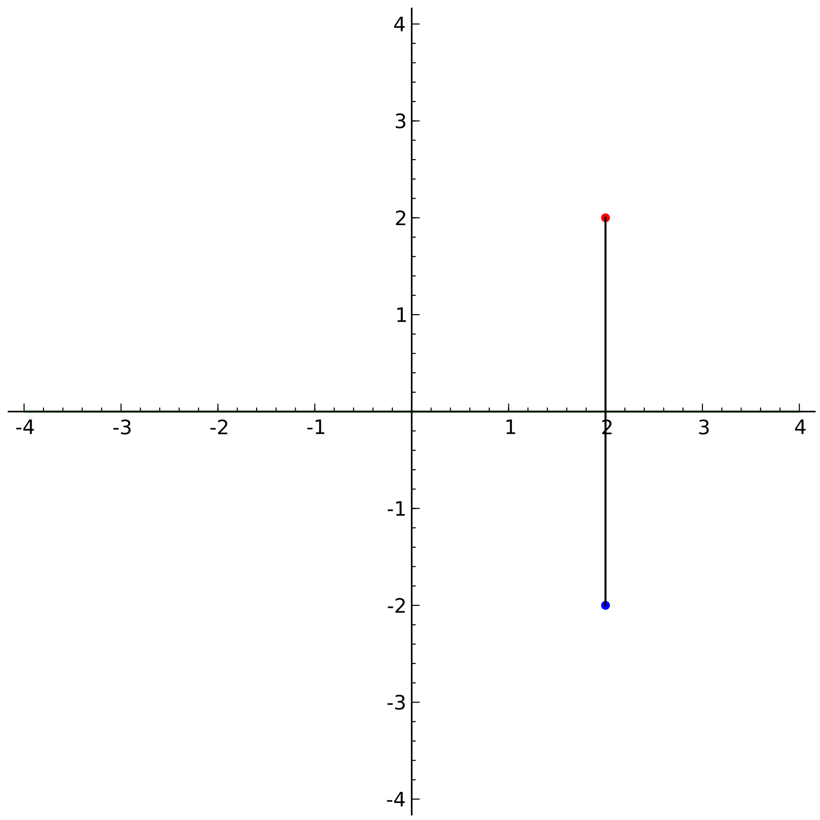
**Ejercicio 4.84.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2, -2) \quad (3, -2) \quad (4, 0) \quad (-2, 0) \quad (-1, 4)$$

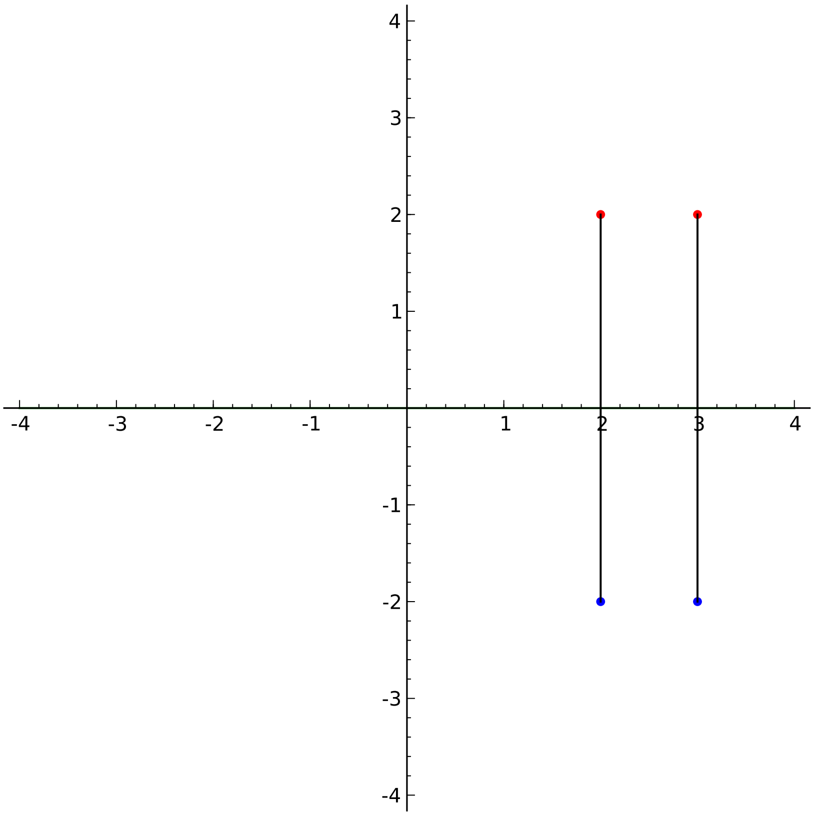
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

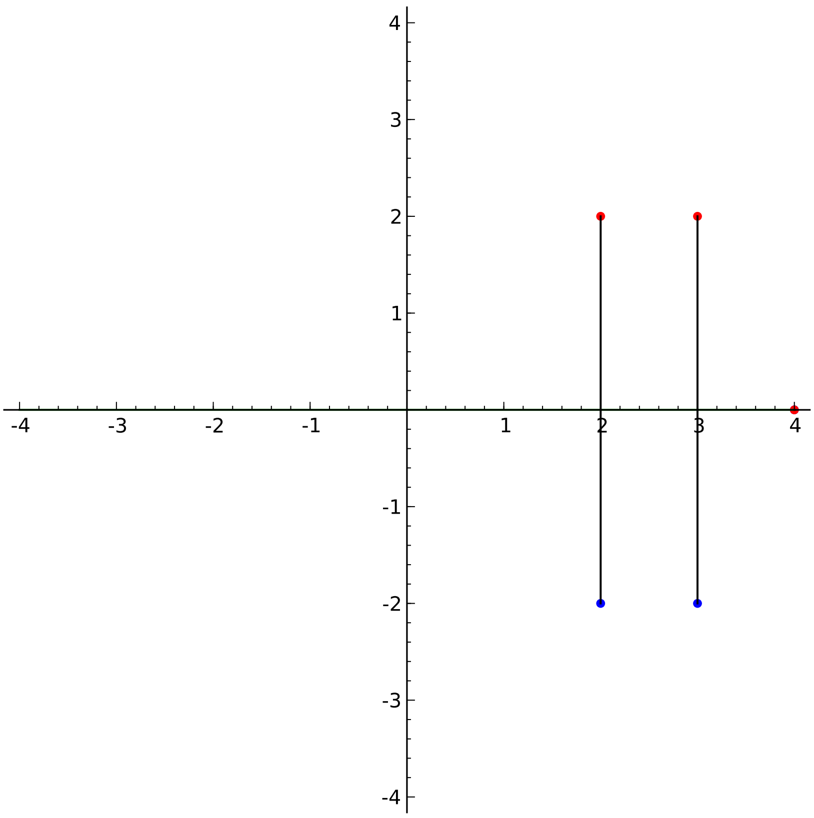
El punto $(2, -2)$ tiene como simétrico el punto $(2, 2)$.



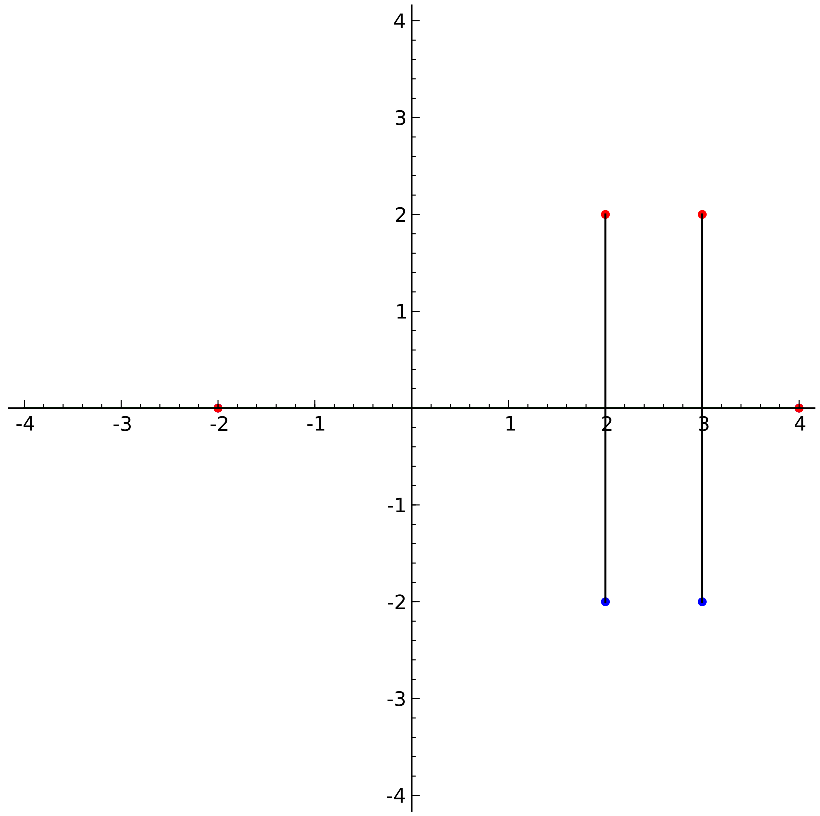

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, -2)$ tiene como simétrico el punto $(3, 2)$.



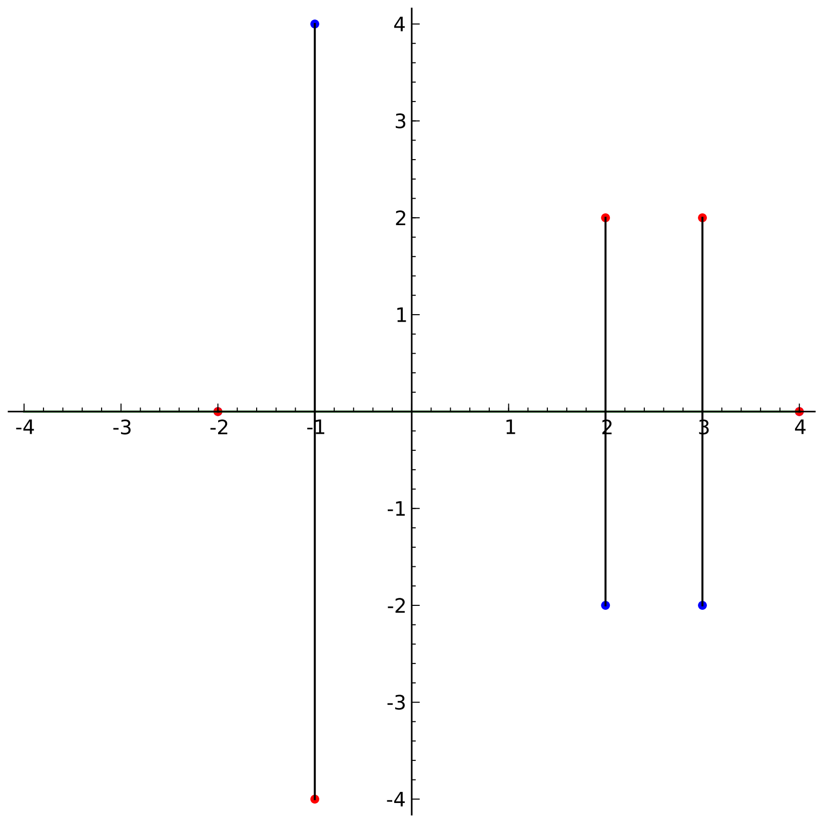

El punto $(4,0)$ tiene como simétrico el punto $(4,0)$.



El punto $(-2, 0)$ tiene como simétrico el punto $(-2, 0)$.




El punto $(-1, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-1, -4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (x, -y)$$

□

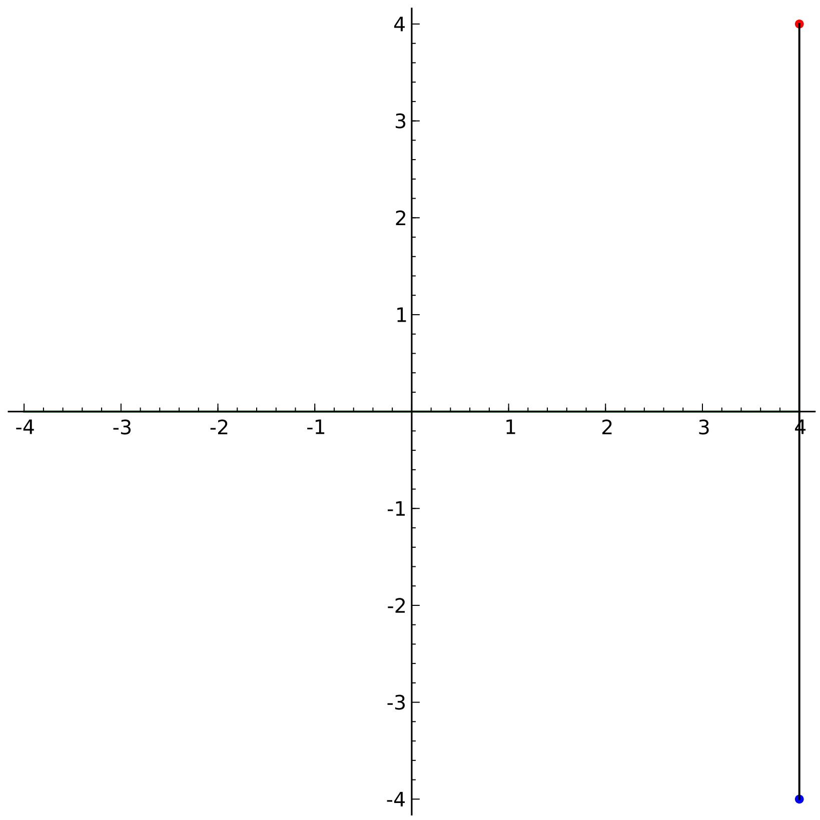
**Ejercicio 4.85.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(4, -4) \quad (-1, -4) \quad (-1, -3) \quad (2, 0) \quad (-3, 2)$$

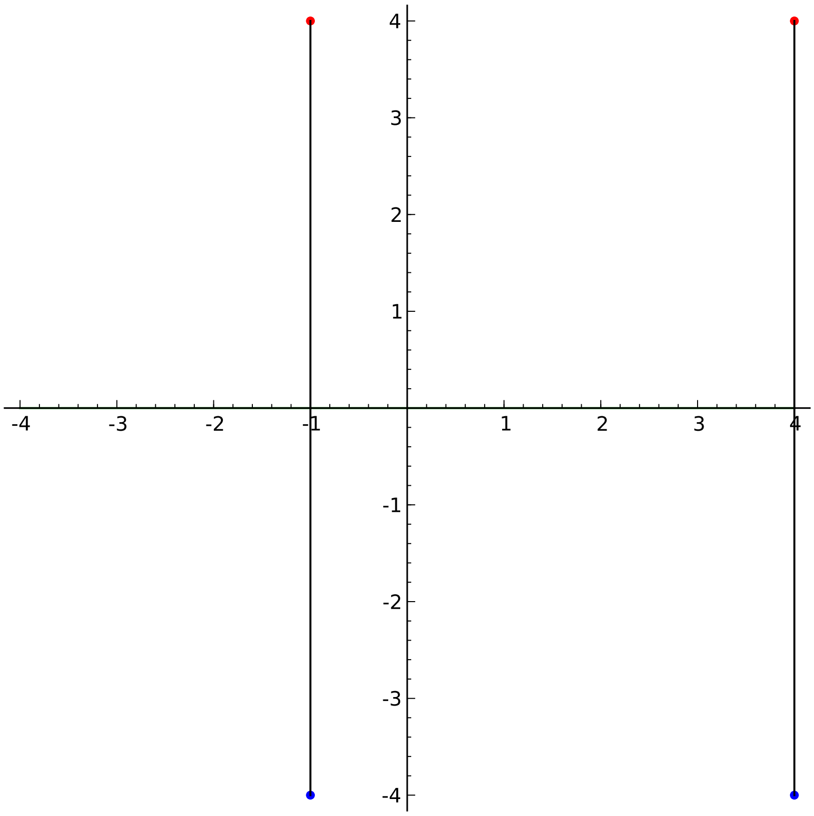
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

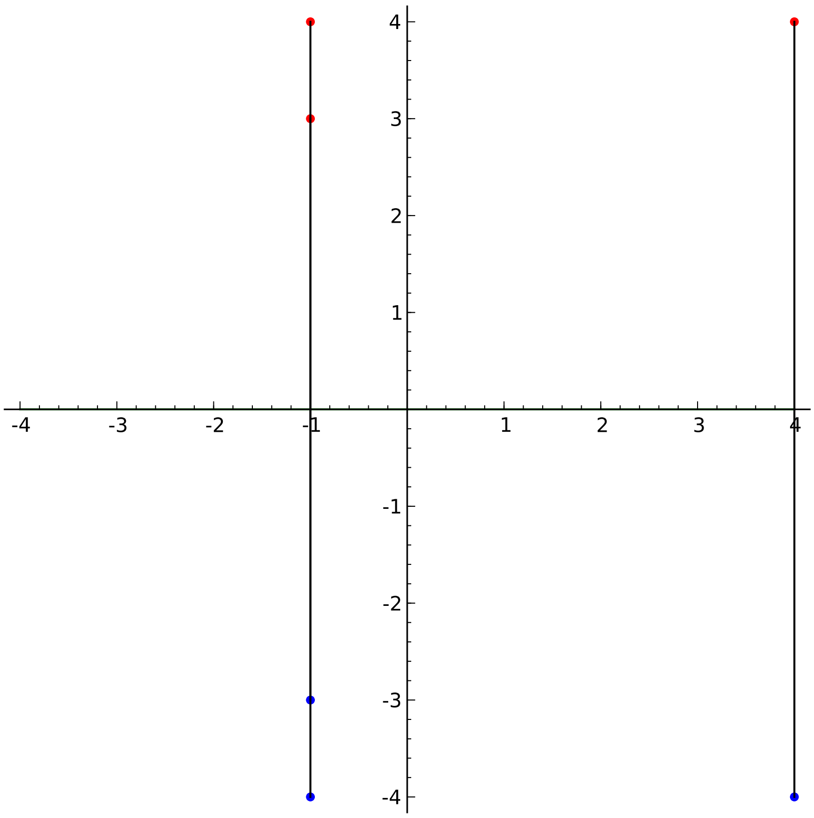
El punto $(4, -4)$ tiene como simétrico el punto $(4, 4)$.



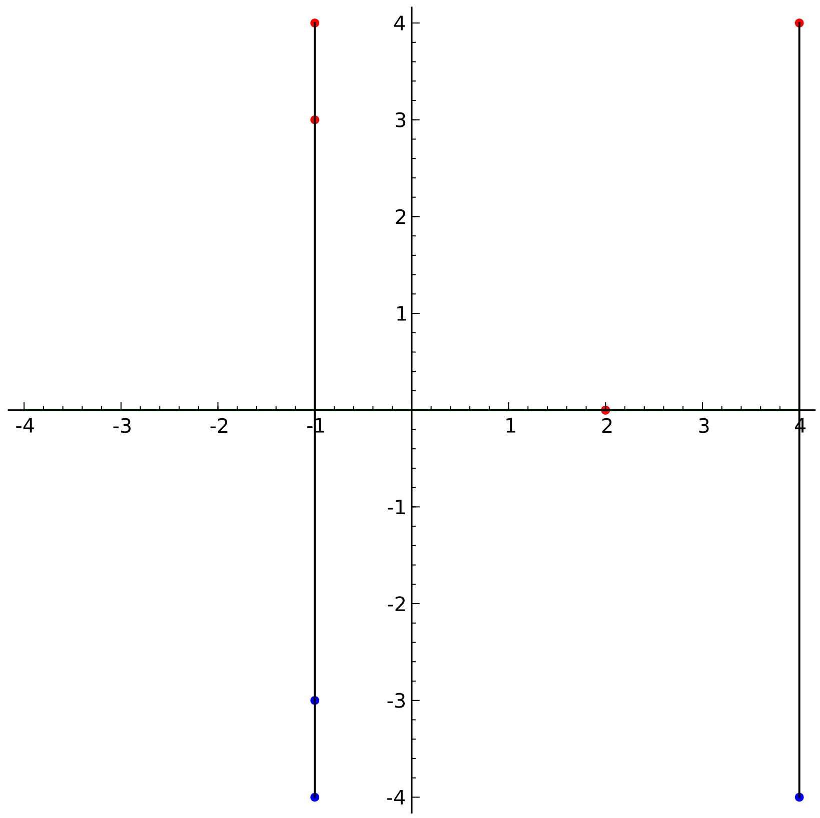

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-1, -4)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 4)$.



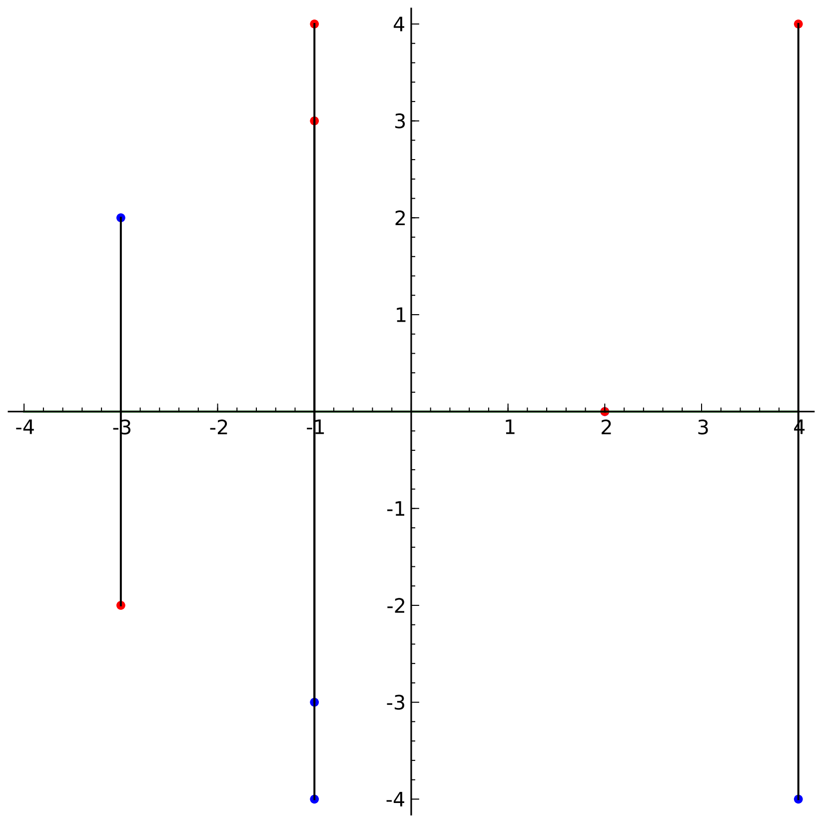

El punto $(-1, -3)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 3)$.



El punto $(2, 0)$ tiene como simétrico el punto $(2, 0)$.




El punto $(-3, 2)$ tiene como simétrico el punto $(-3, -2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (x, -y)$$

□

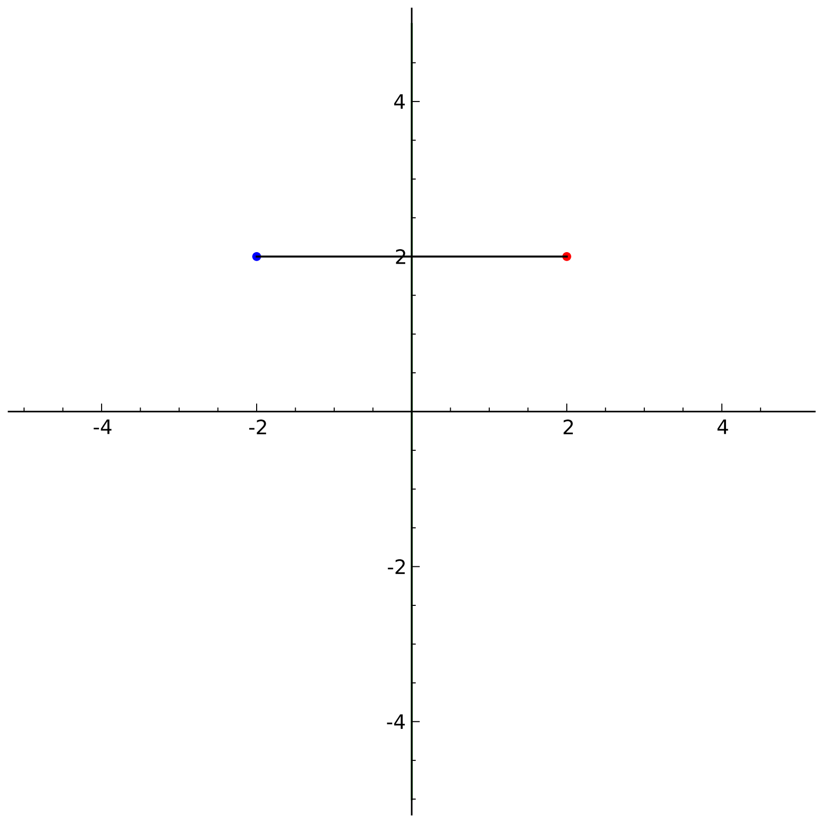
**Ejercicio 4.86.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2, 2) \quad (-3, 2) \quad (1, -1) \quad (-5, -2) \quad (-2, -2)$$

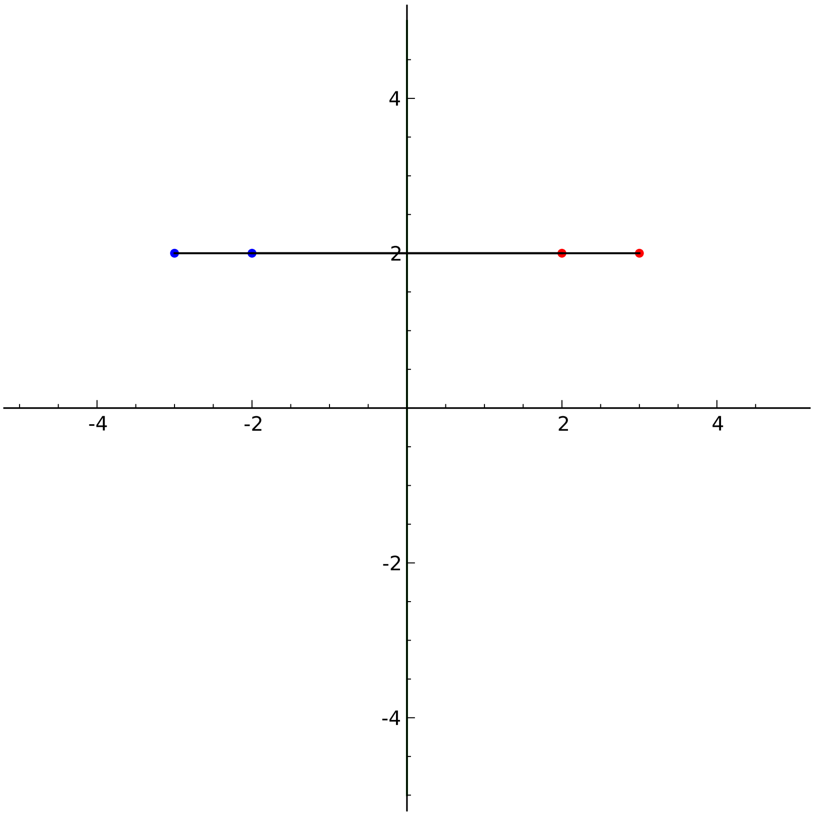
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

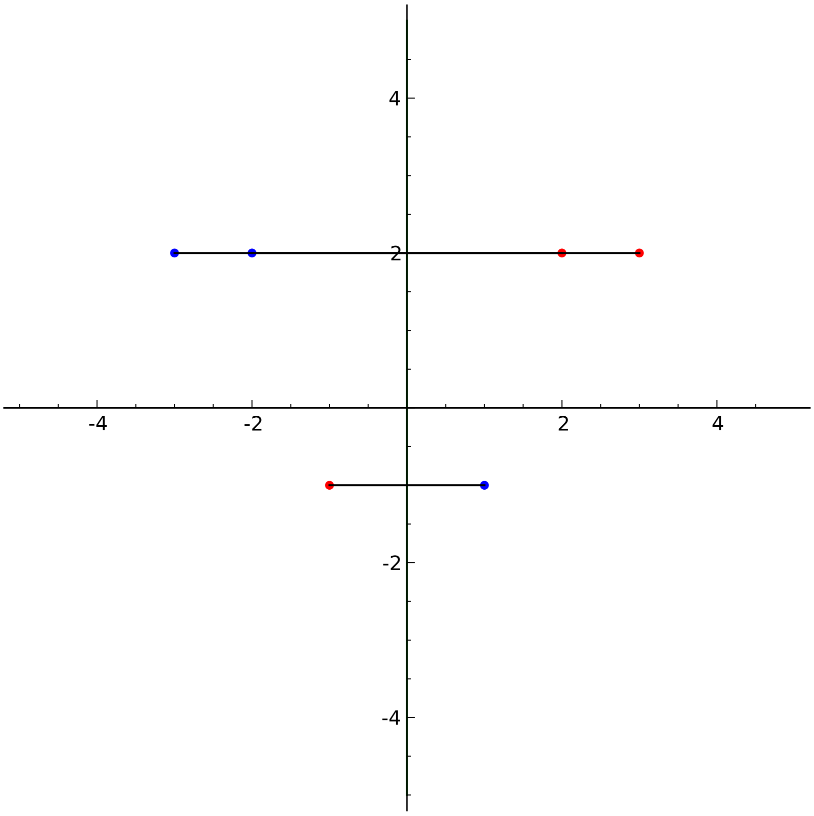
El punto $(-2, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, 2)$.



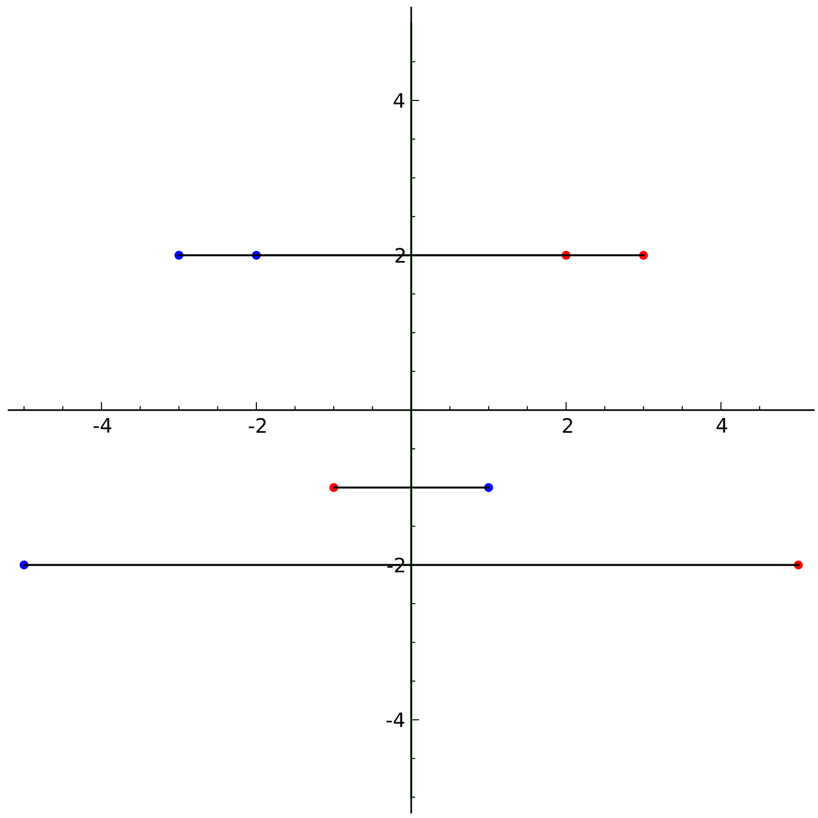

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-3, 2)$ tiene como simétrico el punto $(3, 2)$.



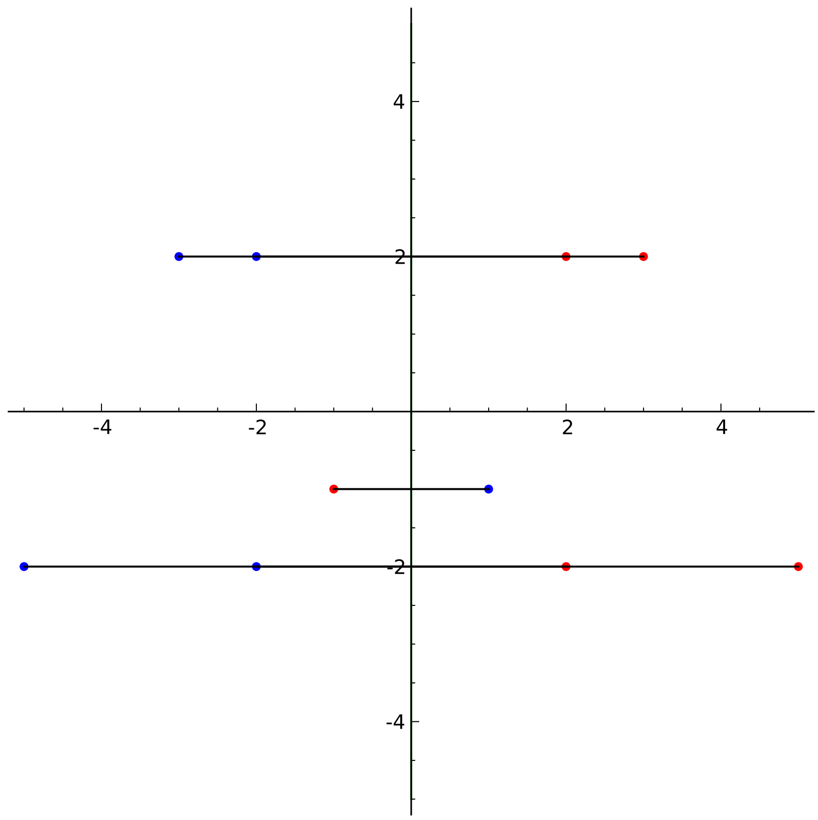

El punto $(1,-1)$ tiene como simétrico el punto $(-1,-1)$.



El punto $(-5,-2)$ tiene como simétrico el punto $(5,-2)$.




El punto $(-2,-2)$ tiene como simétrico el punto $(2,-2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-x, y)$$

□

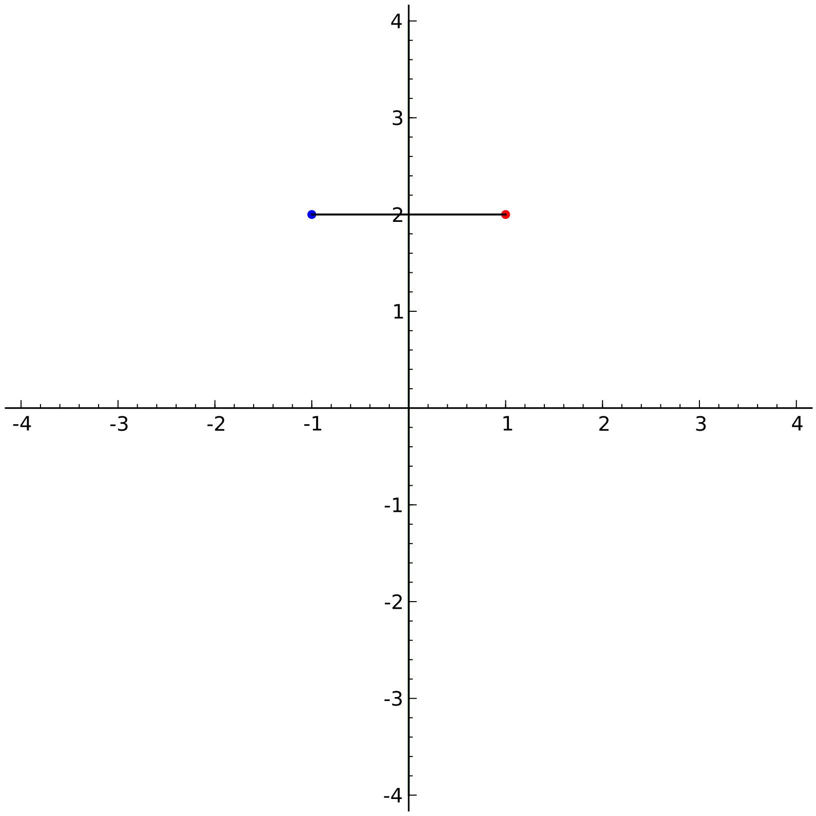
**Ejercicio 4.87.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1, 2) \quad (1, 0) \quad (4, -4) \quad (1, 0) \quad (-1, -3)$$

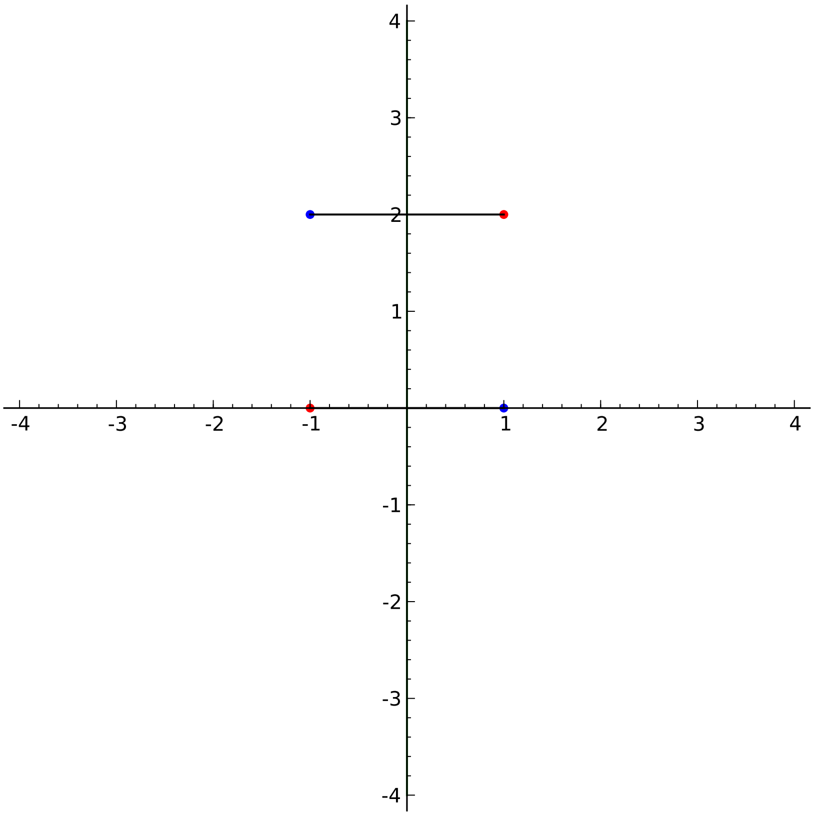
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

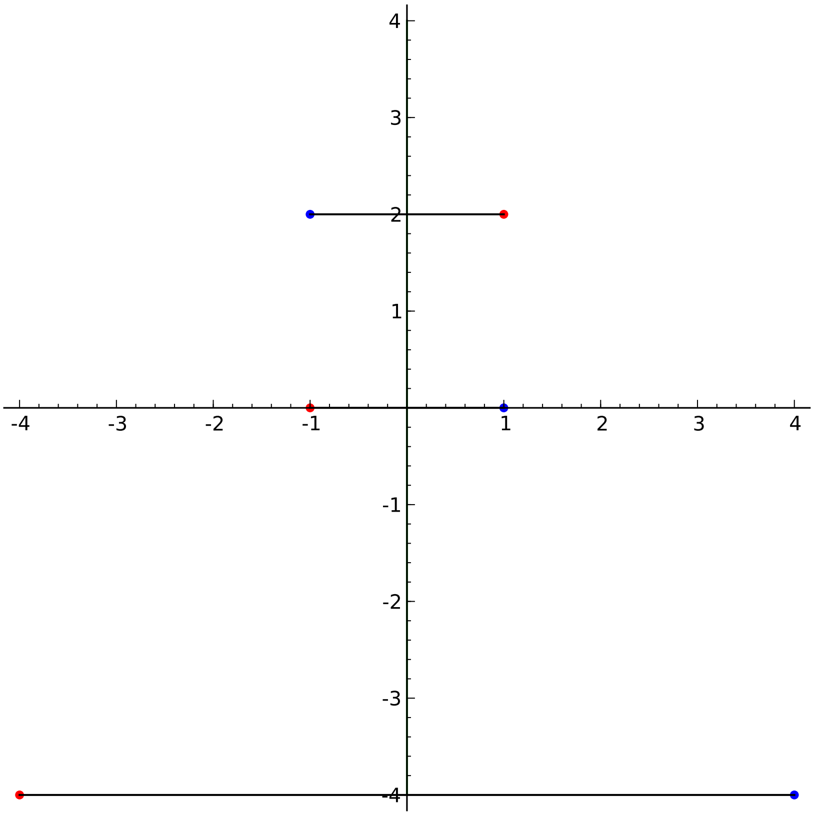
El punto $(-1, 2)$ tiene como simétrico el punto $(1, 2)$.



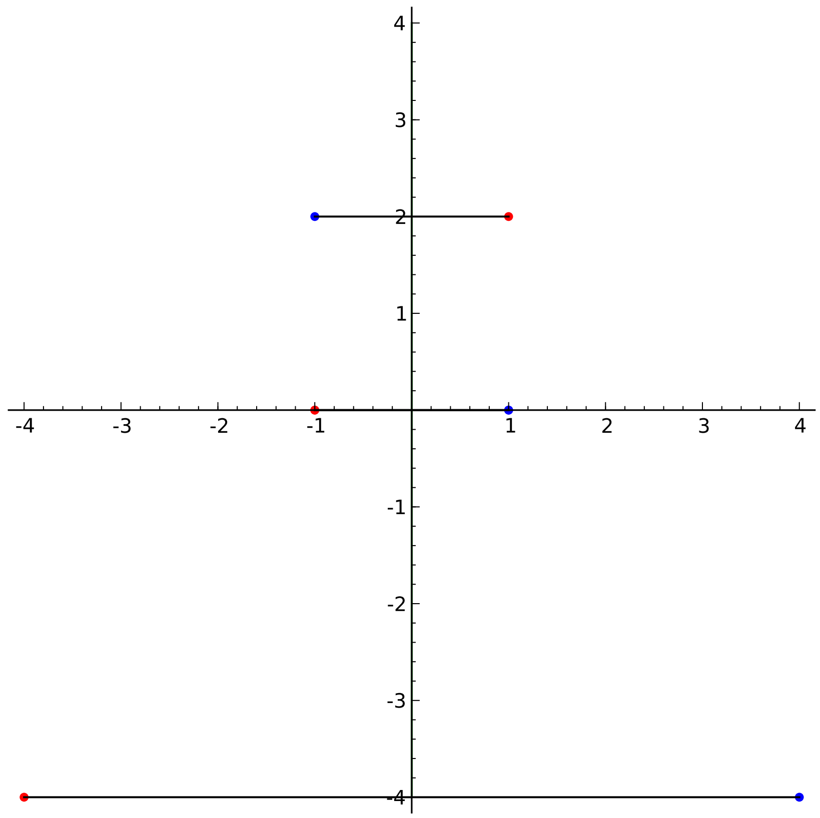

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(1, 0)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 0)$.



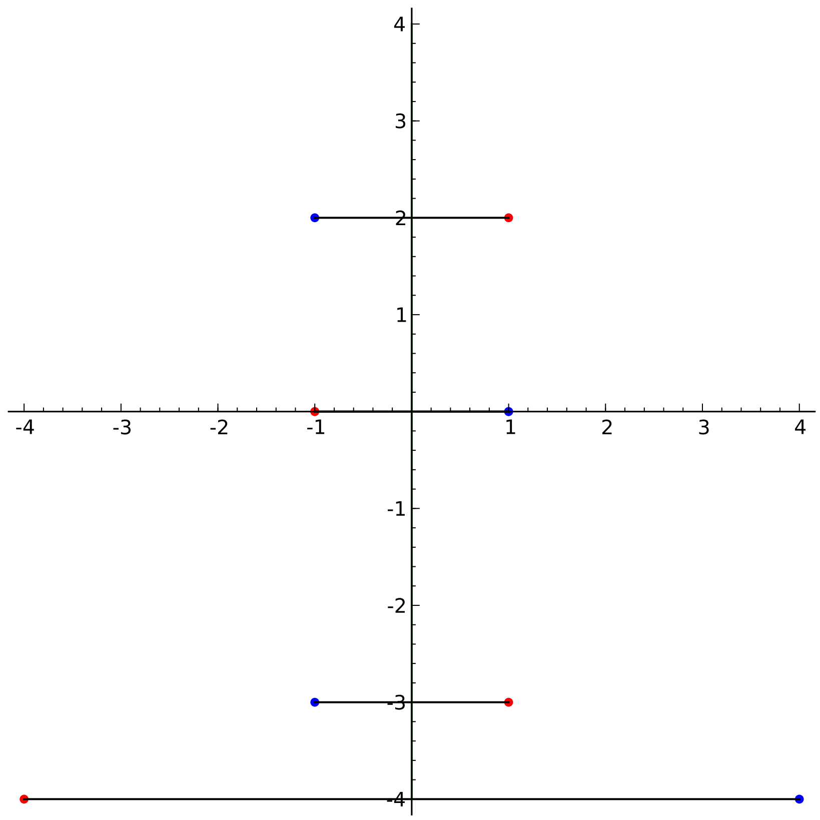

El punto $(4, -4)$ tiene como simétrico el punto $(-4, -4)$.



El punto $(1, 0)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 0)$.




El punto $(-1, -3)$ tiene como simétrico el punto $(1, -3)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-x, y)$$

□

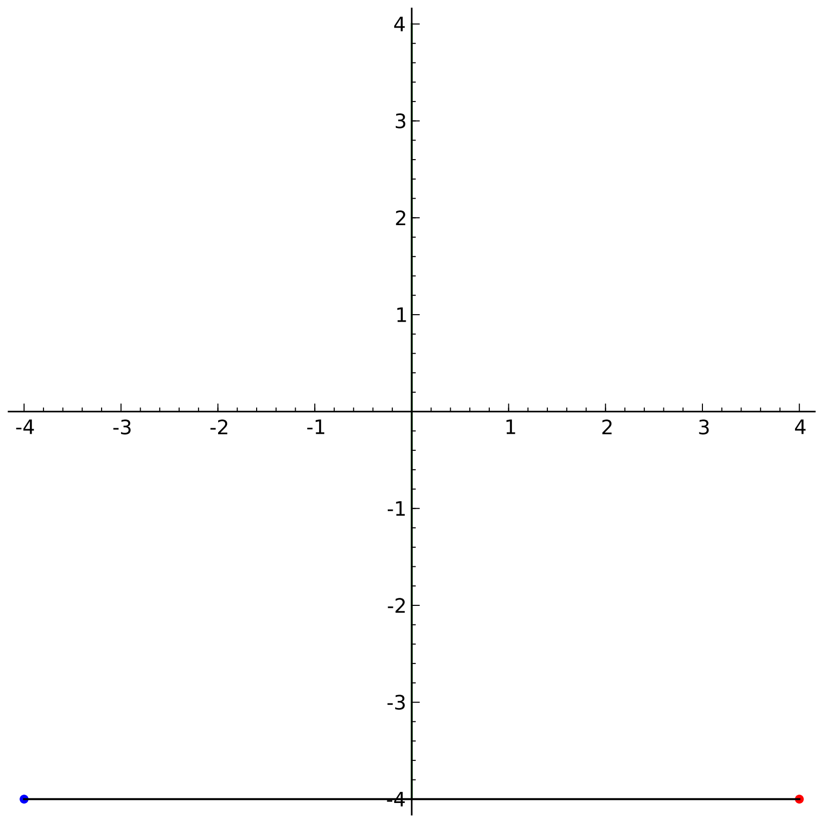
**Ejercicio 4.88.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-4, -4) \quad (-2, 3) \quad (2, -2) \quad (3, 3) \quad (-3, 0)$$

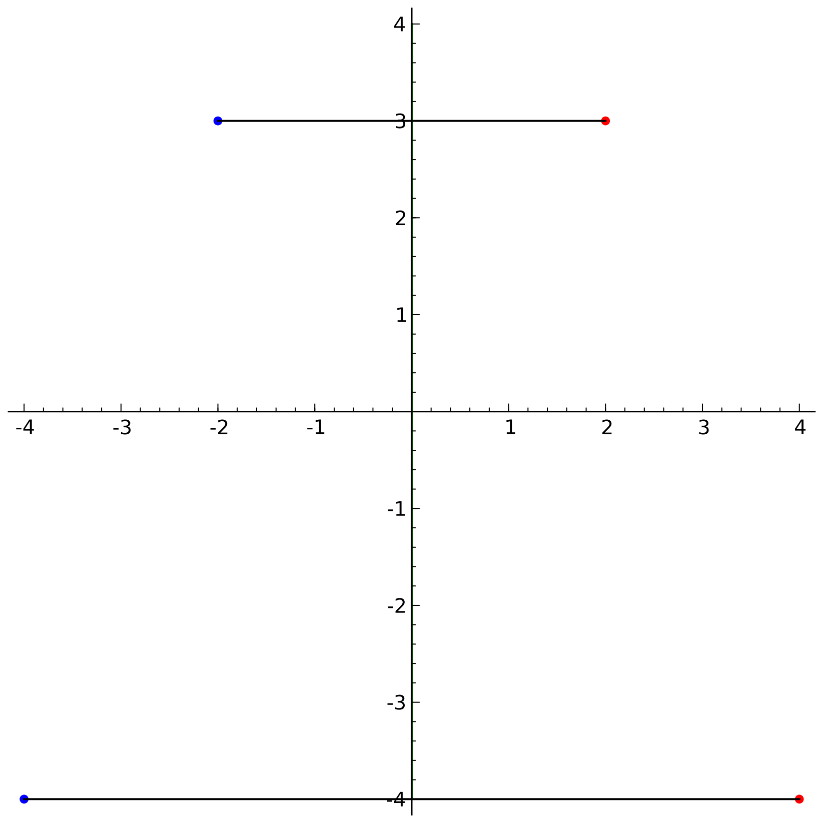
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

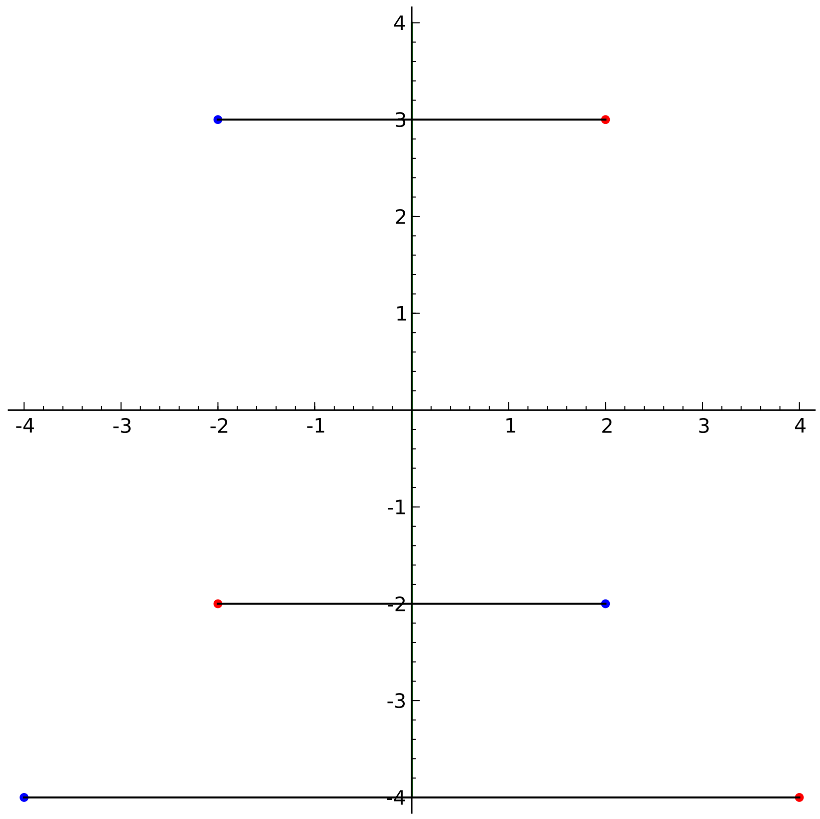
El punto $(-4, -4)$ tiene como simétrico el punto $(4, -4)$.



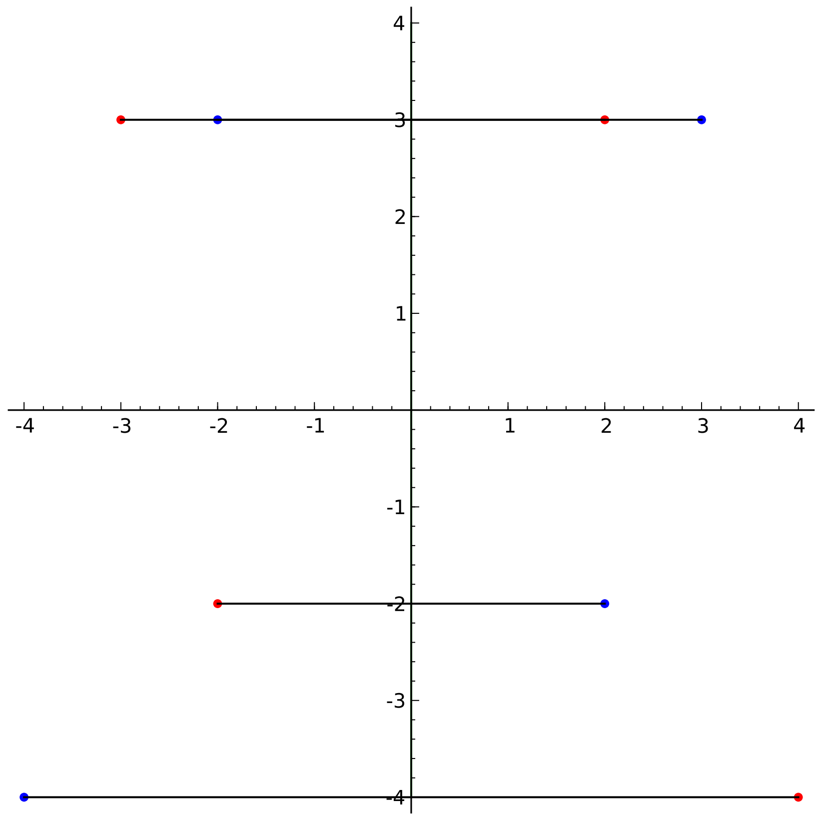

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, 3)$ tiene como simétrico el punto $(2, 3)$.



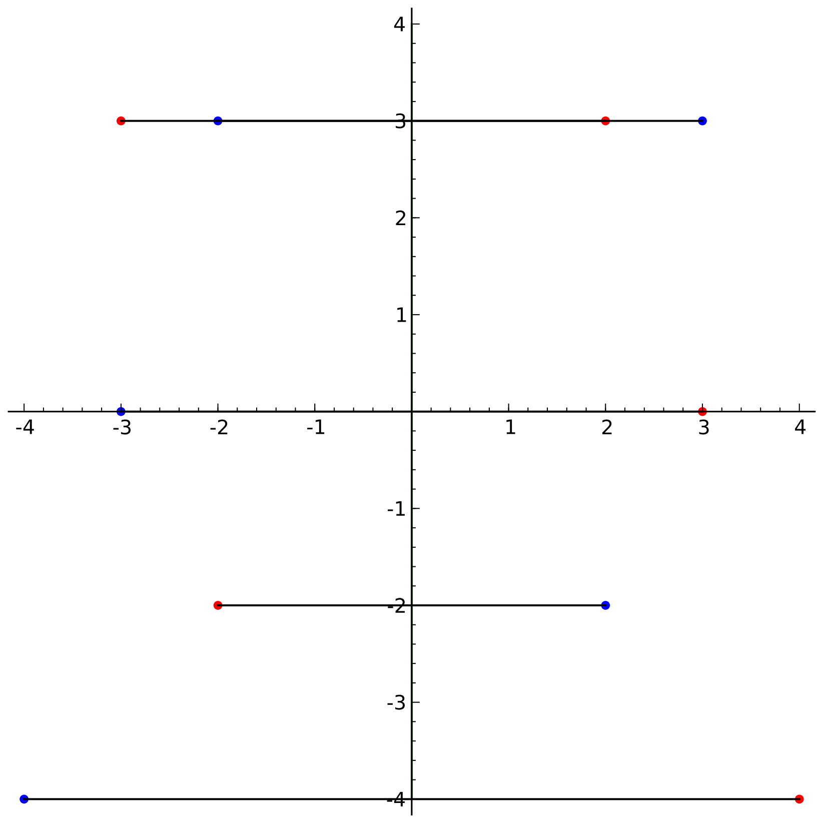

El punto $(2, -2)$ tiene como simétrico el punto $(-2, -2)$.



El punto $(3, 3)$ tiene como simétrico el punto $(-3, 3)$.




El punto $(-3, 0)$ tiene como simétrico el punto $(3, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-x, y)$$

$\square$

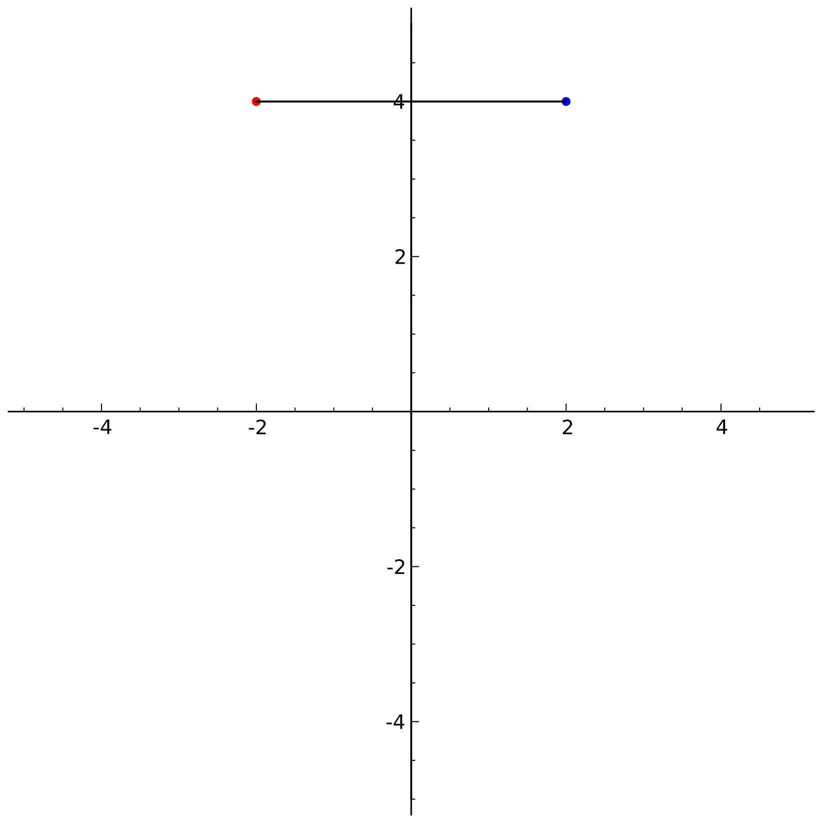
**Ejercicio 4.89.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2, 4) \quad (2, 3) \quad (-5, -3) \quad (1, 3) \quad (-5, 3)$$

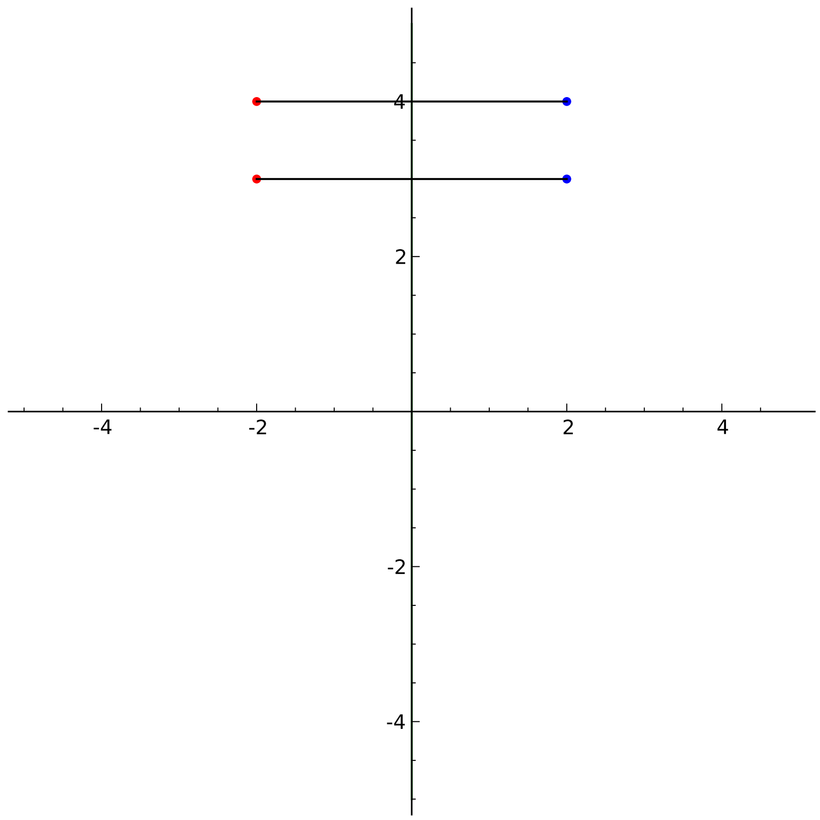
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

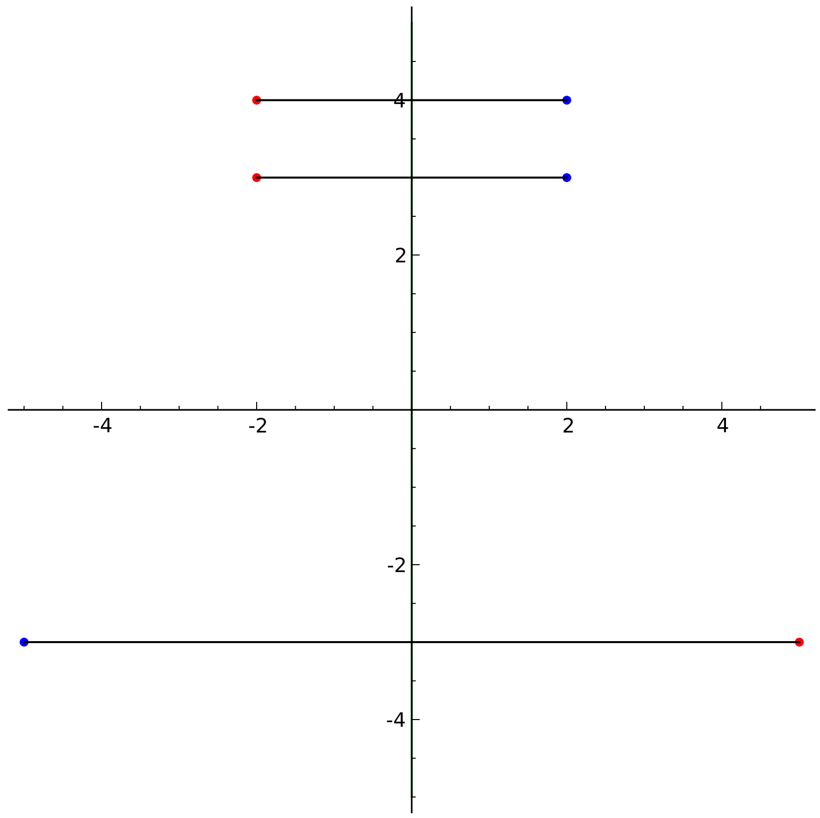
El punto $(2, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-2, 4)$.



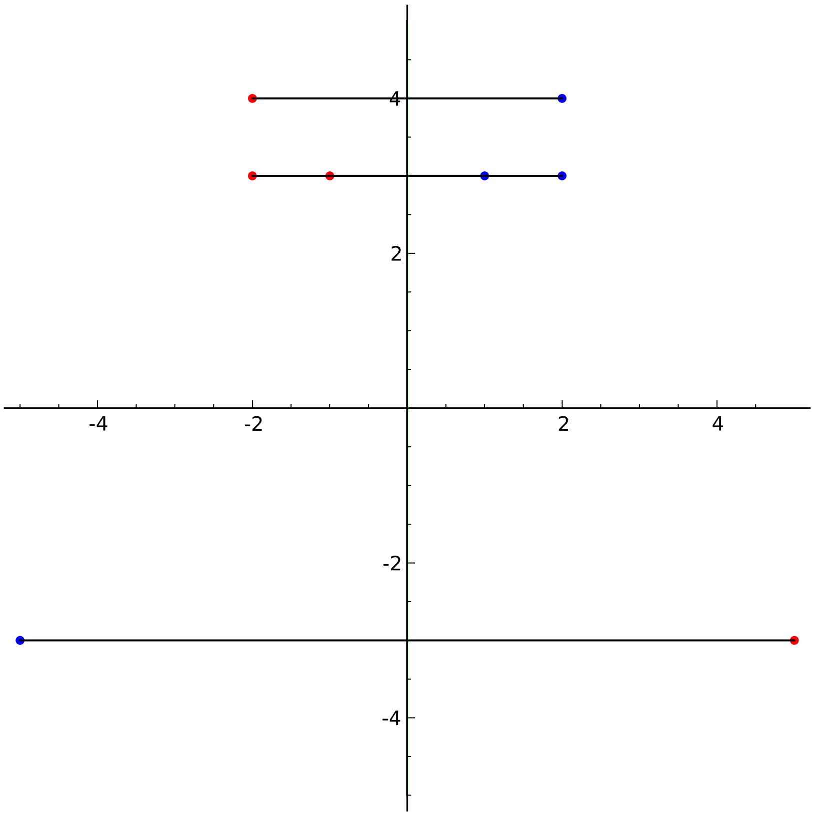

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(2, 3)$ tiene como simétrico el punto $(-2, 3)$.



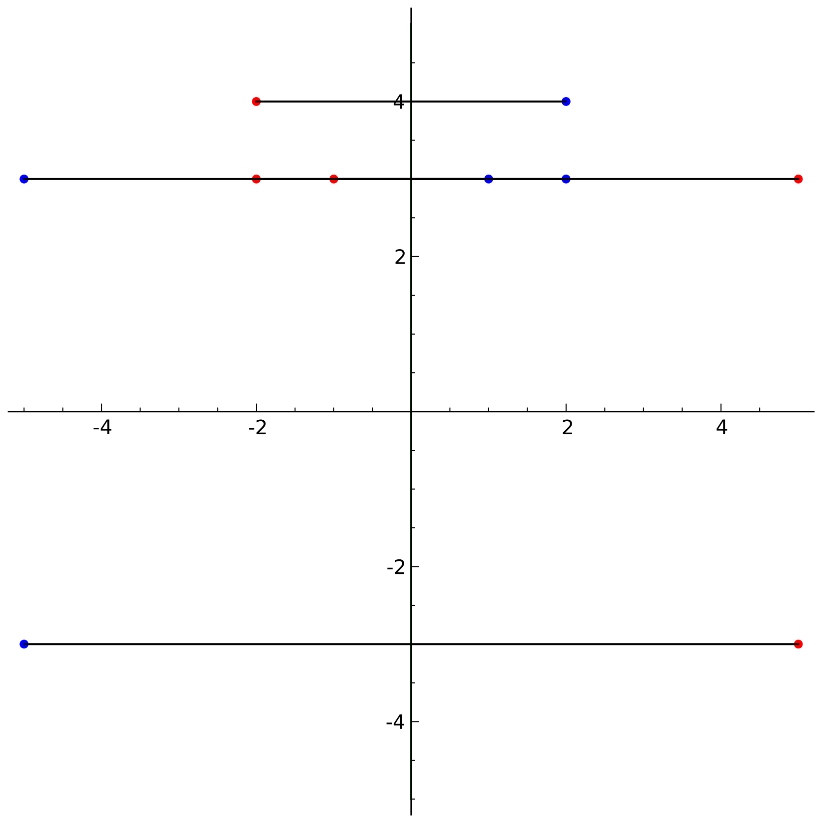

El punto $(-5, -3)$ tiene como simétrico el punto $(5, -3)$.



El punto $(1, 3)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 3)$.




El punto $(-5, 3)$ tiene como simétrico el punto $(5, 3)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-x, y)$$

□

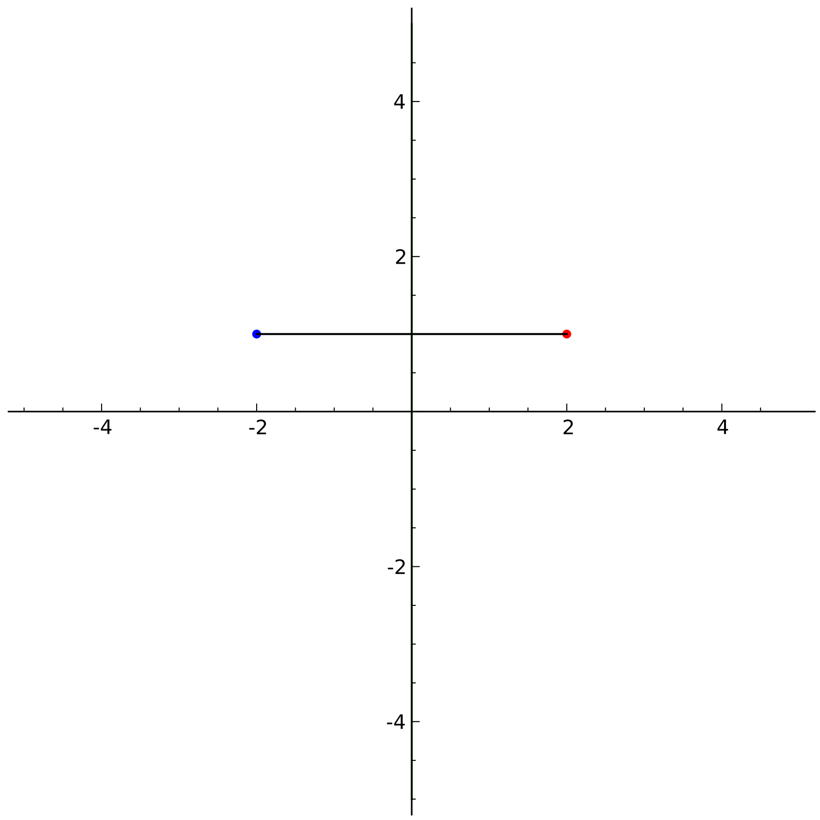
**Ejercicio 4.90.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2, 1) \quad (-1, -4) \quad (2, -5) \quad (3, 4) \quad (1, 2)$$

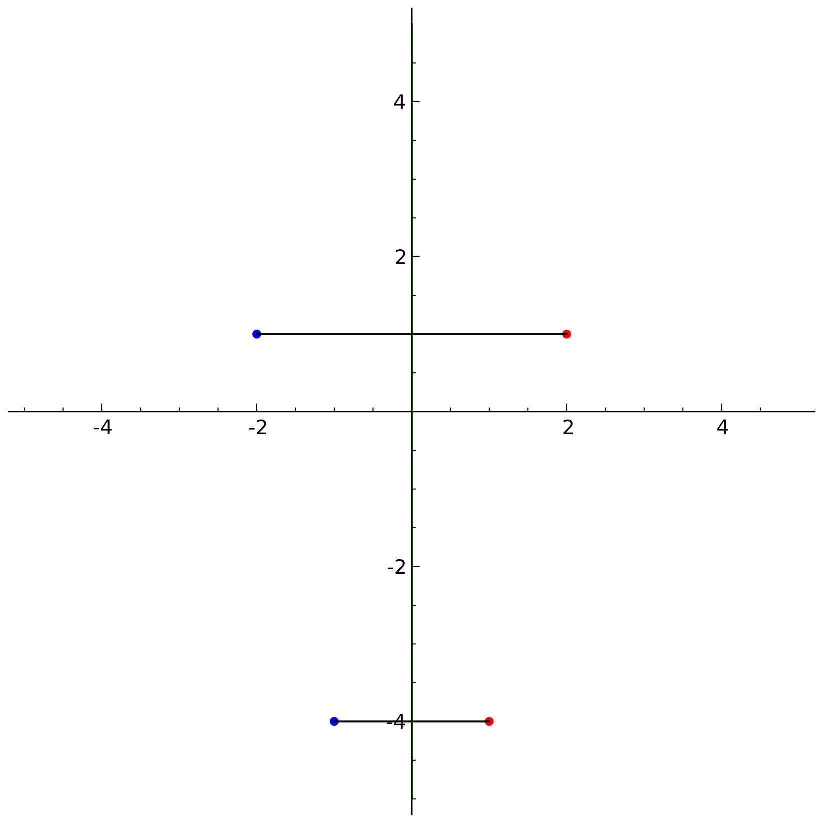
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

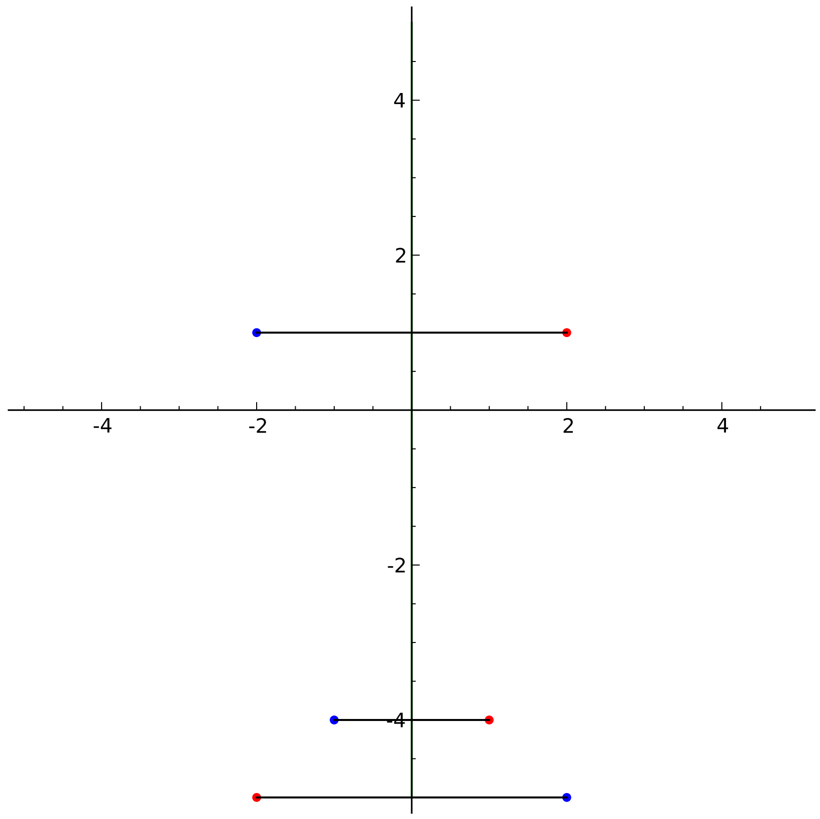
El punto $(-2, 1)$ tiene como simétrico el punto $(2, 1)$.



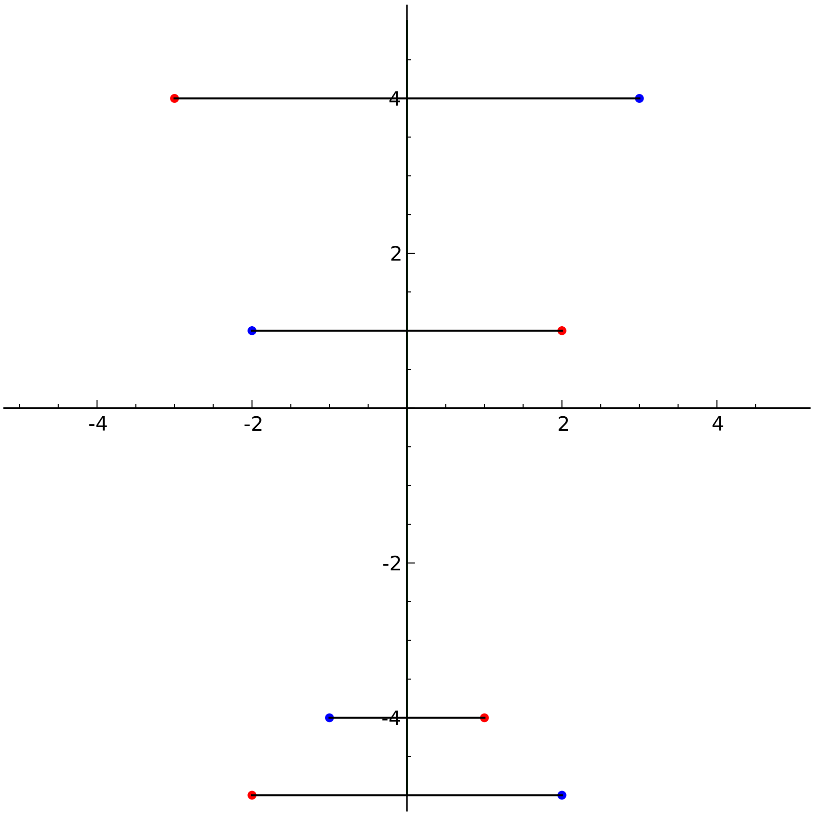

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-1, -4)$ tiene como simétrico el punto $(1, -4)$.



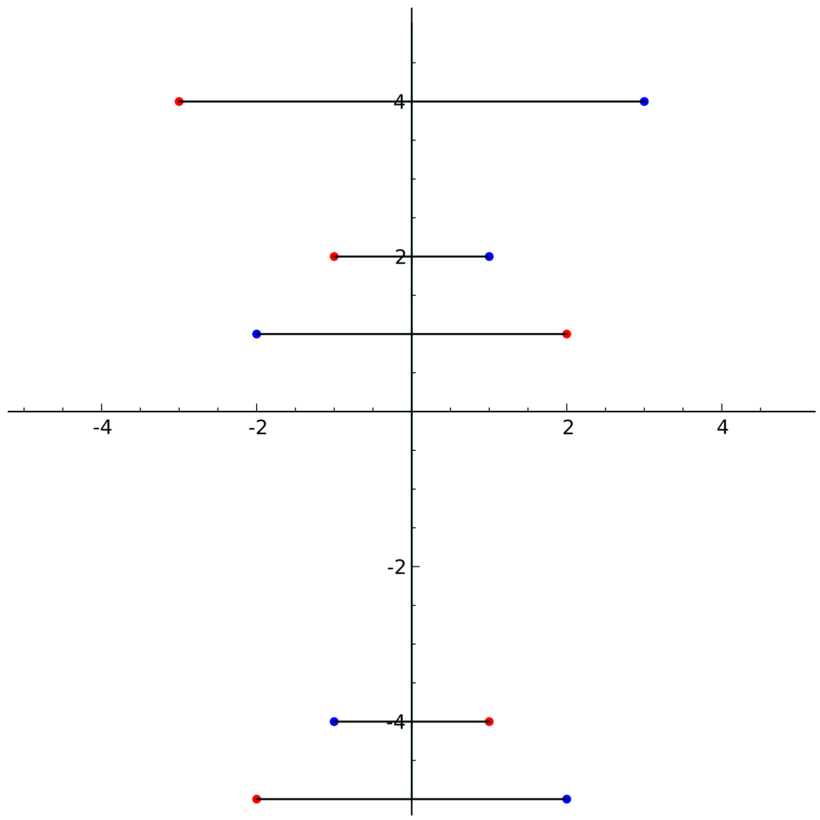

El punto $(2, -5)$ tiene como simétrico el punto $(-2, -5)$.



El punto $(3, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-3, 4)$.




El punto $(1, 2)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-x, y)$$

□

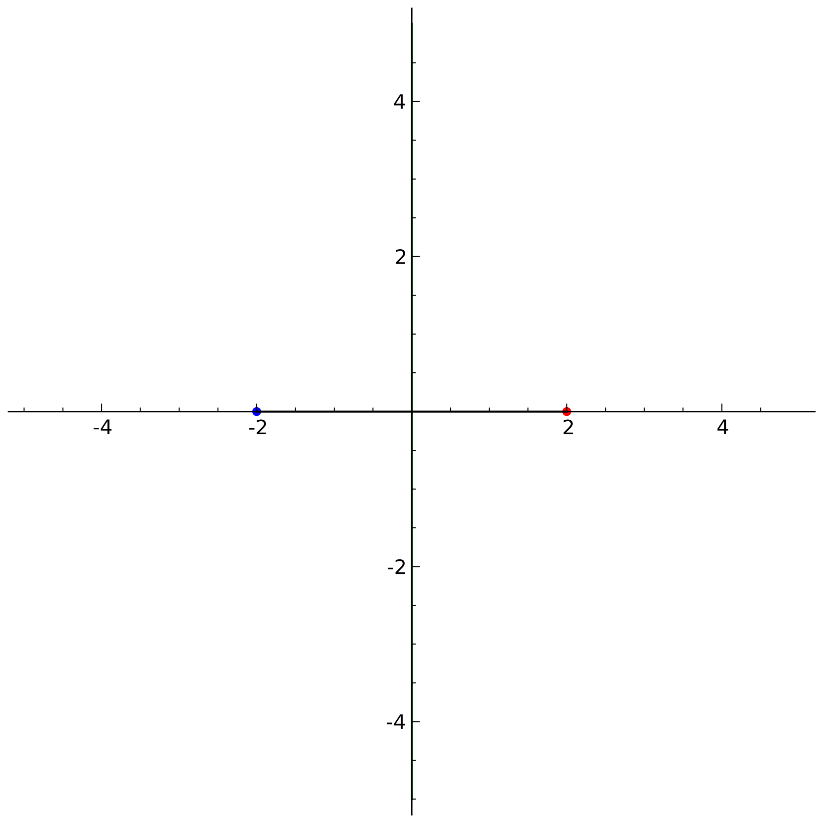
**Ejercicio 4.91.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2, 0) \quad (-4, -5) \quad (-5, -4) \quad (4, -1) \quad (-5, 0)$$

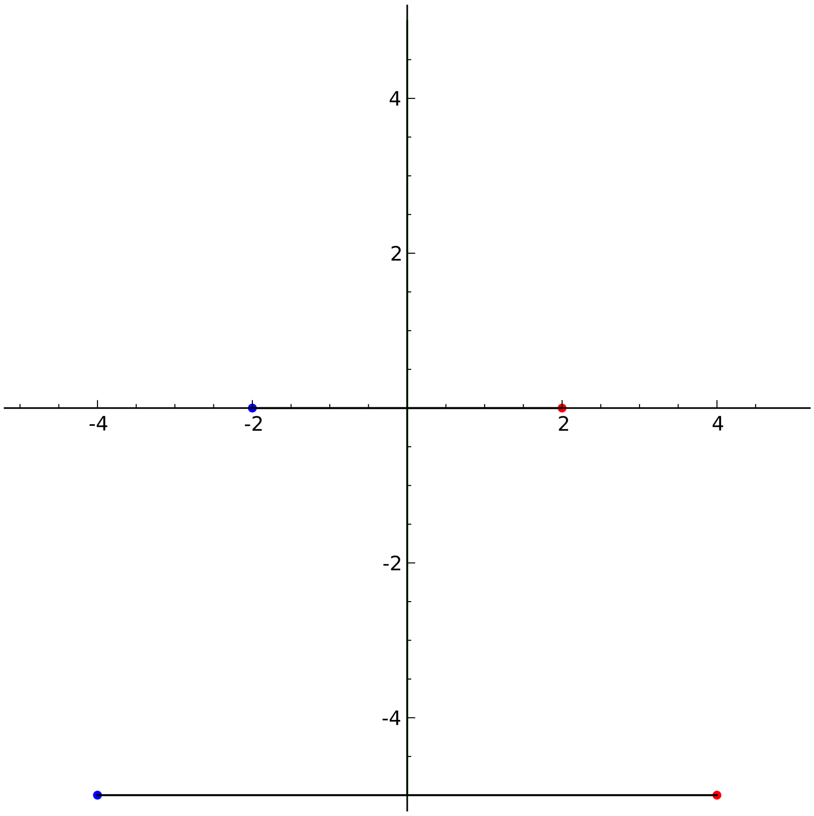
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

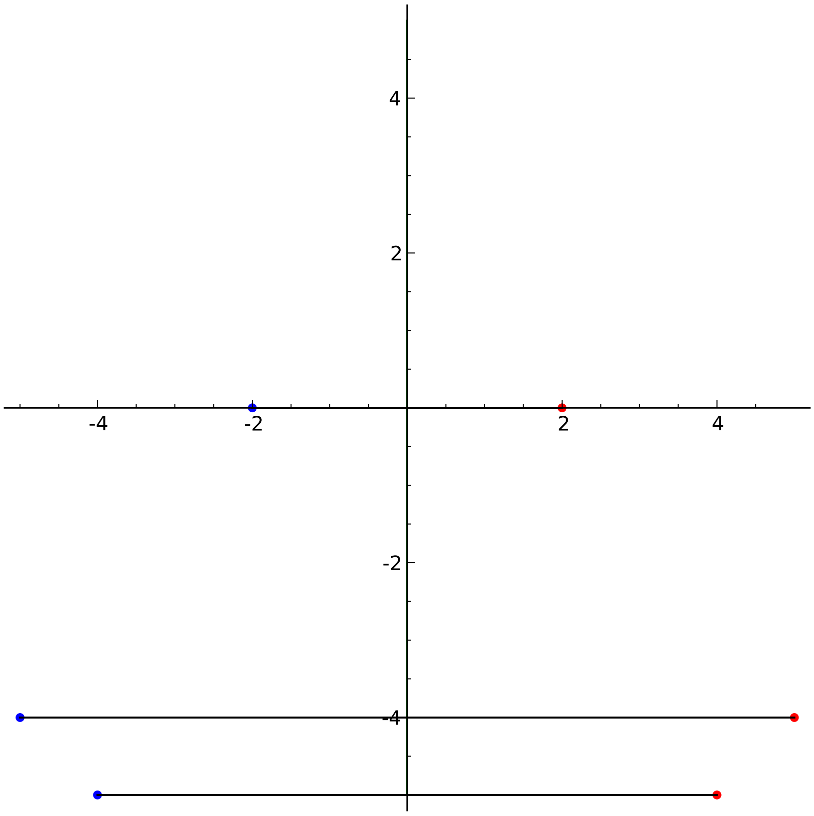
El punto $(-2, 0)$ tiene como simétrico el punto $(2, 0)$.



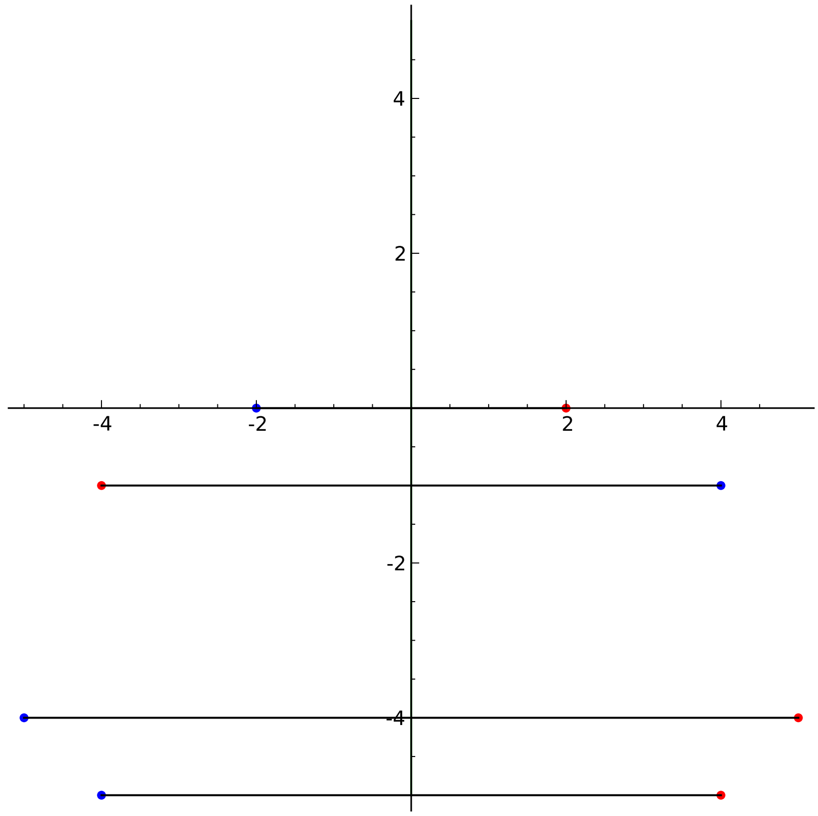

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-4, -5)$ tiene como simétrico el punto $(4, -5)$.



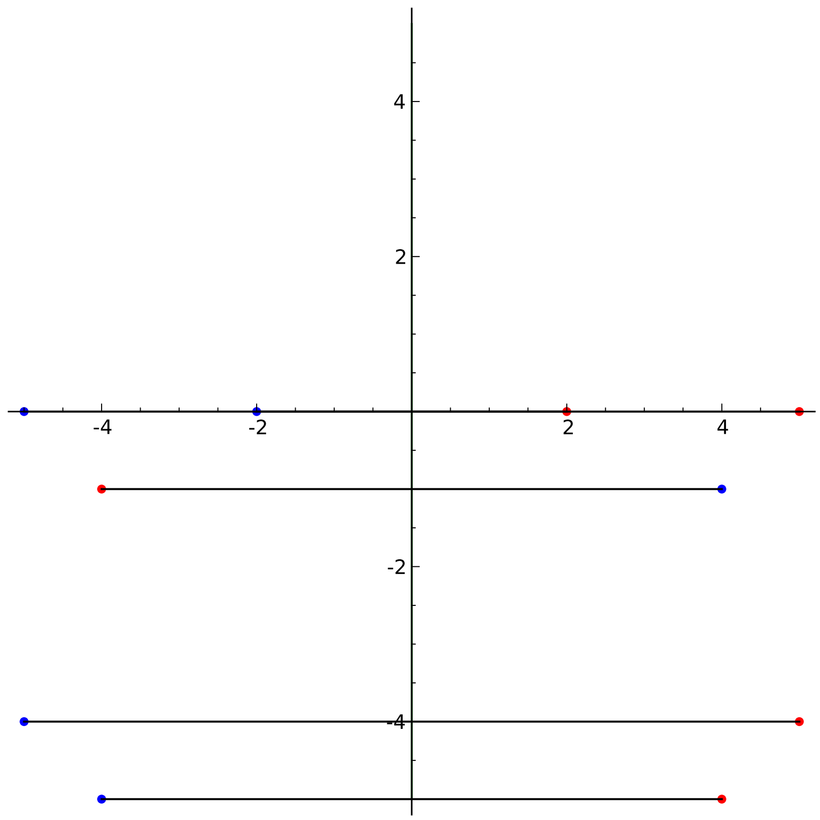

El punto $(-5, -4)$ tiene como simétrico el punto $(5, -4)$.



El punto $(4,-1)$ tiene como simétrico el punto $(-4,-1)$.




El punto $(-5,0)$ tiene como simétrico el punto $(5,0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x,y) = (-x,y)$$

□

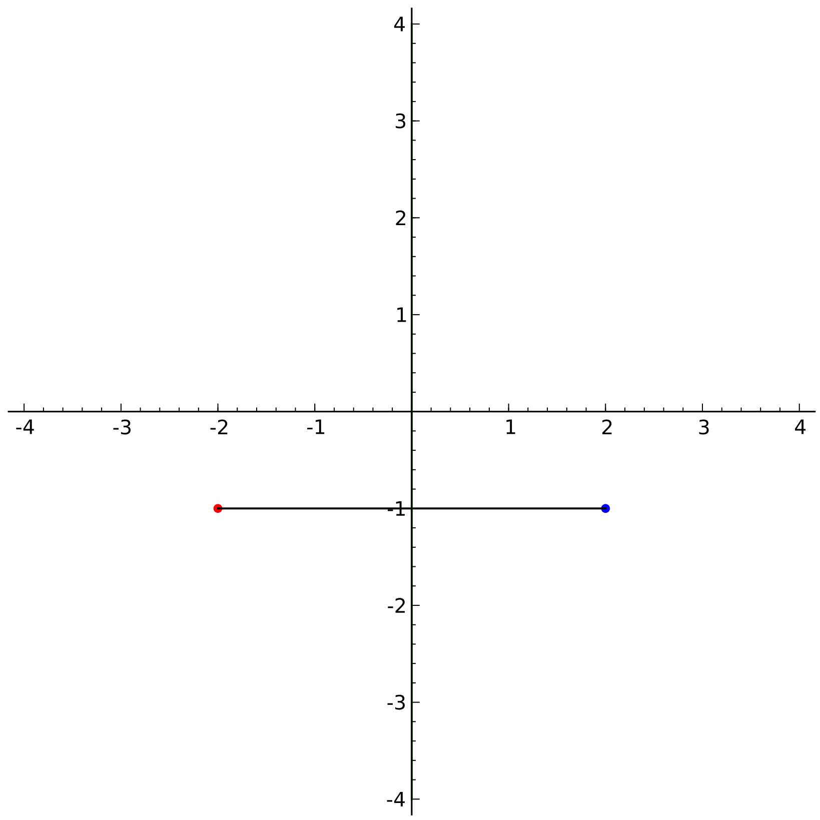
**Ejercicio 4.92.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-1) \quad (3,-3) \quad (3,1) \quad (-1,-4) \quad (-1,-2)$$

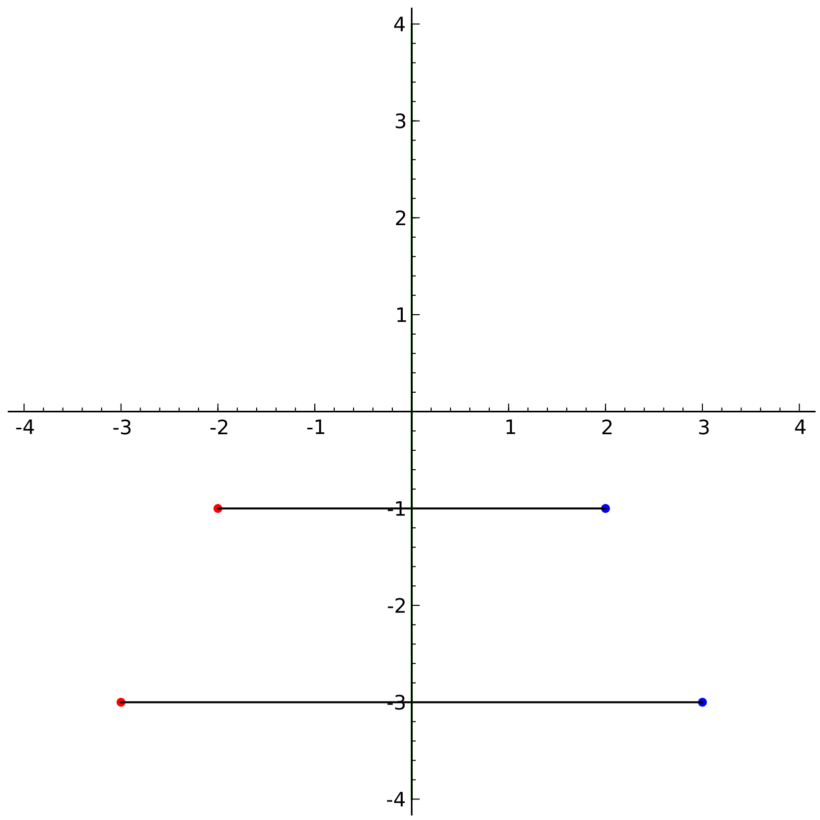
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

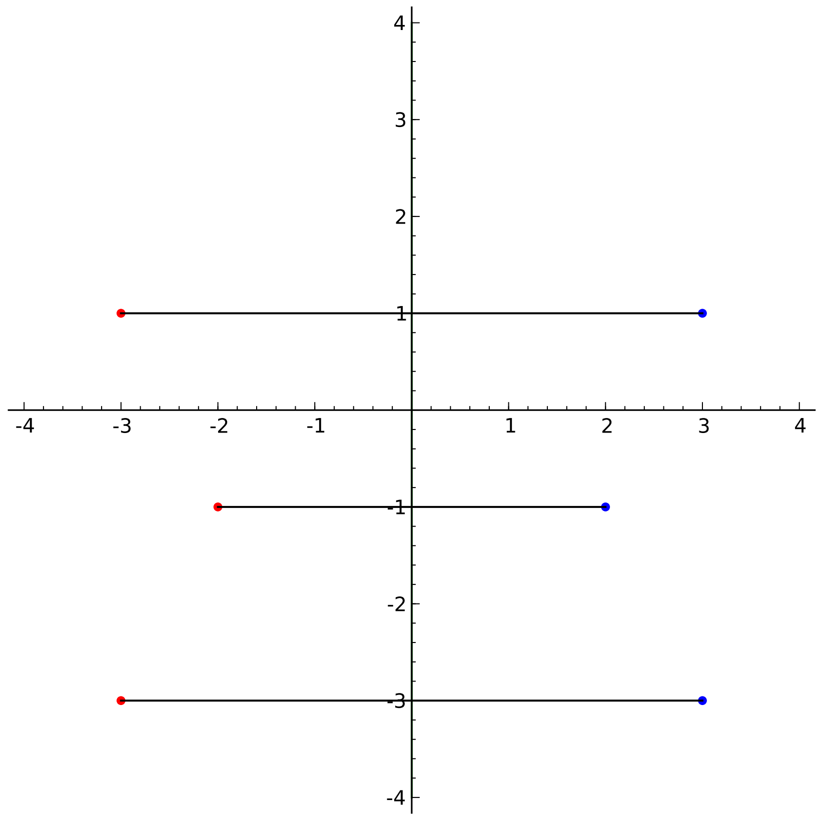
El punto $(2,-1)$ tiene como simétrico el punto $(-2,-1)$.



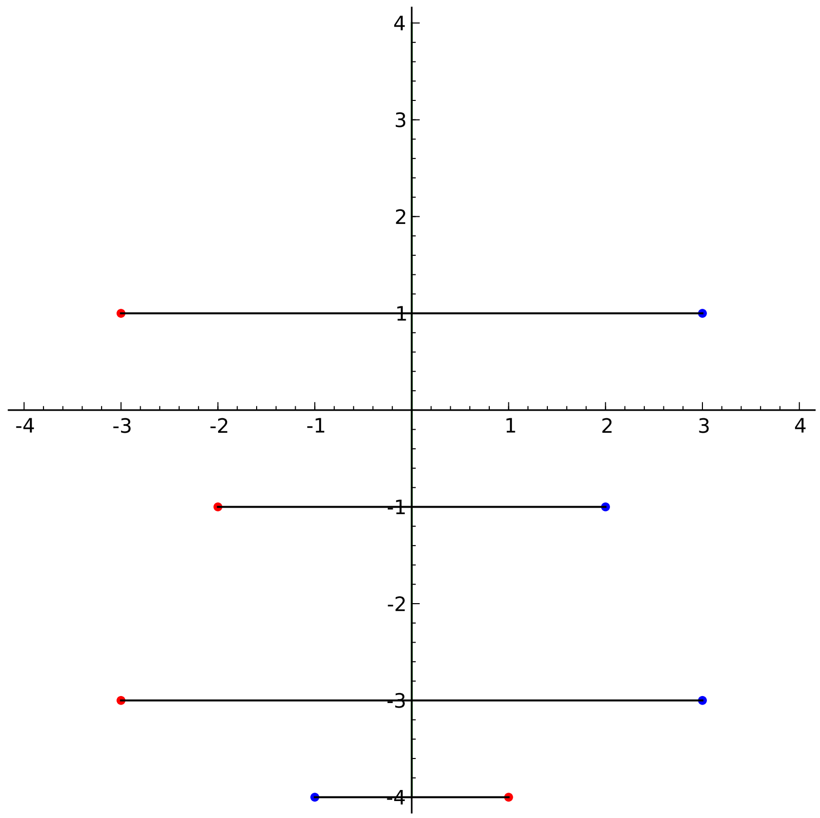

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, -3)$ tiene como simétrico el punto $(-3, -3)$.



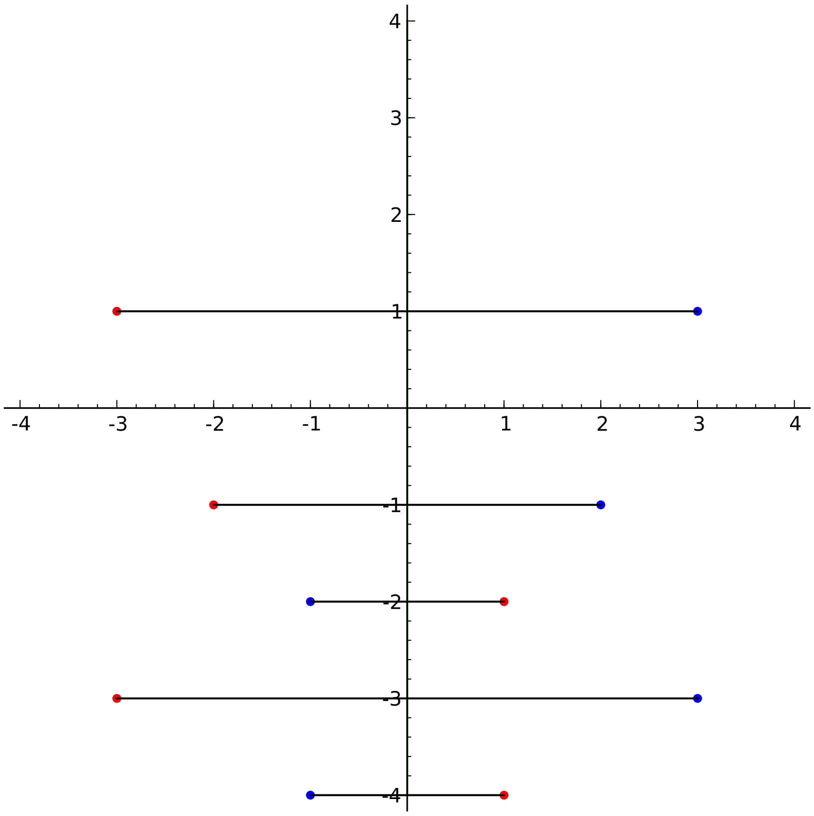

El punto $(3, 1)$ tiene como simétrico el punto $(-3, 1)$.



El punto $(-1,-4)$ tiene como simétrico el punto $(1,-4)$.




El punto $(-1,-2)$ tiene como simétrico el punto $(1,-2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-x, y)$$

□

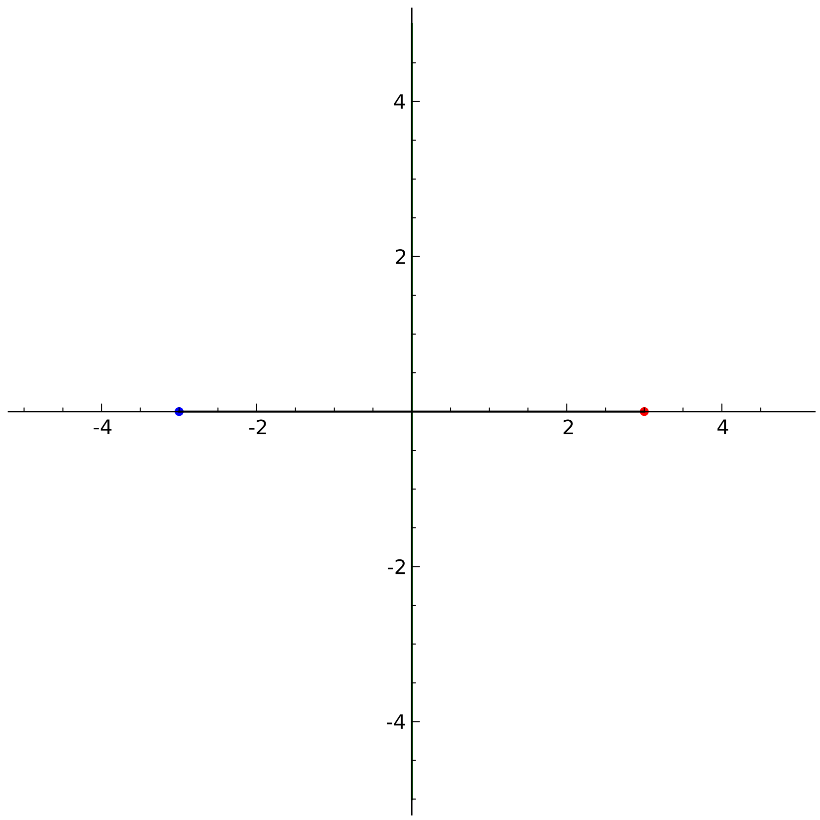
**Ejercicio 4.93.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3, 0) \quad (2, -2) \quad (3, 4) \quad (-1, 2) \quad (-2, -5)$$

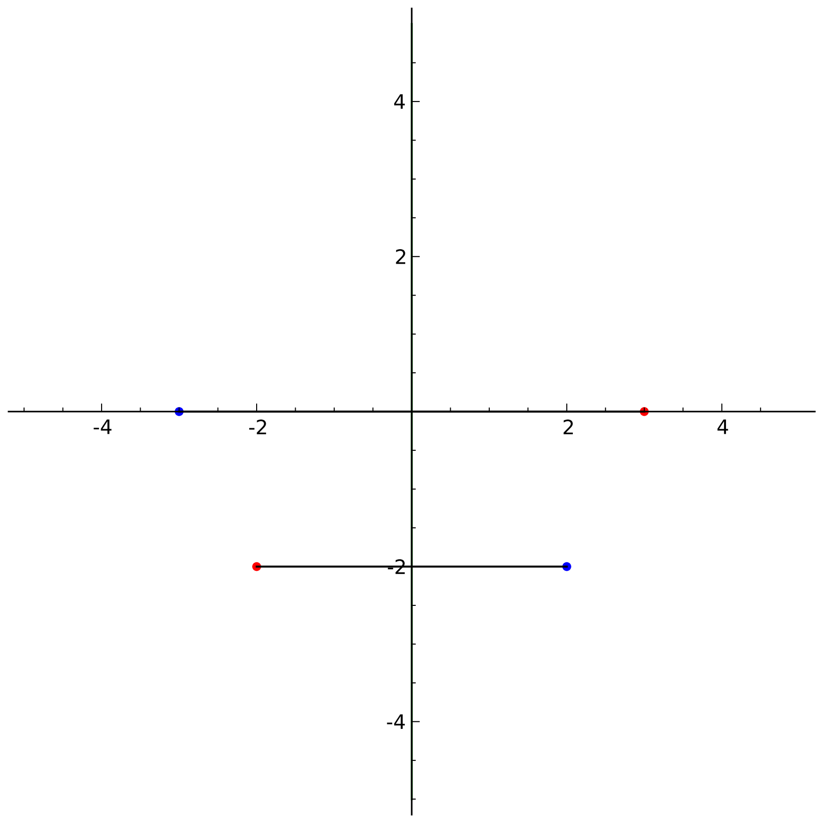
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

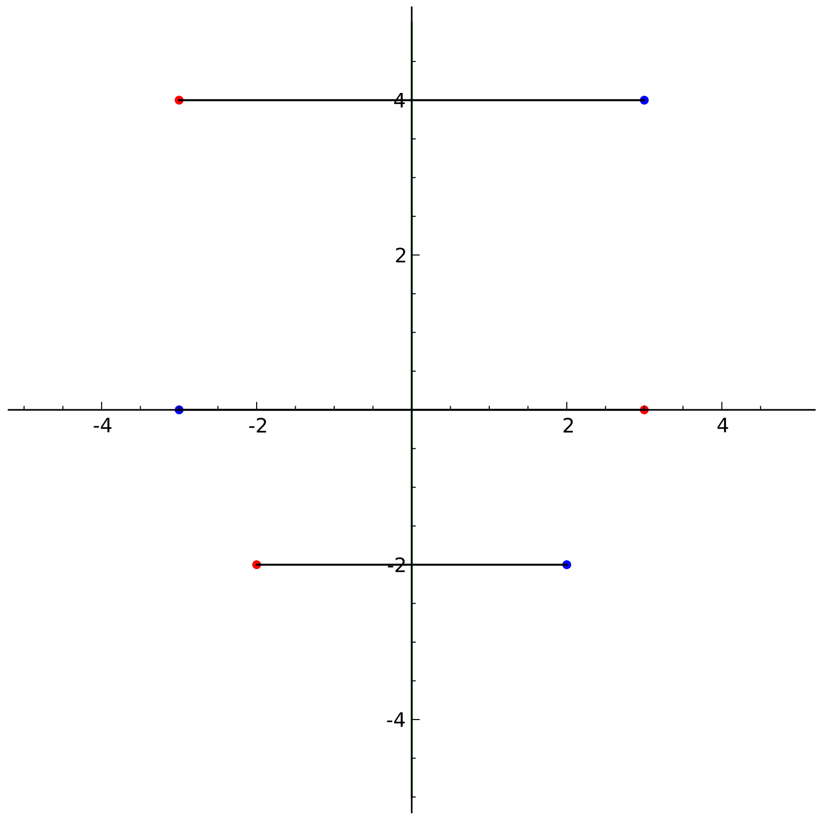
El punto $(-3, 0)$ tiene como simétrico el punto $(3, 0)$.



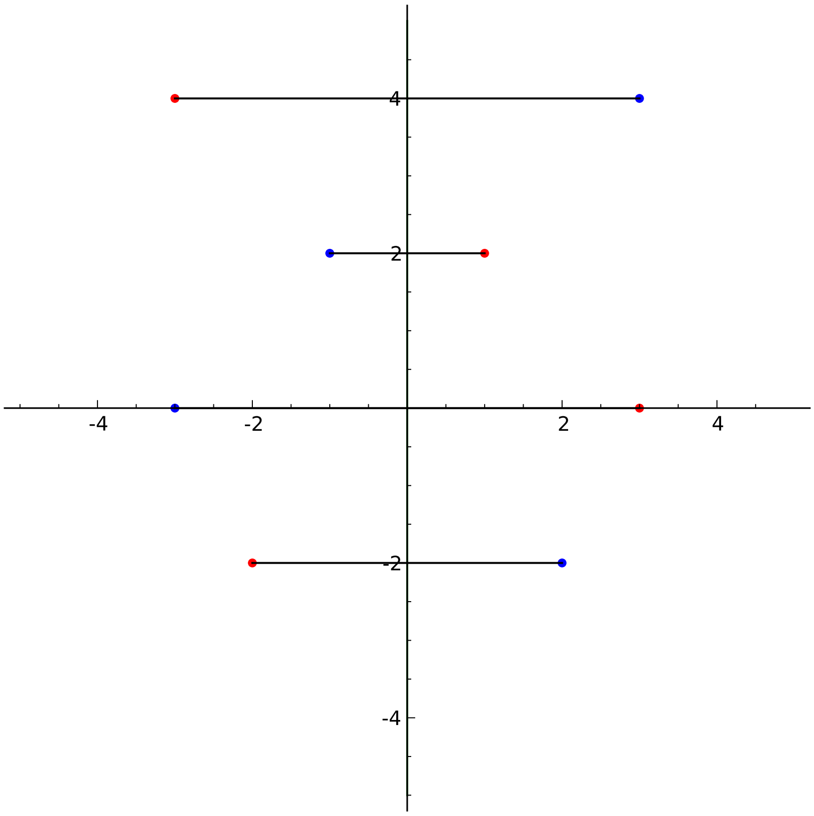

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(2, -2)$ tiene como simétrico el punto $(-2, -2)$.



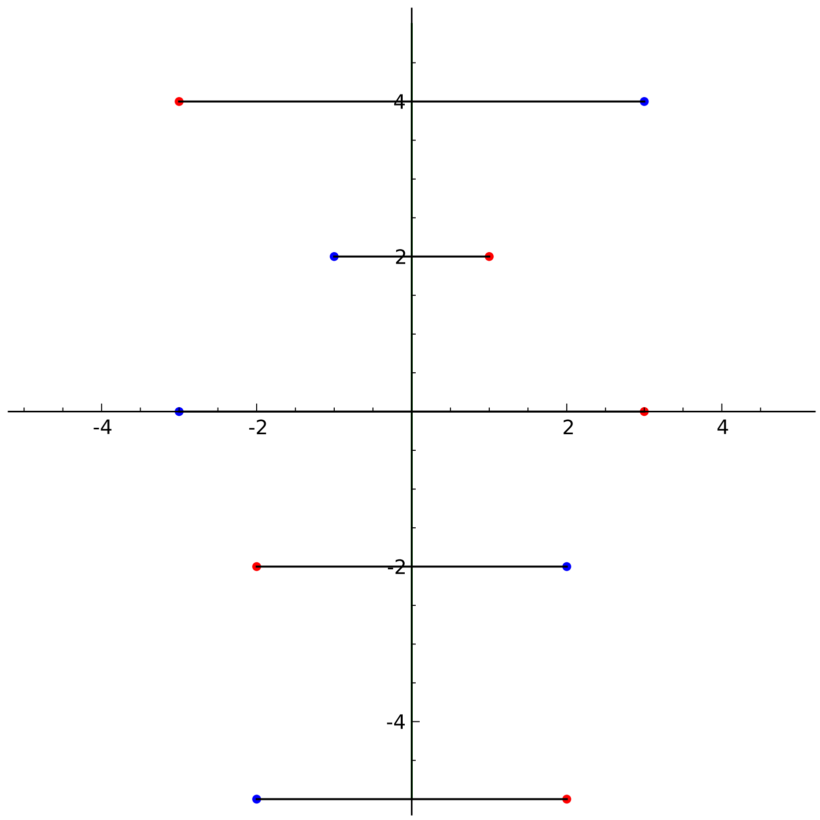

El punto $(3, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-3, 4)$.



El punto $(-1, 2)$ tiene como simétrico el punto $(1, 2)$.




El punto $(-2, -5)$ tiene como simétrico el punto $(2, -5)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-x, y)$$

□

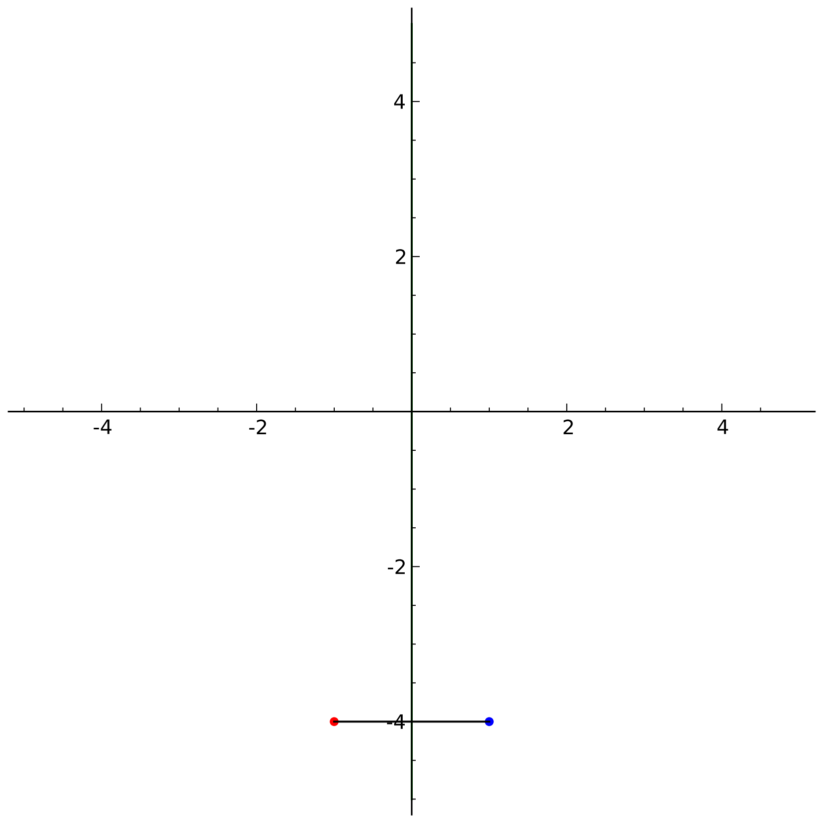
**Ejercicio 4.94.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, -4) \quad (-5, 3) \quad (-3, -1) \quad (-4, 3) \quad (1, 1)$$

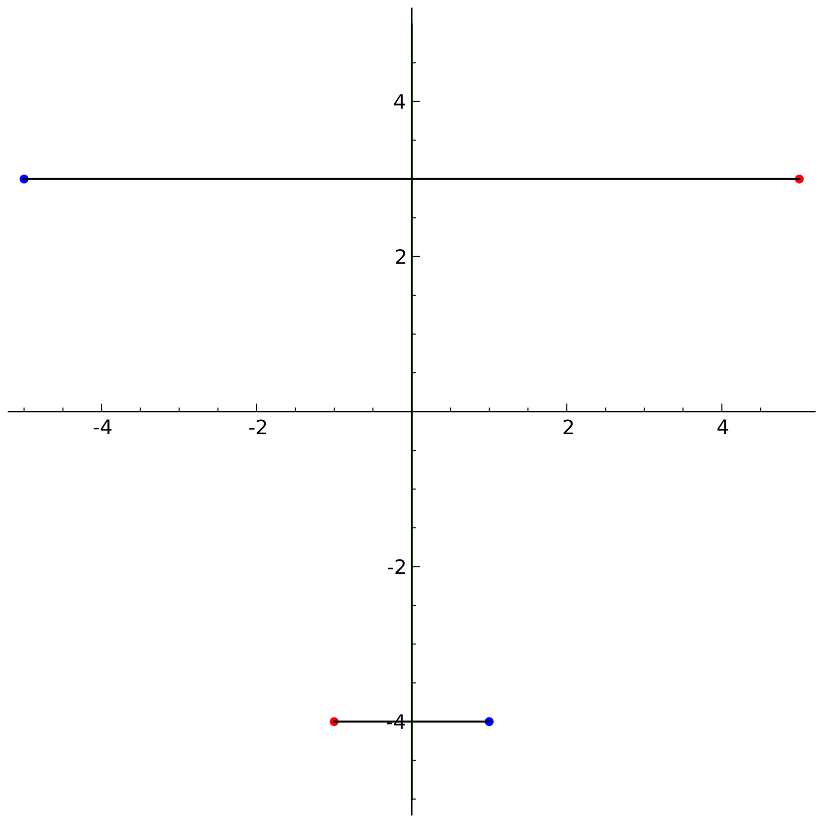
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

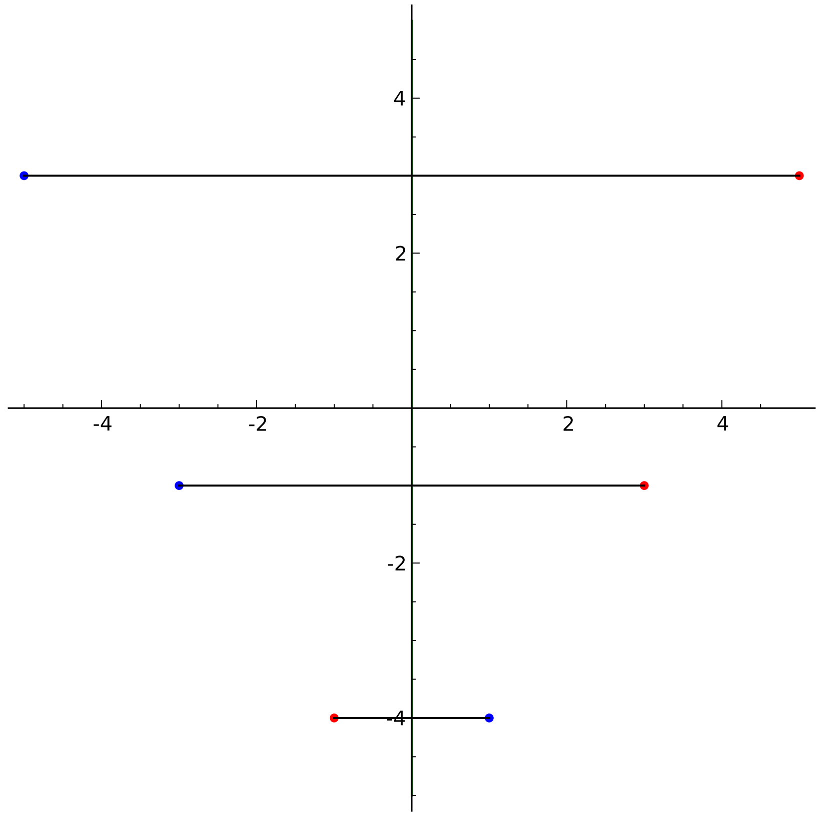
El punto $(1, -4)$ tiene como simétrico el punto $(-1, -4)$.



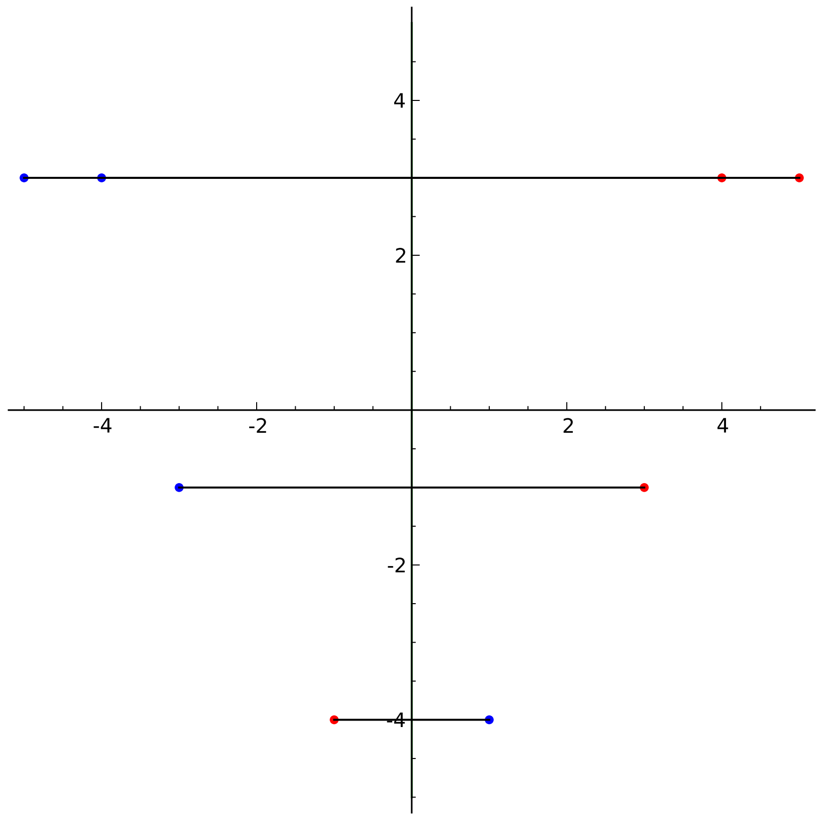

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-5, 3)$ tiene como simétrico el punto $(5, 3)$.



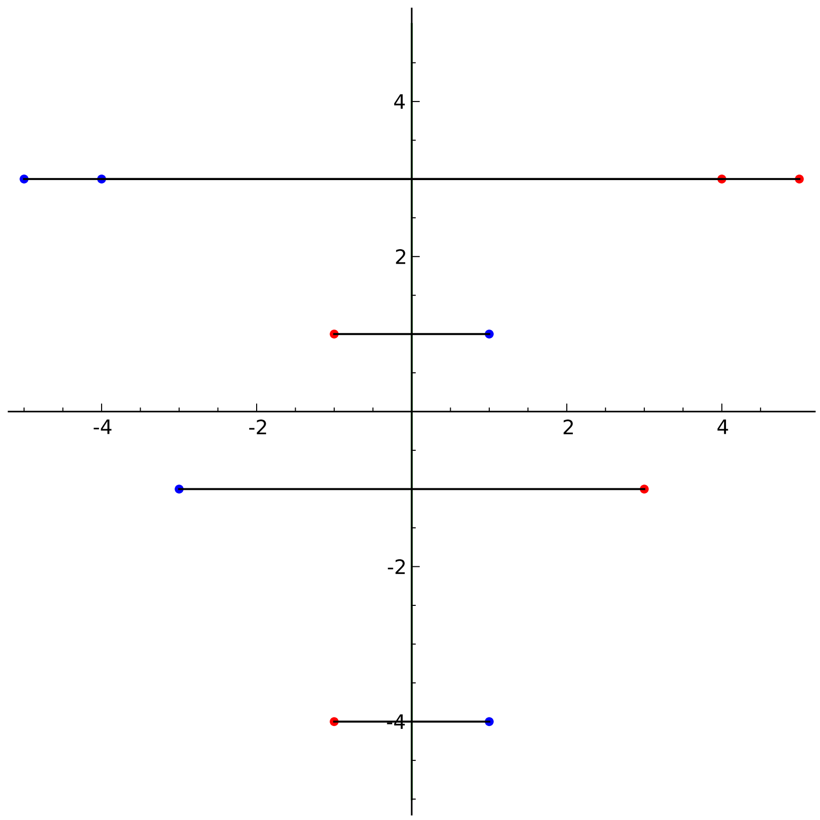

El punto $(-3, -1)$ tiene como simétrico el punto $(3, -1)$.



El punto $(-4, 3)$ tiene como simétrico el punto $(4, 3)$.




El punto $(1, 1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-x, y)$$

□

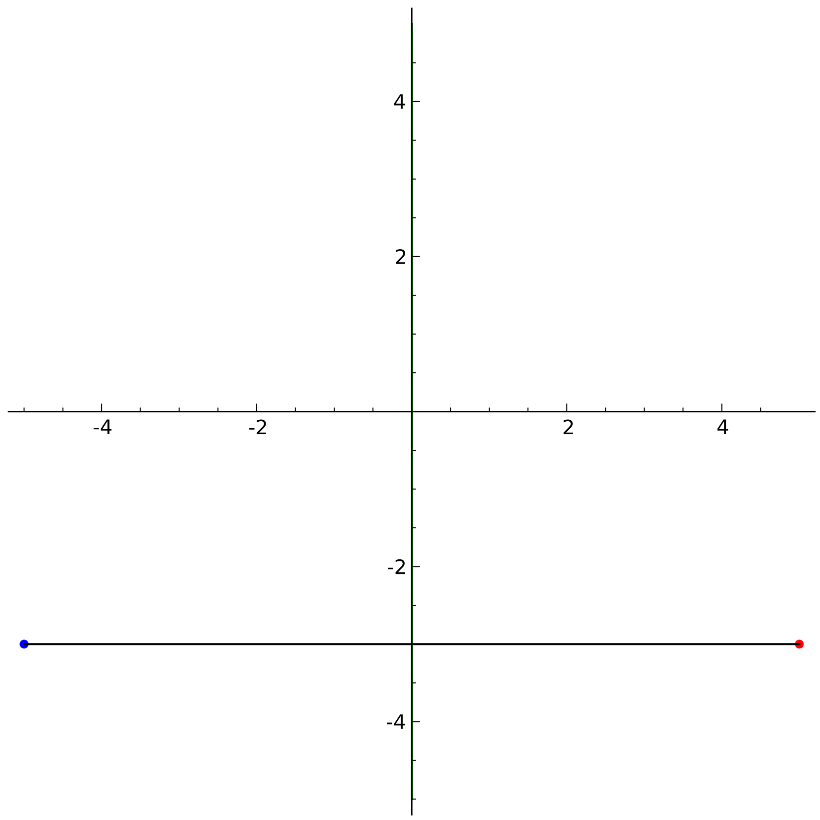
**Ejercicio 4.95.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5, -3) \quad (3, -2) \quad (-2, 0) \quad (1, 1) \quad (-2, -3)$$

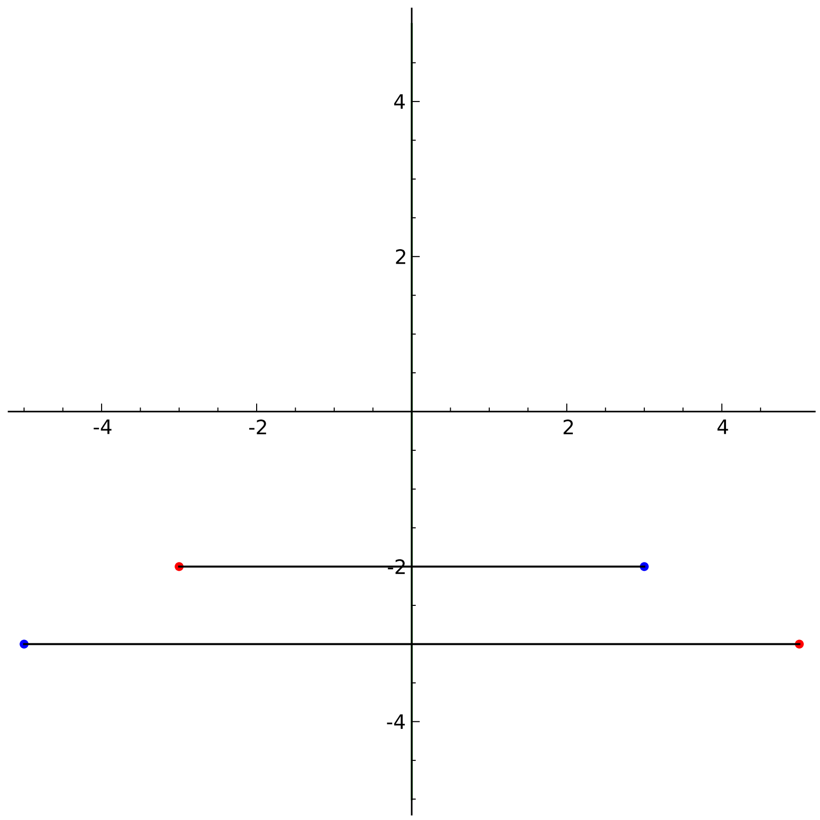
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

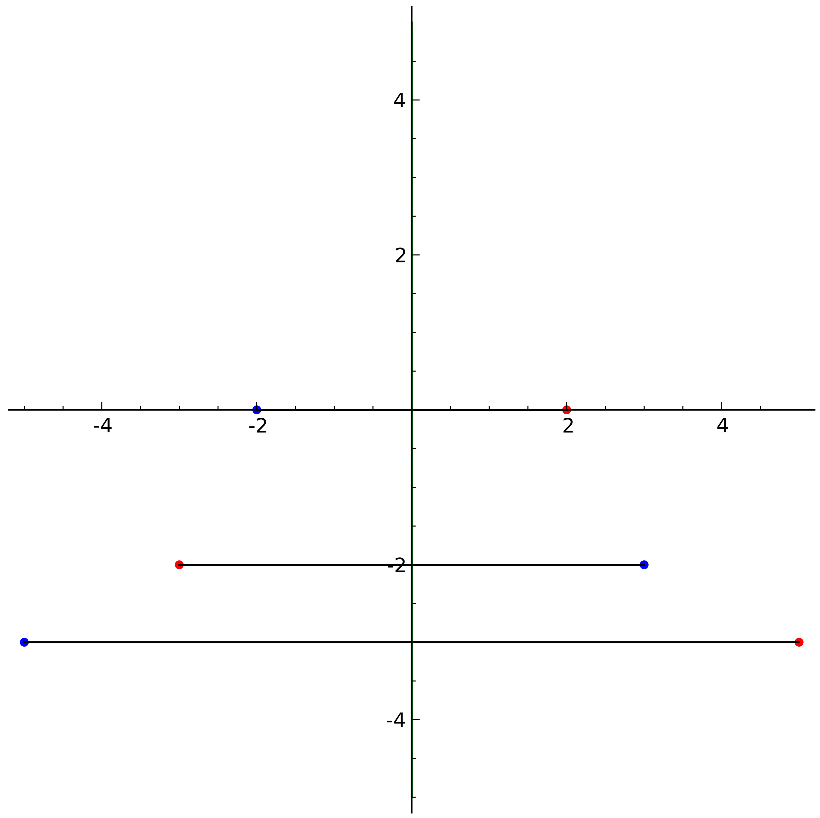
El punto $(-5, -3)$ tiene como simétrico el punto $(5, -3)$.



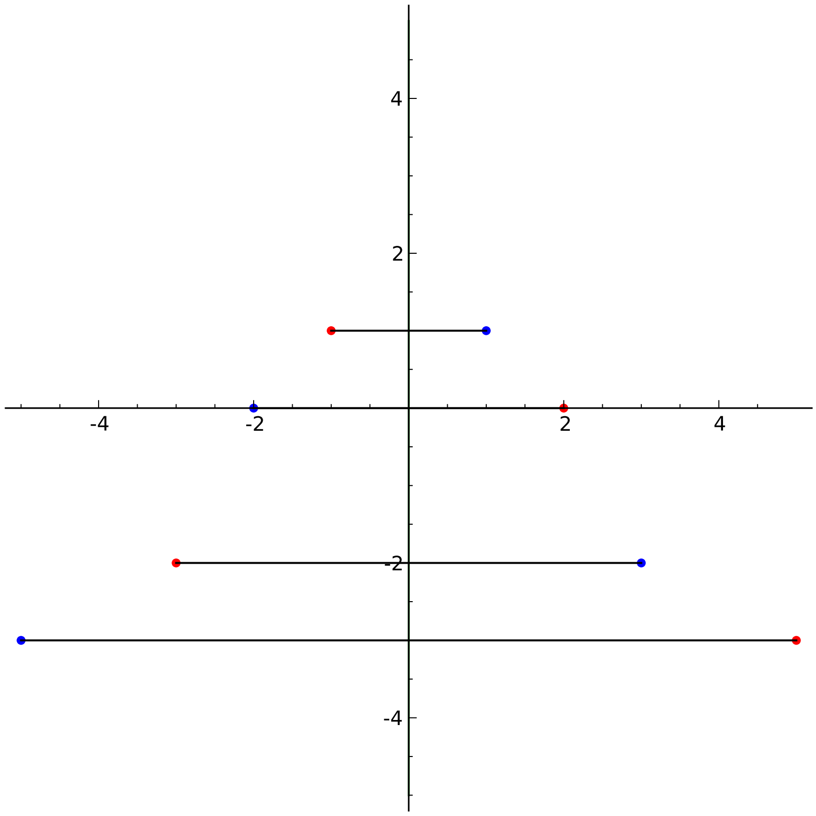

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, -2)$ tiene como simétrico el punto $(-3, -2)$.



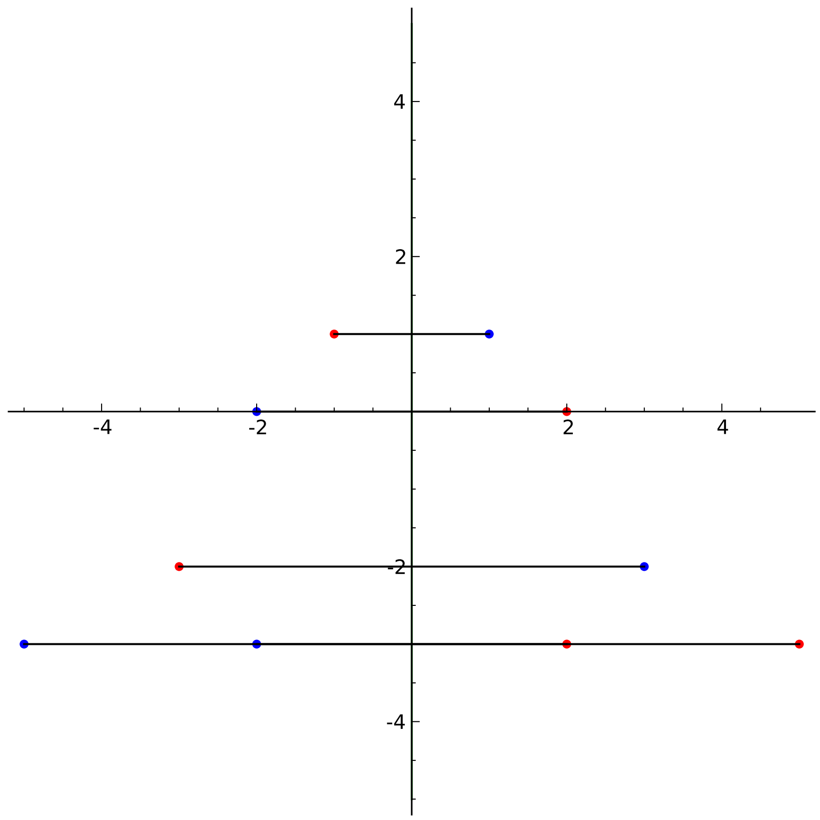

El punto $(-2, 0)$ tiene como simétrico el punto $(2, 0)$.



El punto $(1, 1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 1)$.




El punto $(-2, -3)$ tiene como simétrico el punto $(2, -3)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-x, y)$$

$\square$

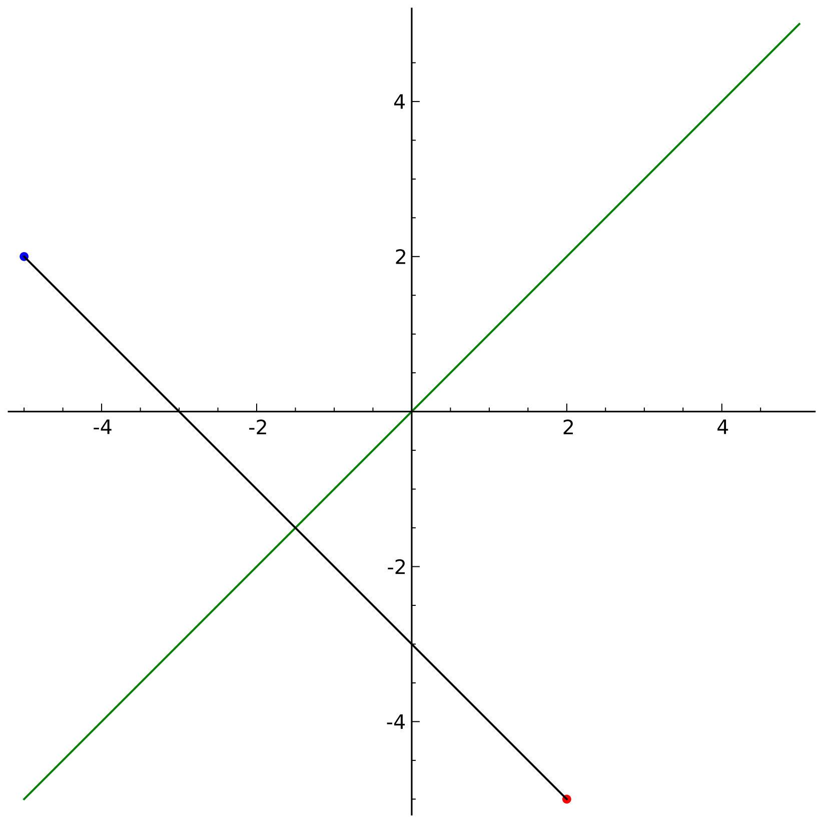
**Ejercicio 4.96.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5, 2) \quad (3, -5) \quad (-4, -2) \quad (3, 4) \quad (4, -3)$$

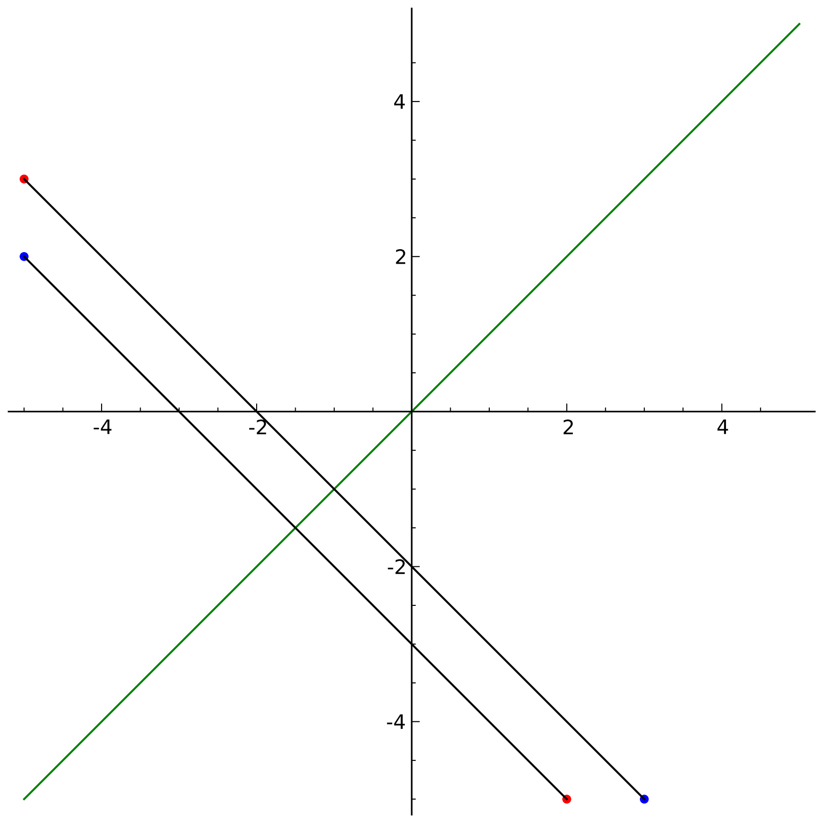
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

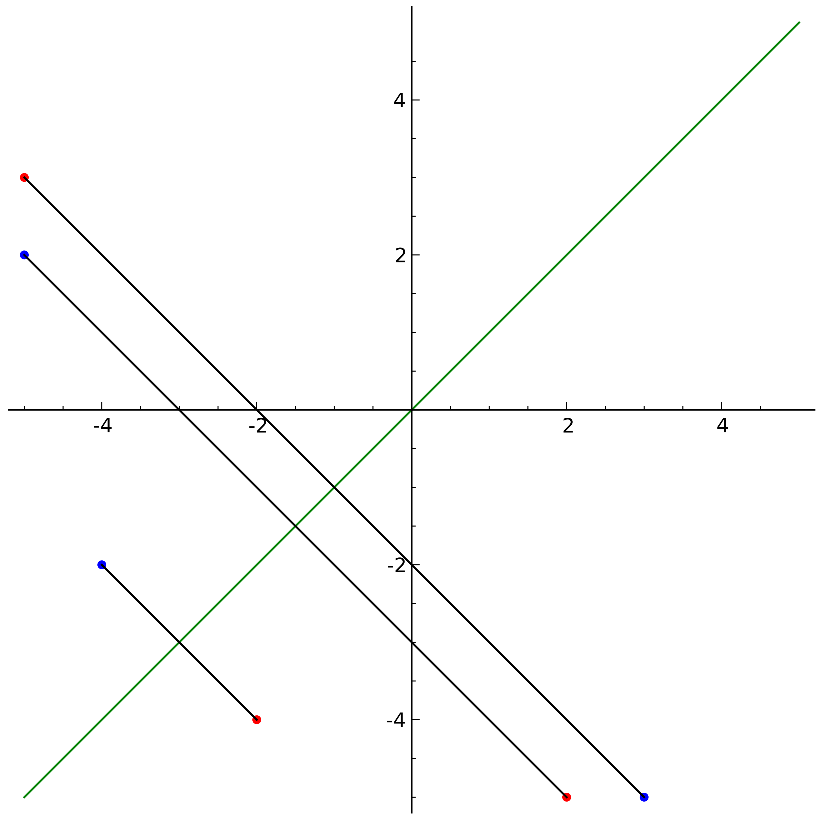
El punto $(-5, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, -5)$.



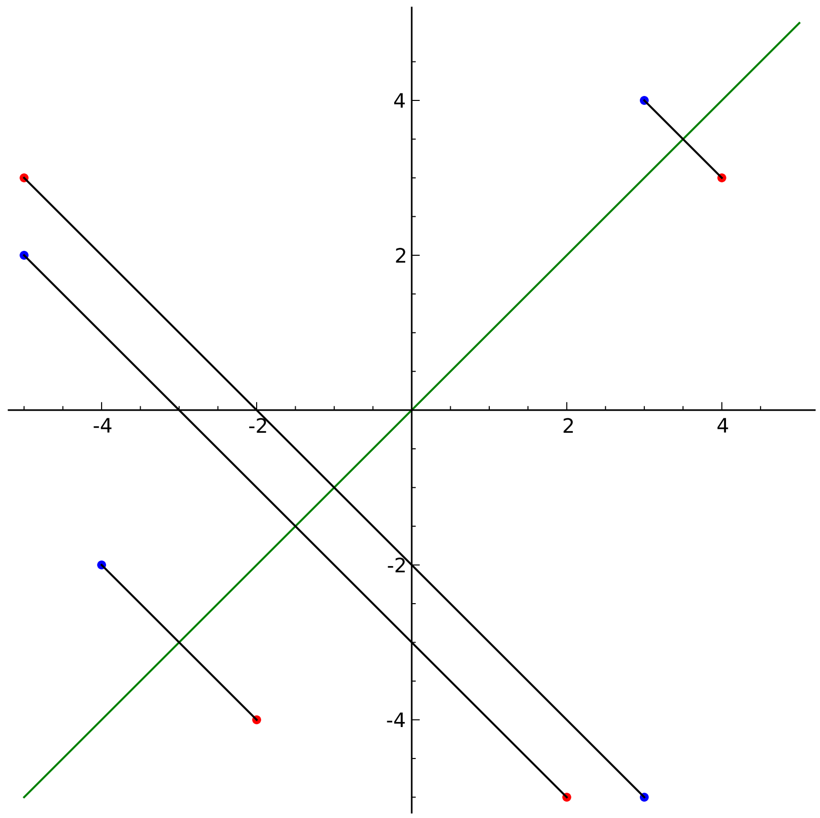

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, -5)$ tiene como simétrico el punto $(-5, 3)$.



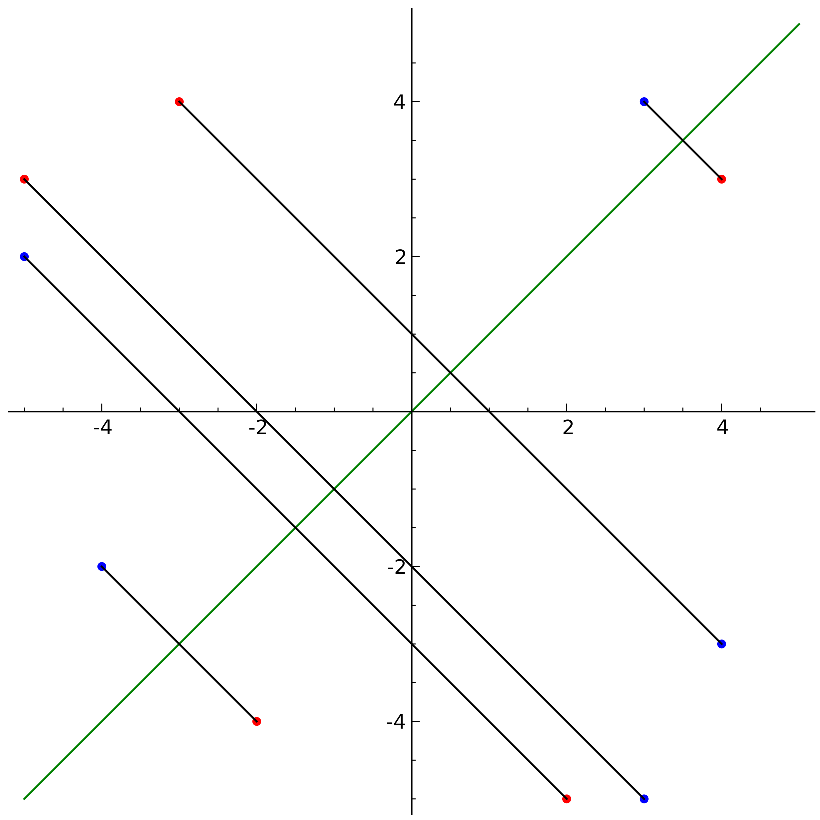

El punto $(-4,-2)$ tiene como simétrico el punto $(-2,-4)$.



El punto $(3, 4)$ tiene como simétrico el punto $(4, 3)$.




El punto $(4, -3)$ tiene como simétrico el punto $(-3, 4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (y, x)$$

□

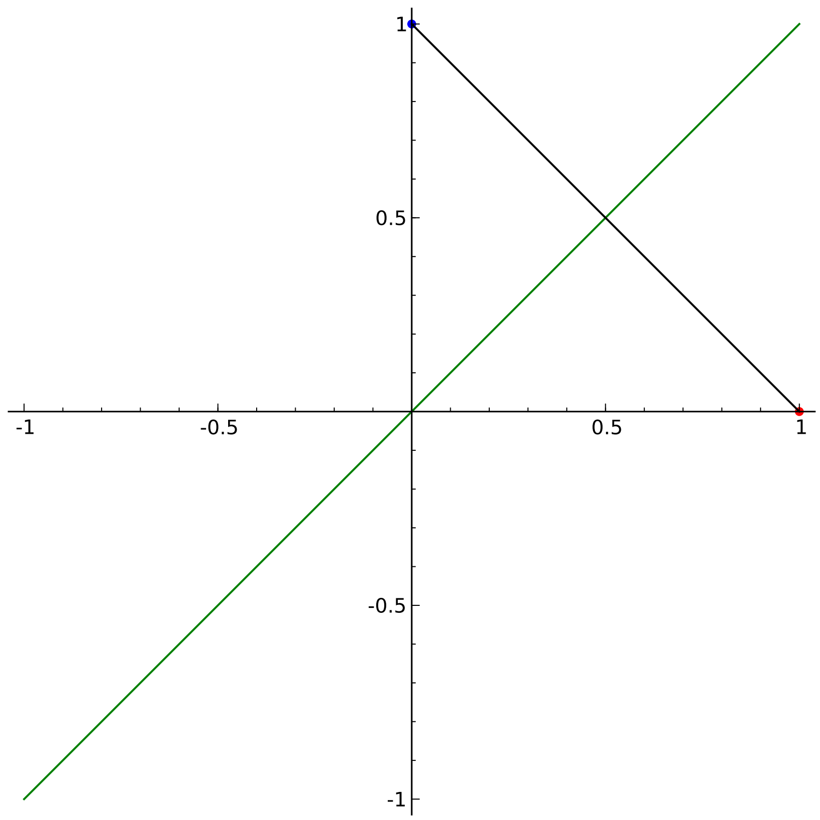
**Ejercicio 4.97.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0, 1) \quad (1, 1) \quad (-1, -1) \quad (1, -1) \quad (0, -1)$$

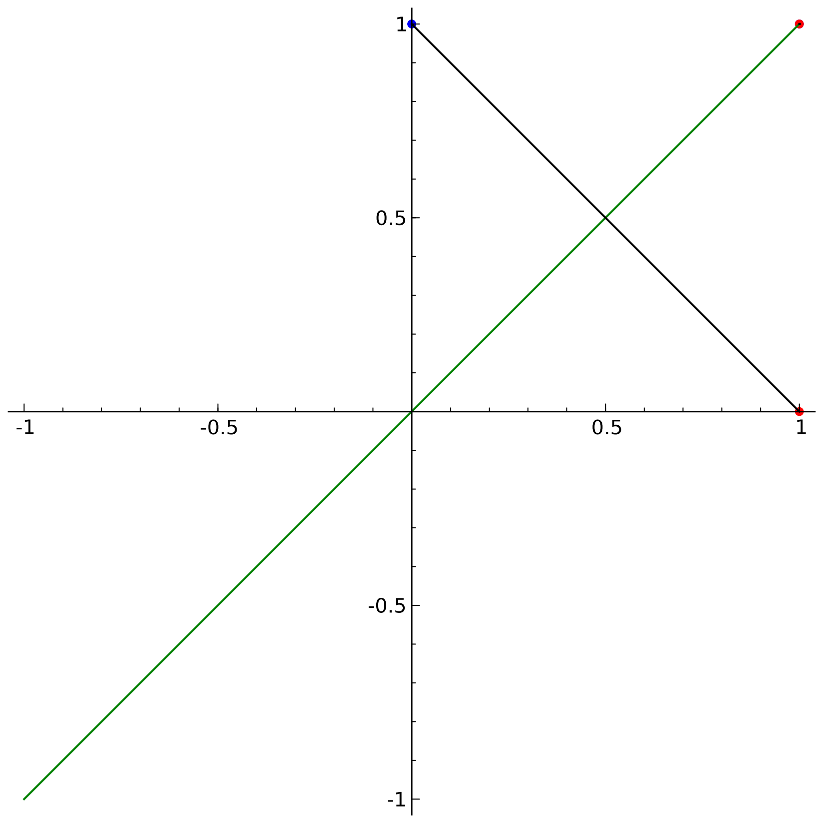
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

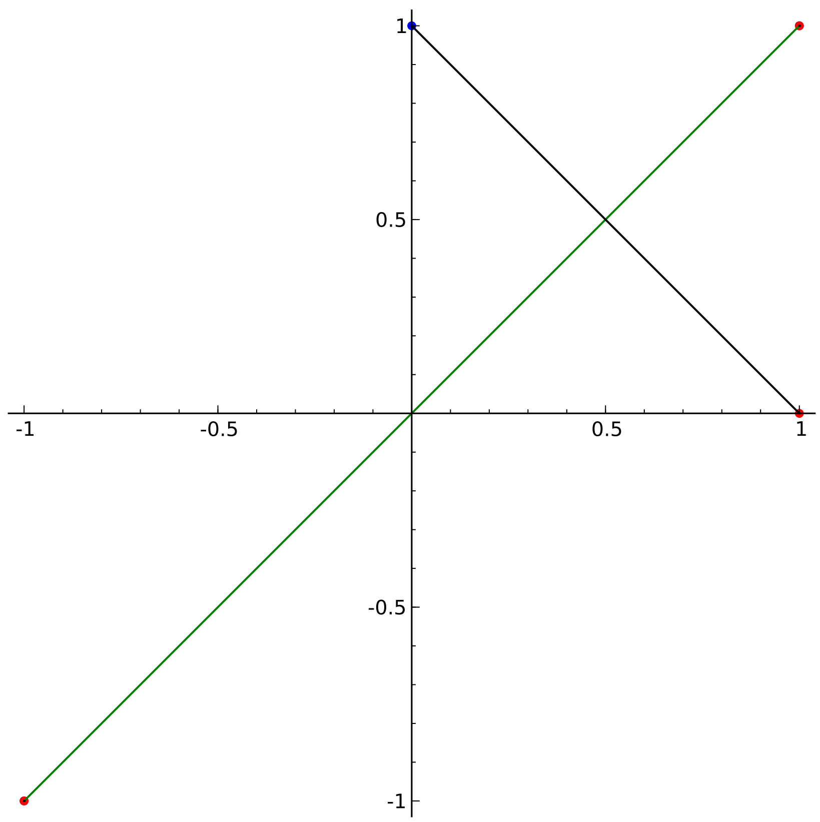
El punto $(0, 1)$ tiene como simétrico el punto $(1, 0)$.



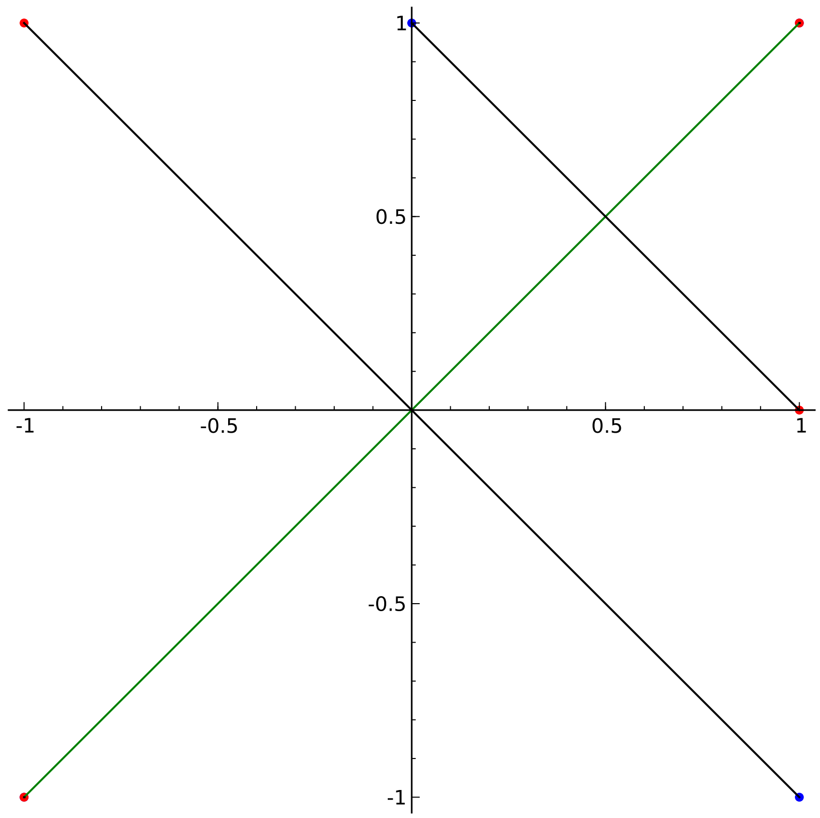

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(1, 1)$ tiene como simétrico el punto $(1, 1)$.



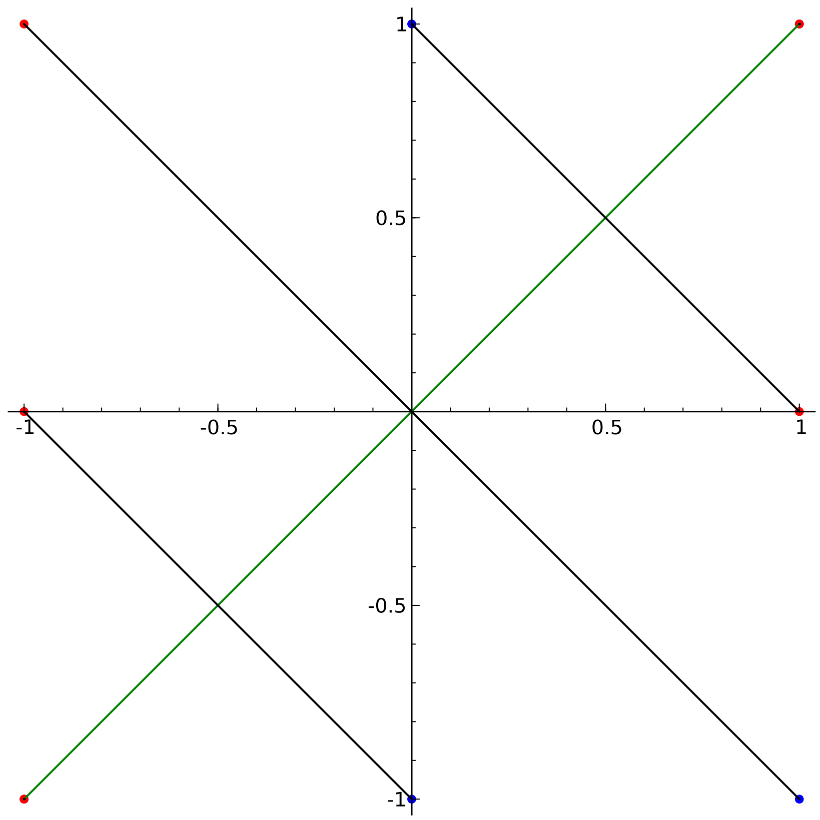

El punto $(-1,-1)$ tiene como simétrico el punto $(-1,-1)$.



El punto $(1, -1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 1)$.




El punto $(0, -1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (y, x)$$

□

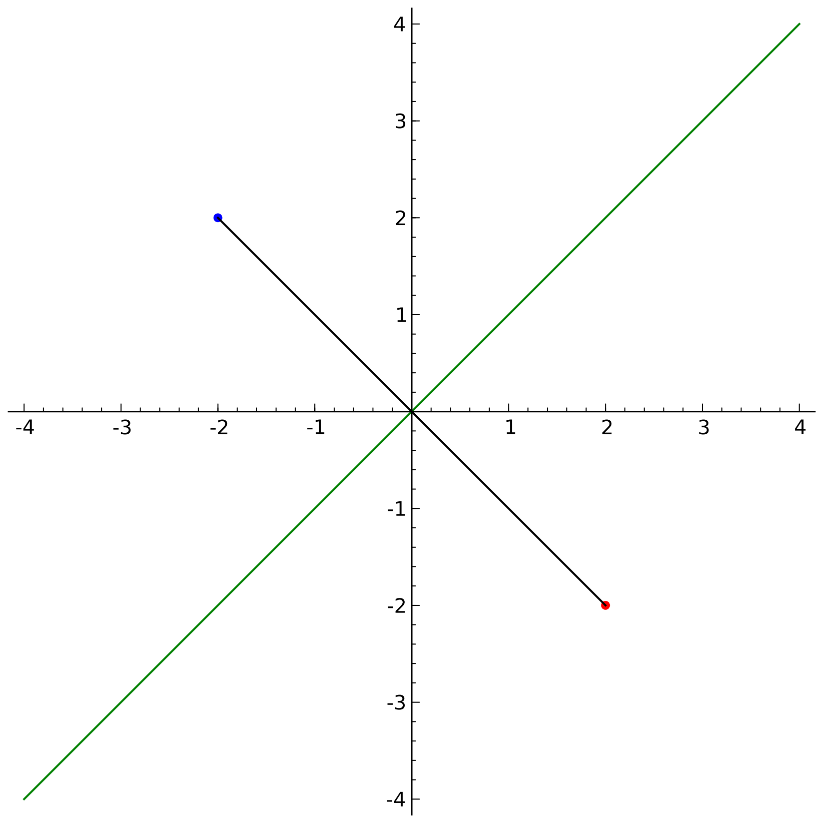
**Ejercicio 4.98.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2, 2) \quad (-4, 3) \quad (0, 2) \quad (-3, 3) \quad (4, 4)$$

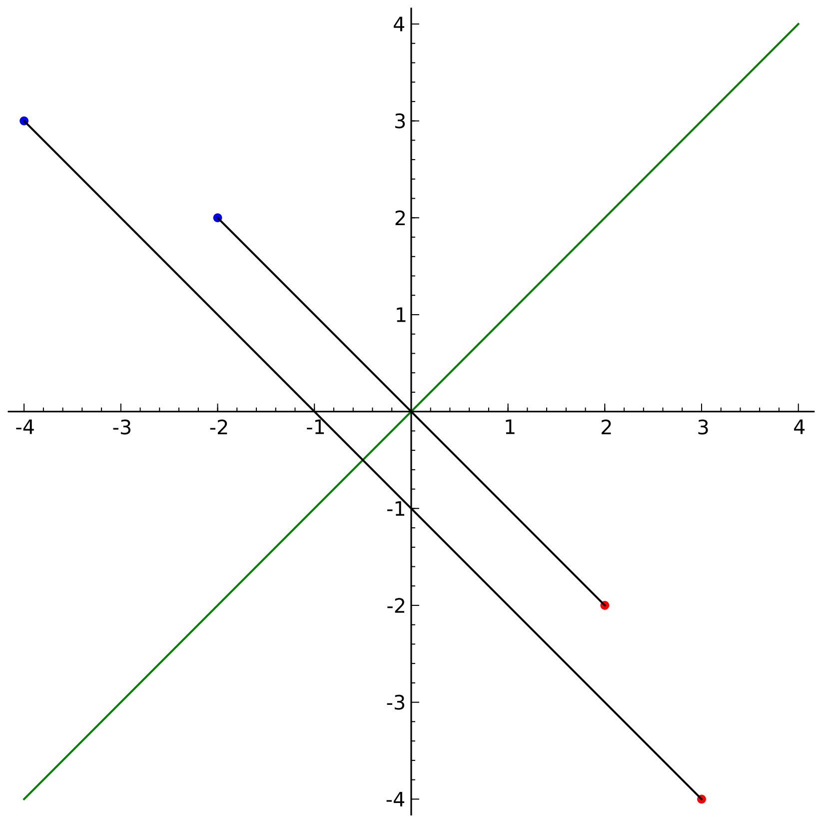
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

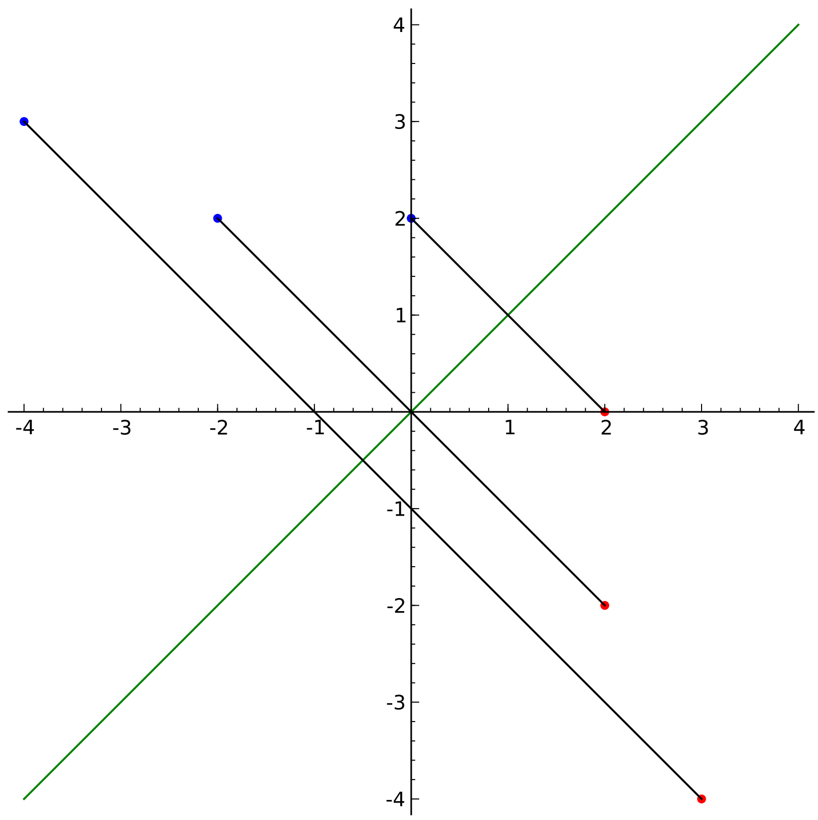
El punto $(-2, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, -2)$.



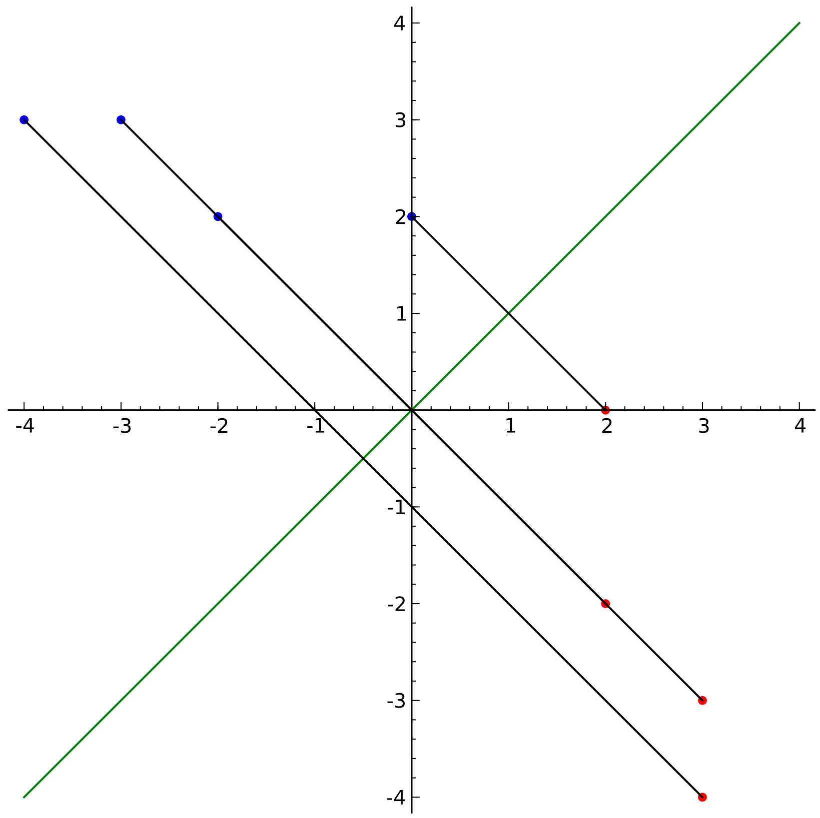

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-4, 3)$ tiene como simétrico el punto $(3, -4)$.



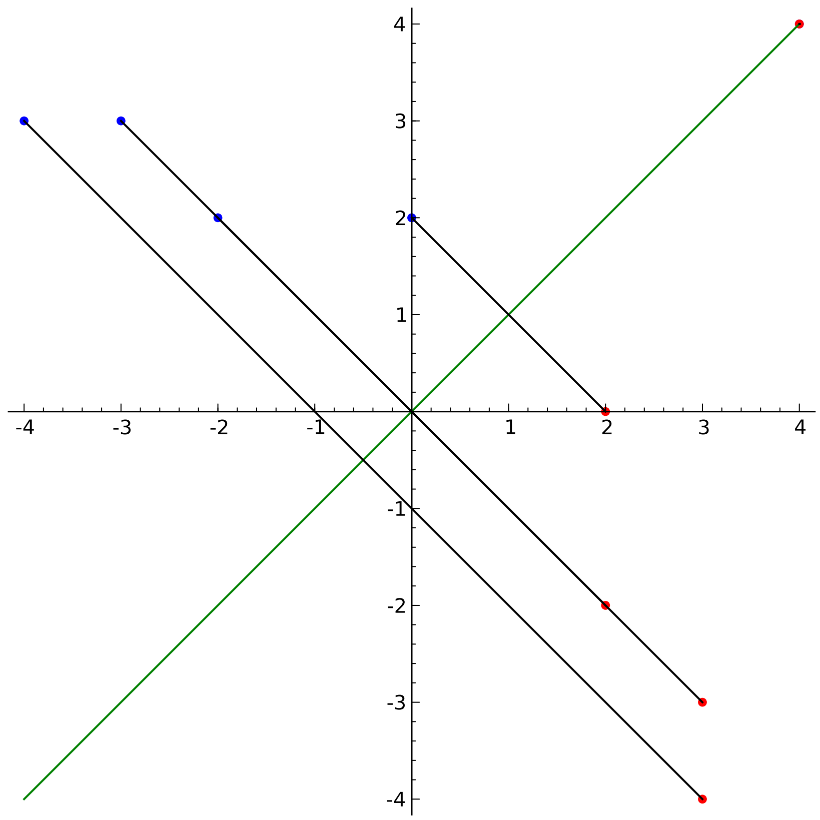

El punto $(0, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, 0)$.



El punto $(-3, 3)$ tiene como simétrico el punto $(3, -3)$.




El punto $(4, 4)$ tiene como simétrico el punto $(4, 4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (y, x)$$

□

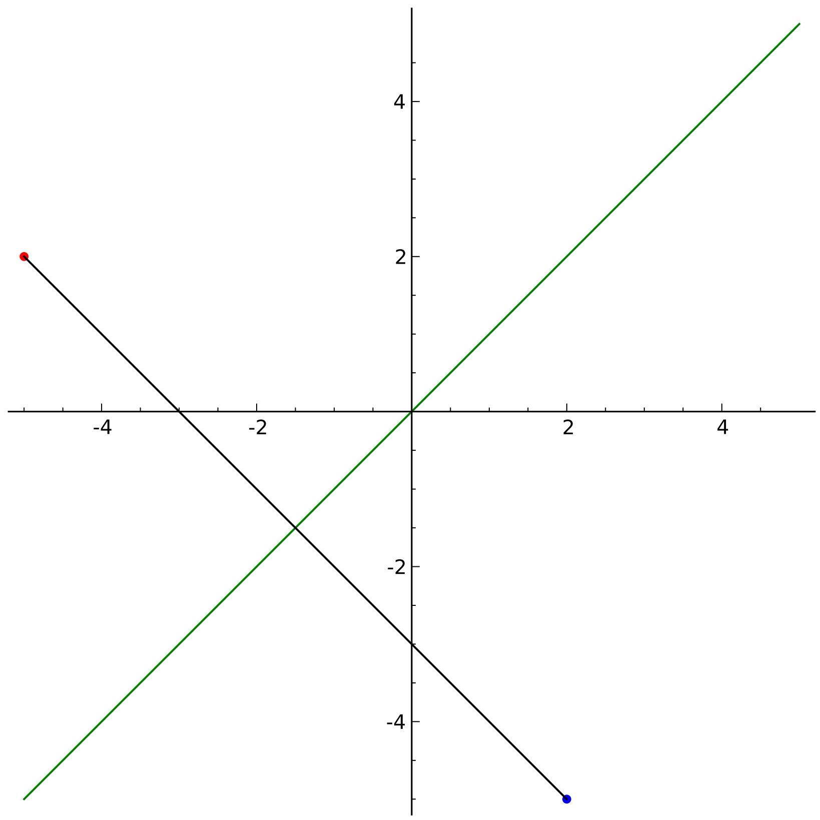
**Ejercicio 4.99.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2, -5) \quad (0, 2) \quad (3, 0) \quad (-2, 3) \quad (4, -3)$$

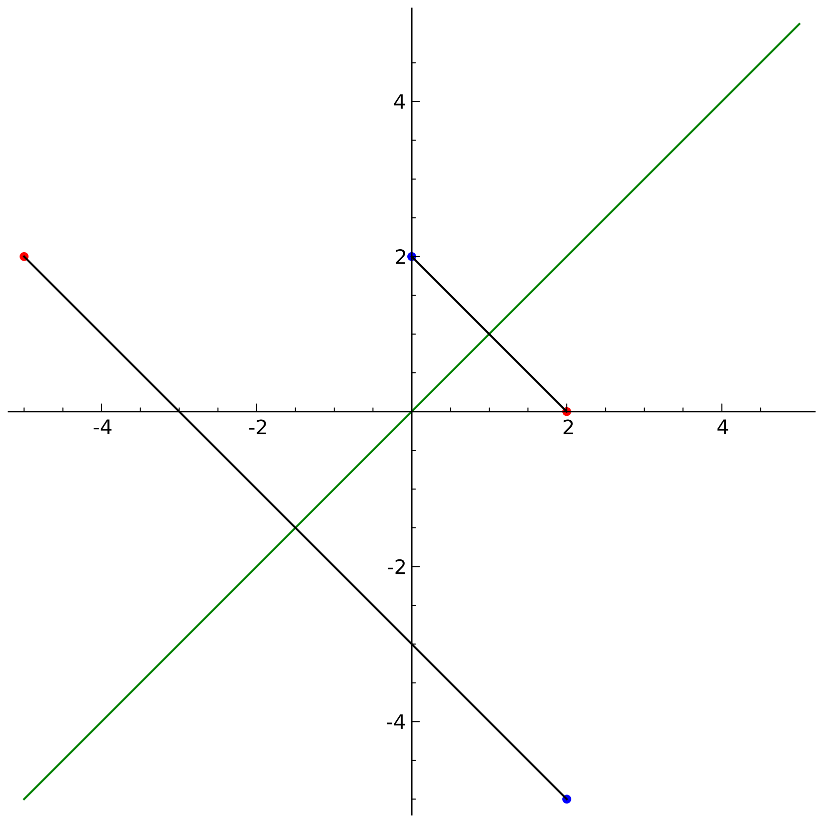
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

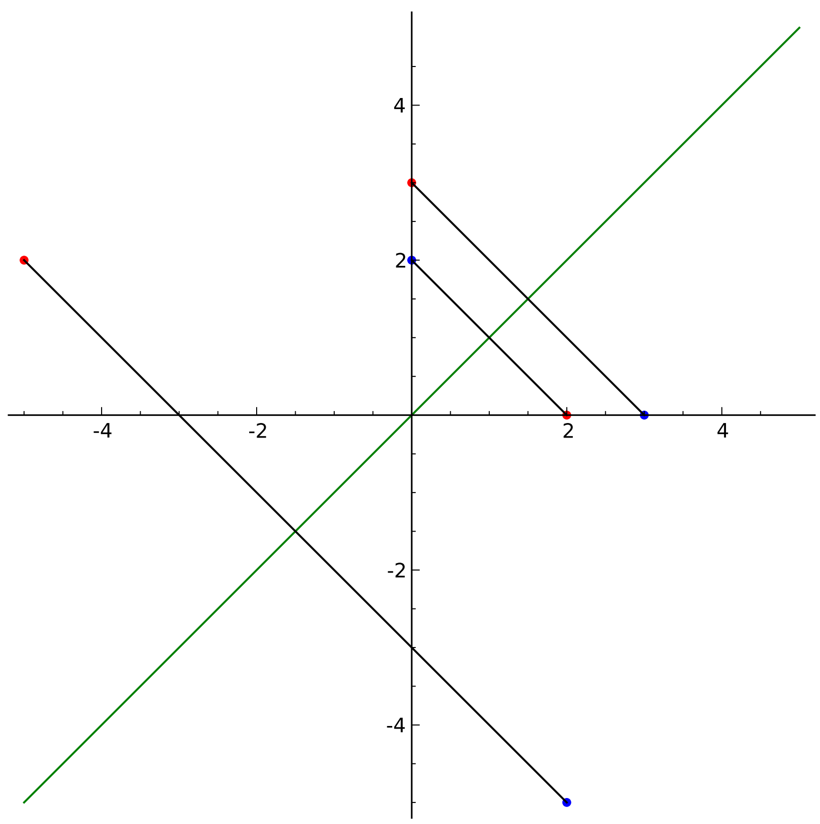
El punto $(2, -5)$ tiene como simétrico el punto $(-5, 2)$.



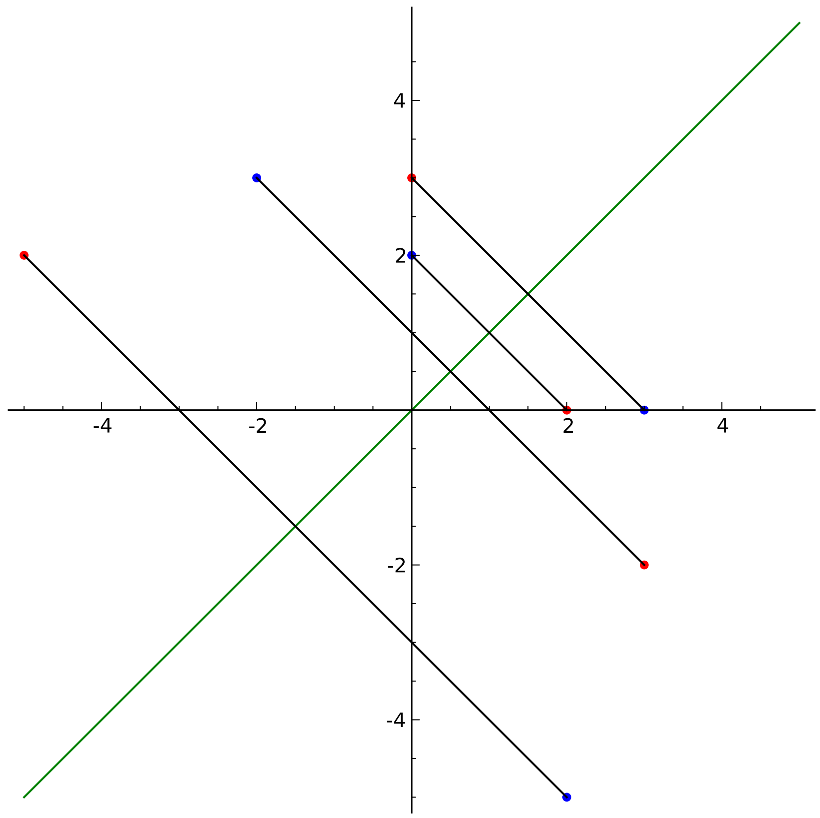

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(0, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, 0)$.



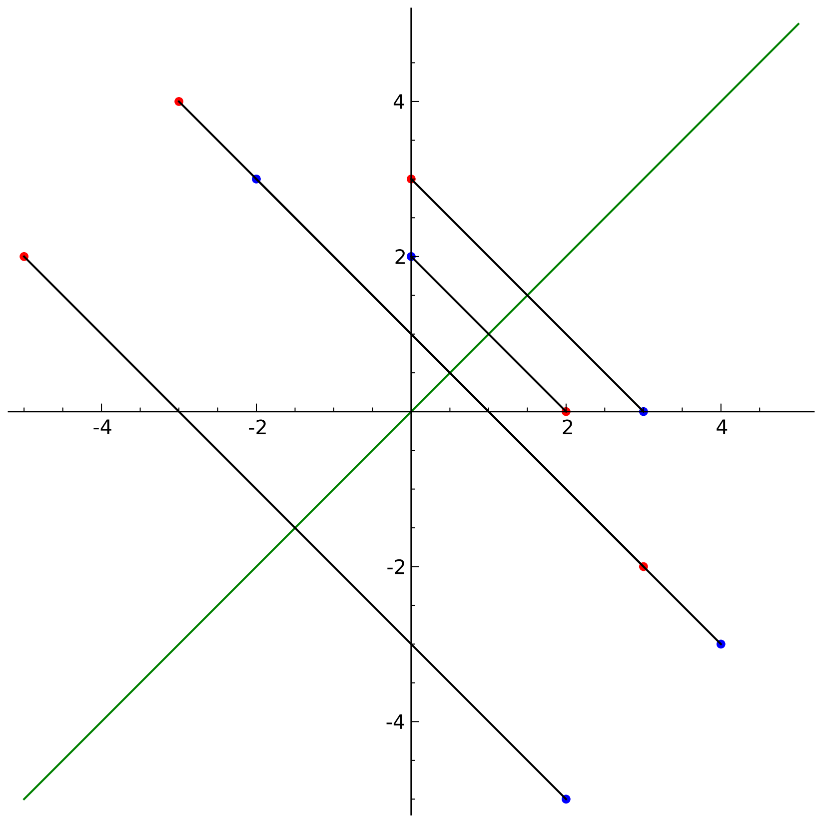

El punto $(3, 0)$ tiene como simétrico el punto $(0, 3)$.



El punto $(-2, 3)$ tiene como simétrico el punto $(3, -2)$.




El punto $(4, -3)$ tiene como simétrico el punto $(-3, 4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (y, x)$$

$\square$

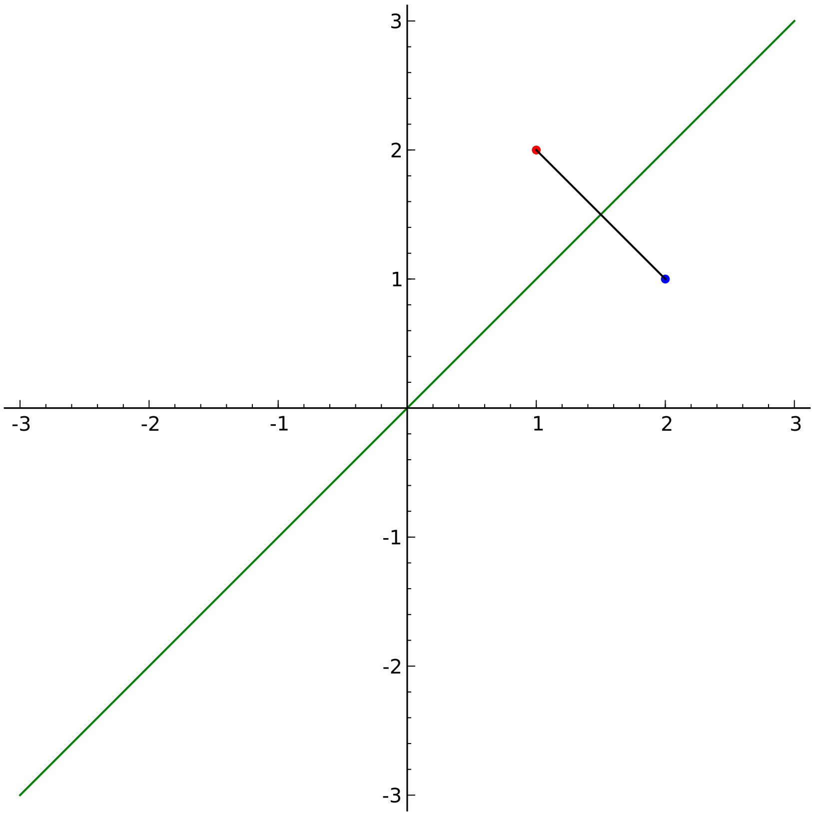
**Ejercicio 4.100.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,1) \quad (-1,3) \quad (1,-2) \quad (-1,-3) \quad (-2,-3)$$

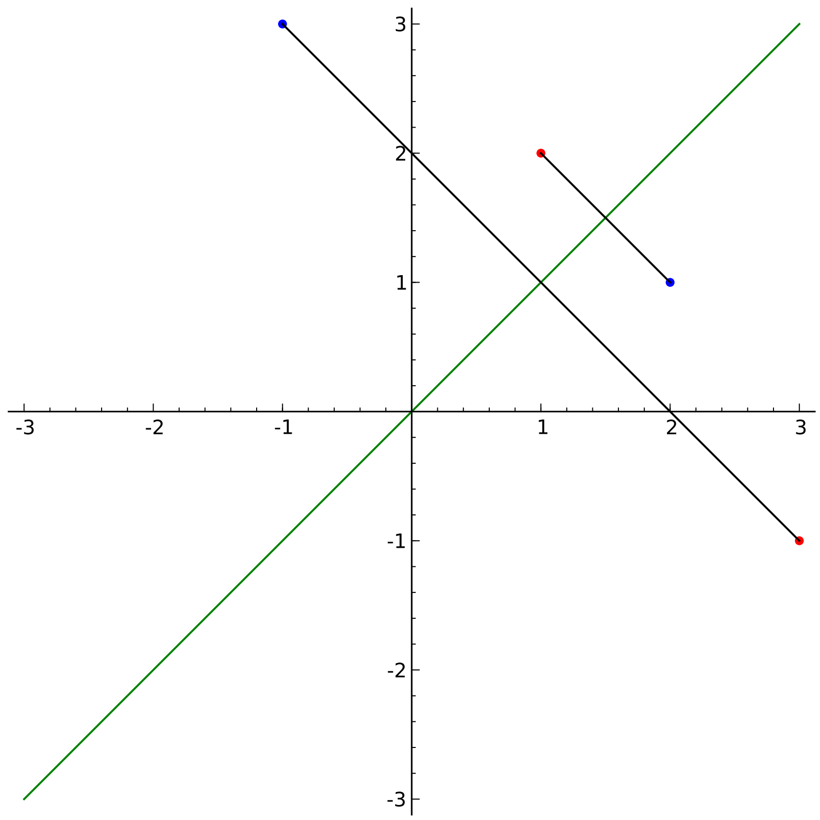
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

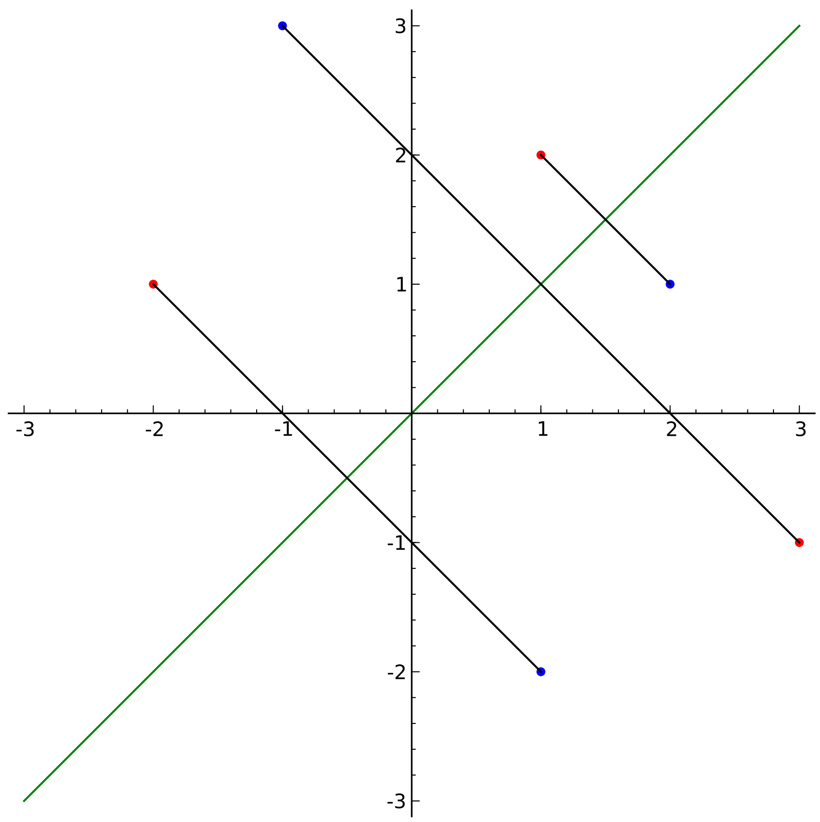
El punto $(2, 1)$ tiene como simétrico el punto $(1, 2)$.



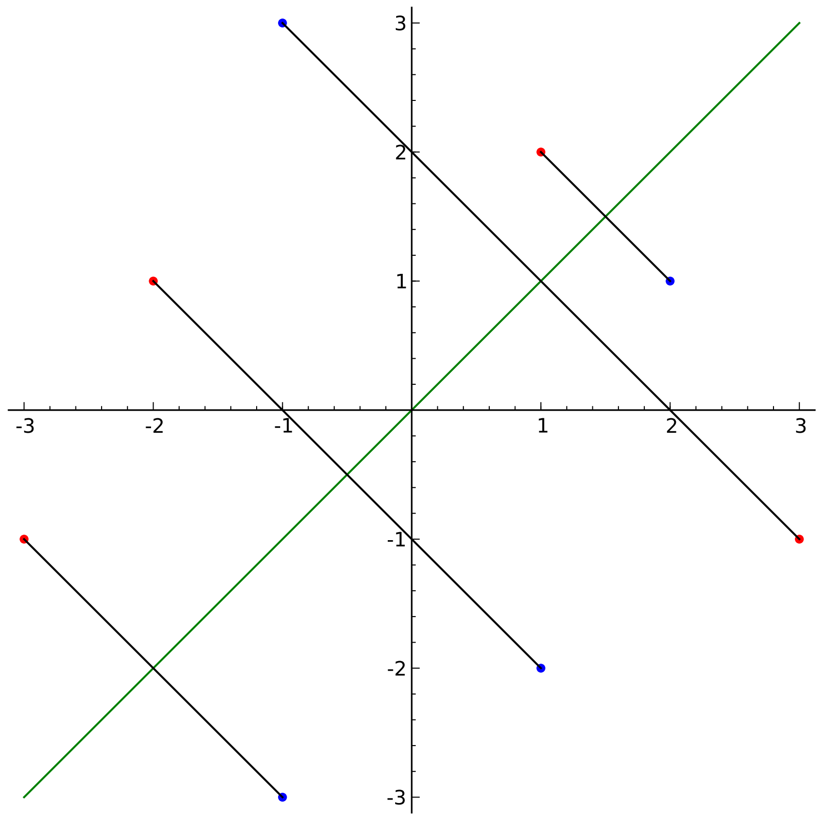

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-1, 3)$ tiene como simétrico el punto $(3, -1)$.



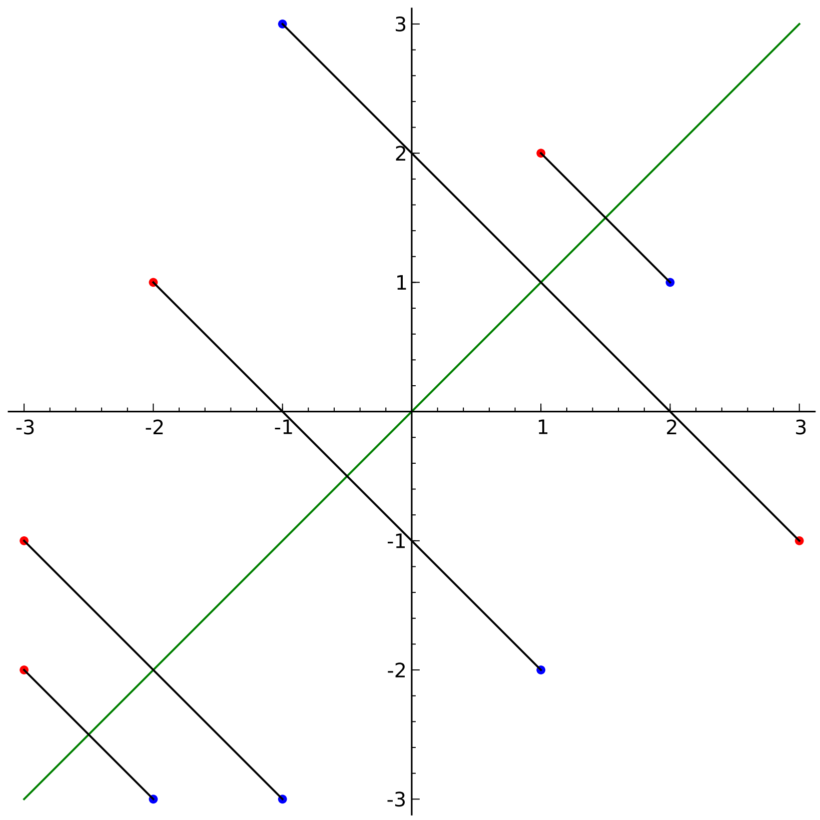

El punto $(1,-2)$ tiene como simétrico el punto $(-2,1)$.



El punto $(-1, -3)$ tiene como simétrico el punto $(-3, -1)$.




El punto $(-2, -3)$ tiene como simétrico el punto $(-3, -2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (y, x)$$

□

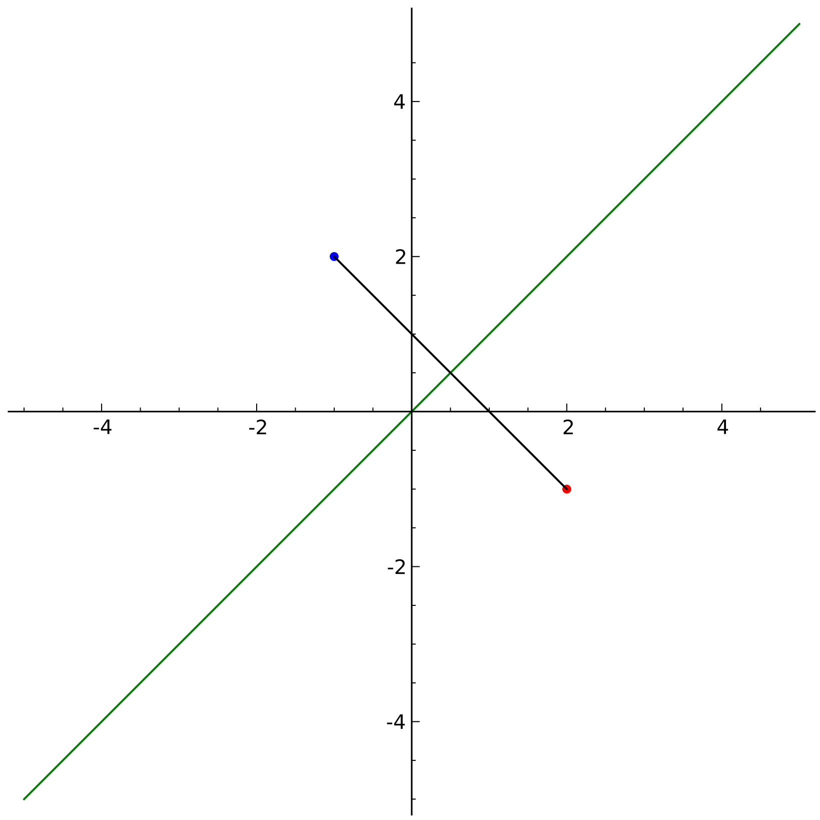
**Ejercicio 4.101.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1, 2) \quad (2, 4) \quad (-2, 0) \quad (1, 3) \quad (-4, -5)$$

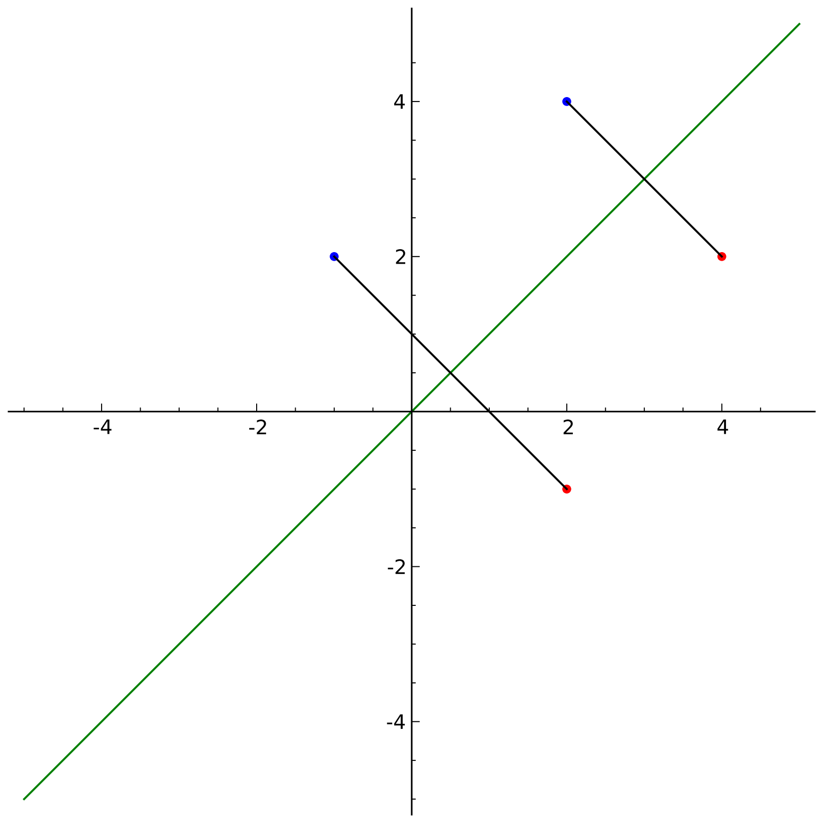
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

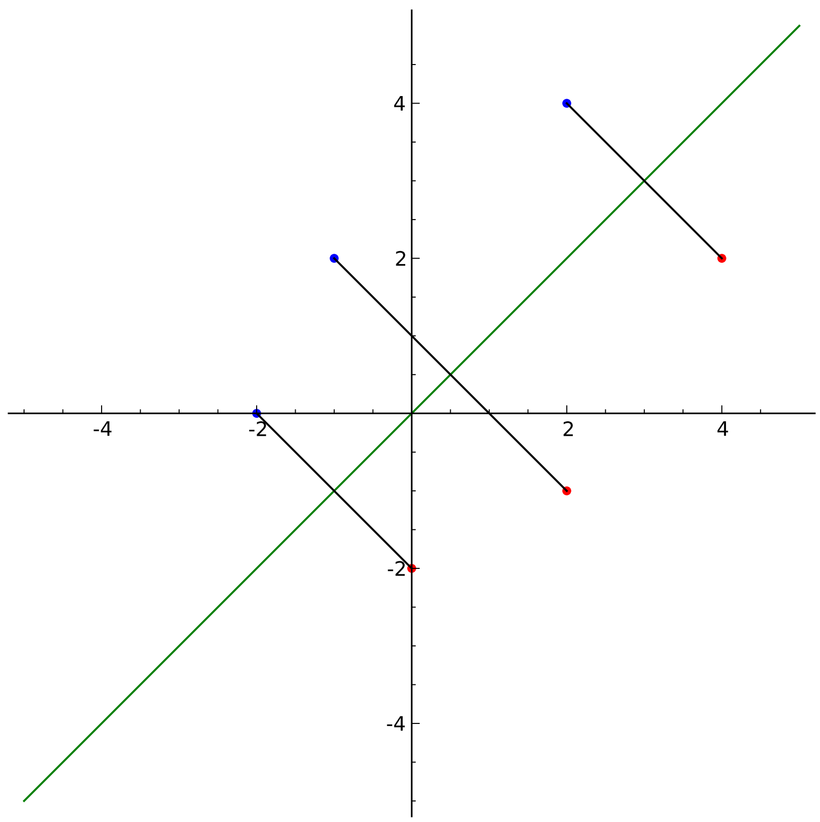
El punto $(-1, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, -1)$.



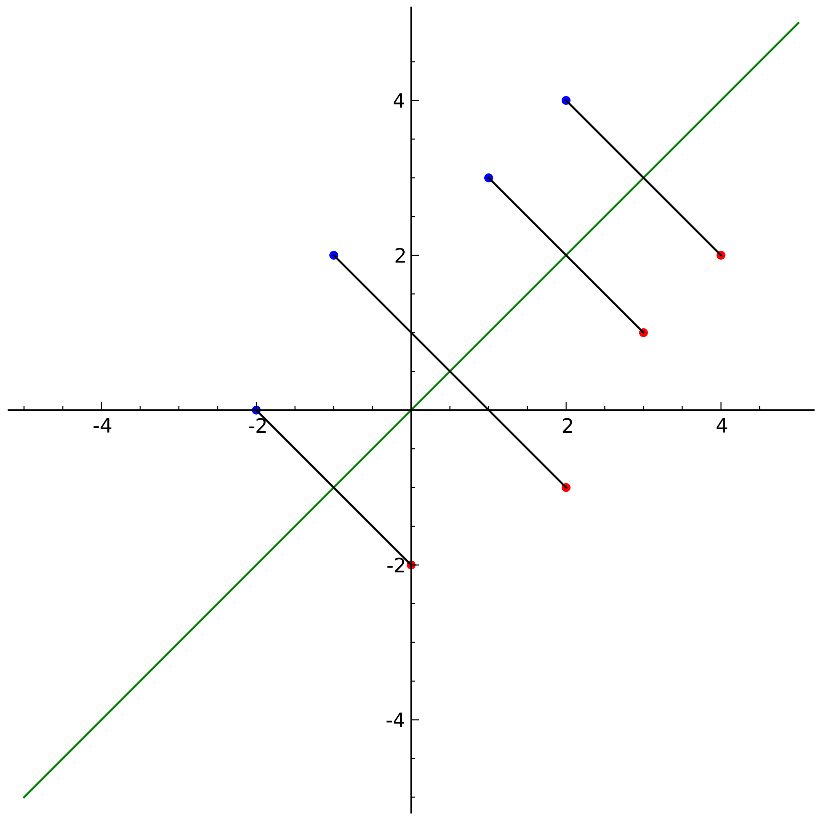

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(2,4)$ tiene como simétrico el punto $(4,2)$.



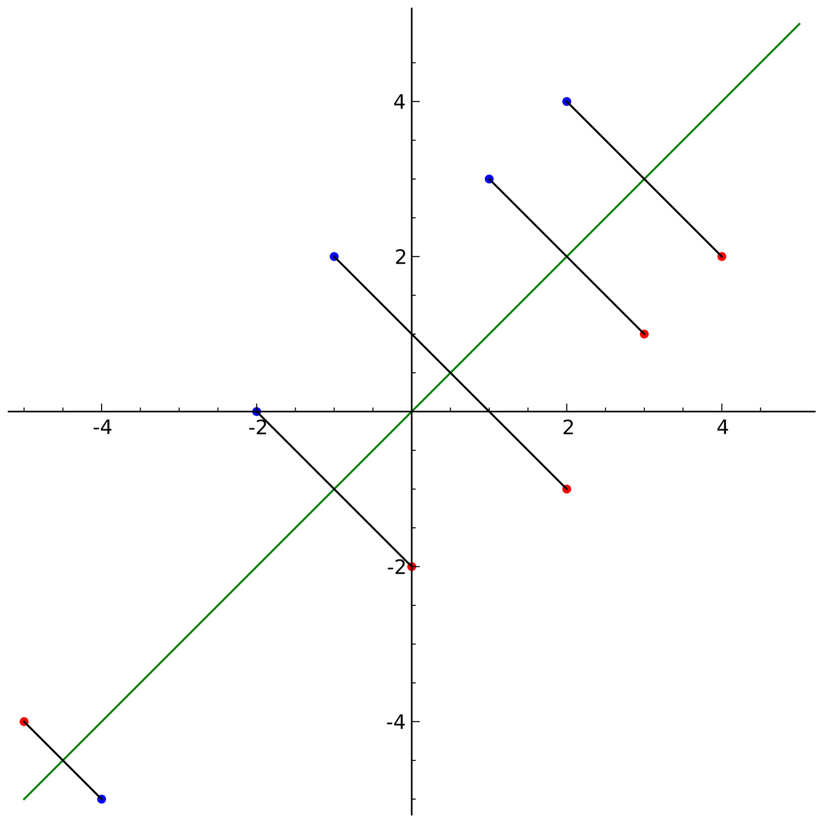

El punto $(-2, 0)$ tiene como simétrico el punto $(0, -2)$.



El punto $(1,3)$ tiene como simétrico el punto $(3,1)$.




El punto $(-4,-5)$ tiene como simétrico el punto $(-5,-4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (y, x)$$

□

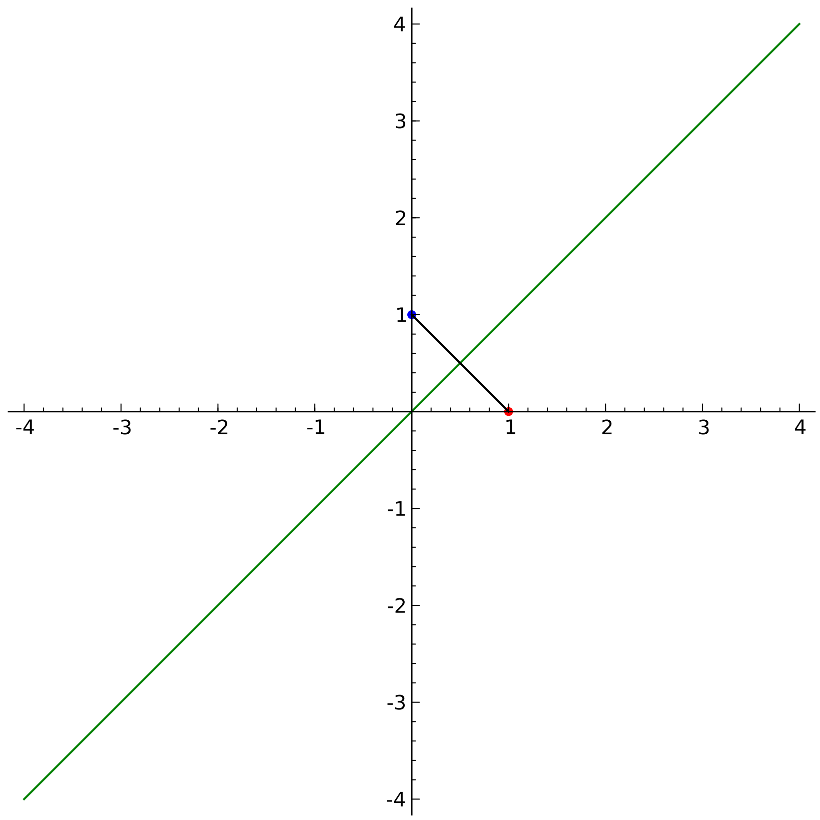
**Ejercicio 4.102.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0, 1) \quad (1, 3) \quad (0, 2) \quad (4, 3) \quad (-3, -1)$$

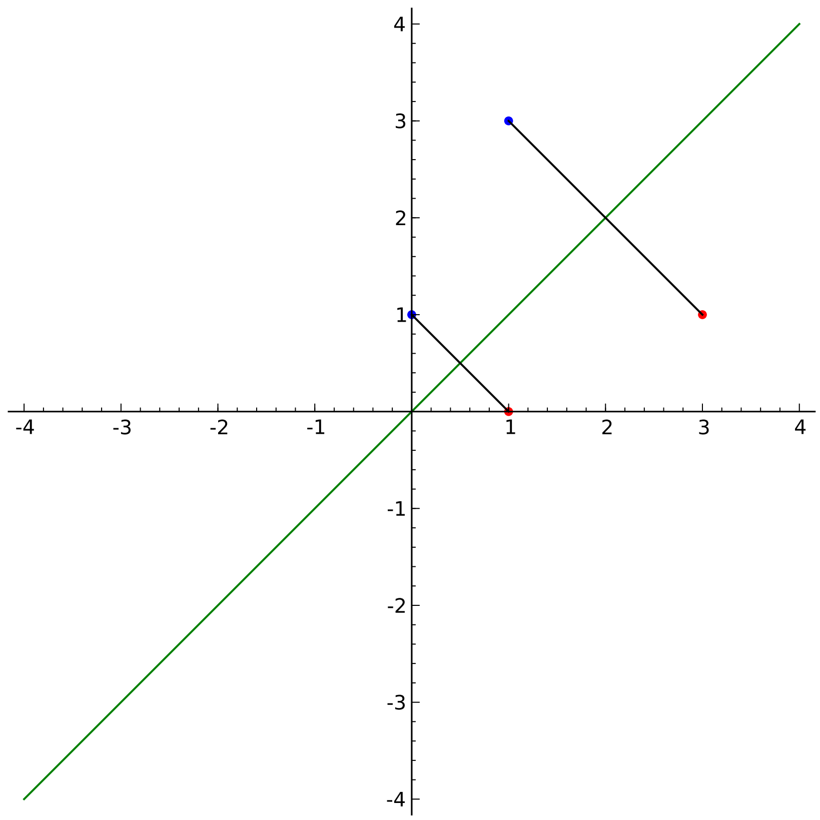
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

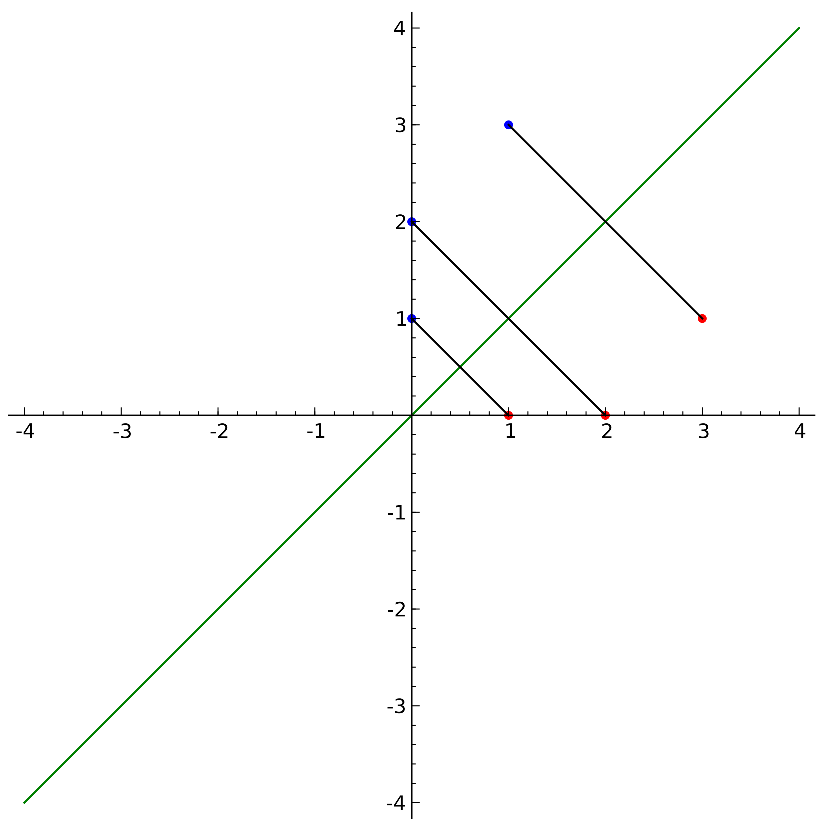
El punto $(0, 1)$ tiene como simétrico el punto $(1, 0)$.



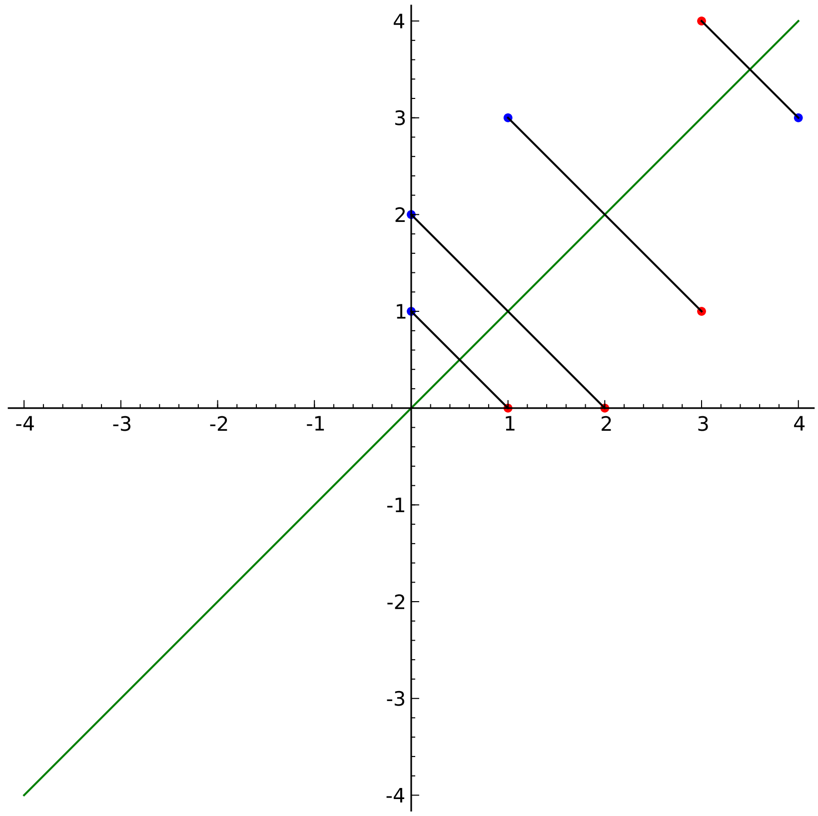

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(1, 3)$ tiene como simétrico el punto $(3, 1)$.



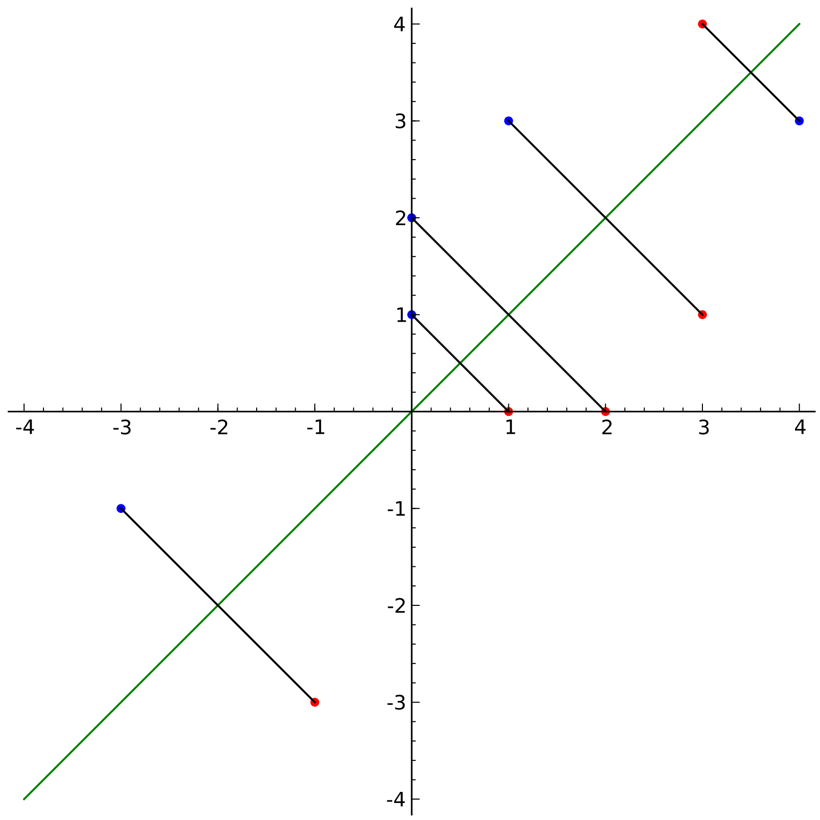

El punto $(0, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, 0)$.



El punto $(4, 3)$ tiene como simétrico el punto $(3, 4)$.




El punto $(-3, -1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, -3)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (y, x)$$

□

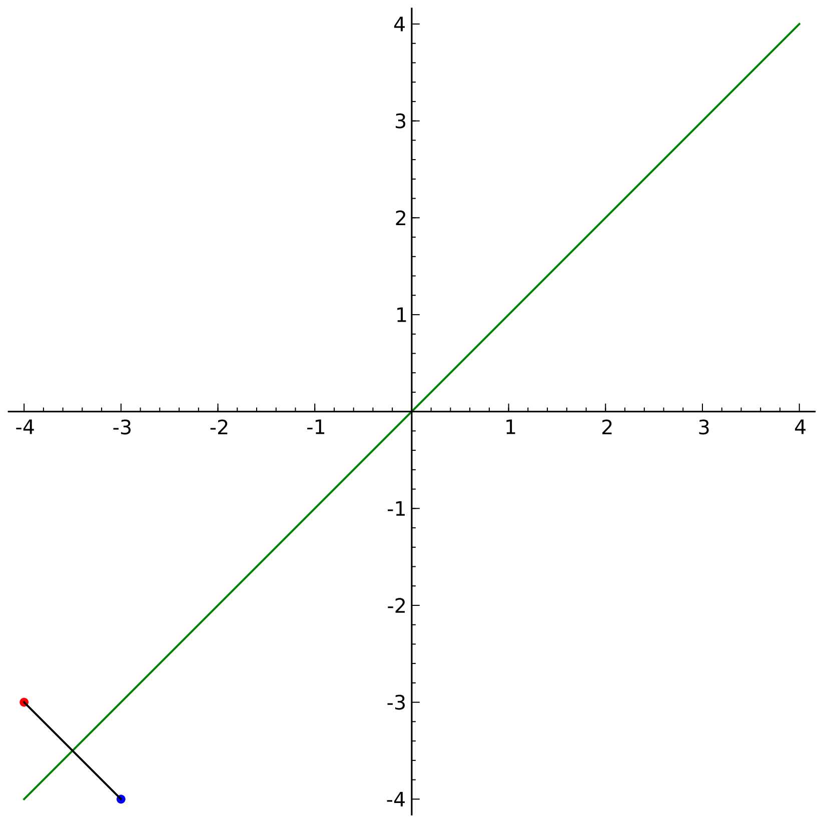
**Ejercicio 4.103.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3, -4) \quad (-1, 2) \quad (1, -1) \quad (-3, -4) \quad (-1, 3)$$

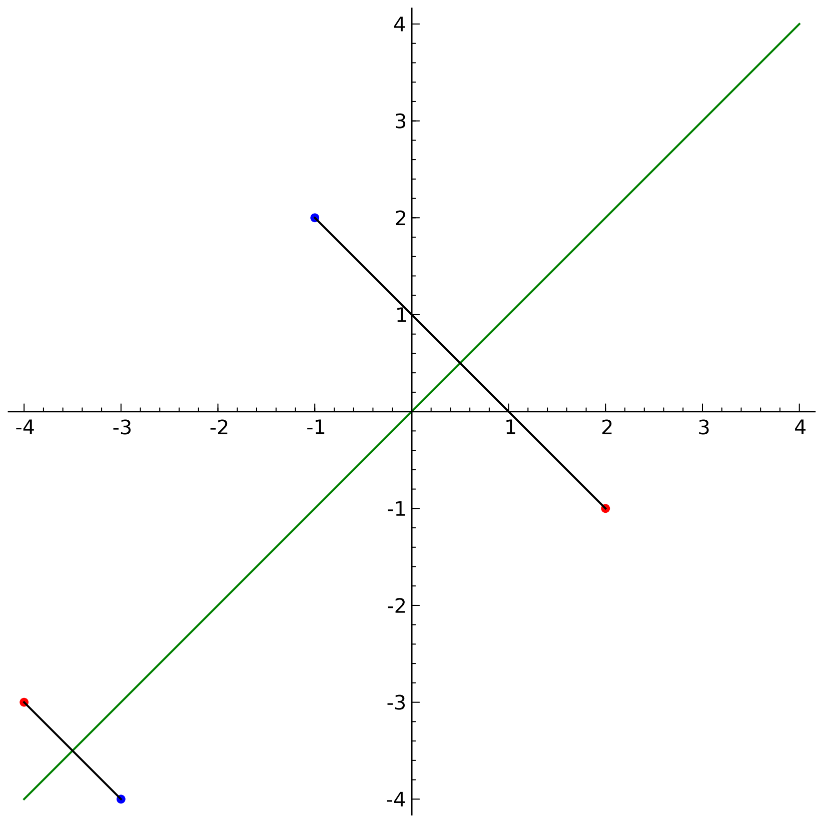
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

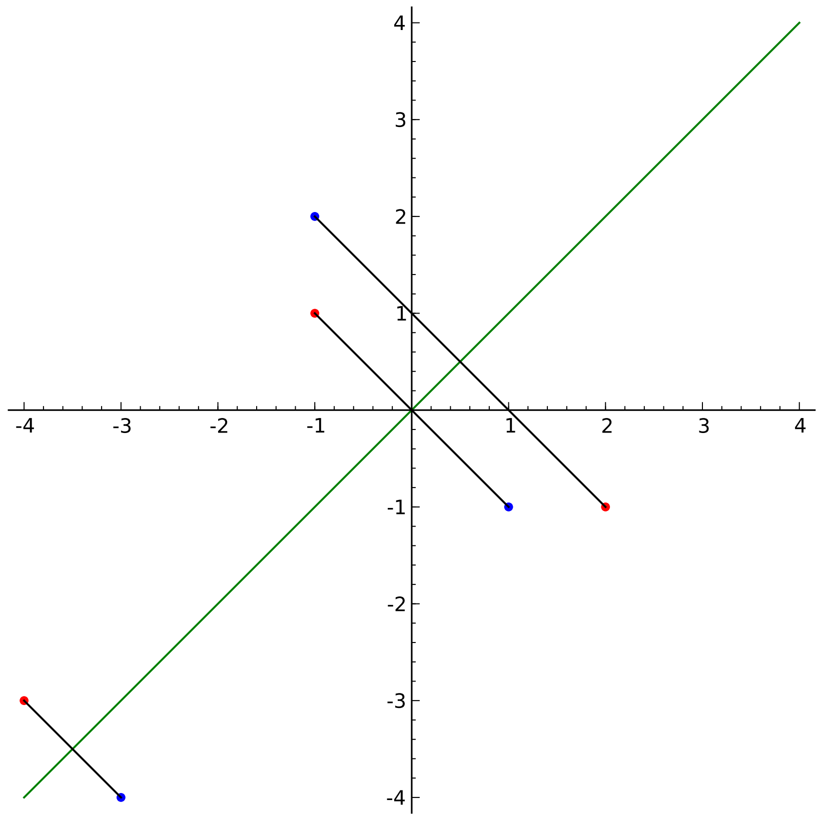
El punto $(-3, -4)$ tiene como simétrico el punto $(-4, -3)$.



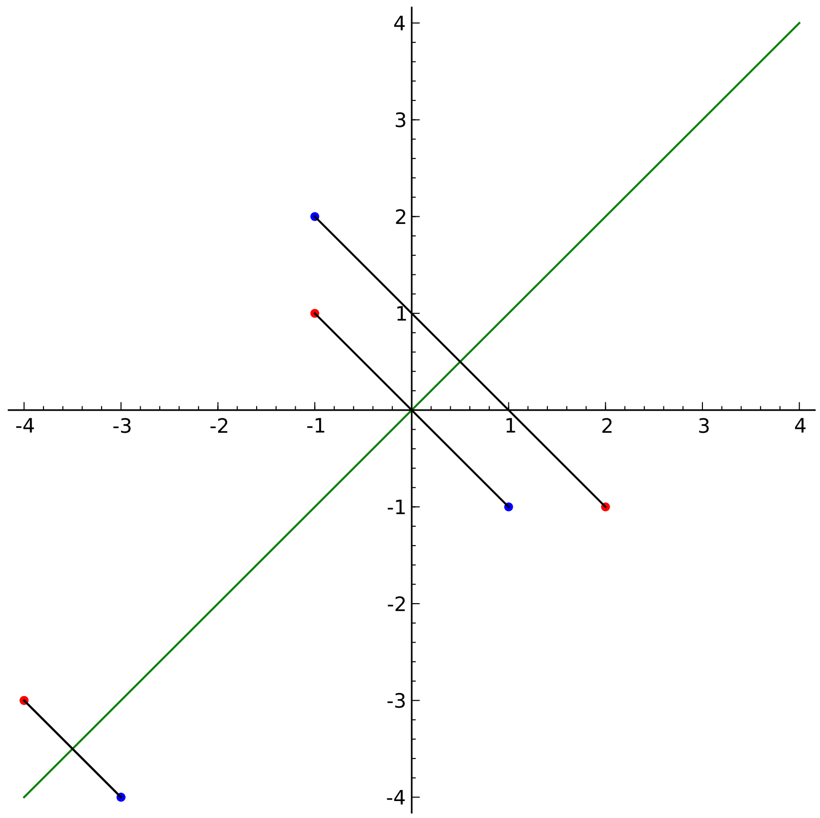

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-1, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, -1)$.



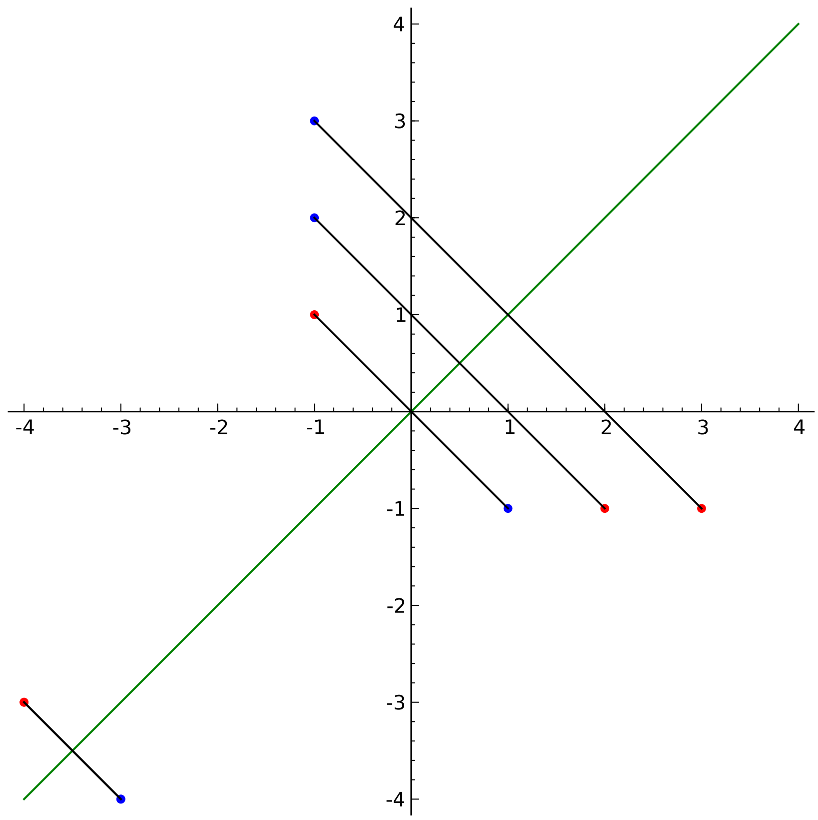

El punto $(1, -1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 1)$.



El punto $(-3,-4)$ tiene como simétrico el punto $(-4,-3)$.




El punto $(-1,3)$ tiene como simétrico el punto $(3,-1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (y, x)$$

$\square$

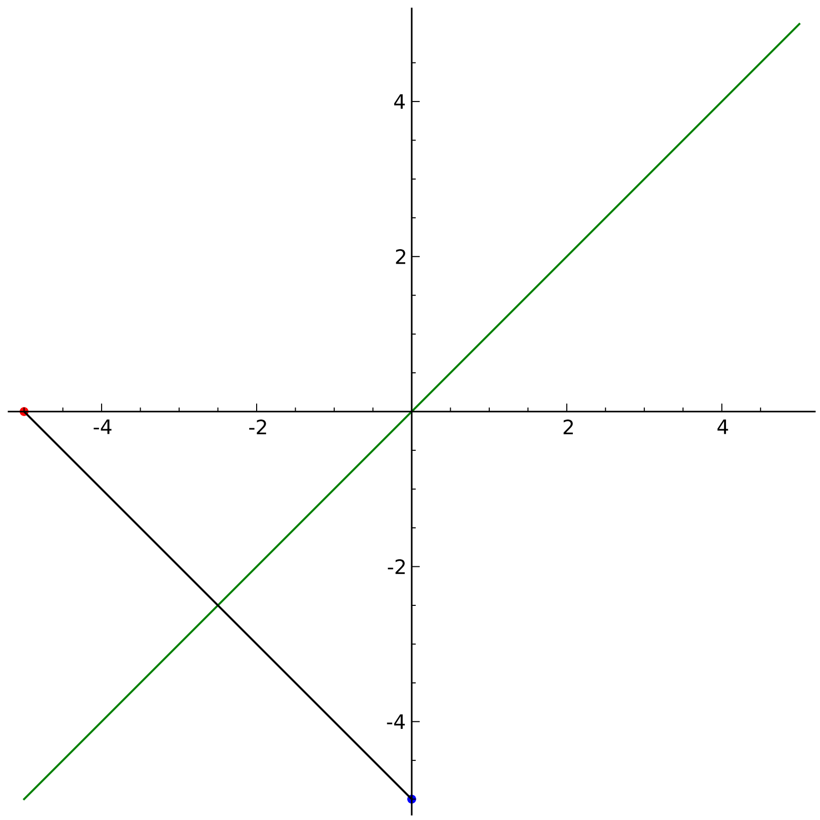
**Ejercicio 4.104.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0, -5) \quad (-5, 2) \quad (-3, 4) \quad (-5, 1) \quad (1, -1)$$

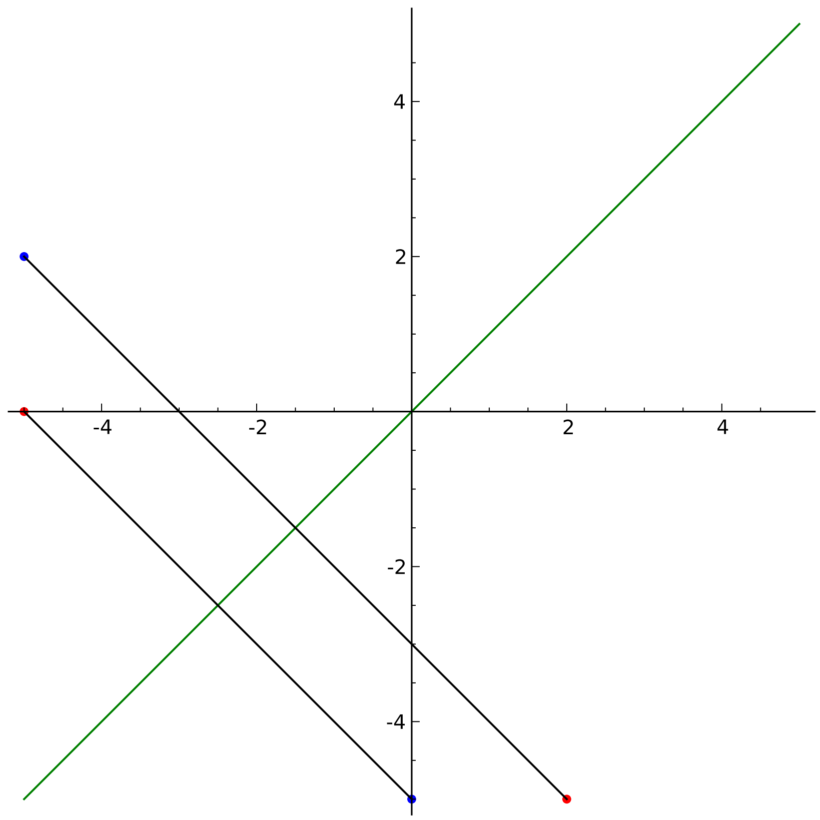
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

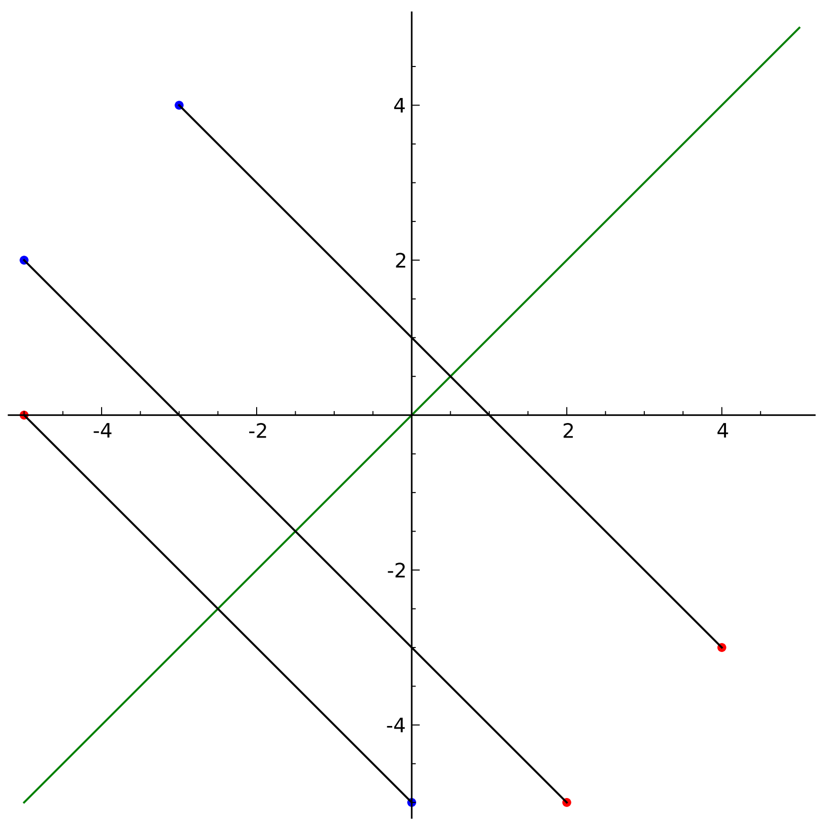
El punto $(0, -5)$ tiene como simétrico el punto $(-5, 0)$.



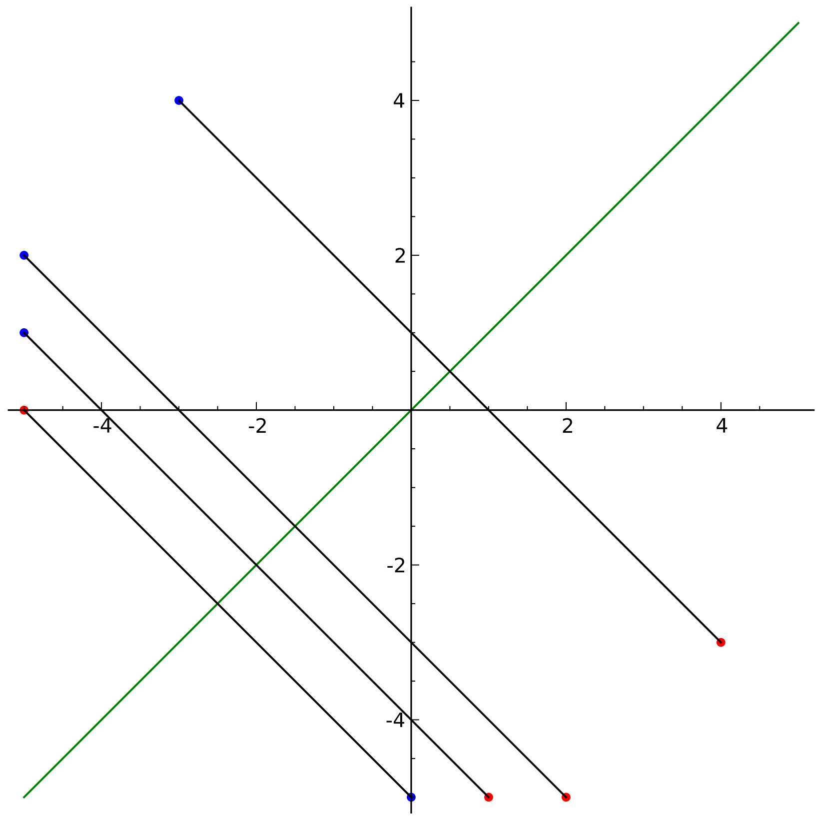

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-5, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, -5)$.



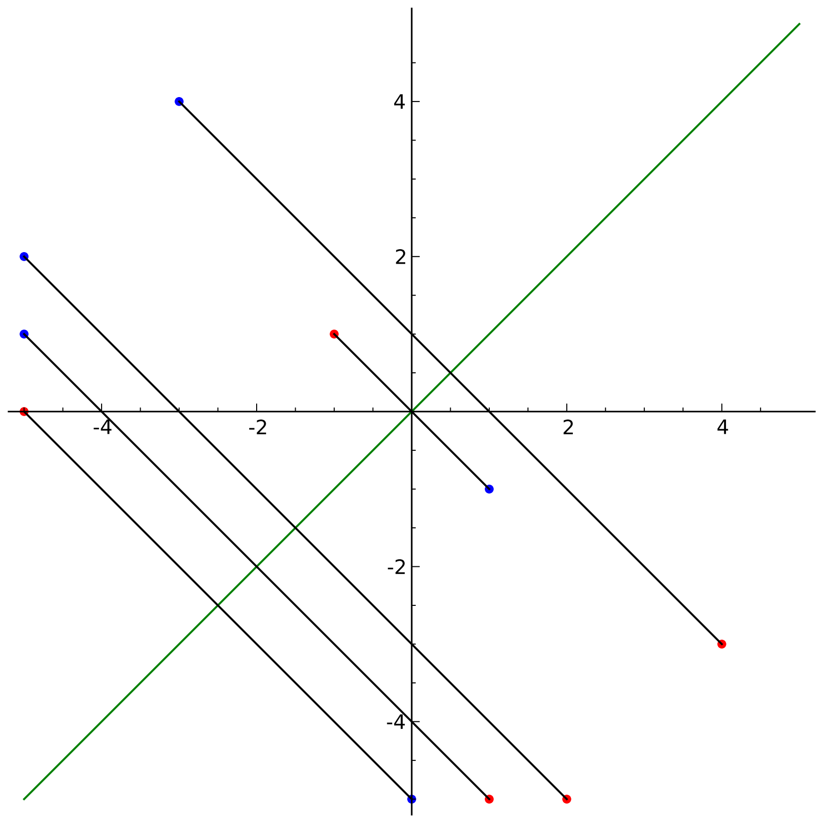

El punto $(-3, 4)$ tiene como simétrico el punto $(4, -3)$.



El punto $(-5, 1)$ tiene como simétrico el punto $(1, -5)$.




El punto $(1, -1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (y, x)$$

$\square$

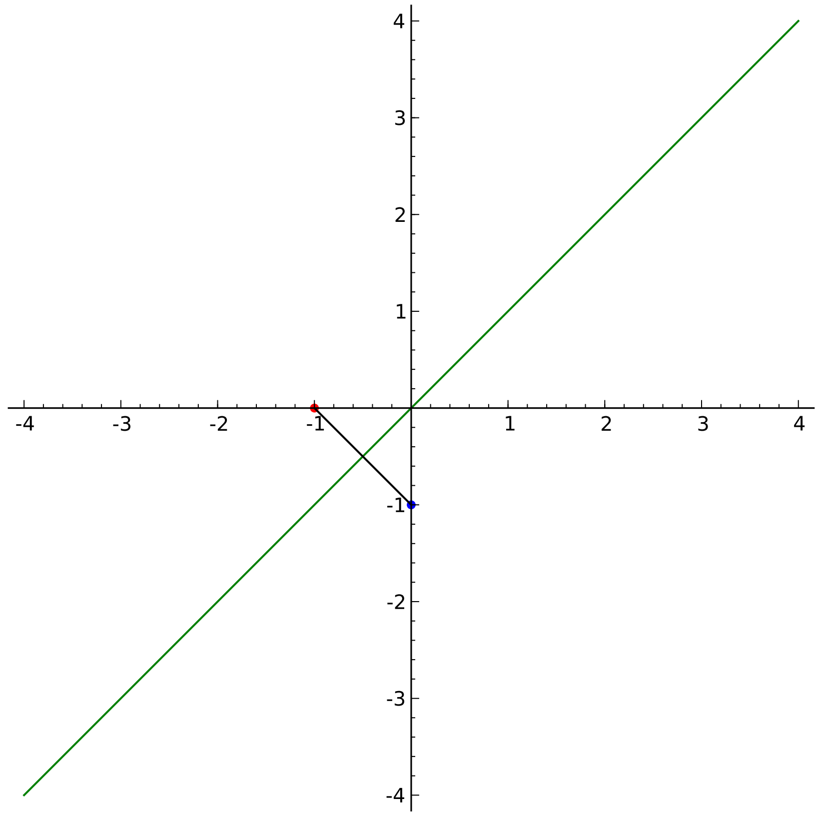
**Ejercicio 4.105.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0, -1) \quad (-4, -2) \quad (4, 3) \quad (3, 2) \quad (2, -4)$$

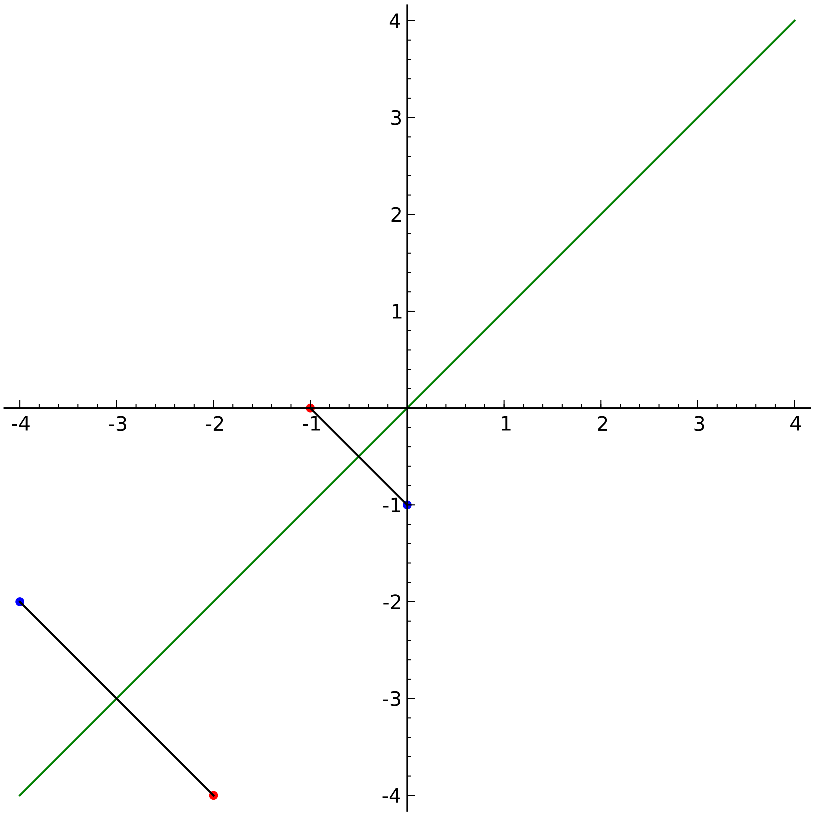
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

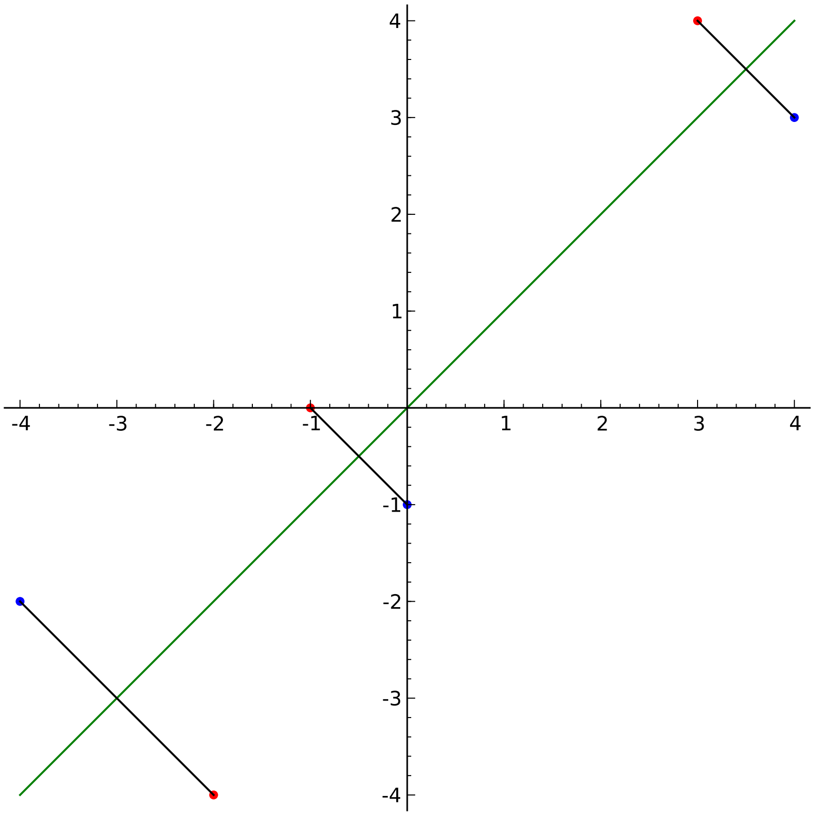
El punto $(0, -1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 0)$.



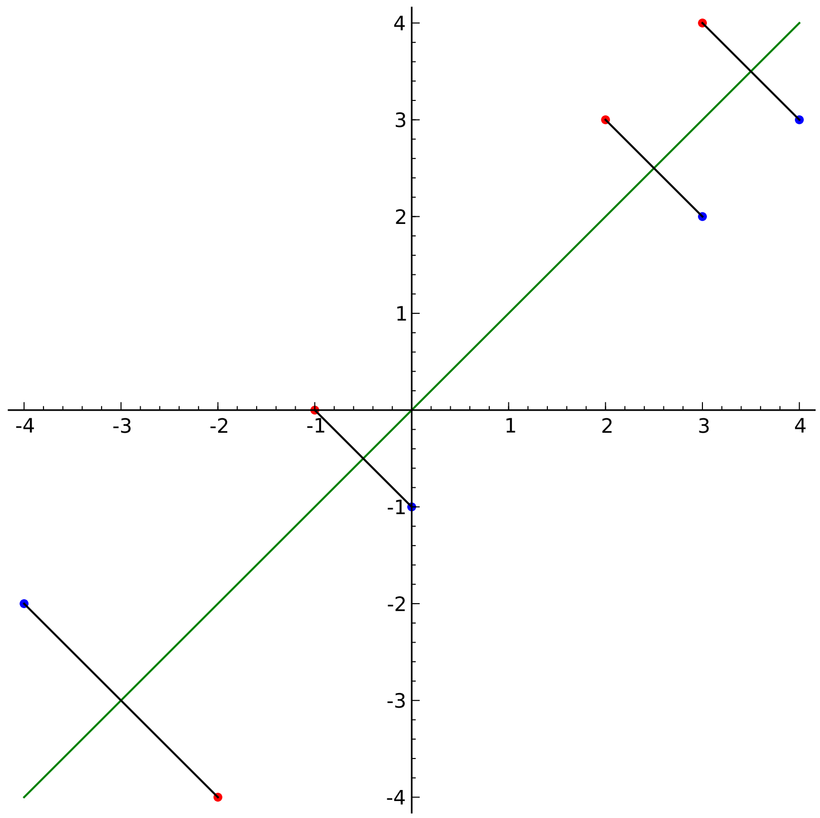

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-4, -2)$ tiene como simétrico el punto $(-2, -4)$.



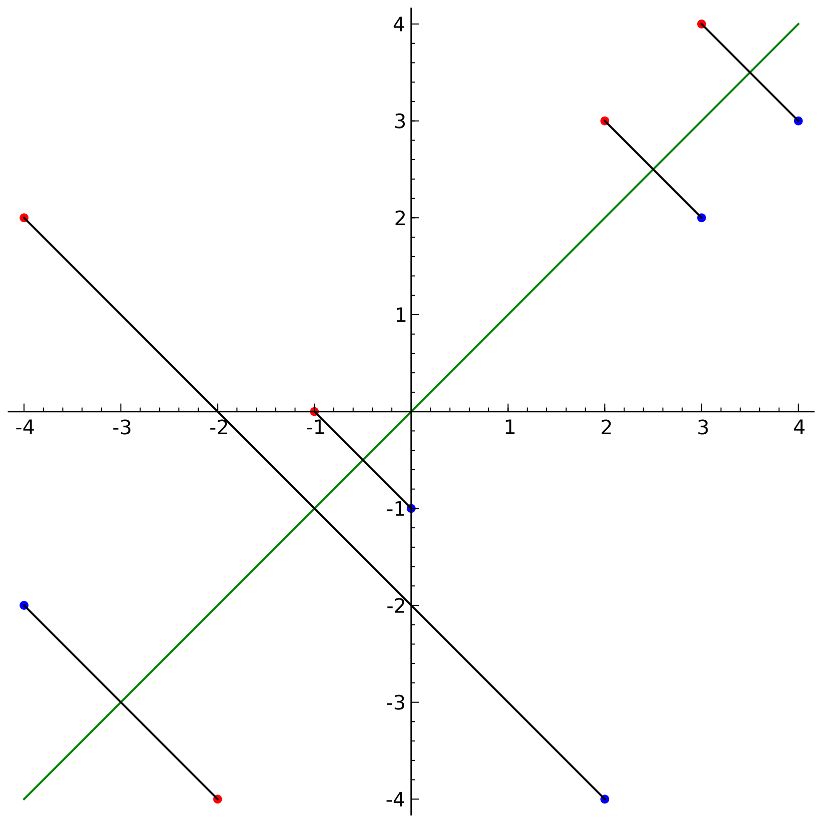

El punto $(4, 3)$ tiene como simétrico el punto $(3, 4)$.



El punto $(3, 2)$ tiene como simétrico el punto $(2, 3)$.




El punto $(2, -4)$ tiene como simétrico el punto $(-4, 2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (y, x)$$

□

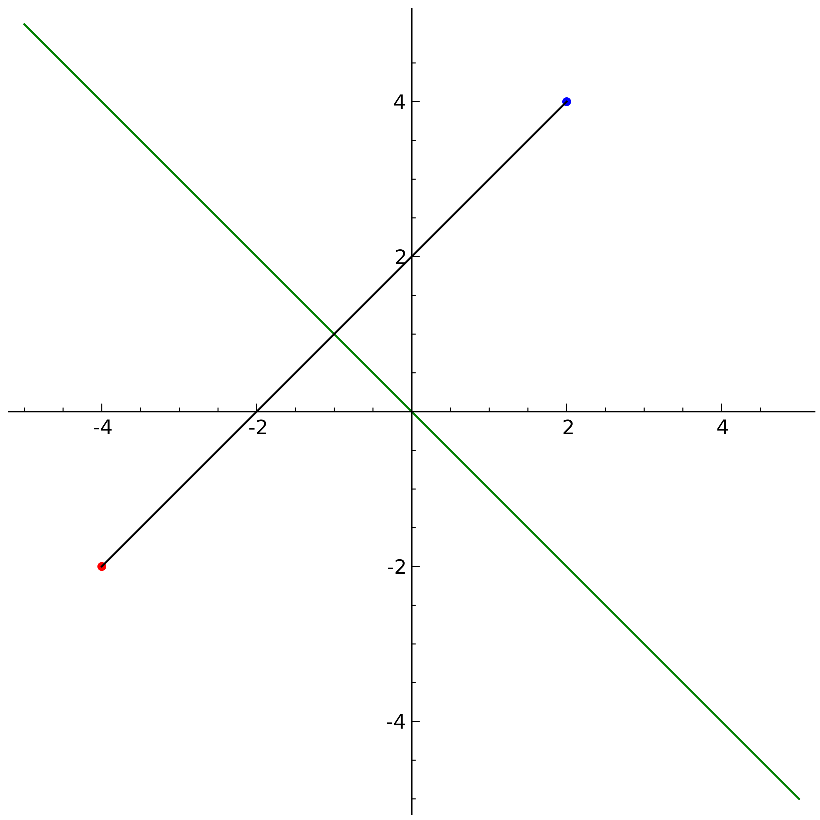
**Ejercicio 4.106.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2, 4) \quad (-3, -1) \quad (-5, -5) \quad (-5, 4) \quad (0, -1)$$

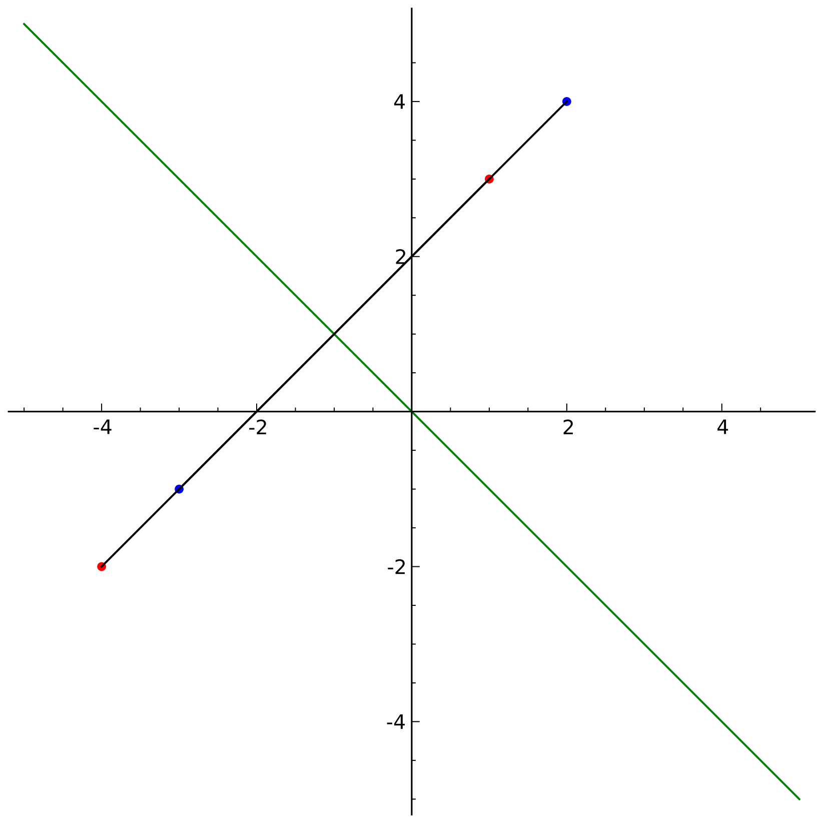
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

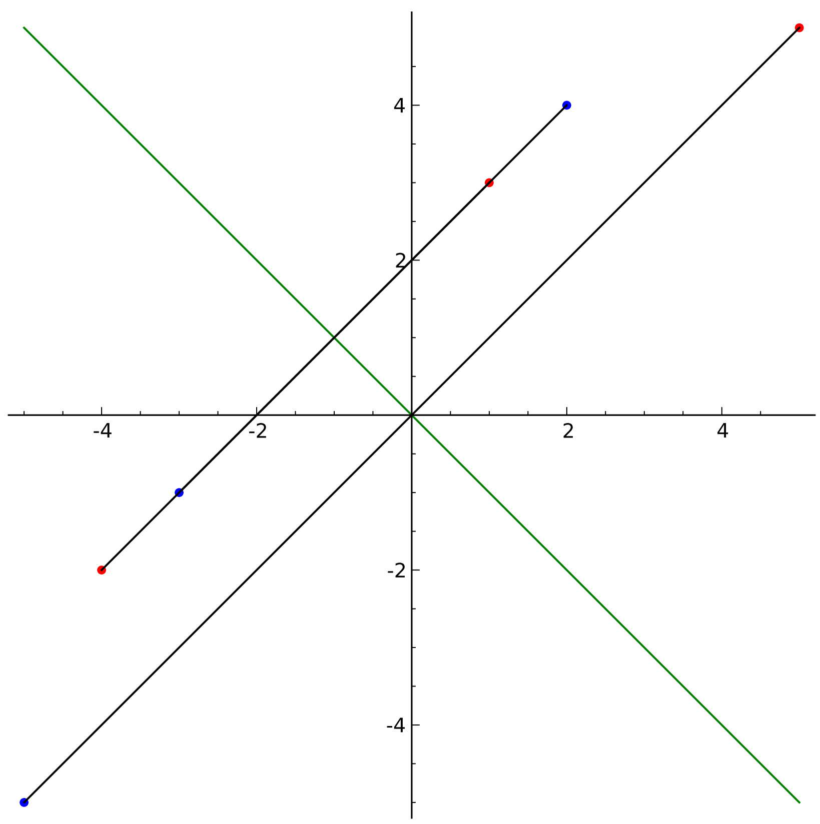
El punto $(2, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-4, -2)$.



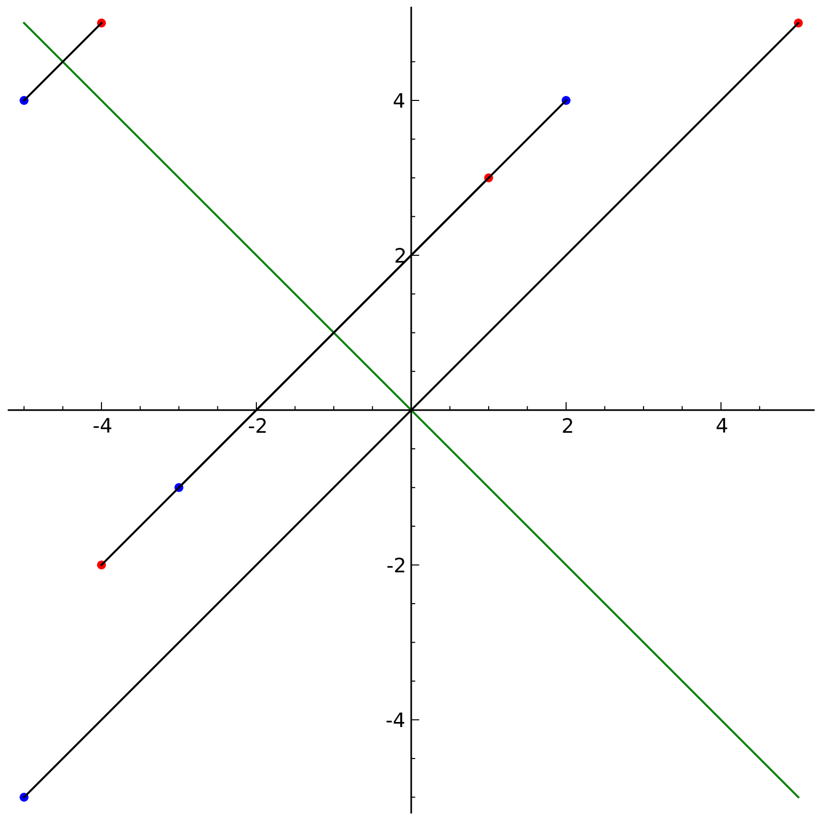

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-3, -1)$ tiene como simétrico el punto $(1, 3)$.



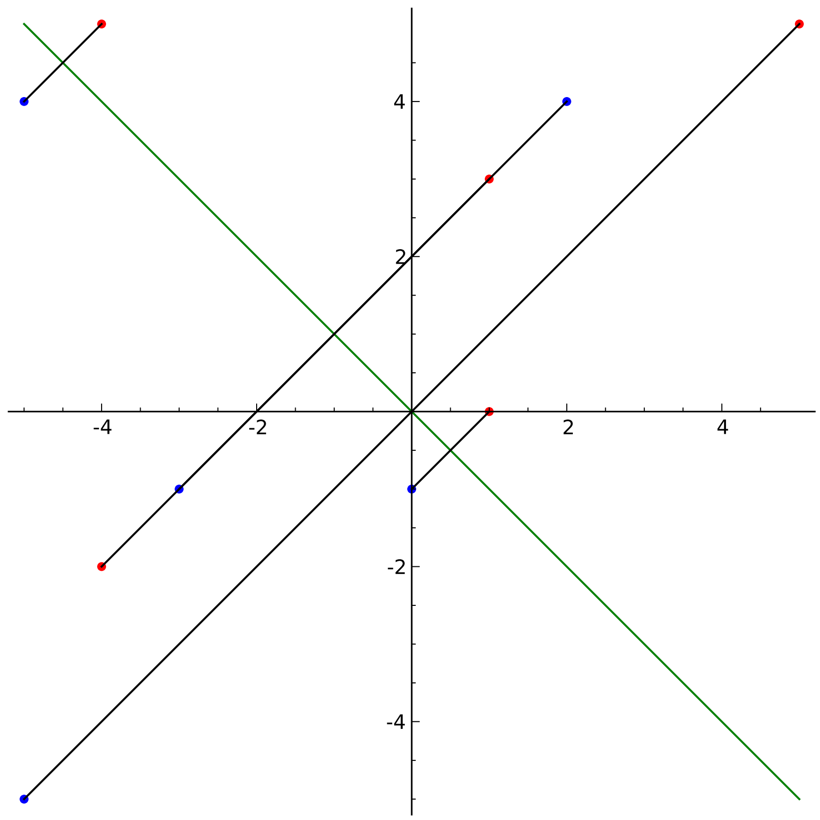

El punto $(-5,-5)$ tiene como simétrico el punto $(5,5)$.



El punto $(-5, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-4, 5)$.




El punto $(0, -1)$ tiene como simétrico el punto $(1, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-y, -x)$$

□

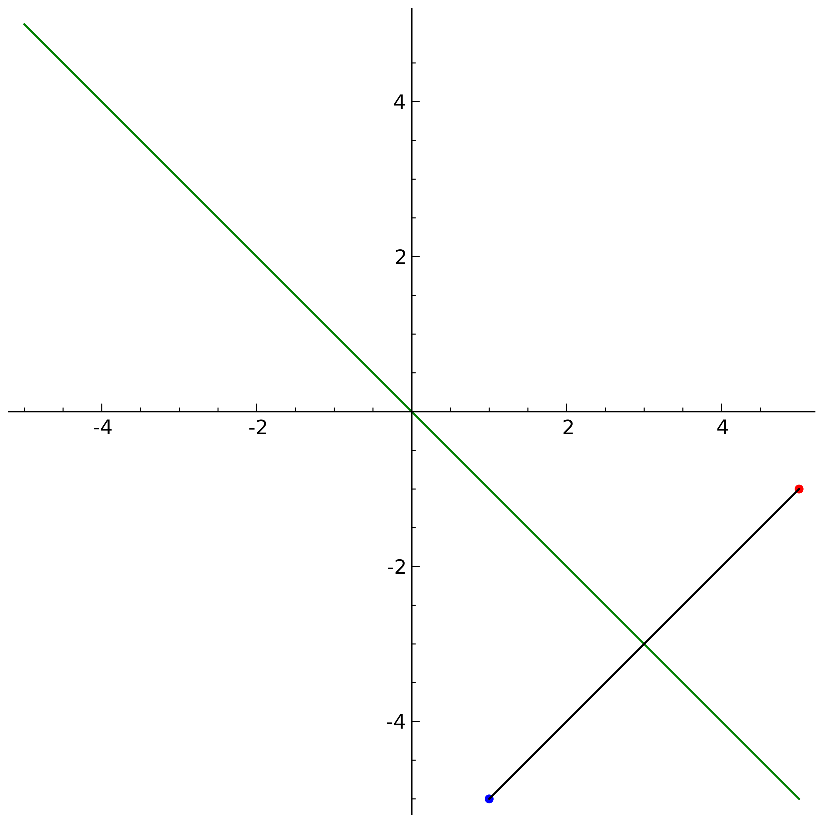
**Ejercicio 4.107.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, -5) \quad (3, 3) \quad (-3, 4) \quad (1, 0) \quad (-4, 2)$$

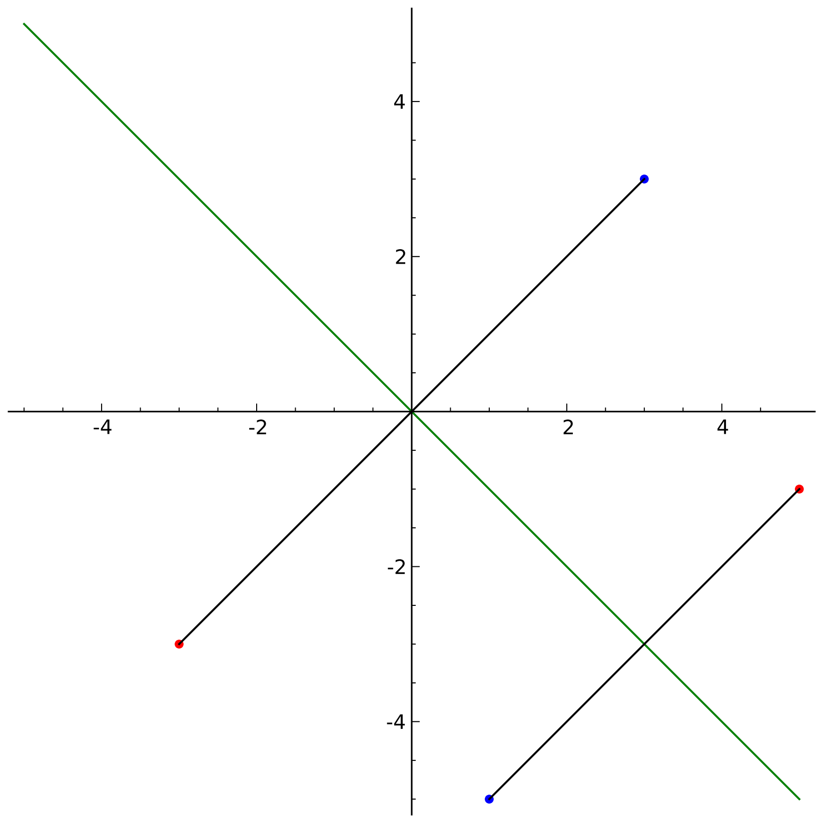
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

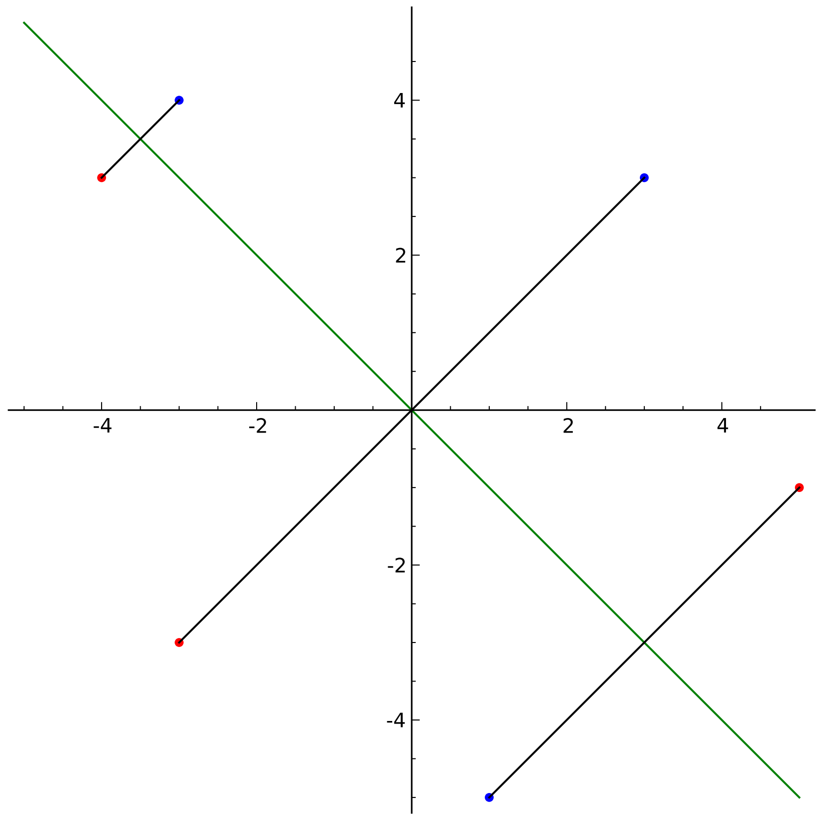
El punto $(1, -5)$ tiene como simétrico el punto $(5, -1)$.



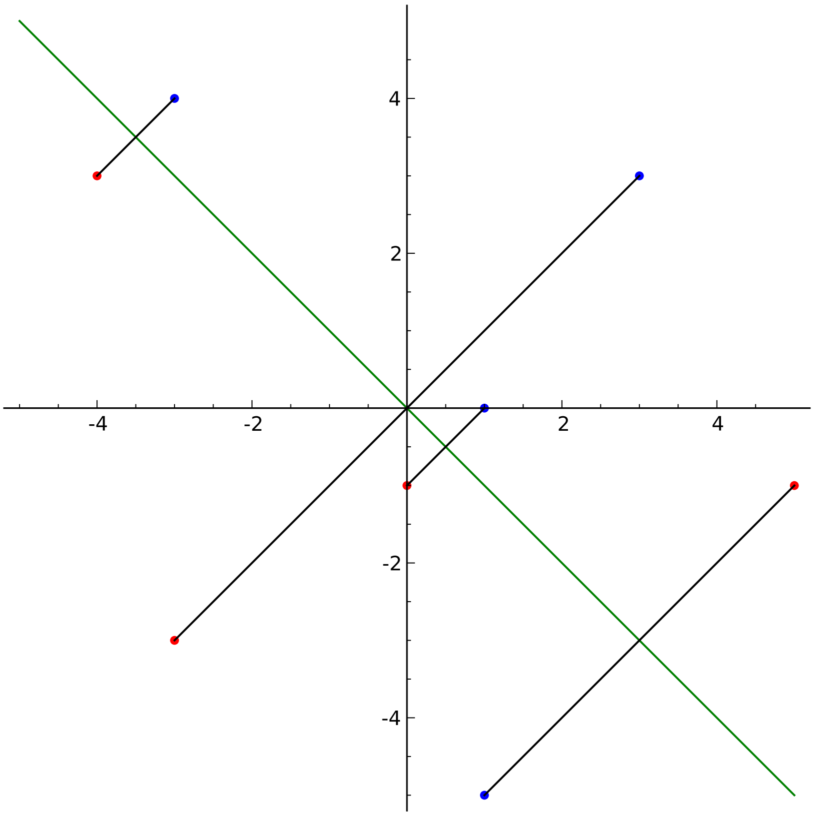

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, 3)$ tiene como simétrico el punto $(-3, -3)$.



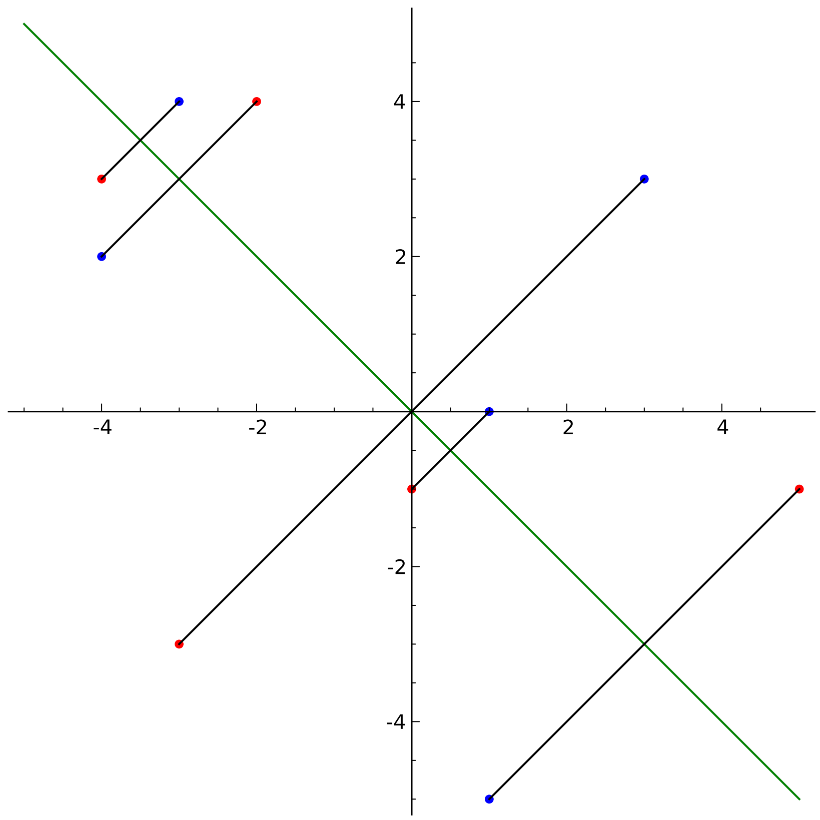

El punto $(-3, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-4, 3)$.



El punto $(1,0)$ tiene como simétrico el punto $(0,-1)$.




El punto $(-4,2)$ tiene como simétrico el punto $(-2,4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-y, -x)$$

$\square$

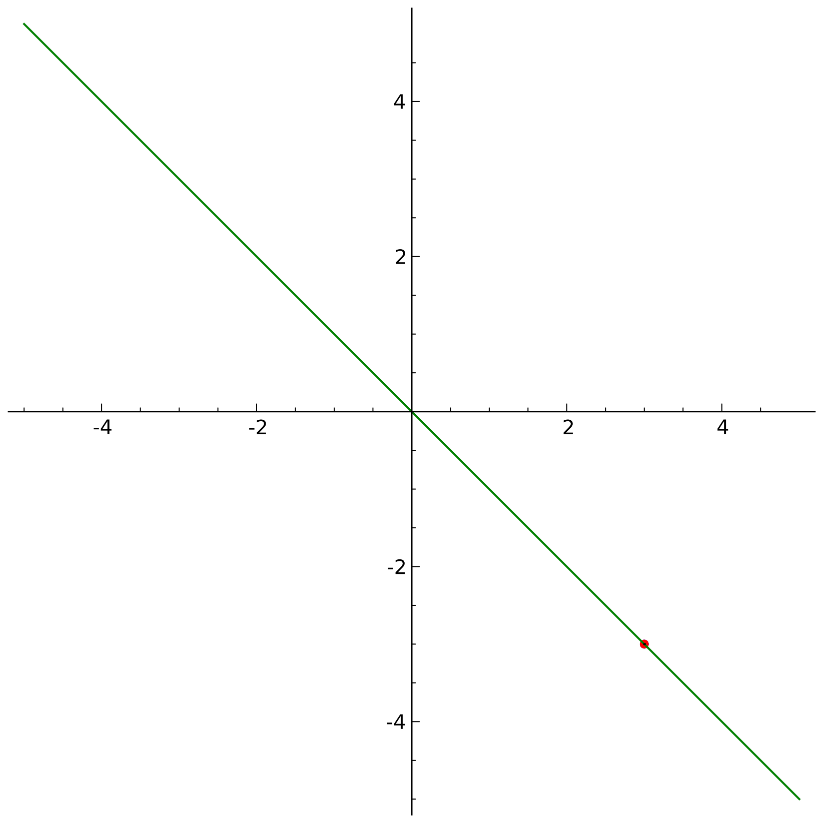
**Ejercicio 4.108.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3, -3) \quad (-1, -5) \quad (0, 0) \quad (4, 0) \quad (4, 1)$$

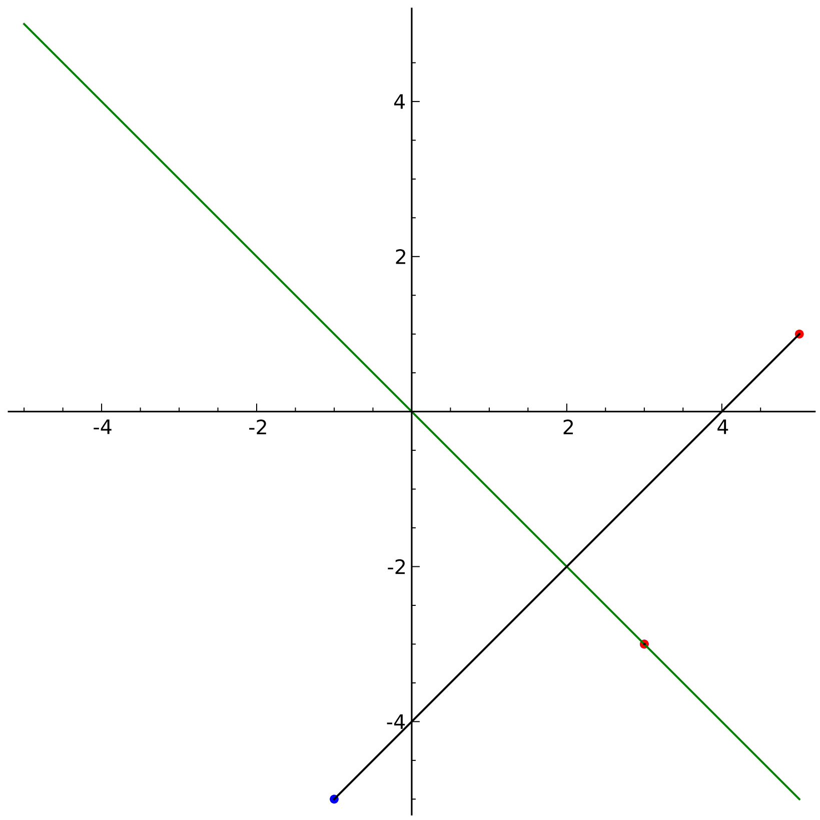
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

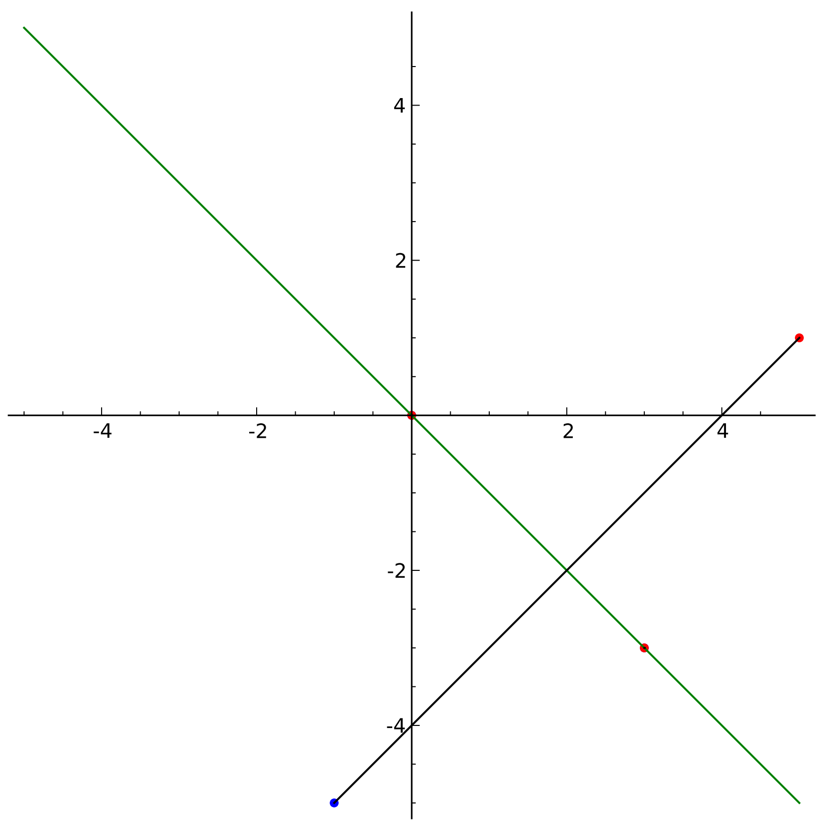
El punto $(3, -3)$ tiene como simétrico el punto $(3, -3)$.



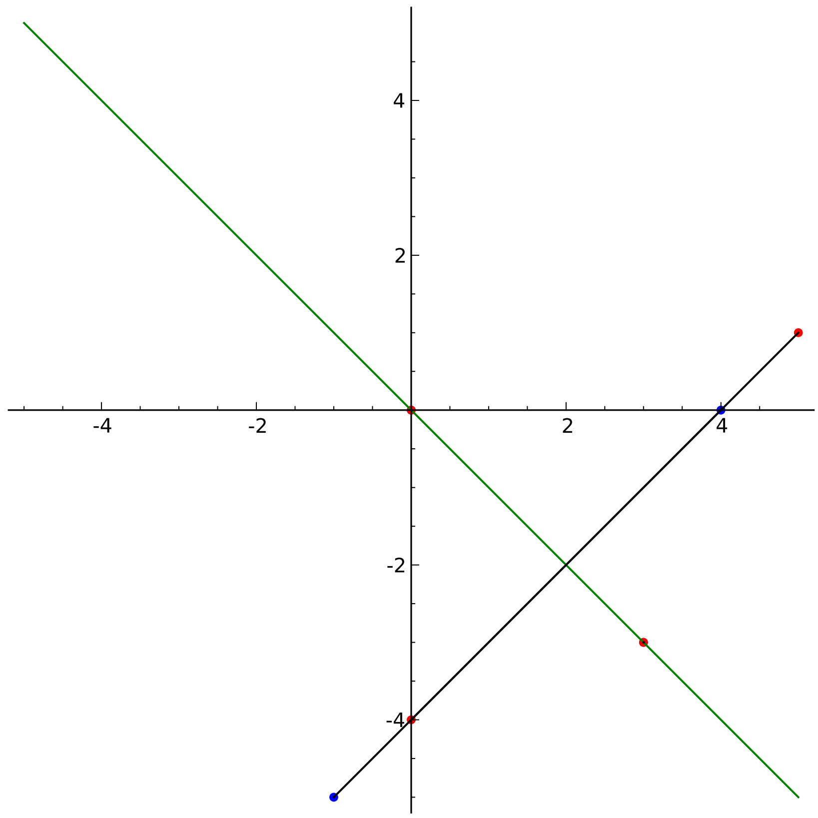

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-1, -5)$ tiene como simétrico el punto $(5, 1)$.



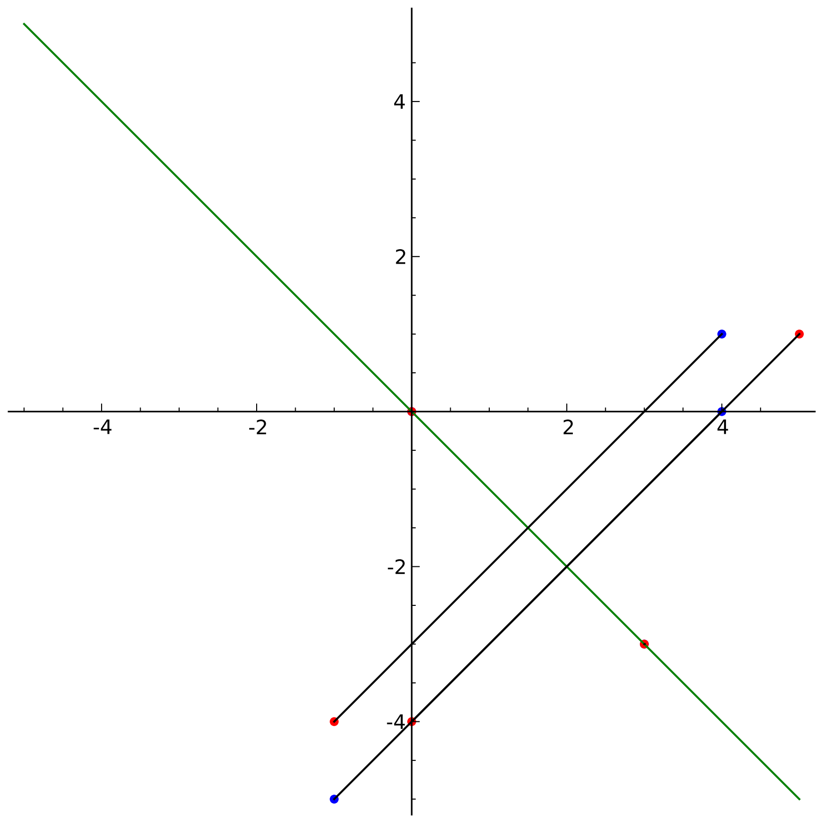

El punto $(0,0)$ tiene como simétrico el punto $(0,0)$.



El punto $(4, 0)$ tiene como simétrico el punto $(0, -4)$.




El punto $(4, 1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, -4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-y, -x)$$

□

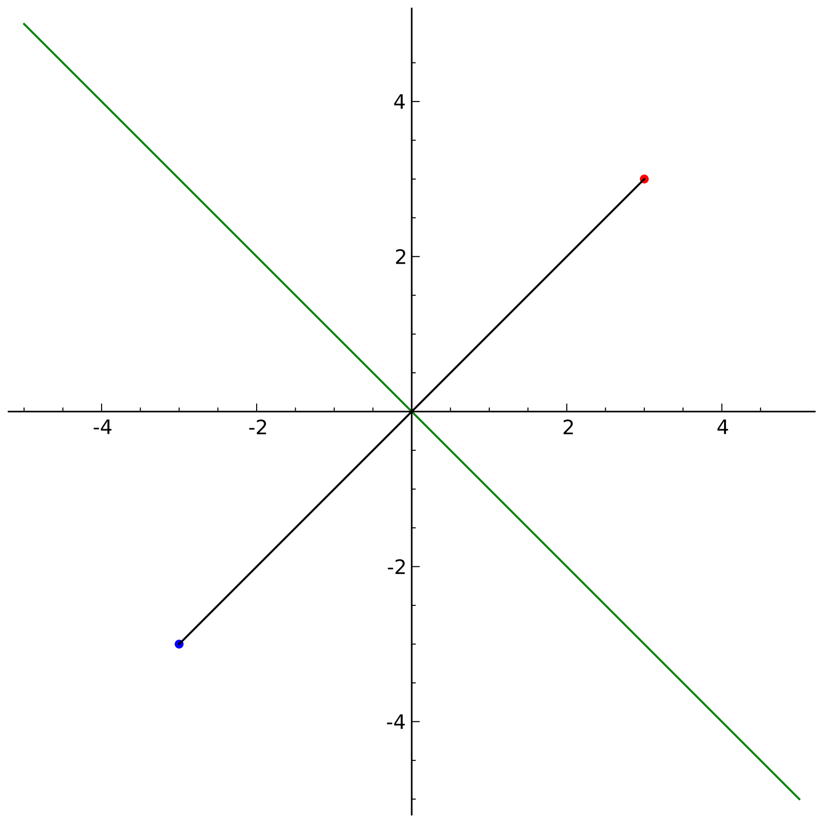
**Ejercicio 4.109.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3, -3) \quad (-5, -5) \quad (-4, -4) \quad (-5, -3) \quad (-4, 4)$$

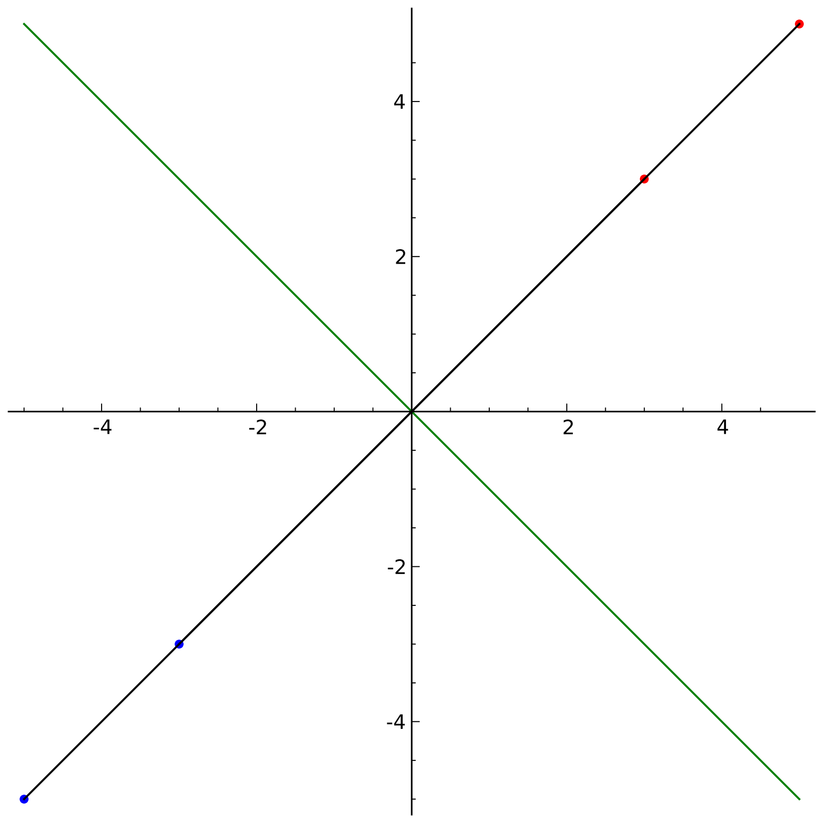
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

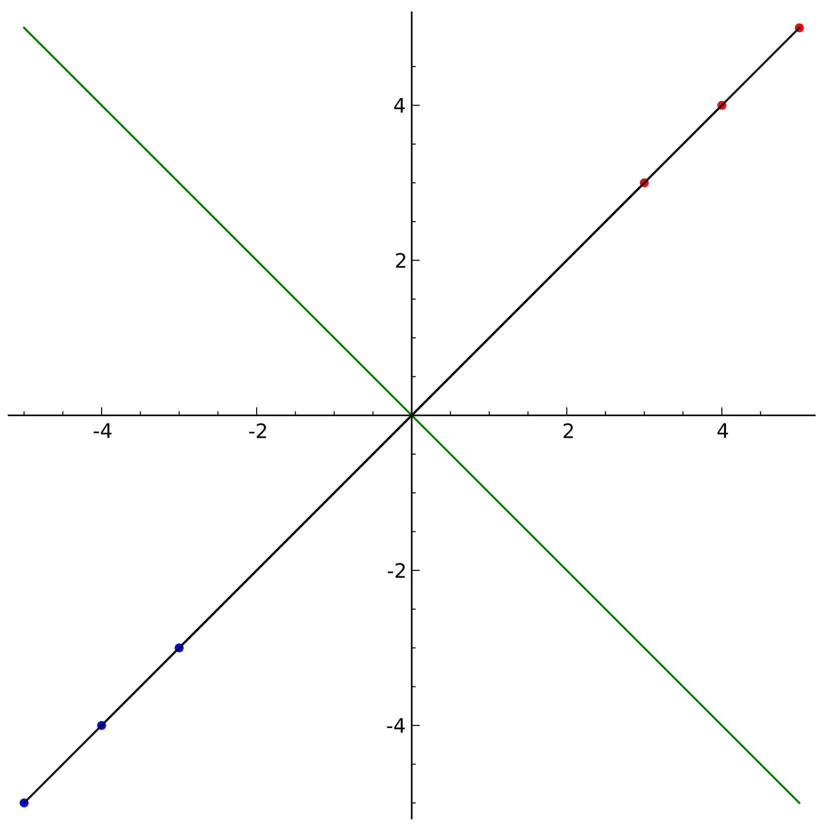
El punto $(-3, -3)$ tiene como simétrico el punto $(3, 3)$.



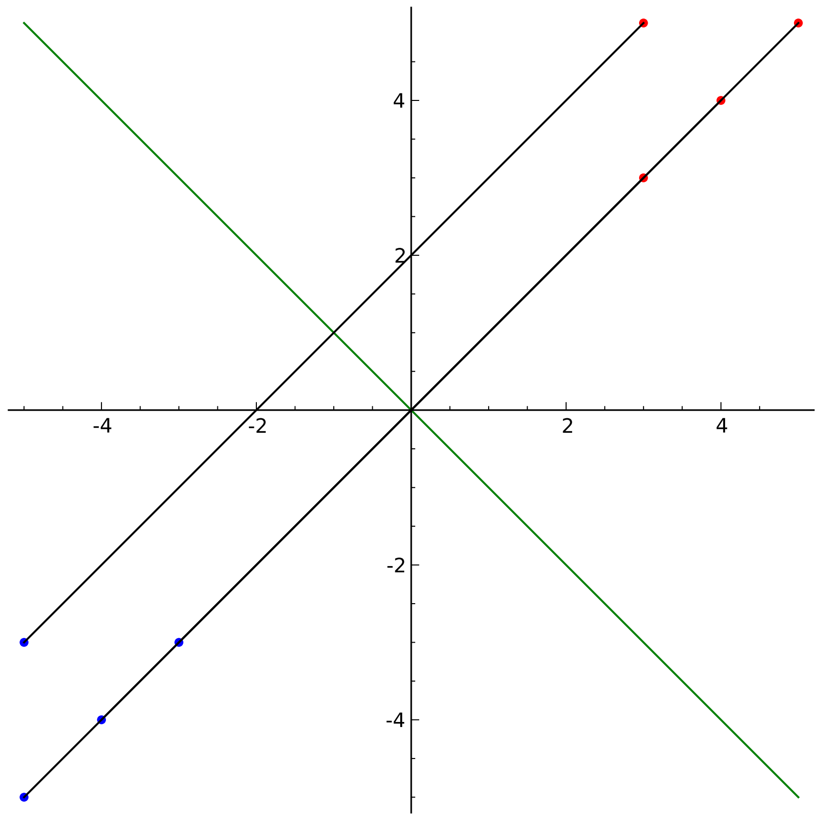

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-5,-5)$ tiene como simétrico el punto $(5,5)$.



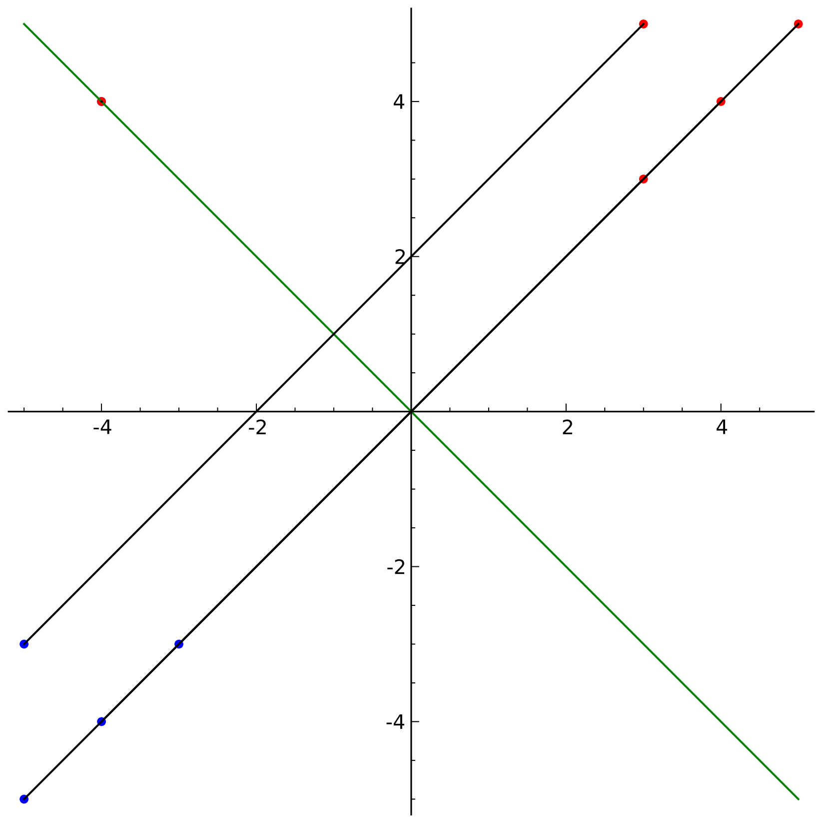

El punto $(-4, -4)$ tiene como simétrico el punto $(4, 4)$.



El punto $(-5, -3)$ tiene como simétrico el punto $(3, 5)$.




El punto $(-4, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-4, 4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-y, -x)$$

□

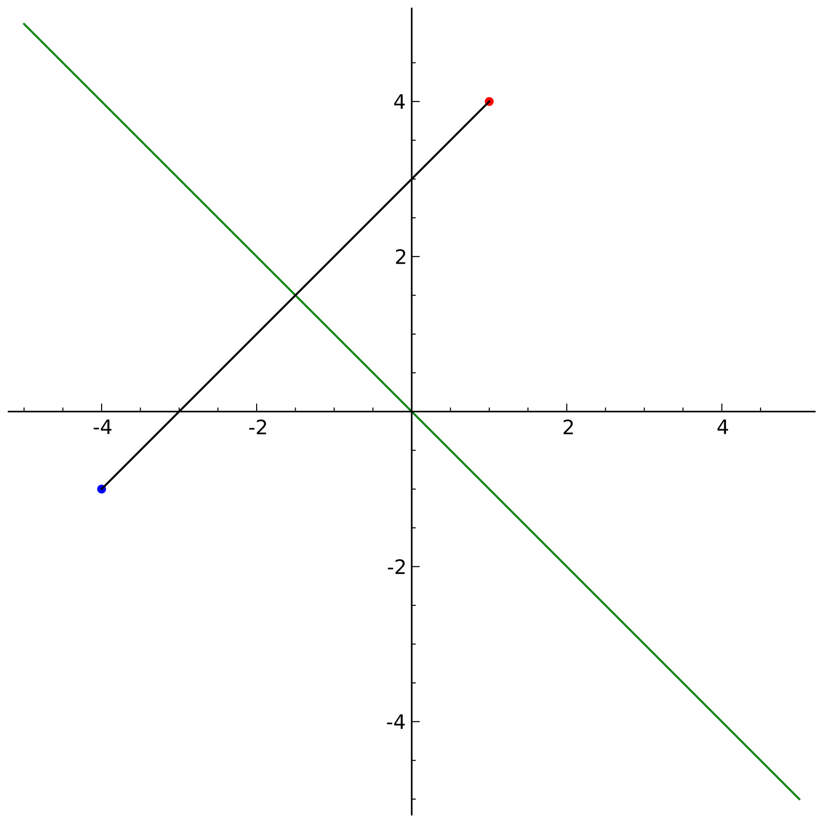
**Ejercicio 4.110.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-4, -1) \quad (3, 0) \quad (-2, 2) \quad (0, -3) \quad (3, -5)$$

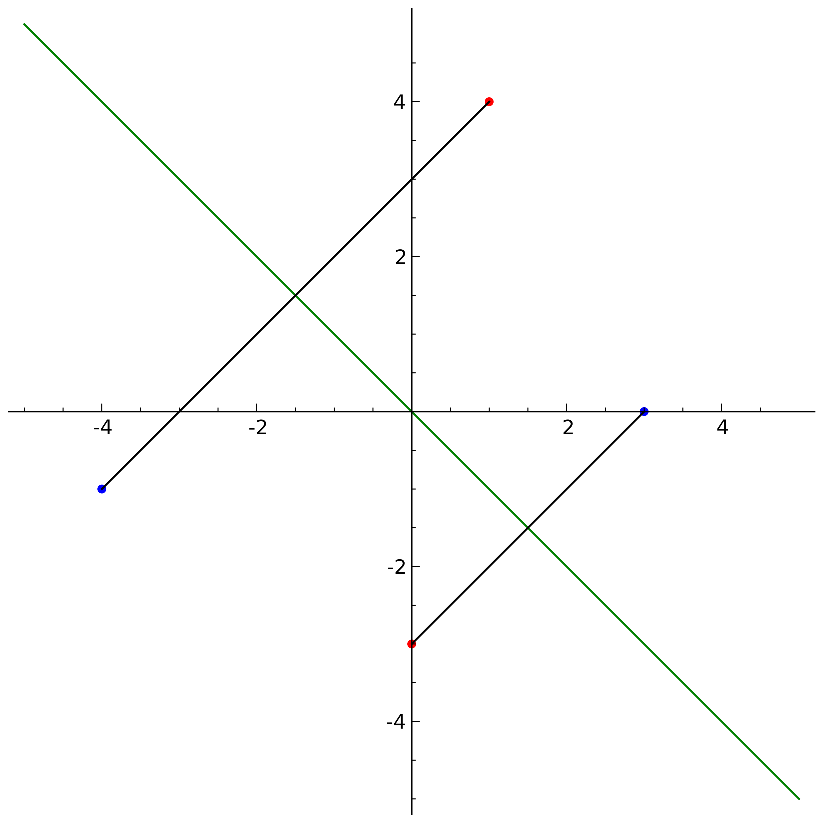
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

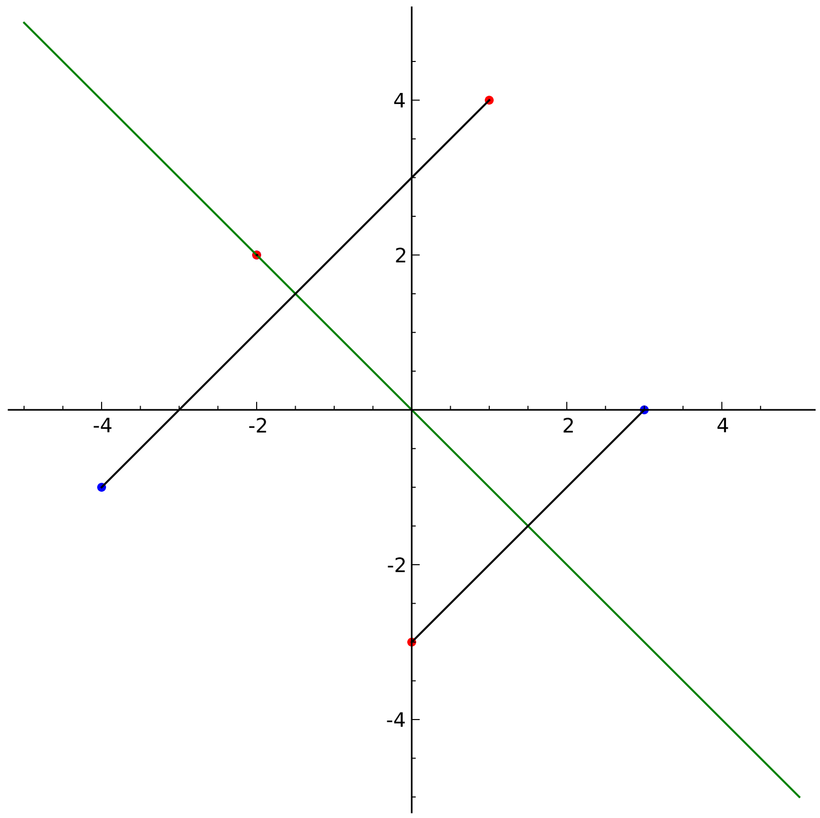
El punto $(-4, -1)$ tiene como simétrico el punto $(1, 4)$.



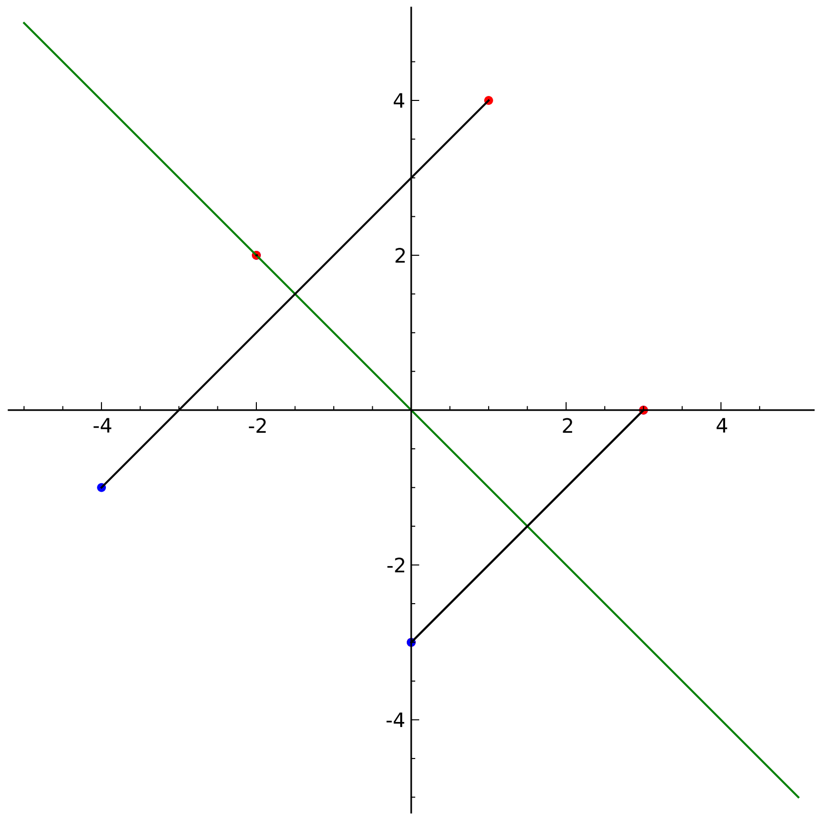

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, 0)$ tiene como simétrico el punto $(0, -3)$.



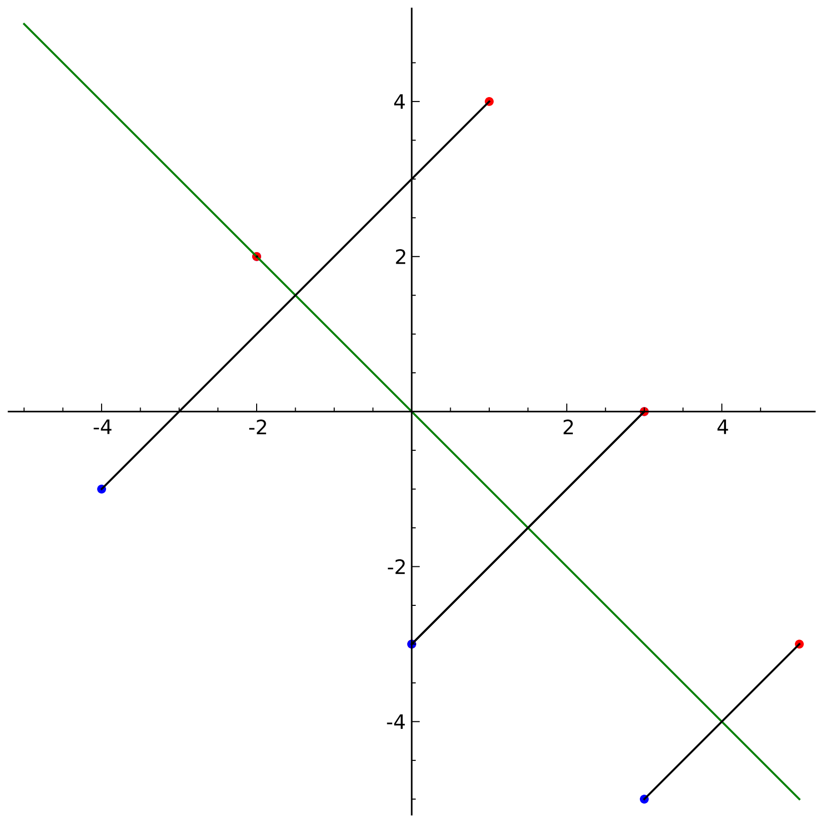

El punto $(-2, 2)$ tiene como simétrico el punto $(-2, 2)$.



El punto $(0, -3)$ tiene como simétrico el punto $(3, 0)$.




El punto $(3, -5)$ tiene como simétrico el punto $(5, -3)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x,y) = (-y,-x)$$

□

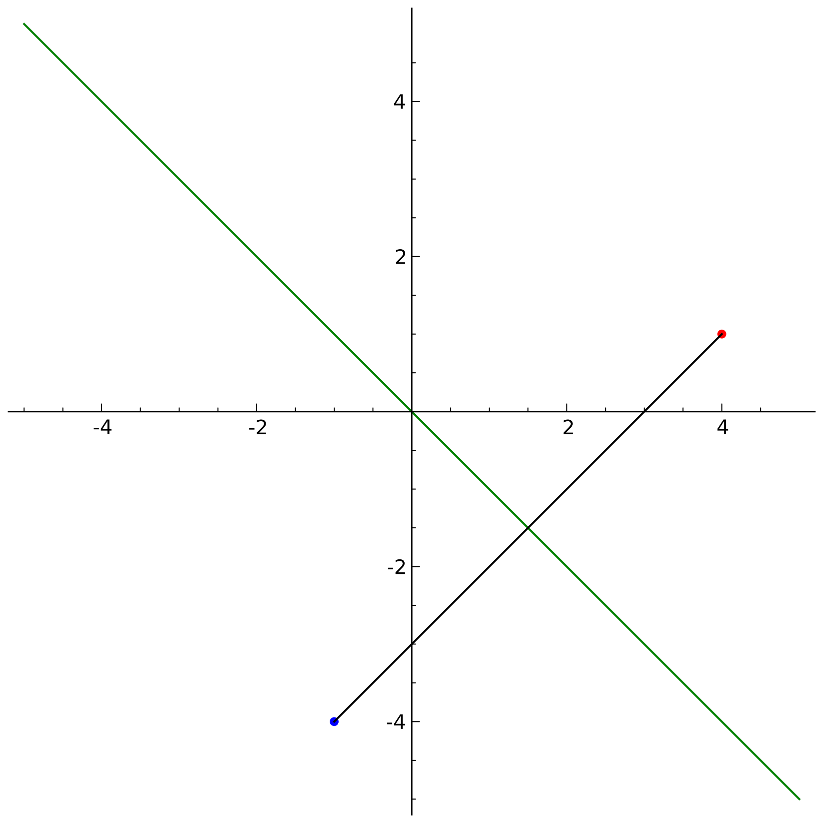
**Ejercicio 4.111.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1,-4) \quad (-2,0) \quad (-4,-5) \quad (-1,0) \quad (1,0)$$

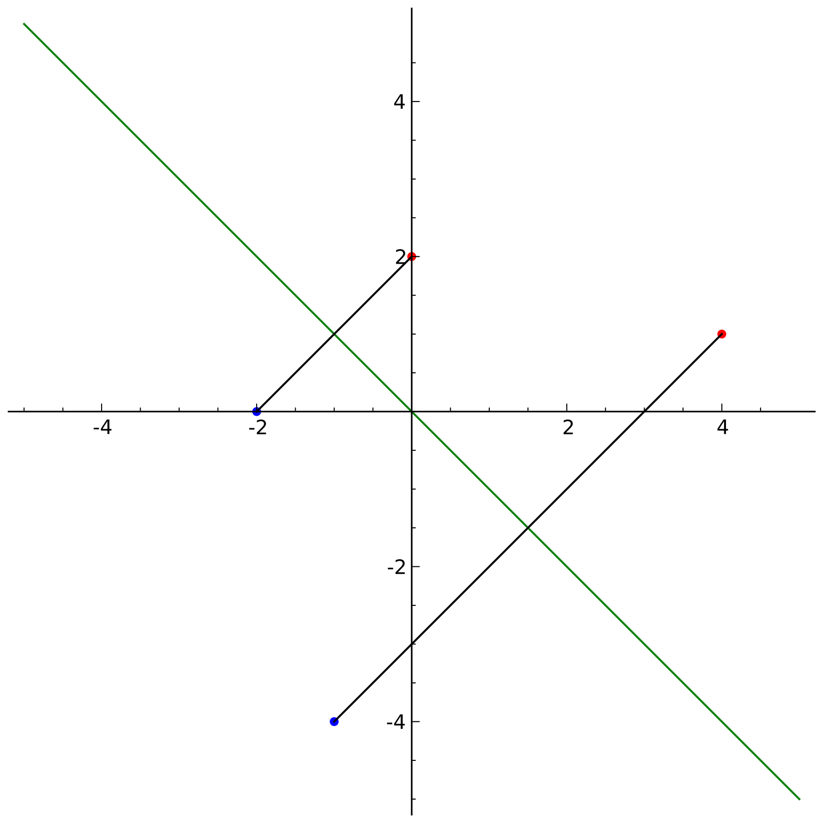
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

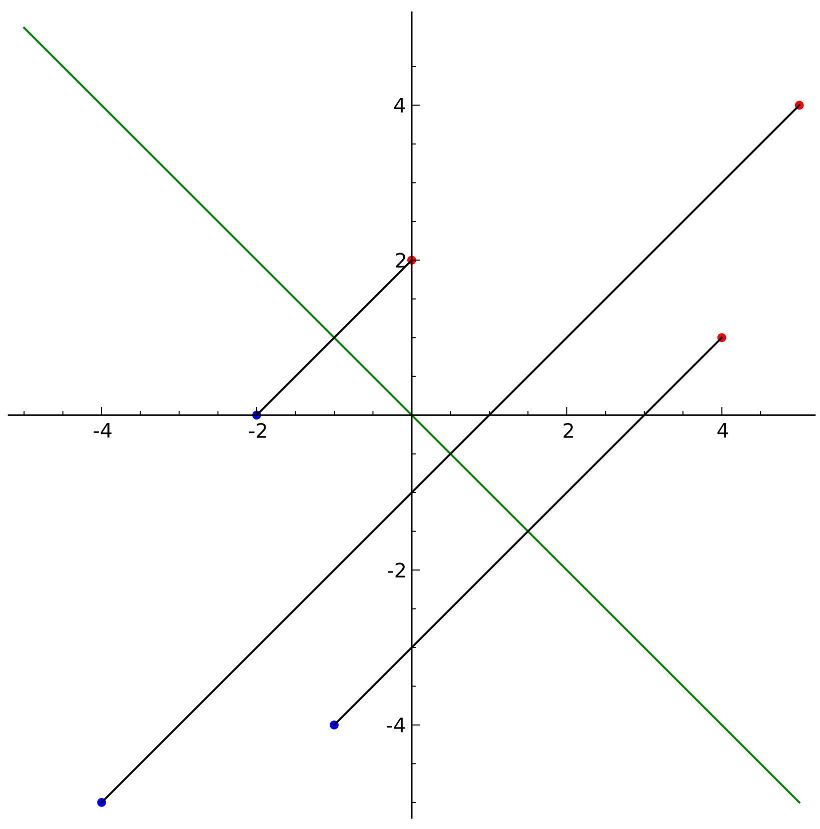
El punto $(-1,-4)$ tiene como simétrico el punto $(4,1)$.



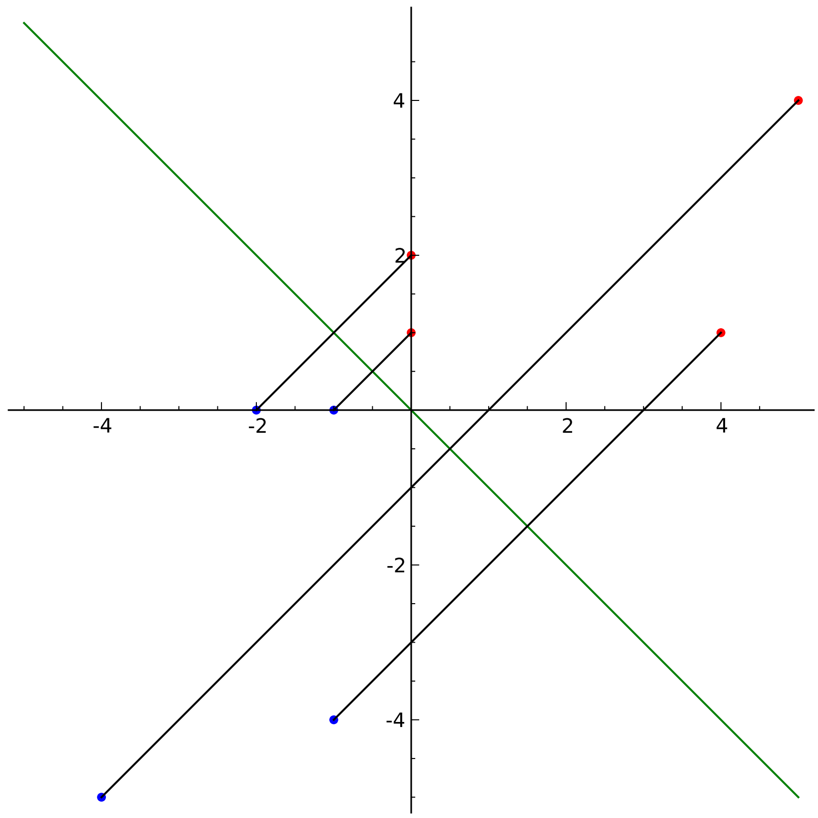

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, 0)$ tiene como simétrico el punto $(0, 2)$.



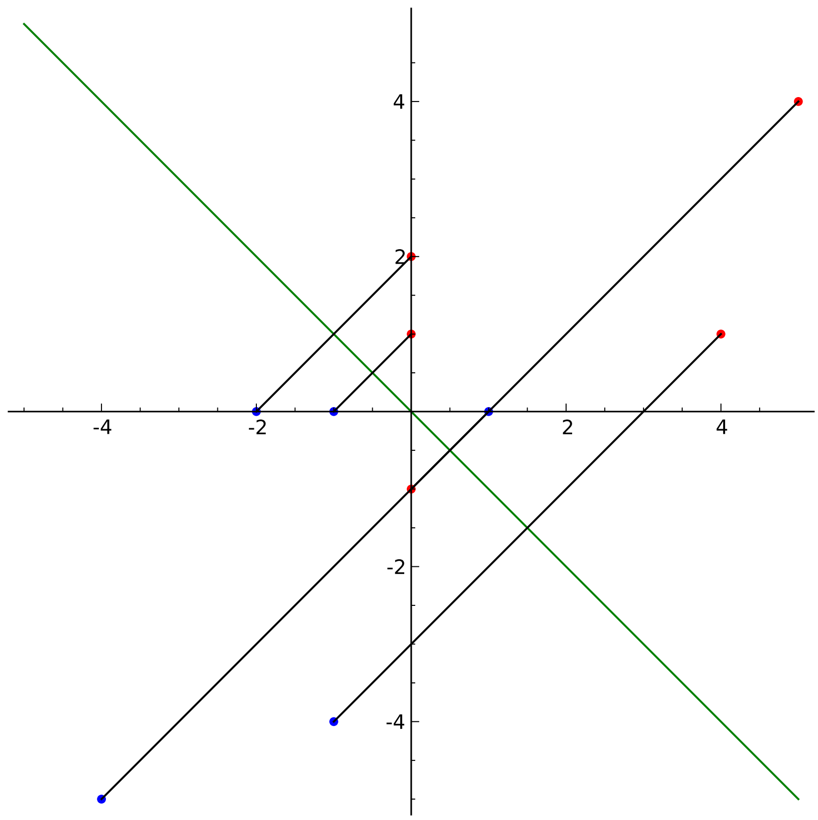

El punto $(-4,-5)$ tiene como simétrico el punto $(5,4)$.



El punto $(-1, 0)$ tiene como simétrico el punto $(0, 1)$.




El punto $(1, 0)$ tiene como simétrico el punto $(0, -1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-y, -x)$$

□

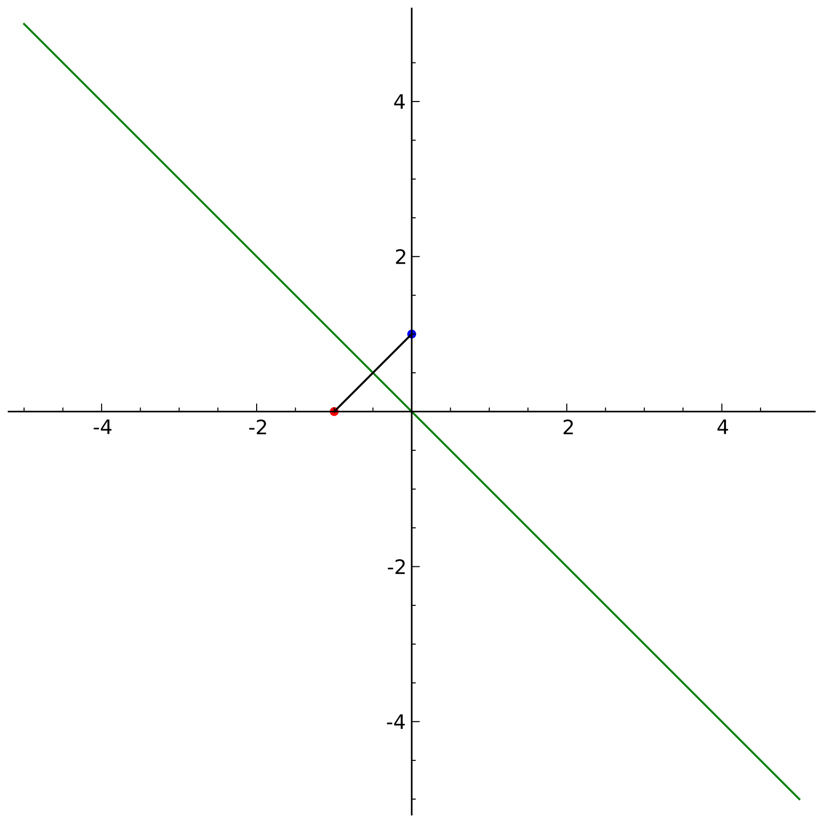
**Ejercicio 4.112.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0, 1) \quad (1, 1) \quad (4, -5) \quad (2, -3) \quad (-5, -2)$$

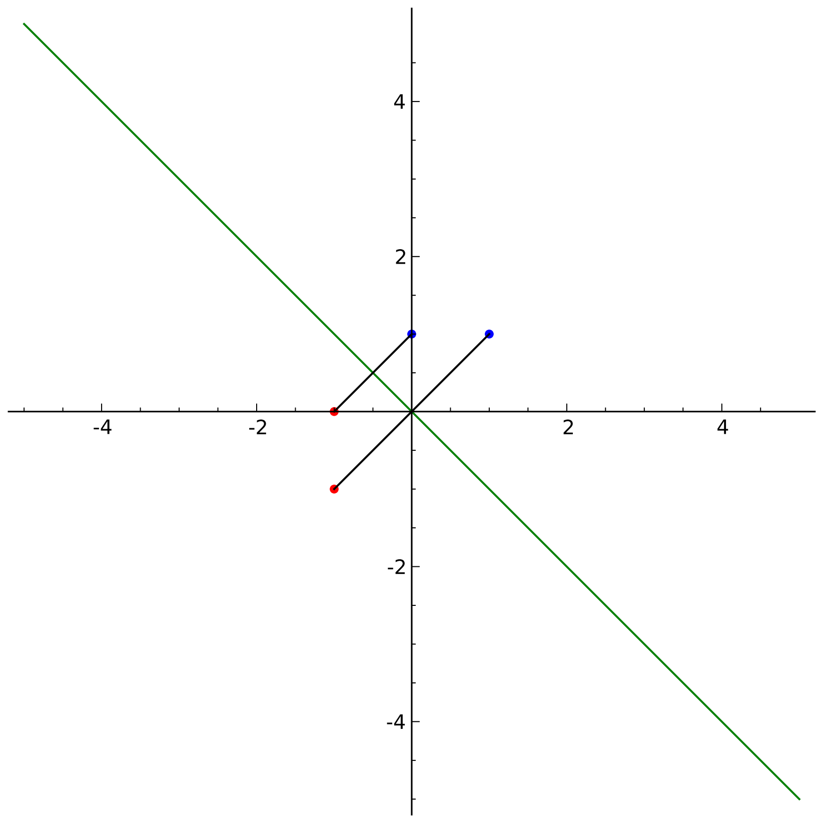
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

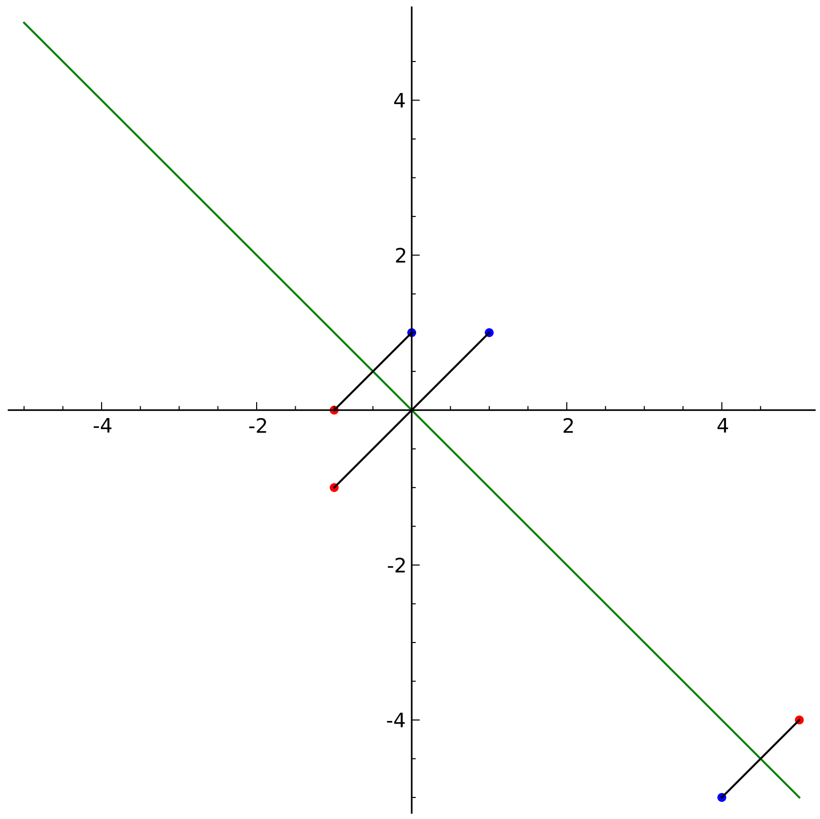
El punto $(0, 1)$ tiene como simétrico el punto $(-1, 0)$.



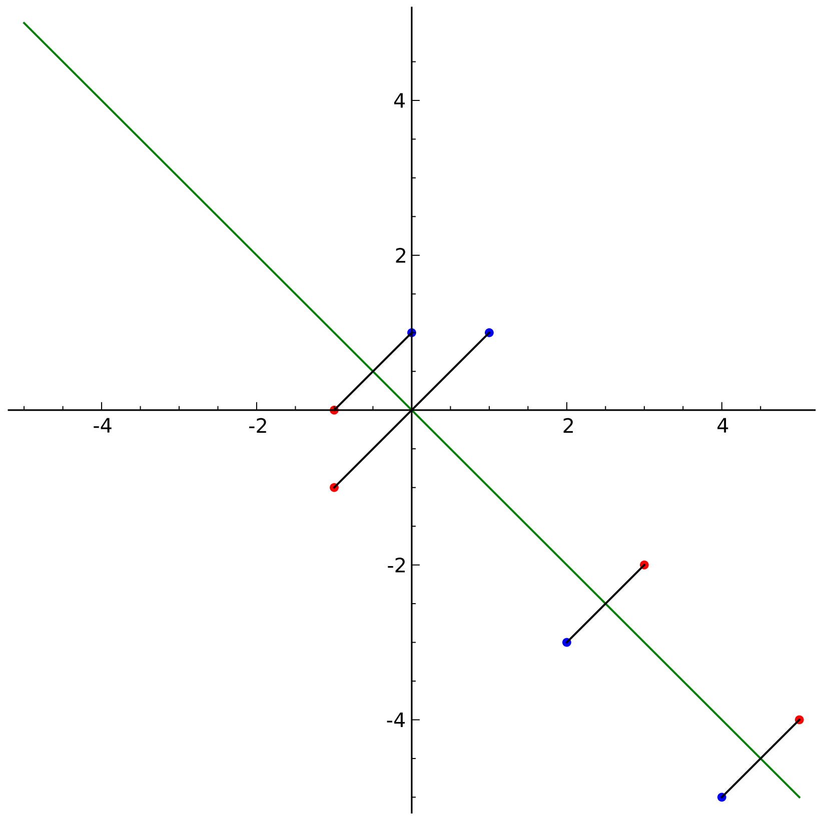

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(1,1)$ tiene como simétrico el punto $(-1,-1)$.



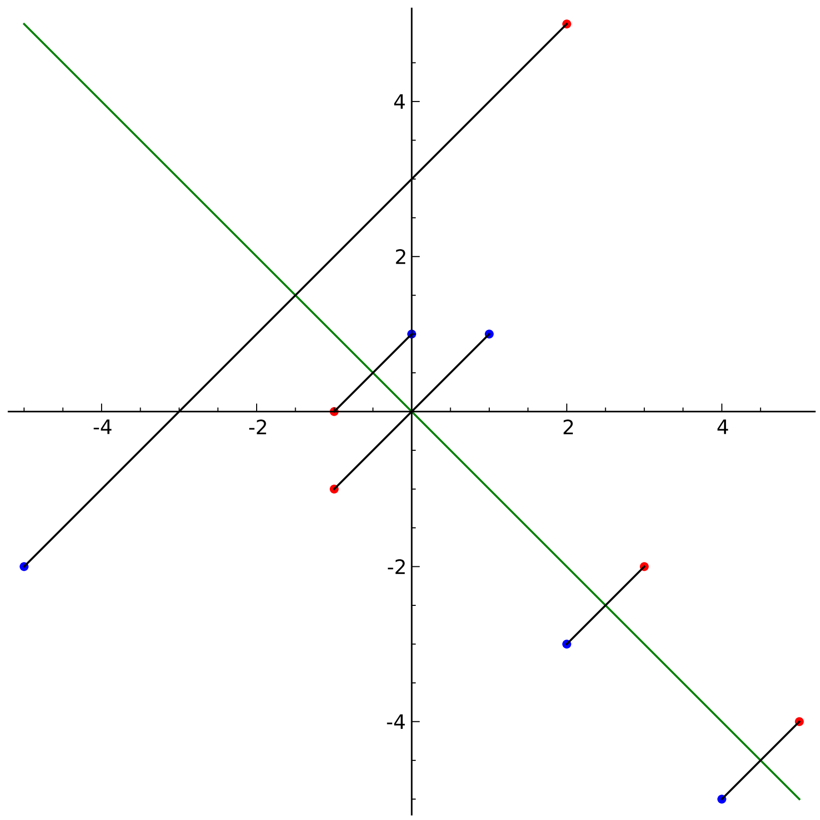

El punto $(4, -5)$ tiene como simétrico el punto $(5, -4)$.



El punto $(2, -3)$ tiene como simétrico el punto $(3, -2)$.




El punto $(-5, -2)$ tiene como simétrico el punto $(2, 5)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-y, -x)$$

$\square$

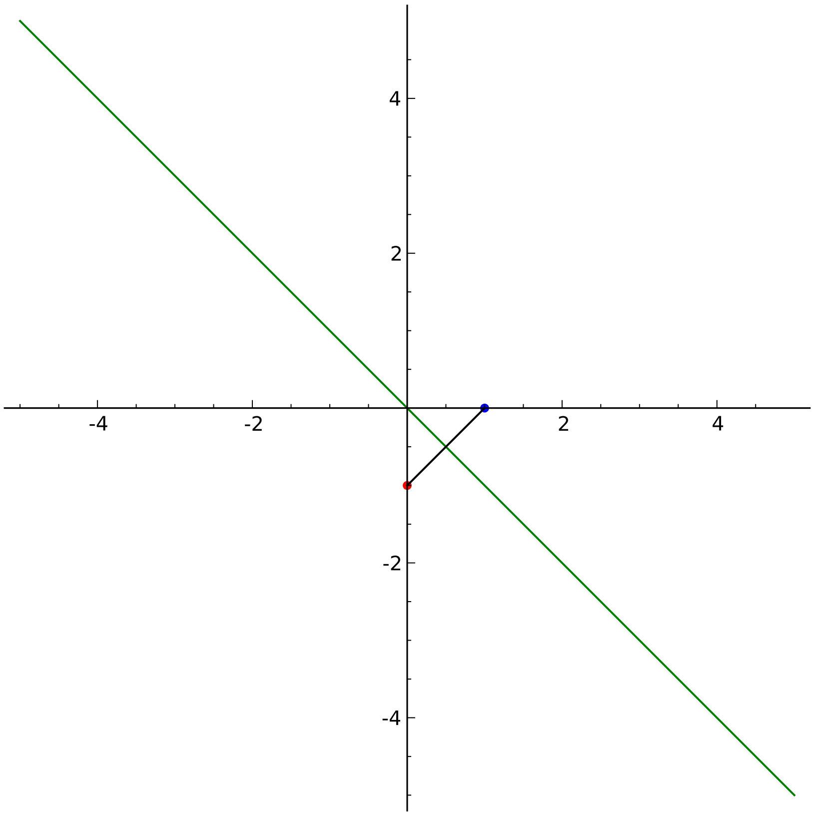
**Ejercicio 4.113.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, 0) \quad (-4, 2) \quad (3, -1) \quad (4, -2) \quad (1, -5)$$

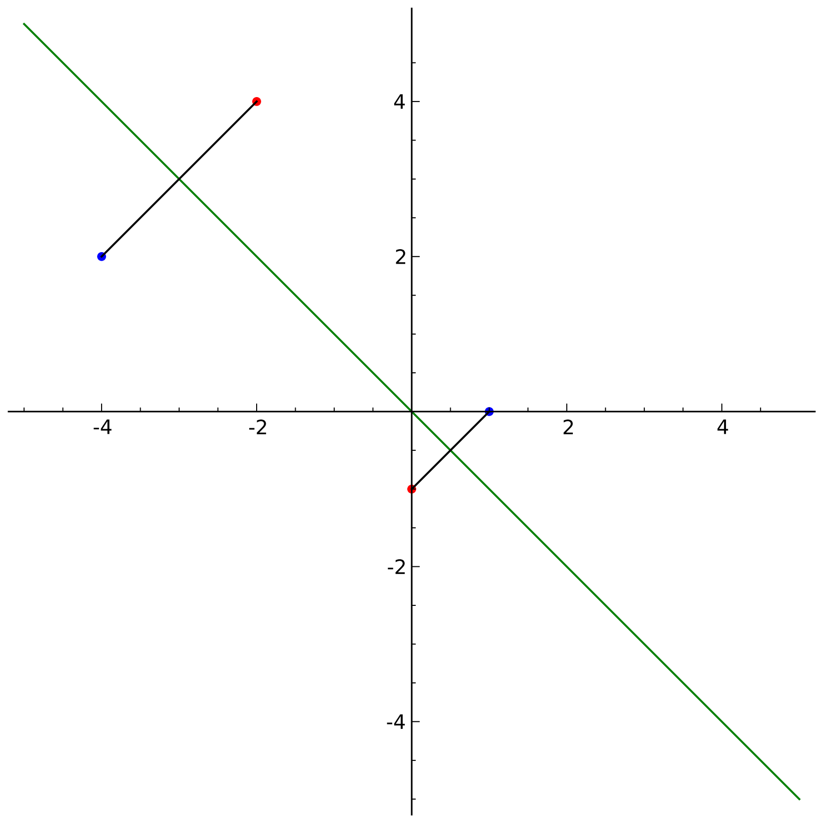
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

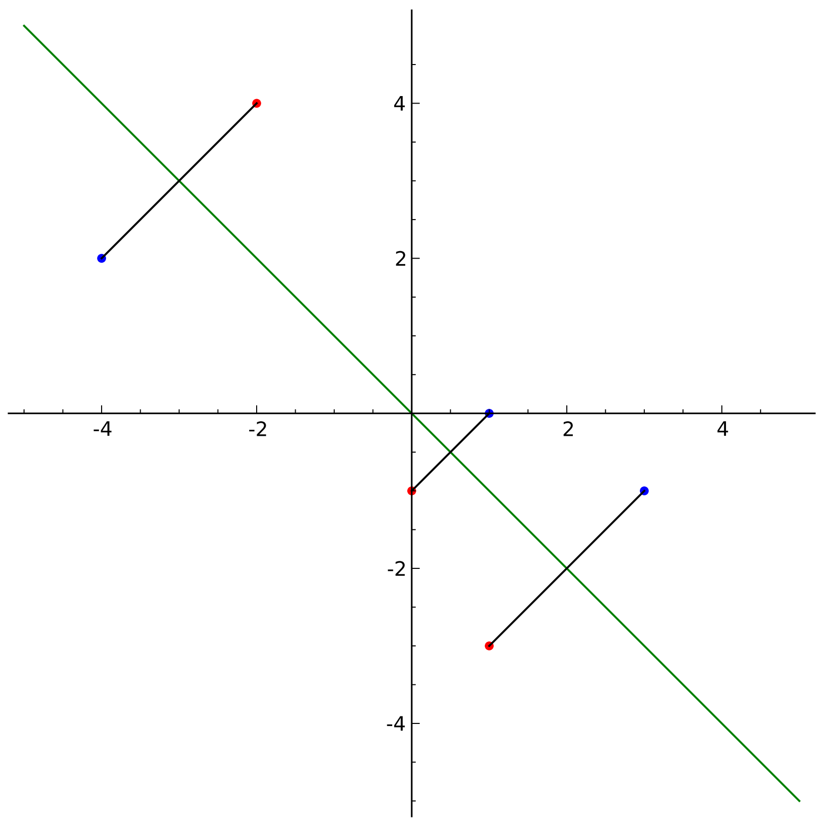
El punto $(1, 0)$ tiene como simétrico el punto $(0, -1)$.



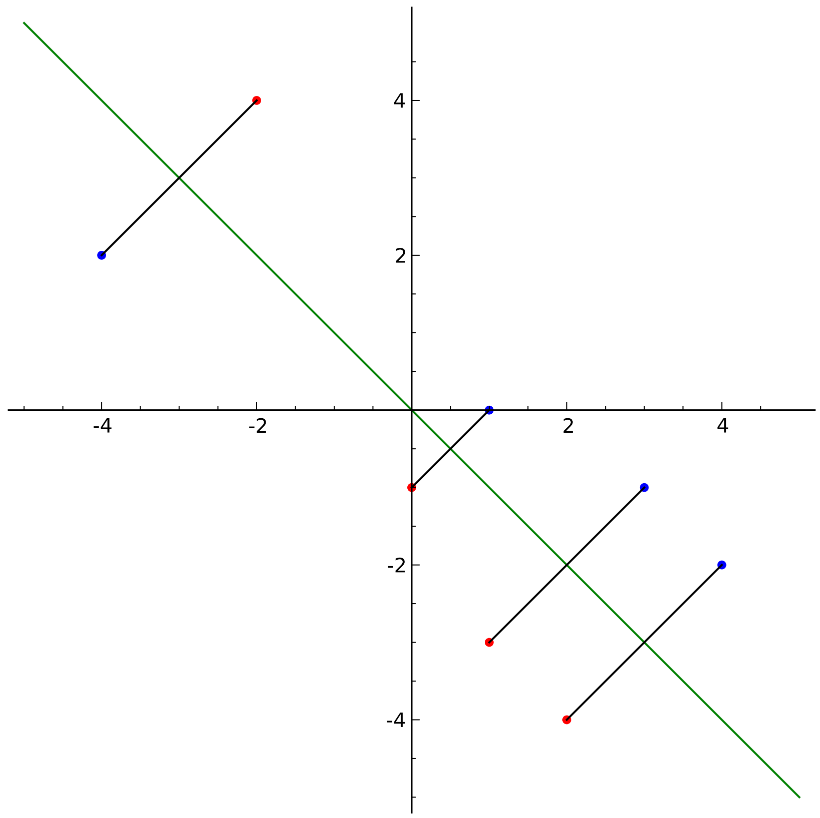

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-4, 2)$ tiene como simétrico el punto $(-2, 4)$.



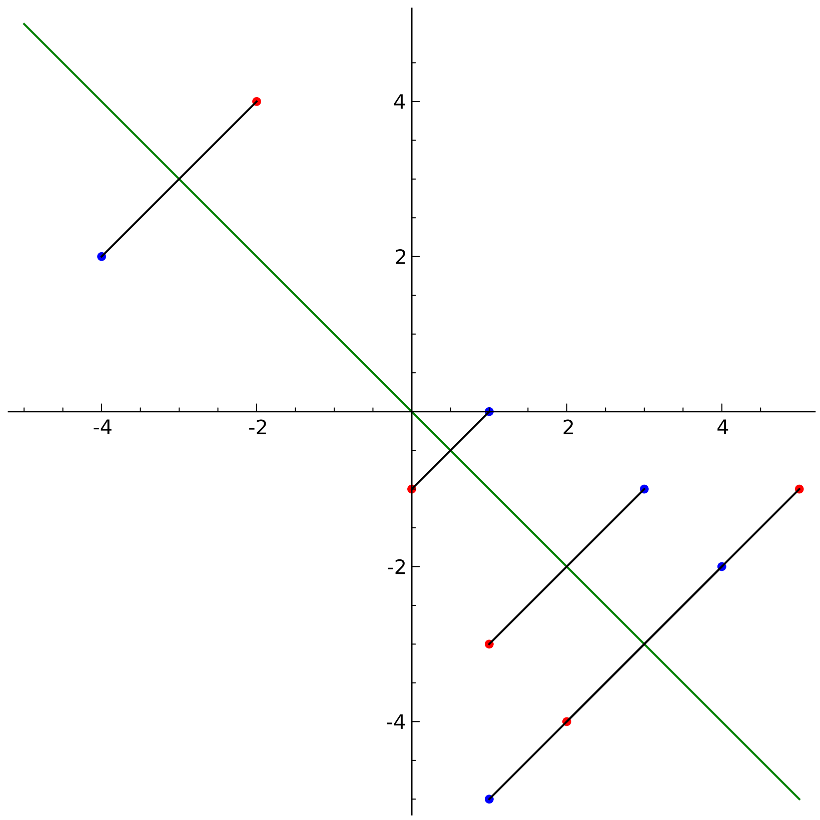

El punto $(3, -1)$ tiene como simétrico el punto $(1, -3)$.



El punto $(4, -2)$ tiene como simétrico el punto $(2, -4)$.




El punto $(1, -5)$ tiene como simétrico el punto $(5, -1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-y, -x)$$

□

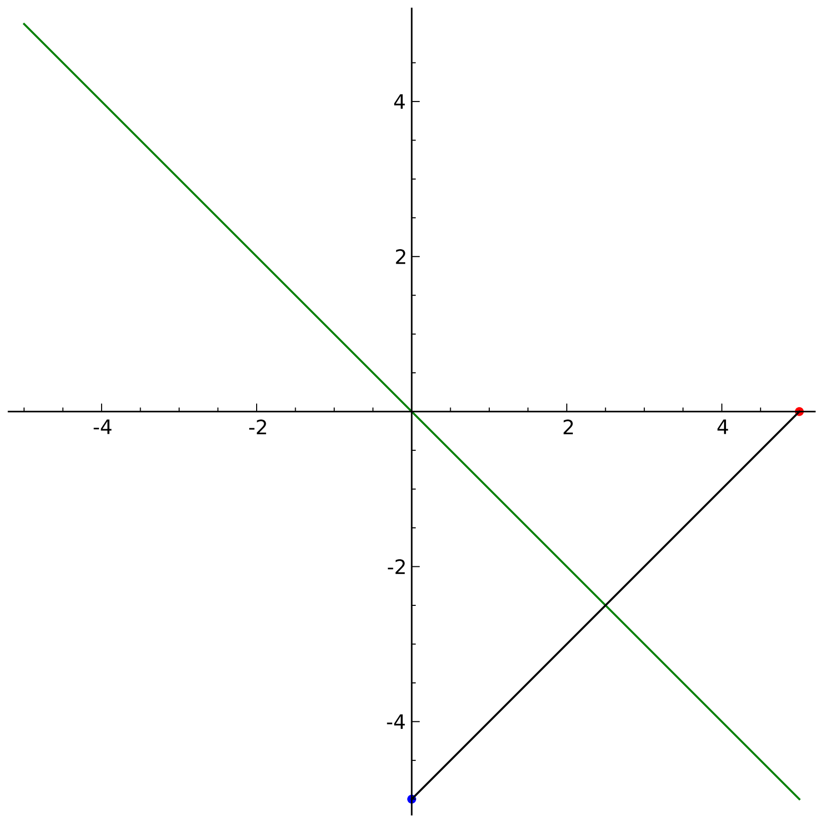
**Ejercicio 4.114.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0, -5) \quad (2, -2) \quad (0, -3) \quad (1, -3) \quad (2, 2)$$

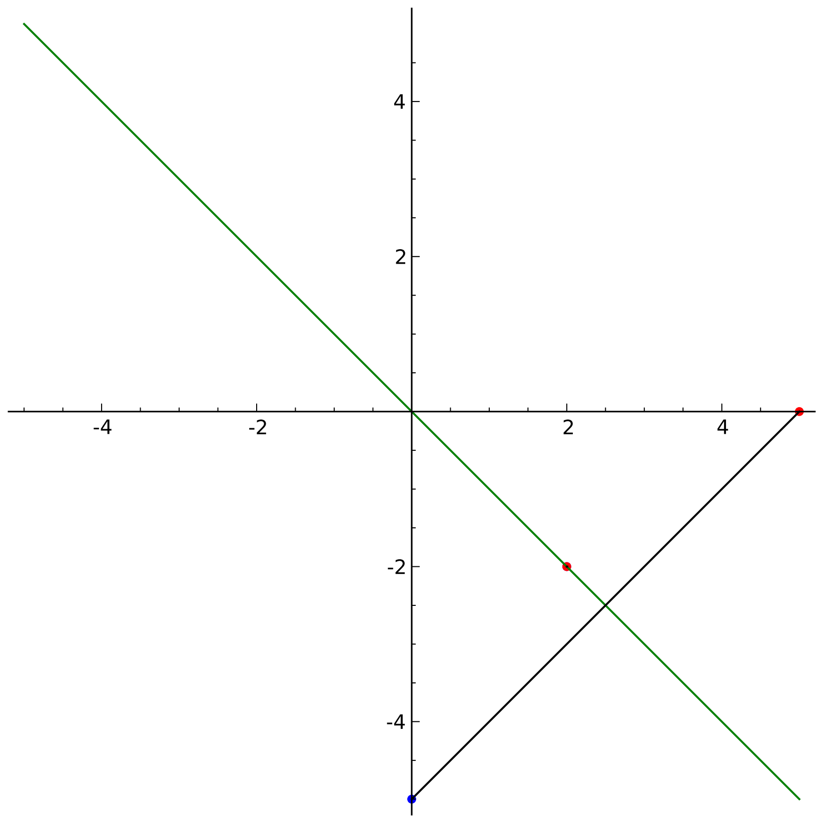
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

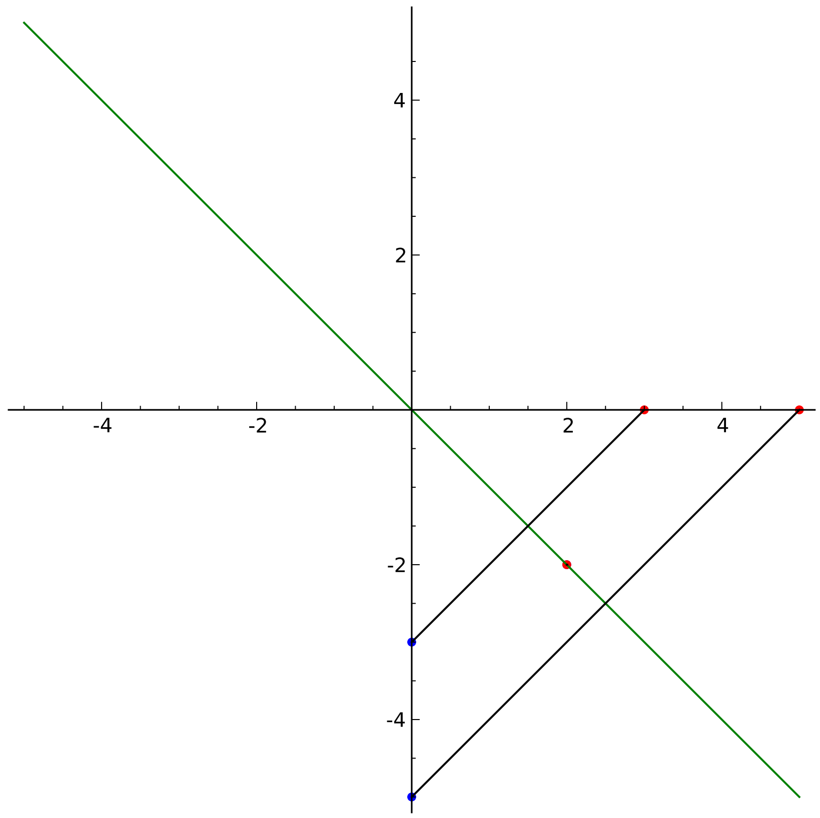
El punto $(0, -5)$ tiene como simétrico el punto $(5, 0)$.



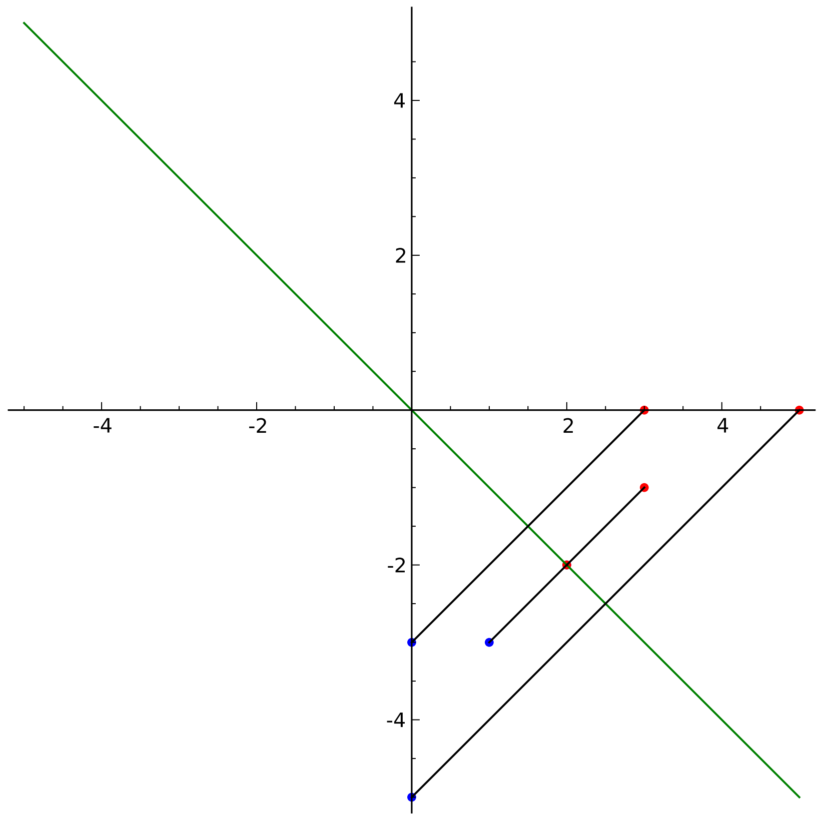

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(2, -2)$ tiene como simétrico el punto $(2, -2)$.



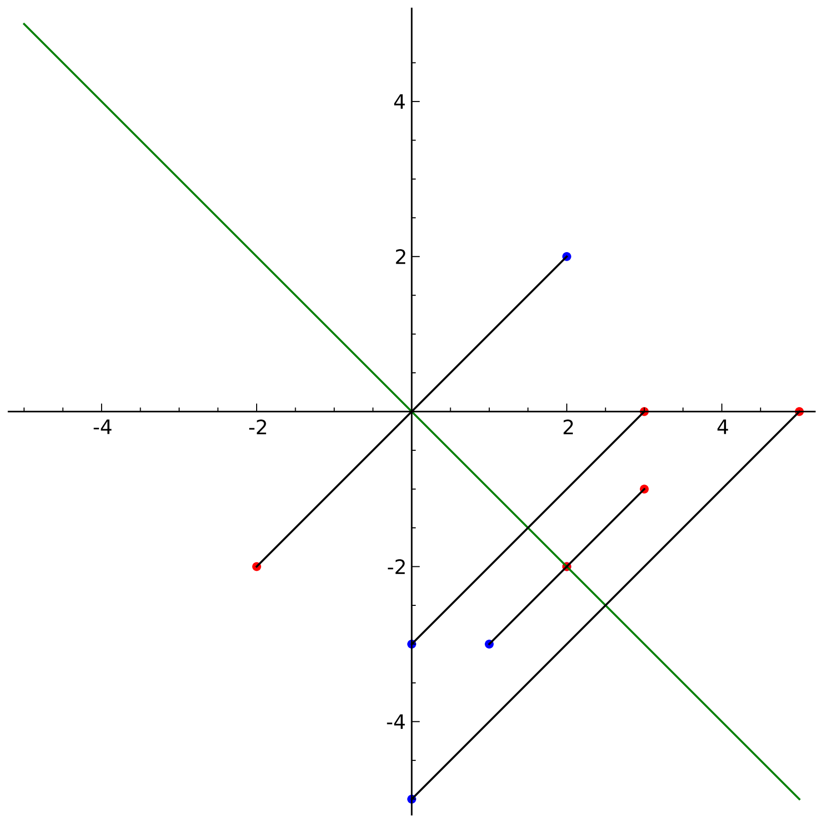

El punto $(0, -3)$ tiene como simétrico el punto $(3, 0)$.



El punto $(1, -3)$ tiene como simétrico el punto $(3, -1)$.




El punto $(2, 2)$ tiene como simétrico el punto $(-2, -2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x, y) = (-y, -x)$$

$\square$

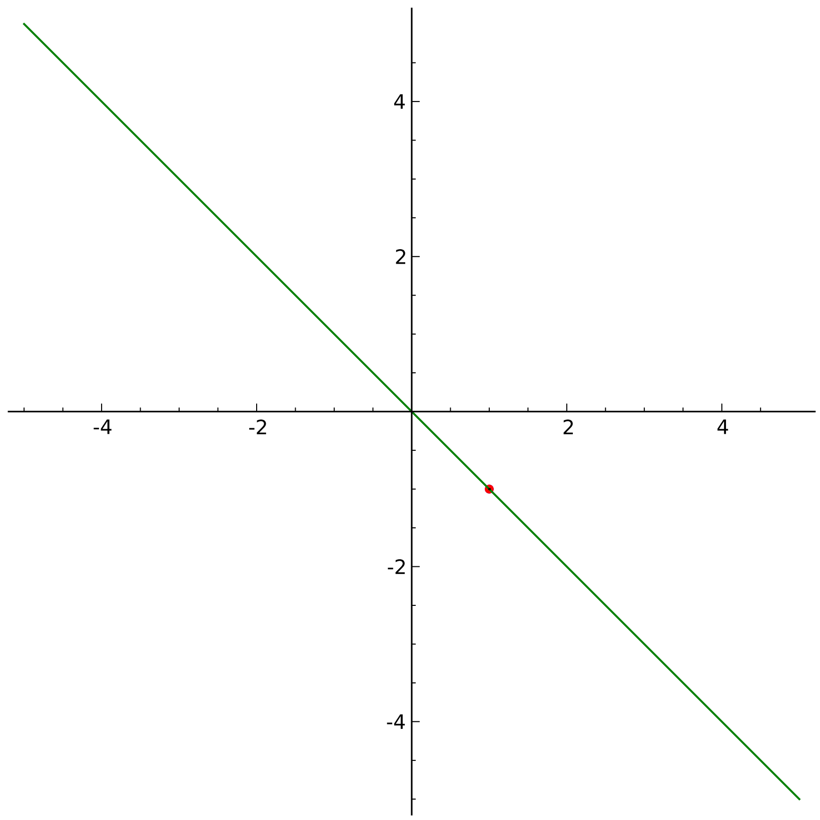
**Ejercicio 4.115.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, -1) \quad (-2, 4) \quad (-3, -5) \quad (-4, 4) \quad (-5, -3)$$

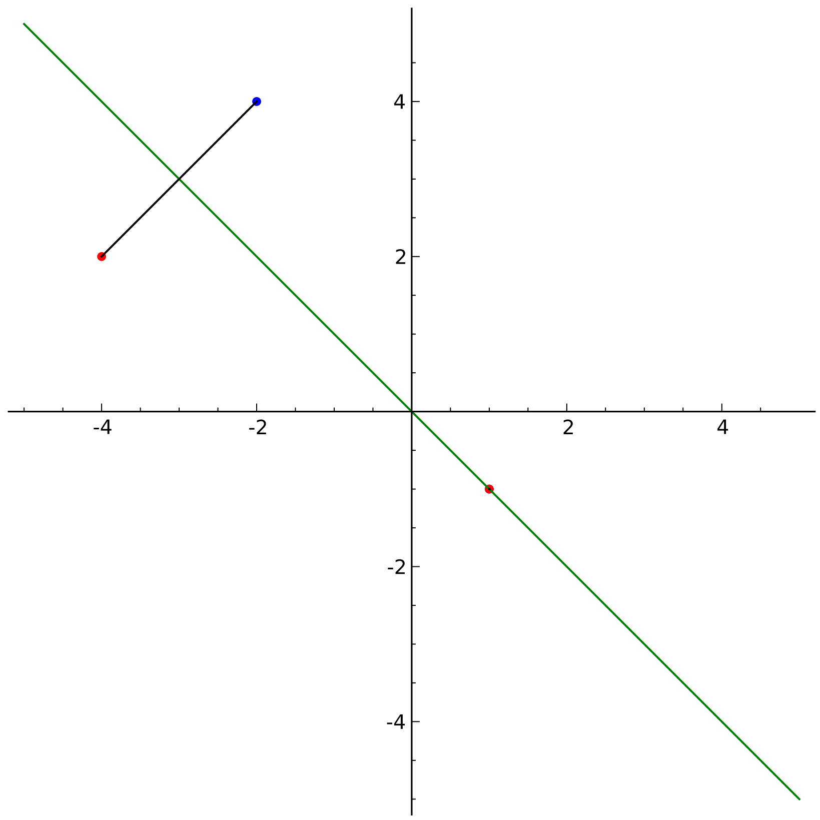
Para cada uno de ellos, calcula su simétrico con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la simetría con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y los simétricos con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de simetría lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

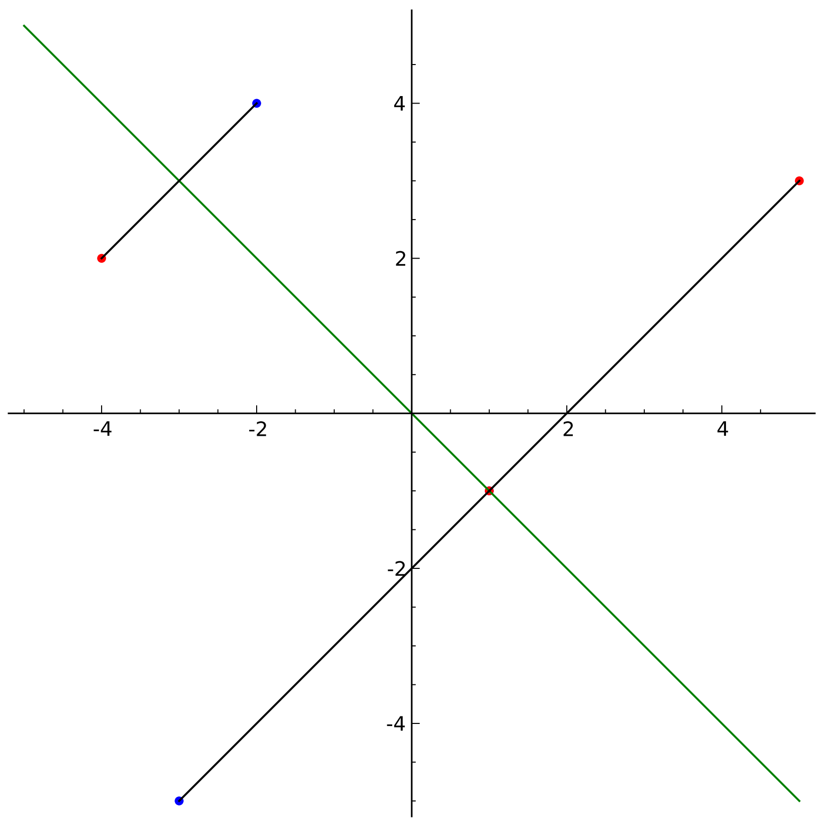
El punto $(1, -1)$ tiene como simétrico el punto $(1, -1)$.



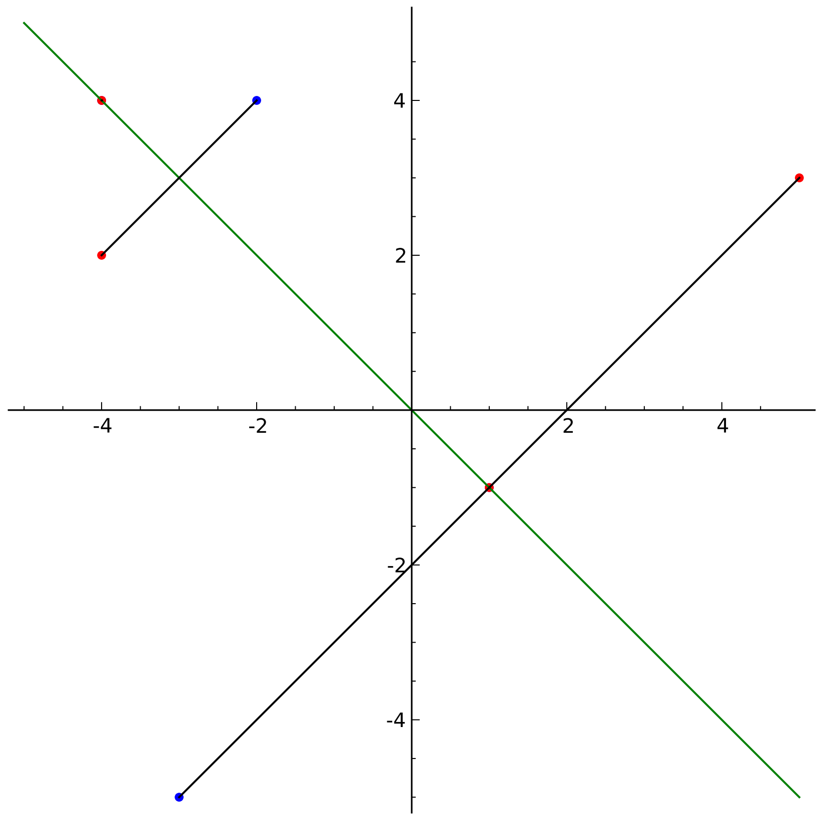

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-4, 2)$.



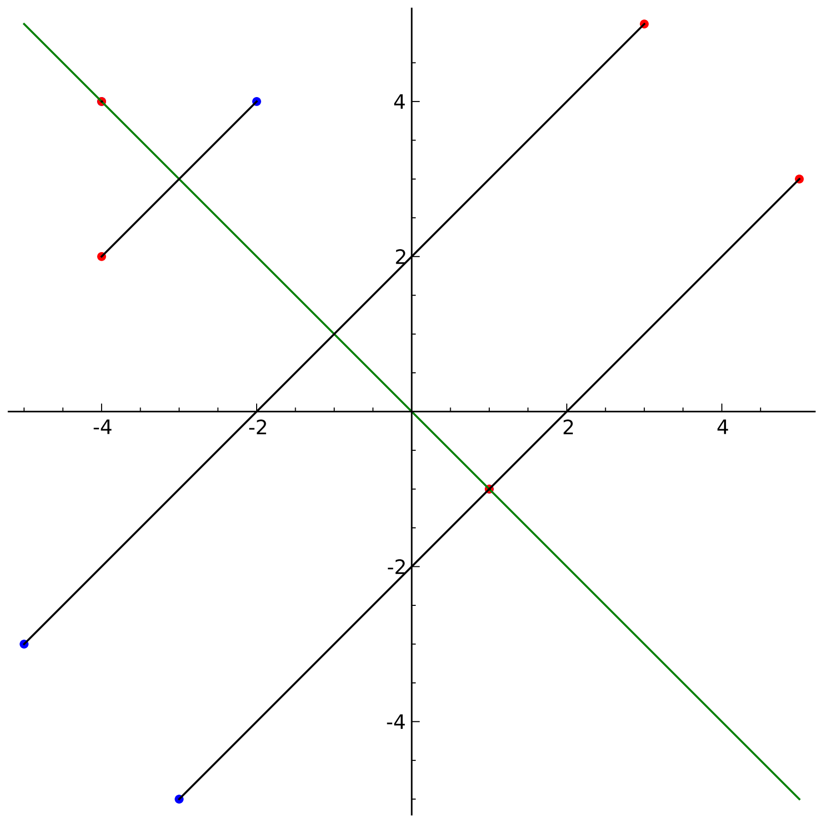

El punto $(-3,-5)$ tiene como simétrico el punto $(5,3)$.



El punto $(-4, 4)$ tiene como simétrico el punto $(-4, 4)$.




El punto $(-5, -3)$ tiene como simétrico el punto $(3, 5)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta simetría es:

$$f(x,y) = (-y,-x)$$

□

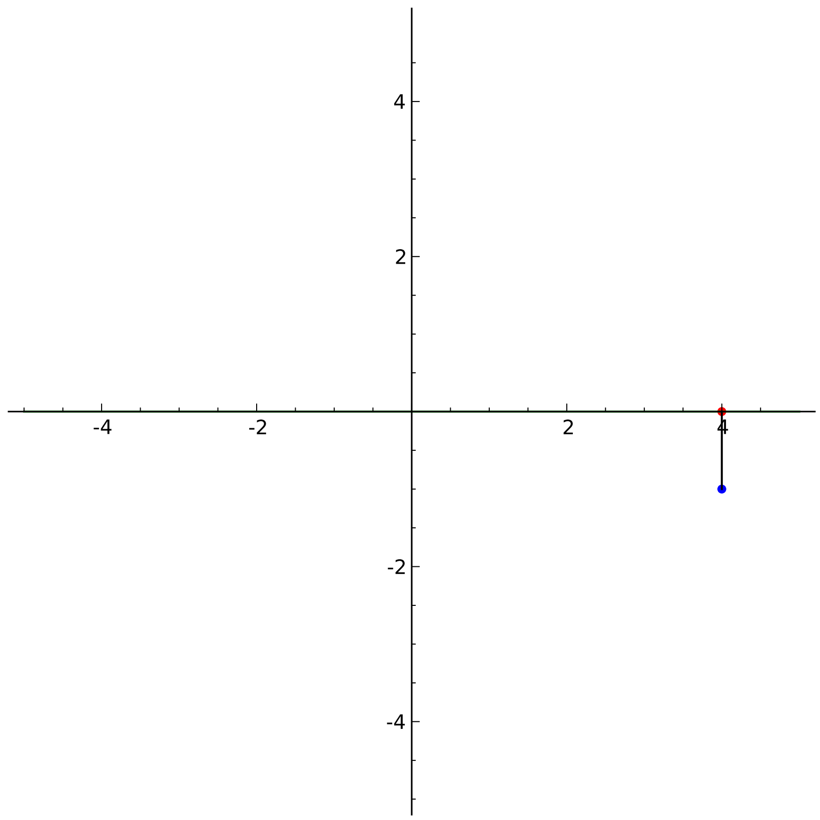
**Ejercicio 4.116.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(4,-1) \quad (-5,-4) \quad (1,0) \quad (2,4) \quad (4,0)$$

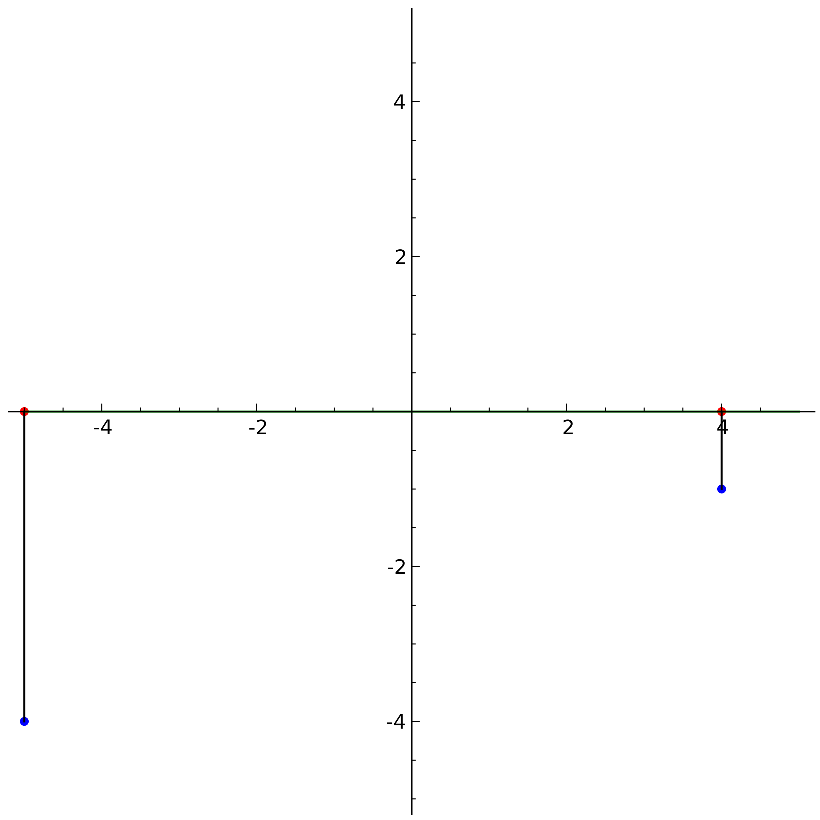
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

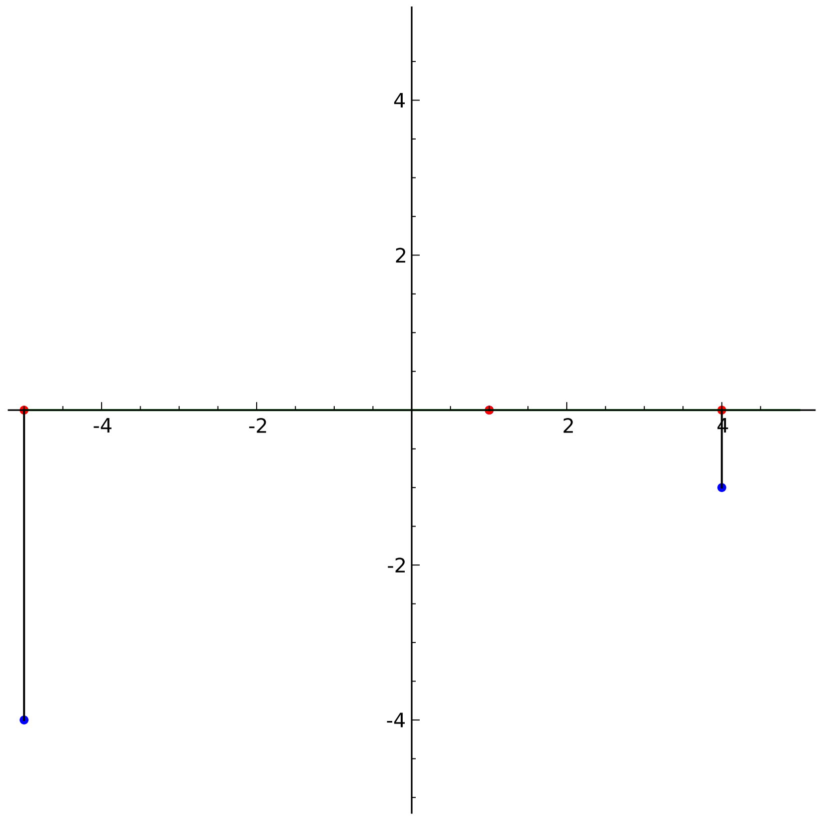
El punto $(4,-1)$ tiene como proyección el punto $(4,0)$.



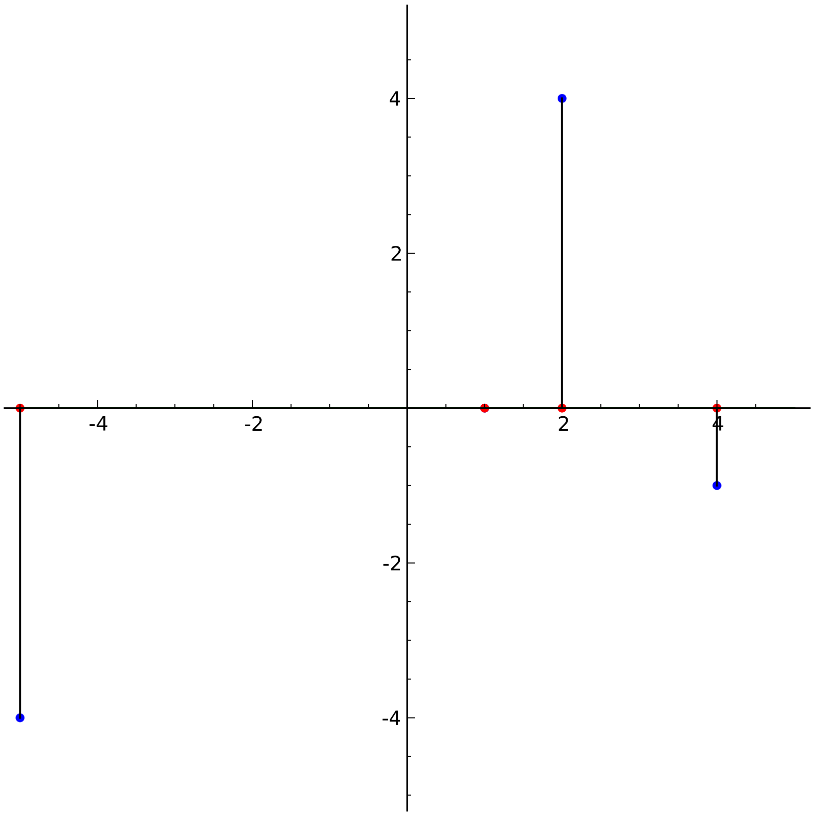

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-5, -4)$ tiene como proyección el punto $(-5, 0)$.



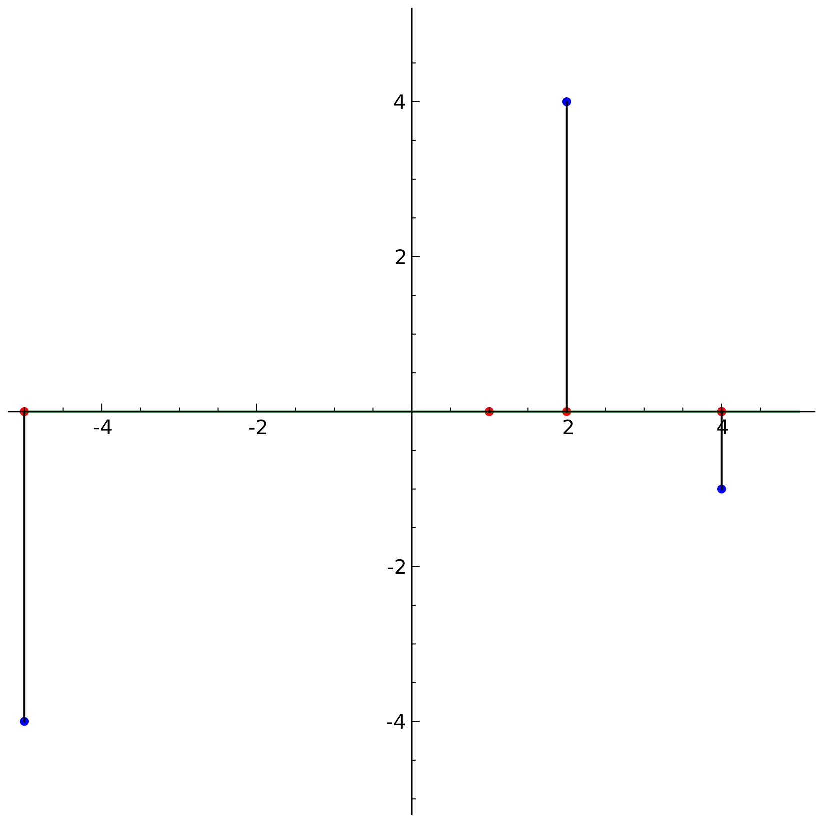

El punto $(1, 0)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.



El punto $(2, 4)$ tiene como proyección el punto $(2, 0)$.




El punto $(4, 0)$ tiene como proyección el punto $(4, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (x, 0)$$

$\square$

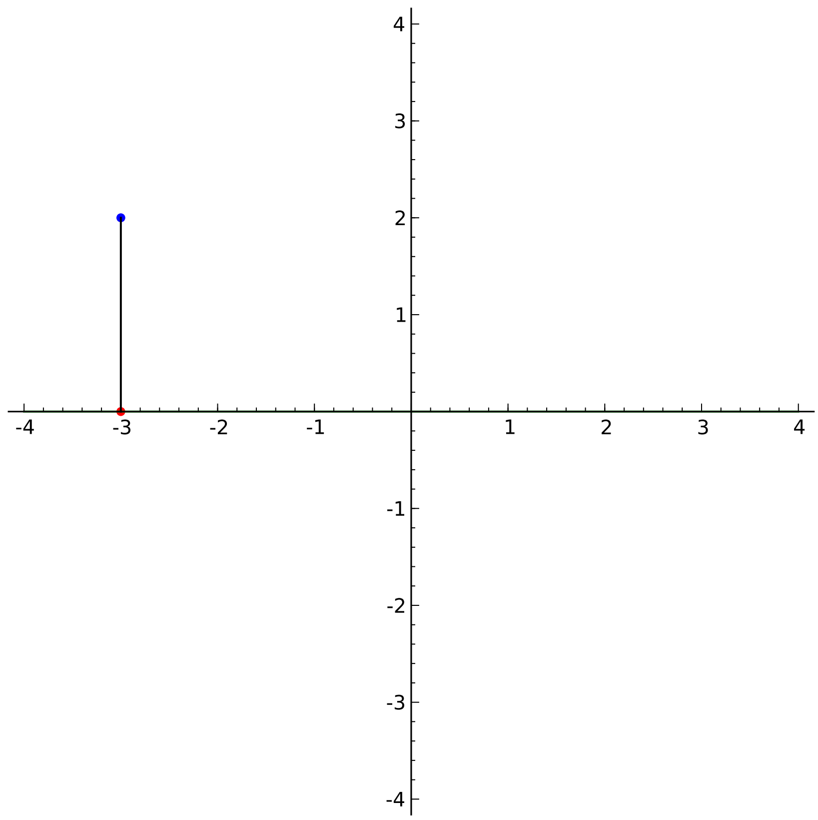
**Ejercicio 4.117.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3, 2) \quad (-4, 0) \quad (3, 4) \quad (2, 4) \quad (4, 4)$$

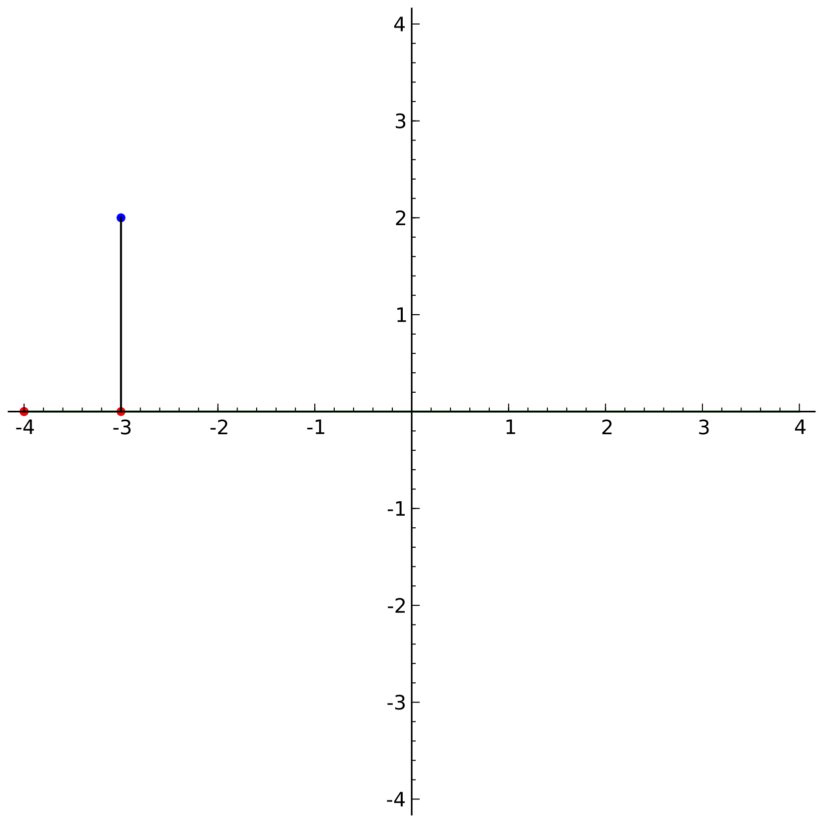
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

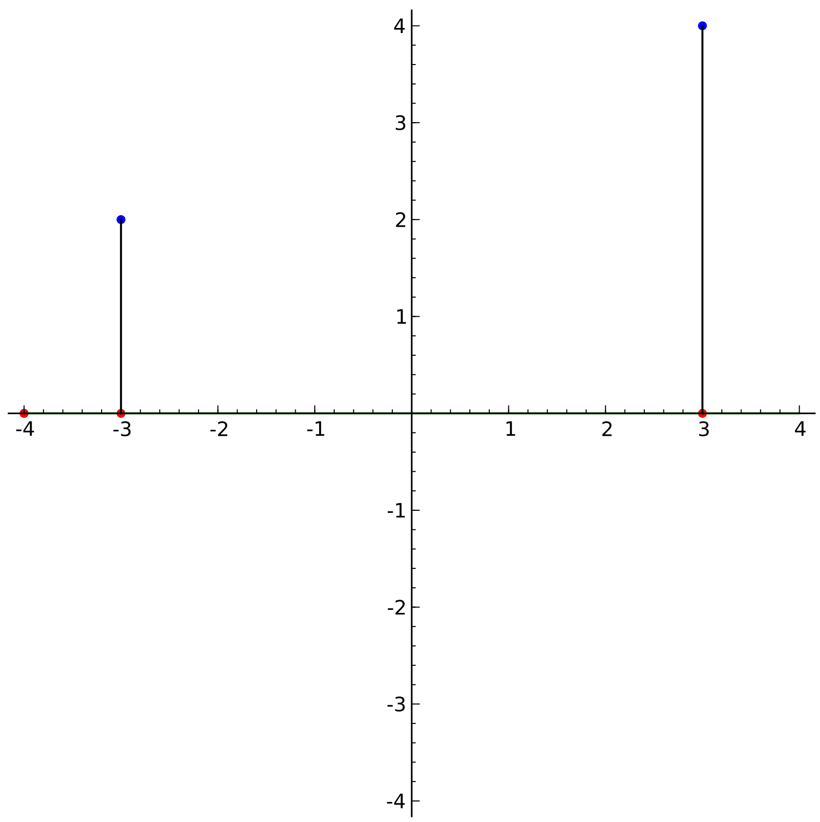
El punto $(-3, 2)$ tiene como proyección el punto $(-3, 0)$.



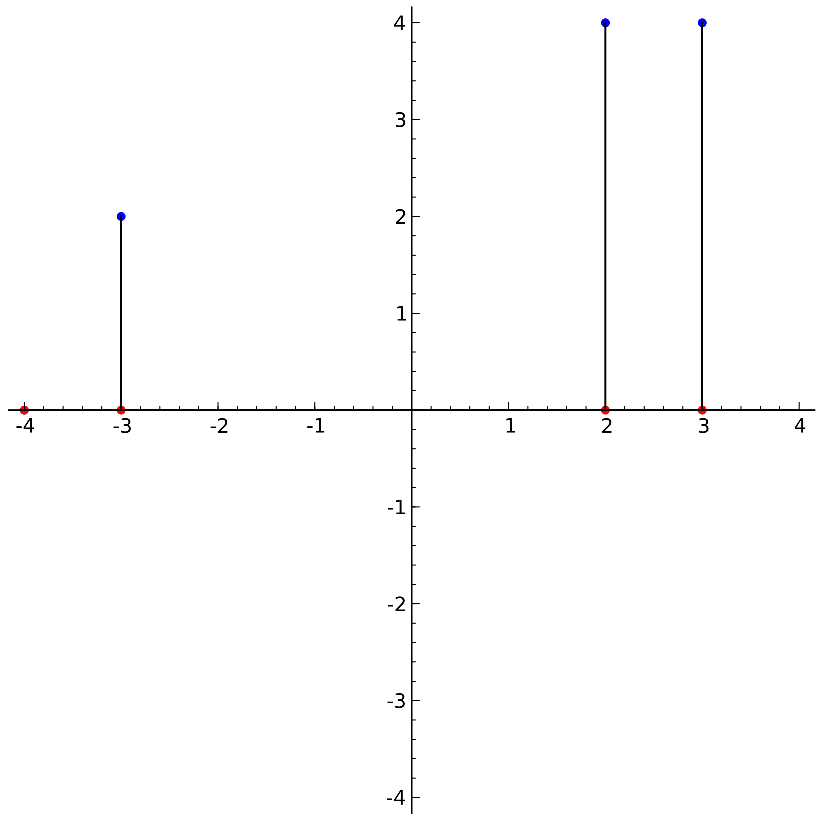

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-4, 0)$ tiene como proyección el punto $(-4, 0)$.



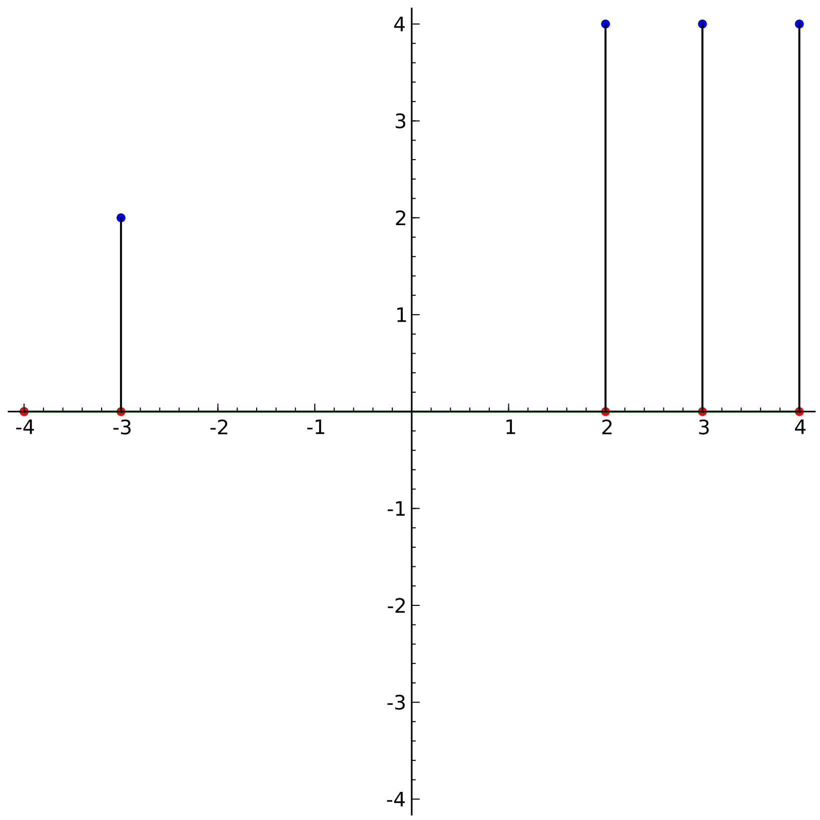

El punto $(3, 4)$ tiene como proyección el punto $(3, 0)$.



El punto $(2, 4)$ tiene como proyección el punto $(2, 0)$.




El punto $(4, 4)$ tiene como proyección el punto $(4, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (x, 0)$$

□

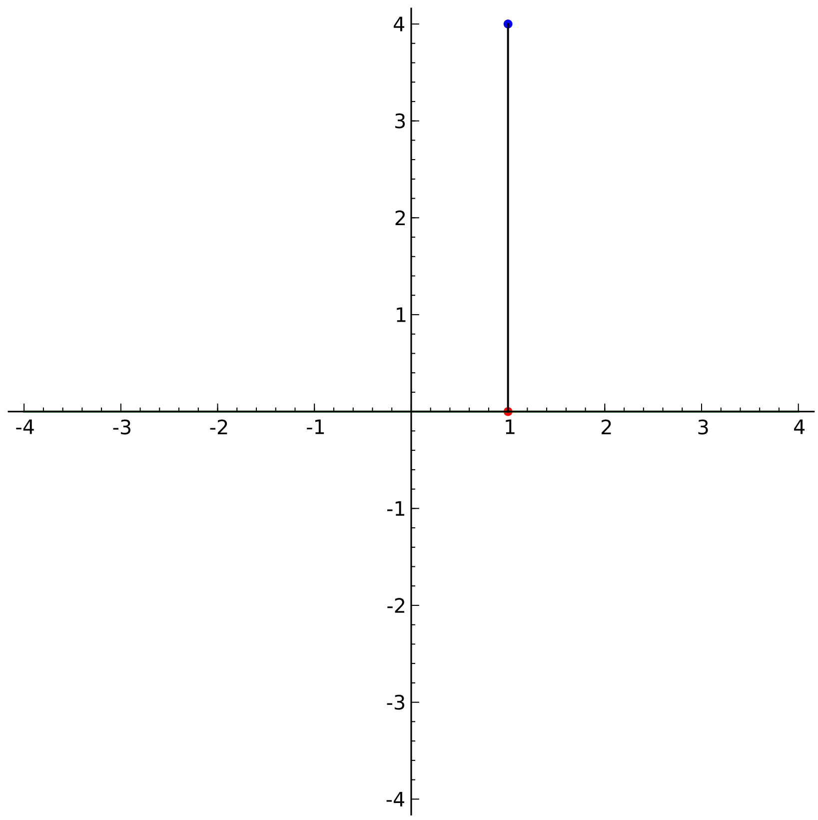
**Ejercicio 4.118.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, 4) \quad (1, -1) \quad (4, 2) \quad (0, -3) \quad (-2, -1)$$

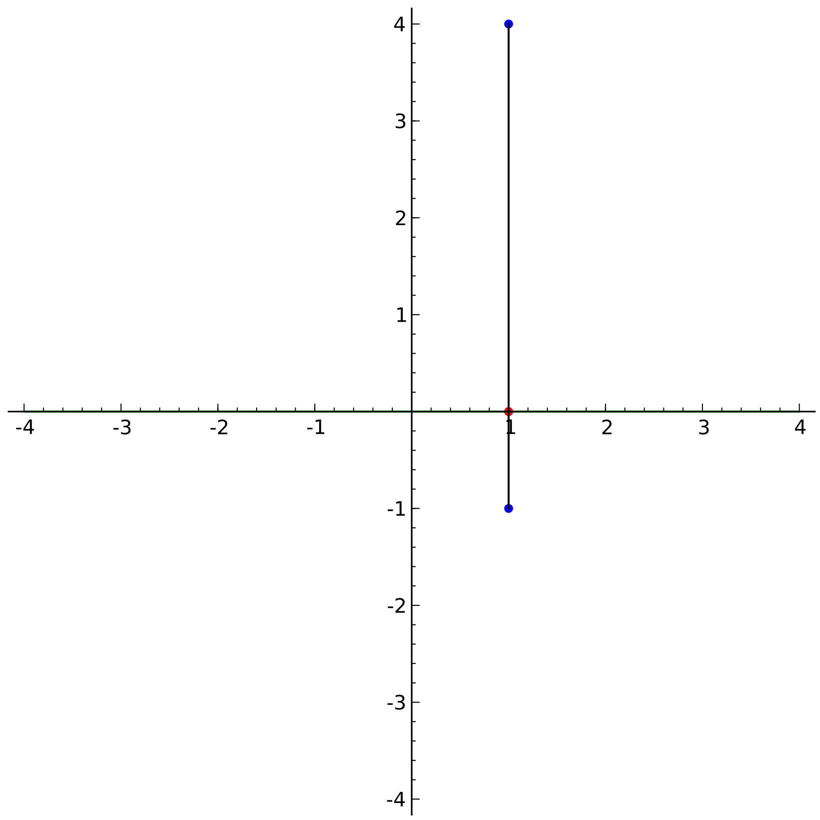
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

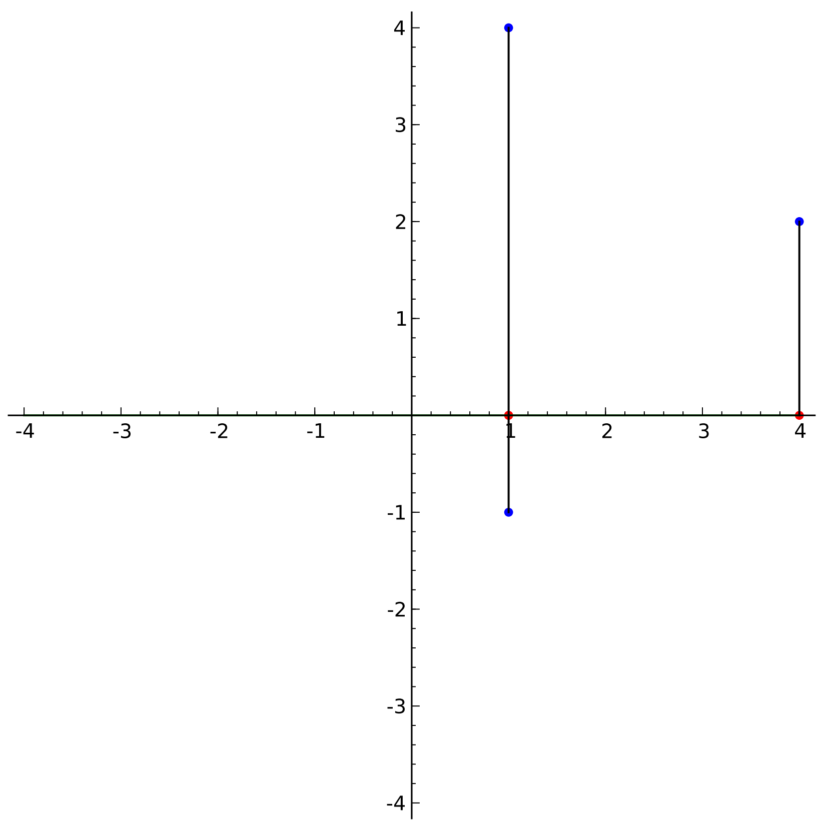
El punto $(1, 4)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.



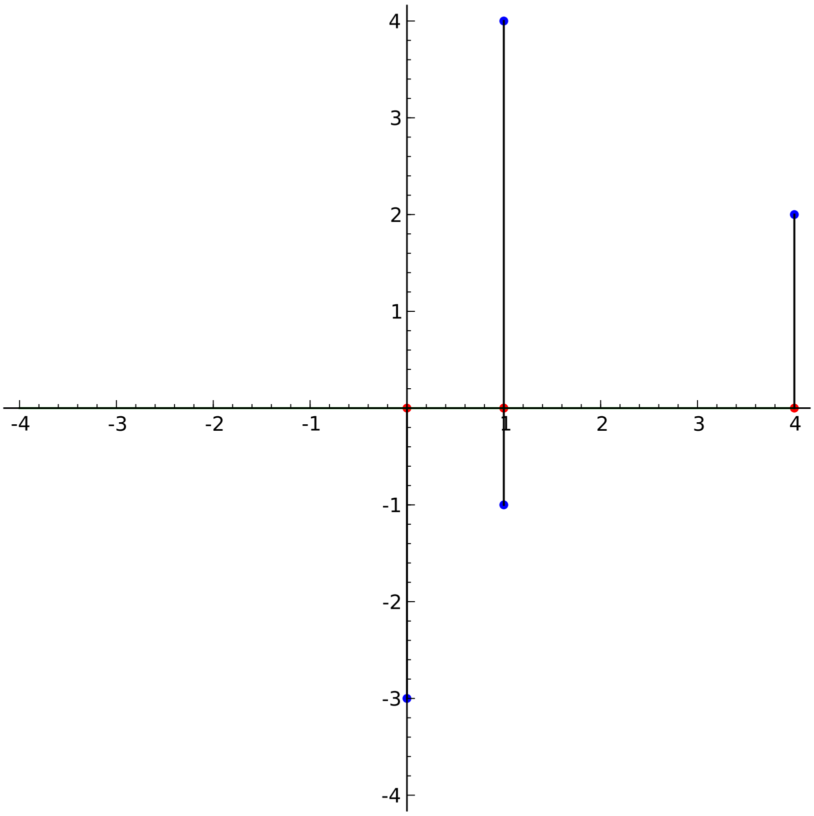

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(1, -1)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.



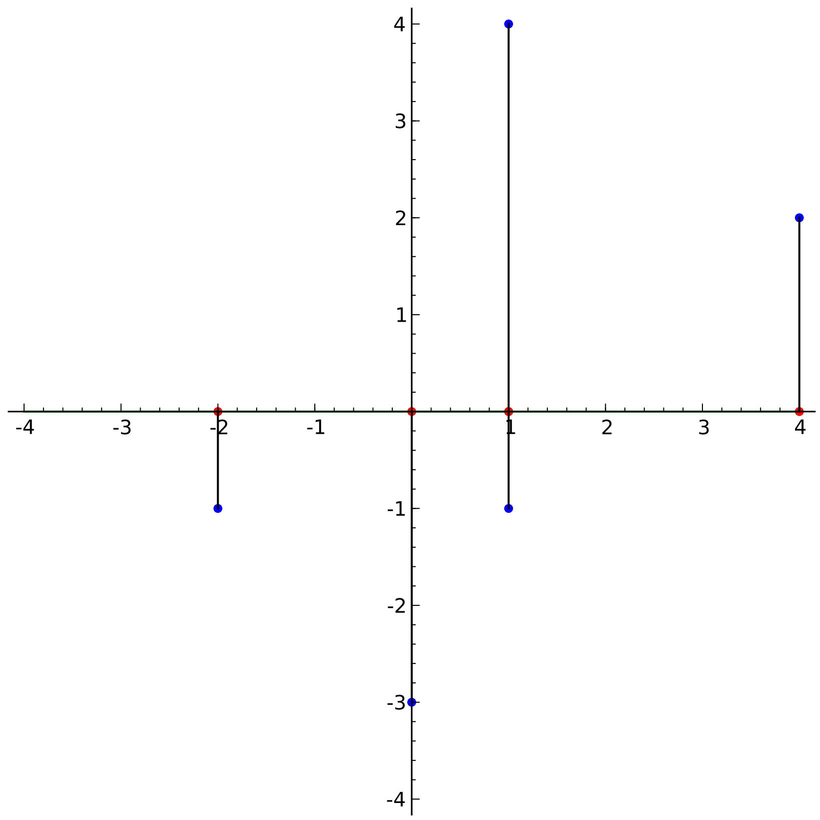

El punto $(4, 2)$ tiene como proyección el punto $(4, 0)$.



El punto $(0, -3)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.




El punto $(-2, -1)$ tiene como proyección el punto $(-2, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (x, 0)$$

□

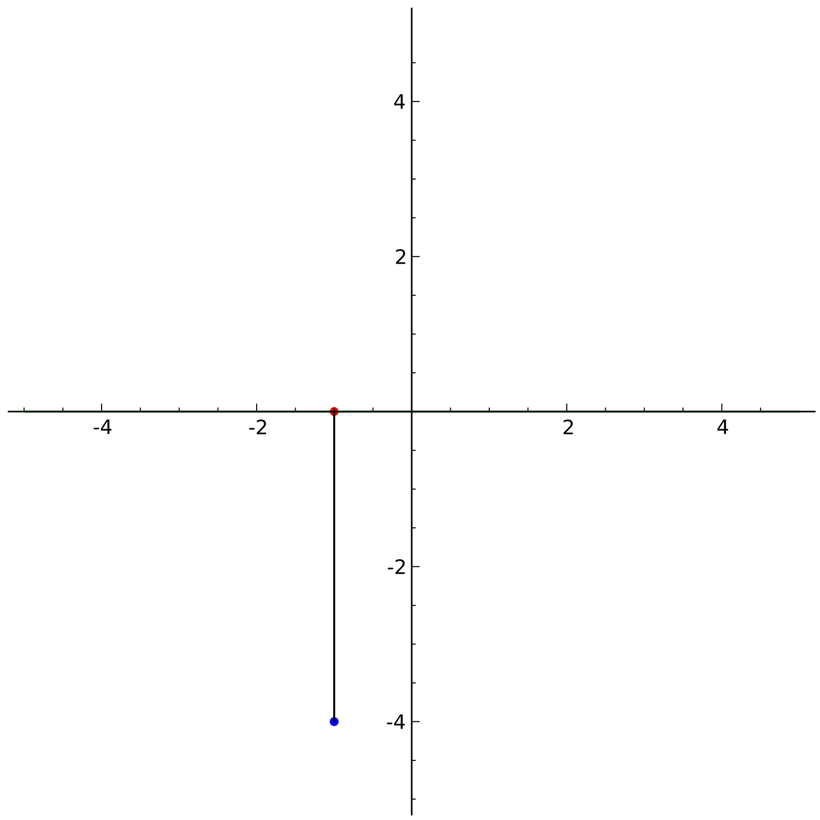
**Ejercicio 4.119.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1, -4) \quad (1, -5) \quad (2, 4) \quad (1, -4) \quad (2, 0)$$

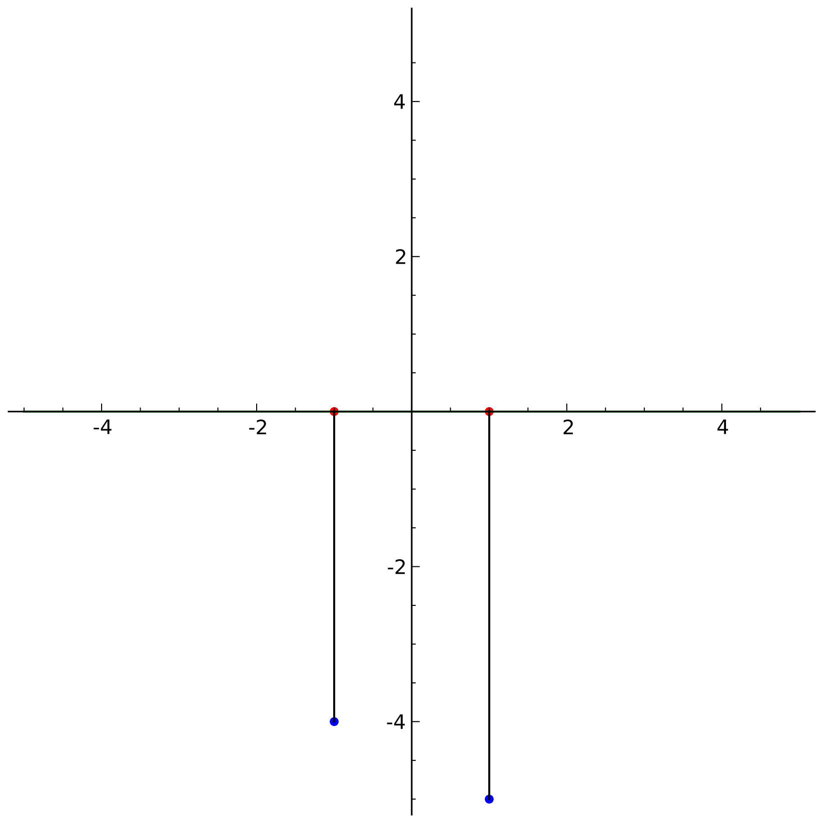
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

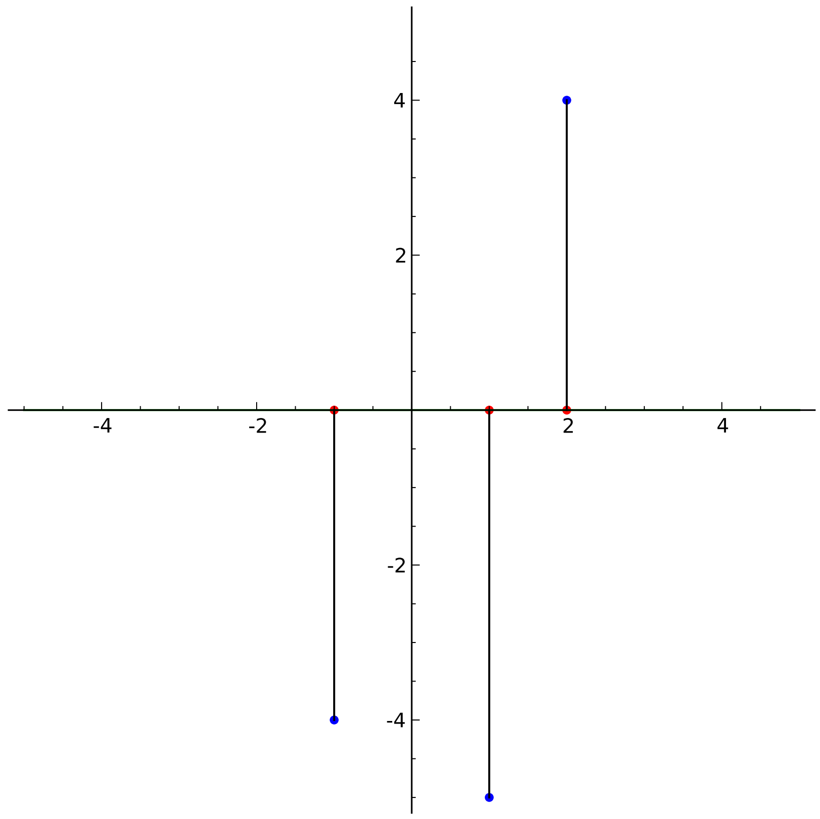
El punto $(-1, -4)$ tiene como proyección el punto $(-1, 0)$.



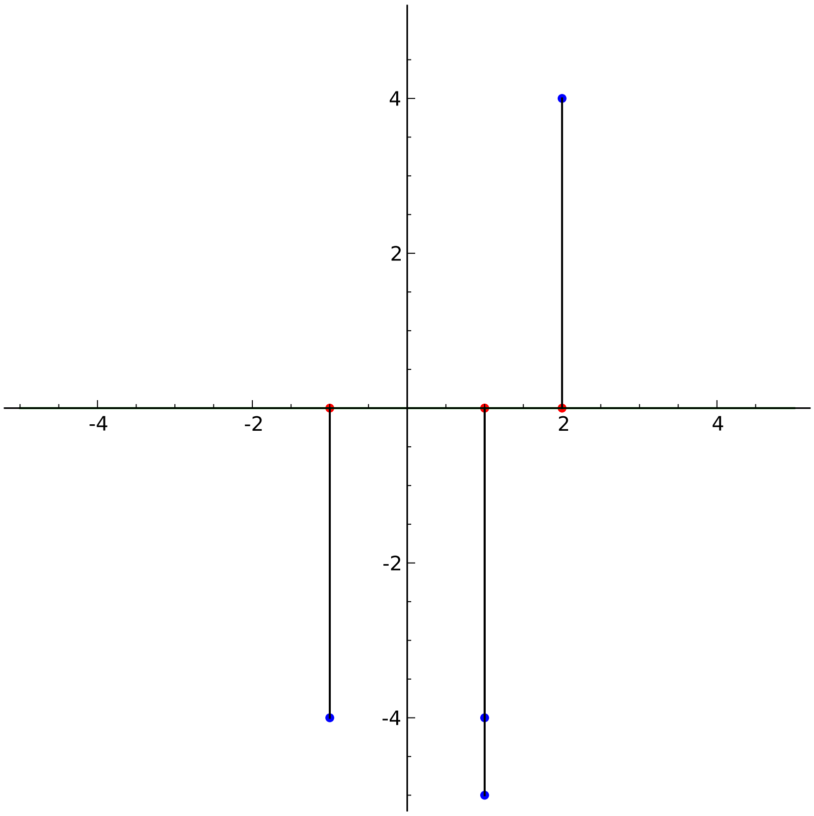

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(1, -5)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.



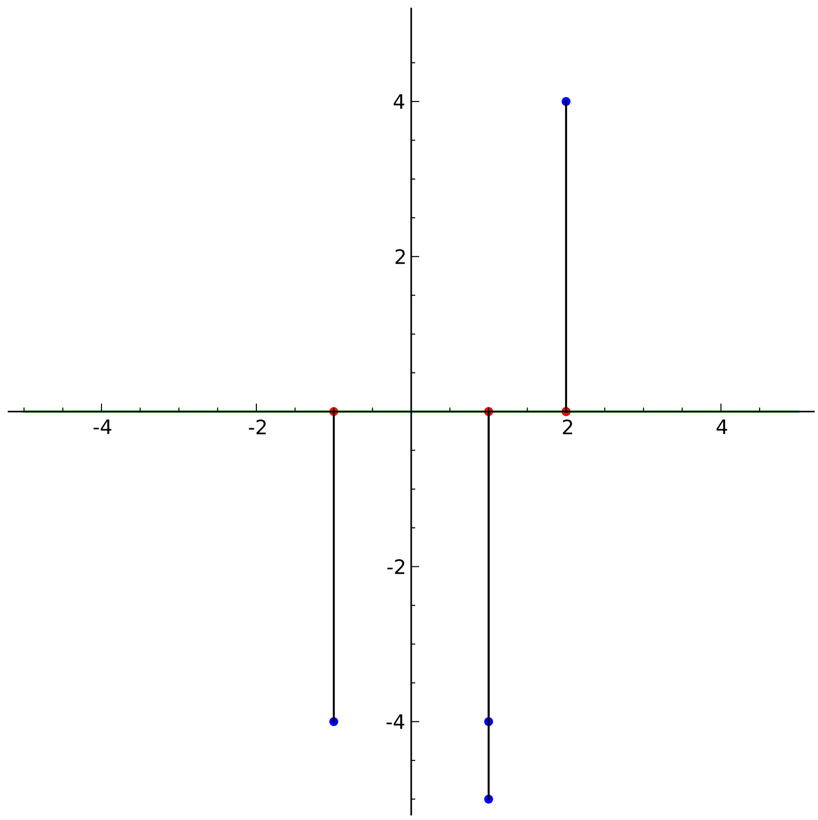

El punto $(2, 4)$ tiene como proyección el punto $(2, 0)$.



El punto $(1, -4)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.




El punto $(2, 0)$ tiene como proyección el punto $(2, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (x, 0)$$

□

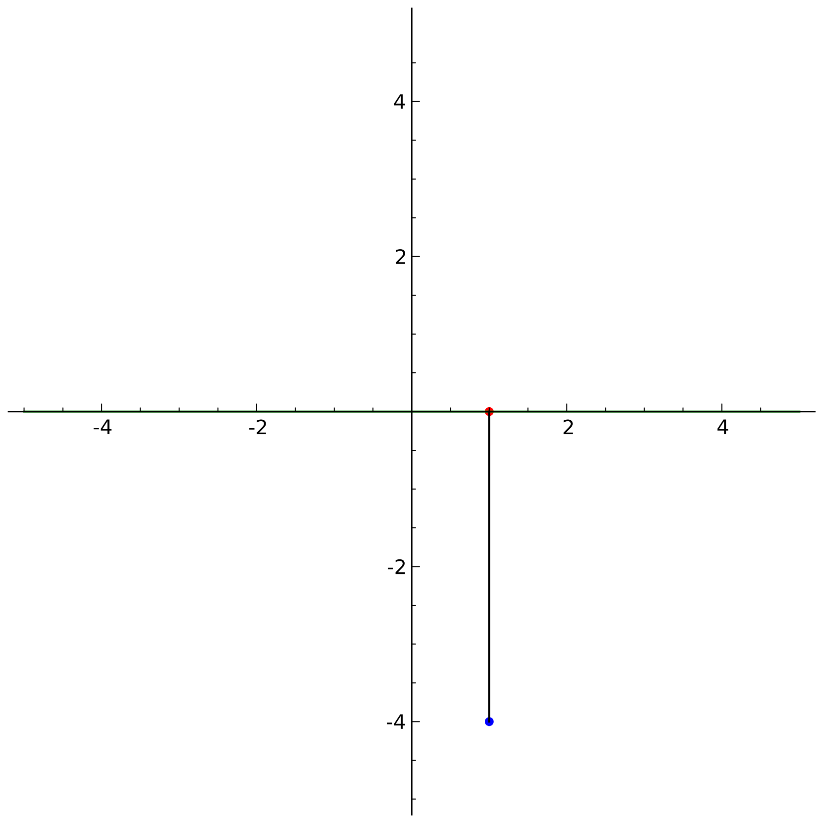
**Ejercicio 4.120.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, -4) \quad (-1, -5) \quad (3, -1) \quad (3, -5) \quad (-5, -5)$$

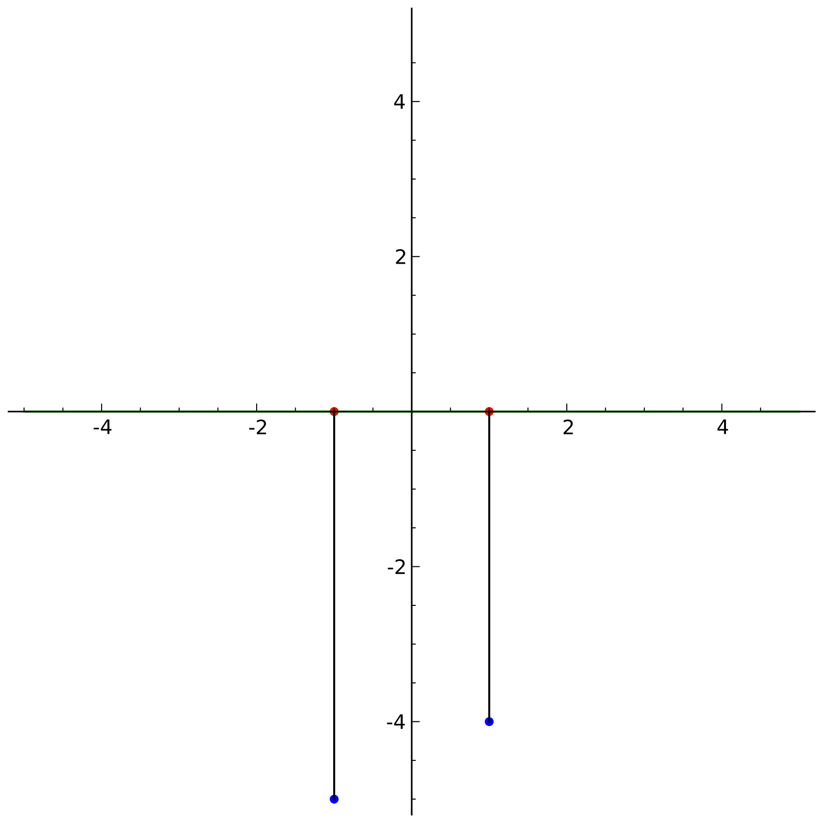
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

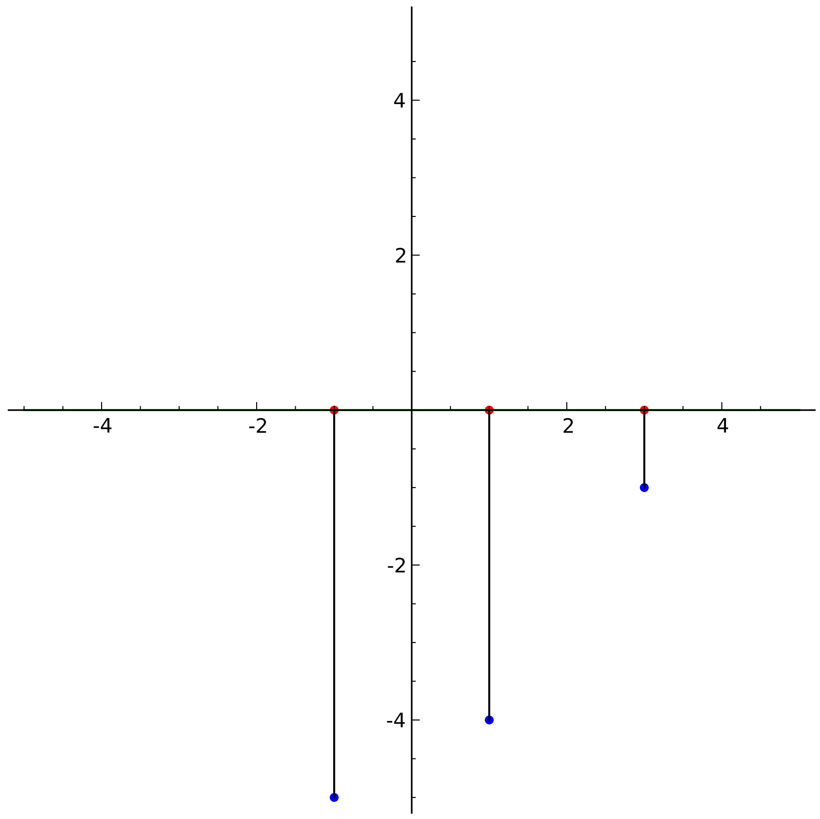
El punto $(1, -4)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.



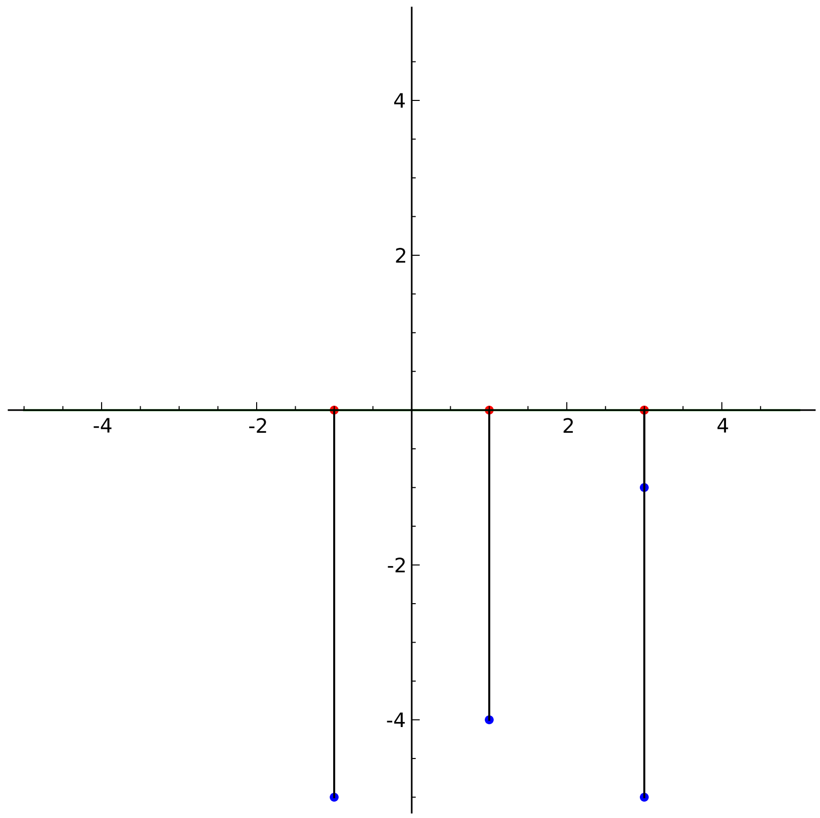

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-1, -5)$ tiene como proyección el punto $(-1, 0)$.



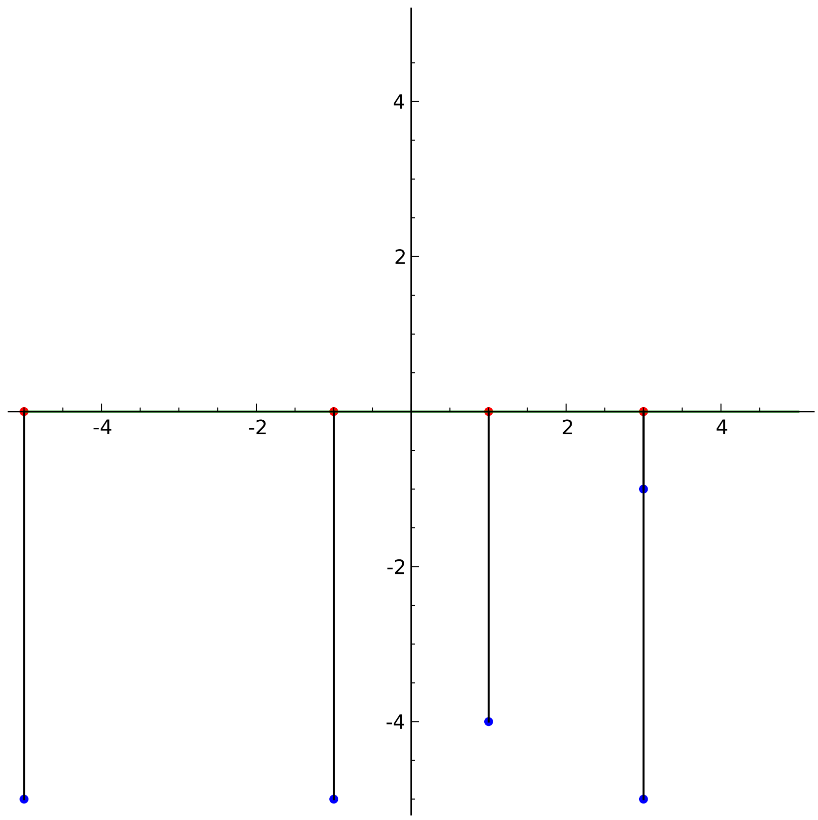

El punto $(3, -1)$ tiene como proyección el punto $(3, 0)$.



El punto $(3, -5)$ tiene como proyección el punto $(3, 0)$.




El punto $(-5, -5)$ tiene como proyección el punto $(-5, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (x, 0)$$

□

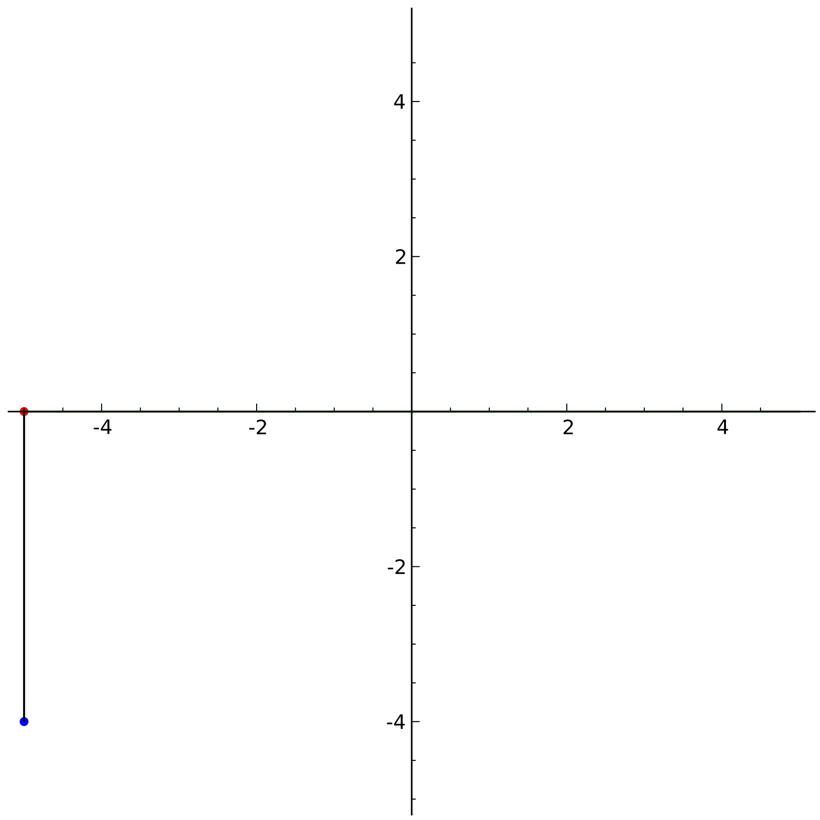
**Ejercicio 4.121.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5, -4) \quad (4, 0) \quad (2, -1) \quad (0, -3) \quad (-3, -5)$$

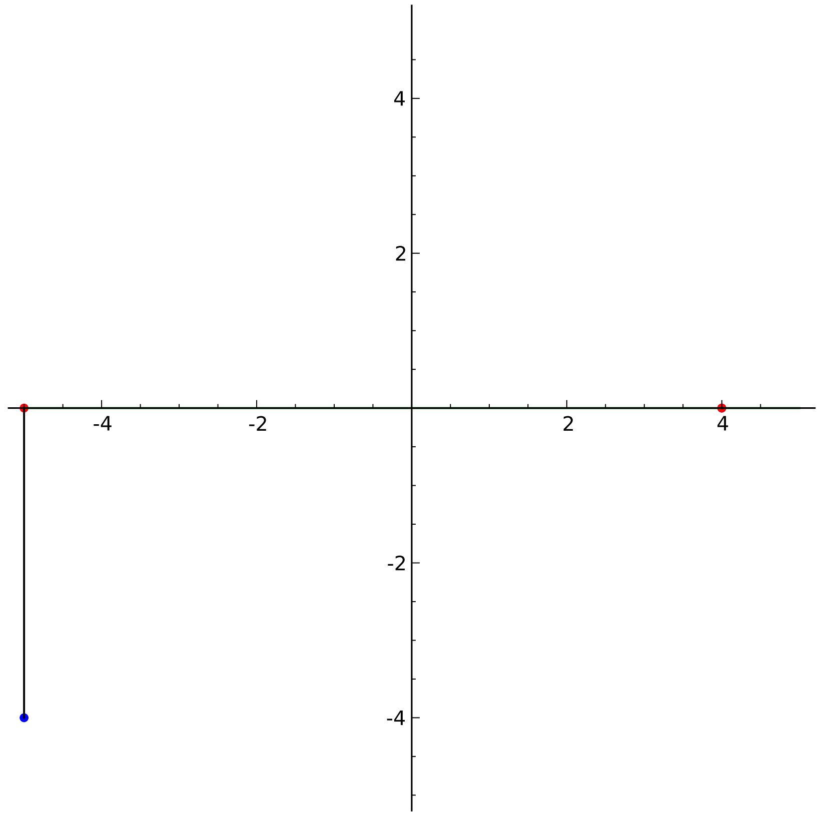
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

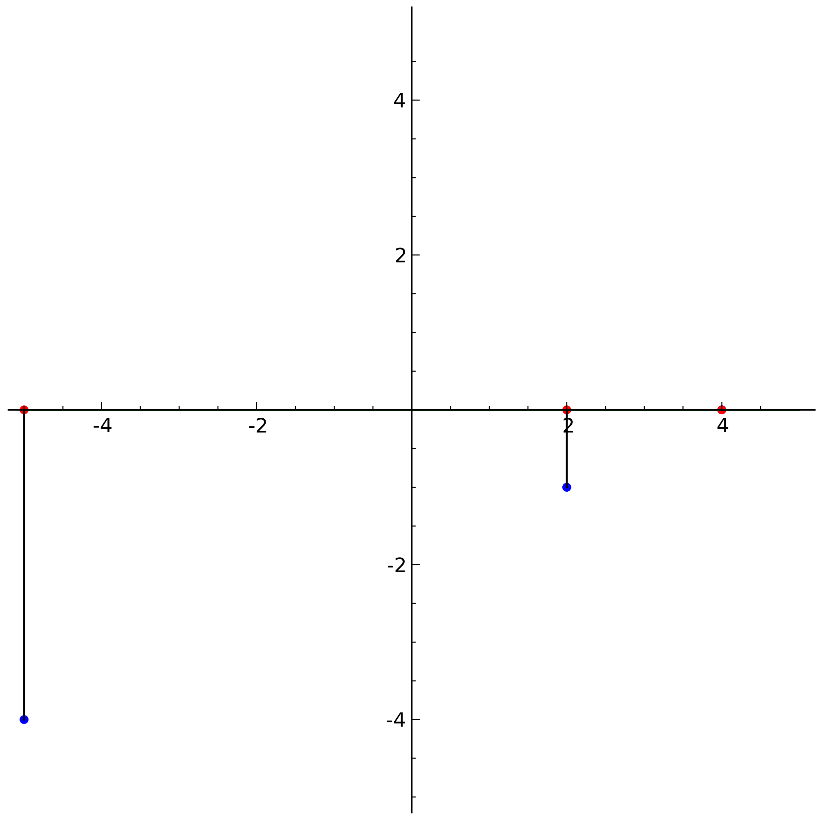
El punto $(-5, -4)$ tiene como proyección el punto $(-5, 0)$.



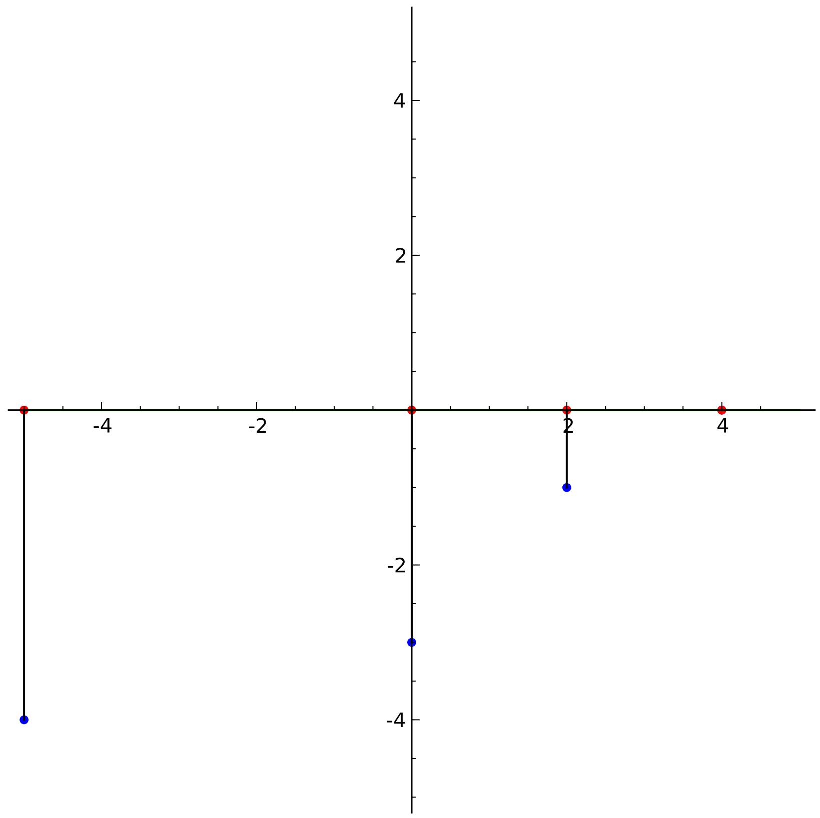

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(4, 0)$ tiene como proyección el punto $(4, 0)$.



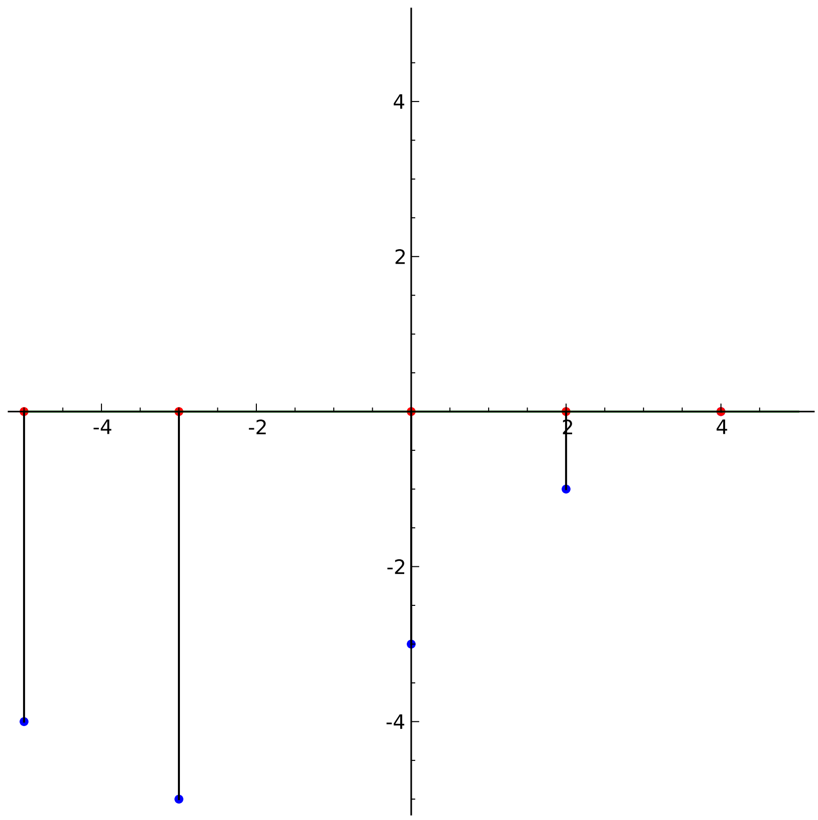

El punto $(2, -1)$ tiene como proyección el punto $(2, 0)$.



El punto $(0, -3)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.




El punto $(-3, -5)$ tiene como proyección el punto $(-3, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (x, 0)$$

□

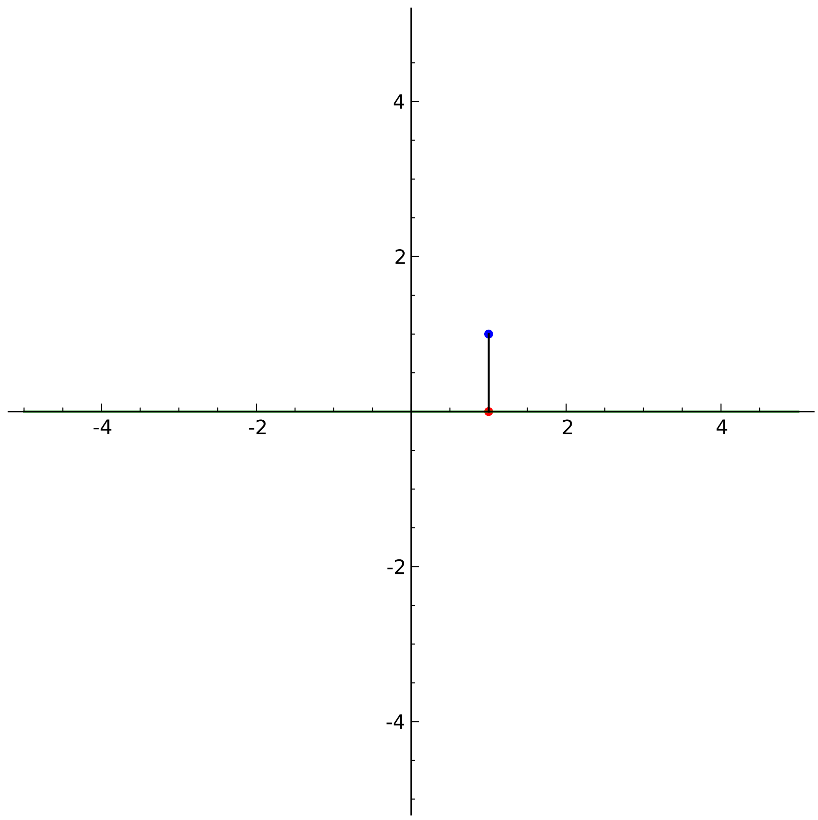
**Ejercicio 4.122.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, 1) \quad (-3, 3) \quad (1, 4) \quad (-2, 3) \quad (-1, -5)$$

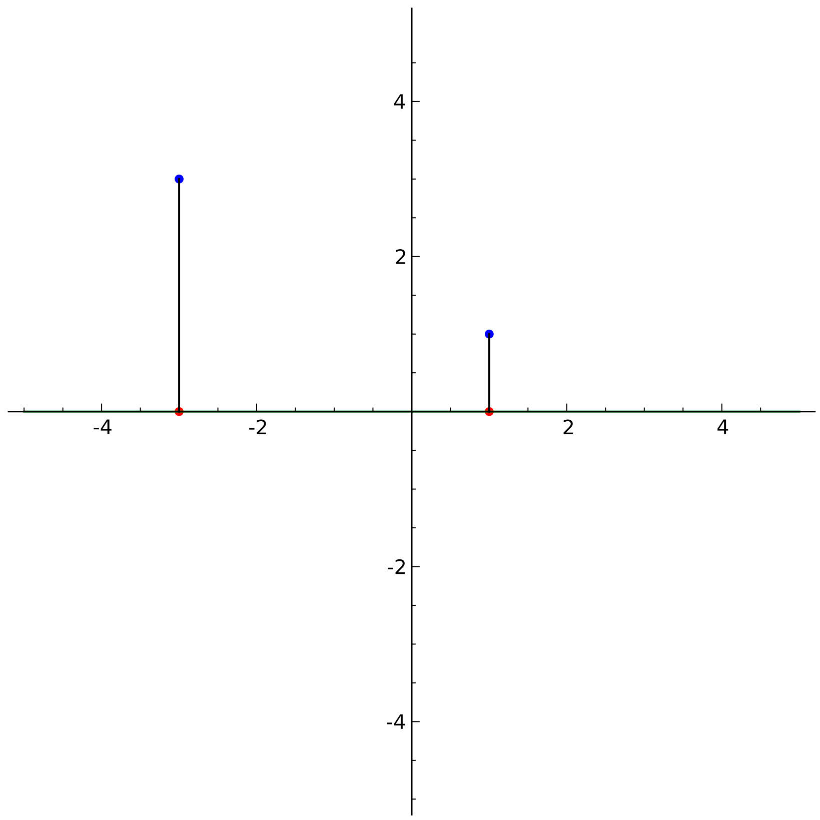
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

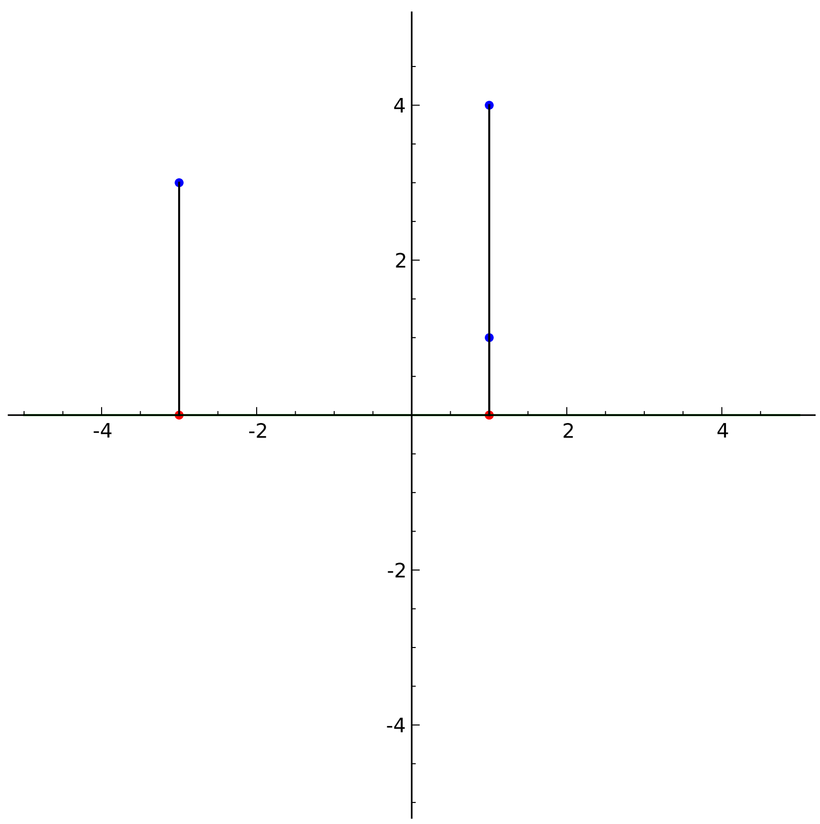
El punto $(1, 1)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.



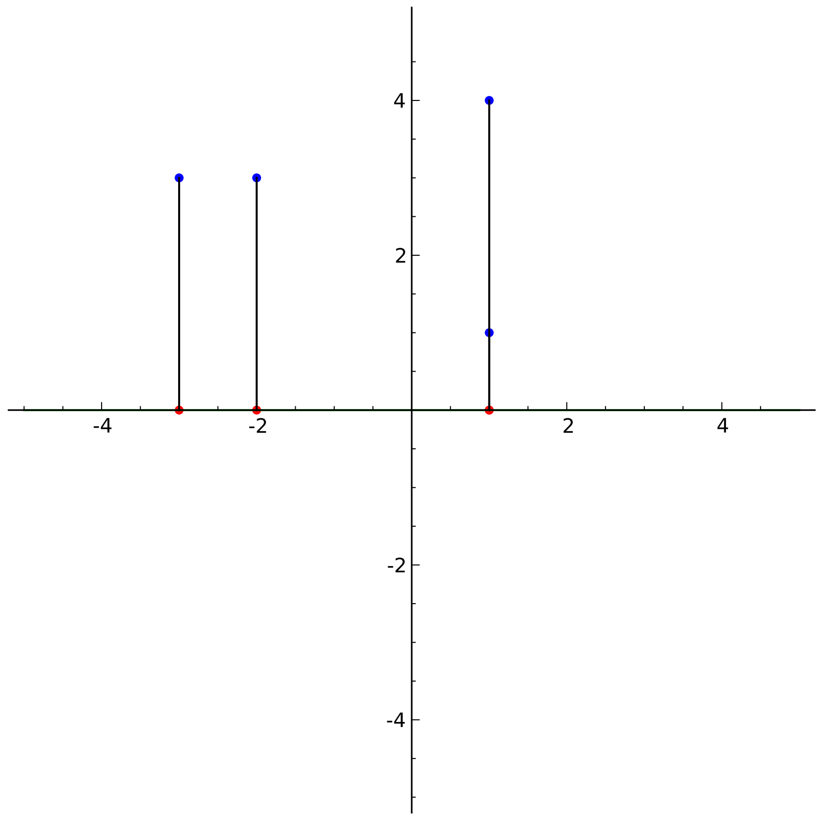

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-3, 3)$ tiene como proyección el punto $(-3, 0)$.



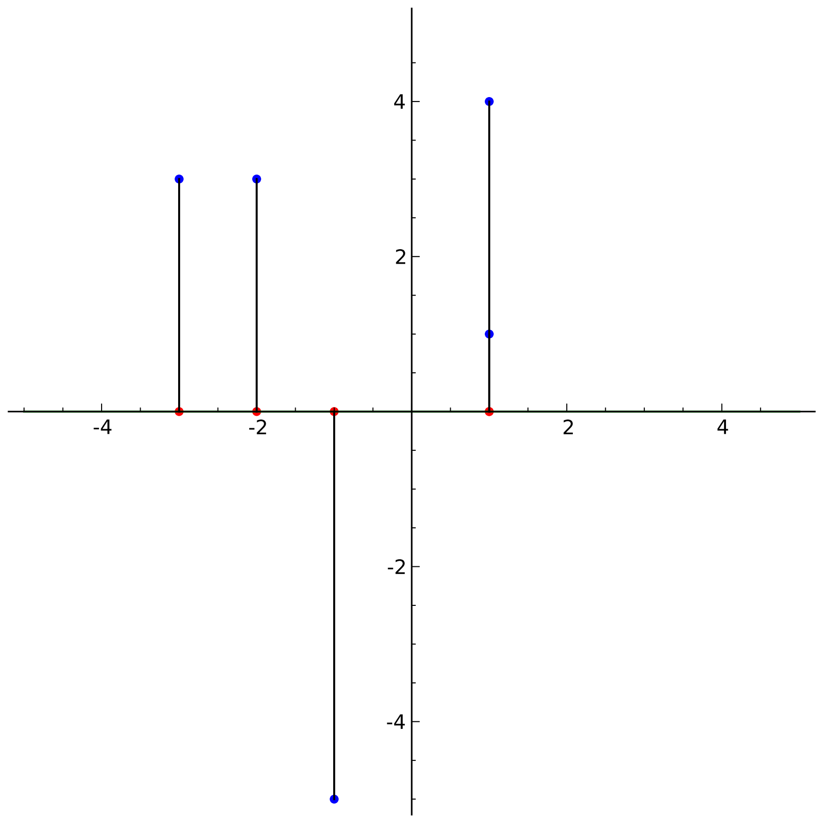

El punto $(1, 4)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.



El punto $(-2, 3)$ tiene como proyección el punto $(-2, 0)$.




El punto $(-1, -5)$ tiene como proyección el punto $(-1, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (x, 0)$$

□

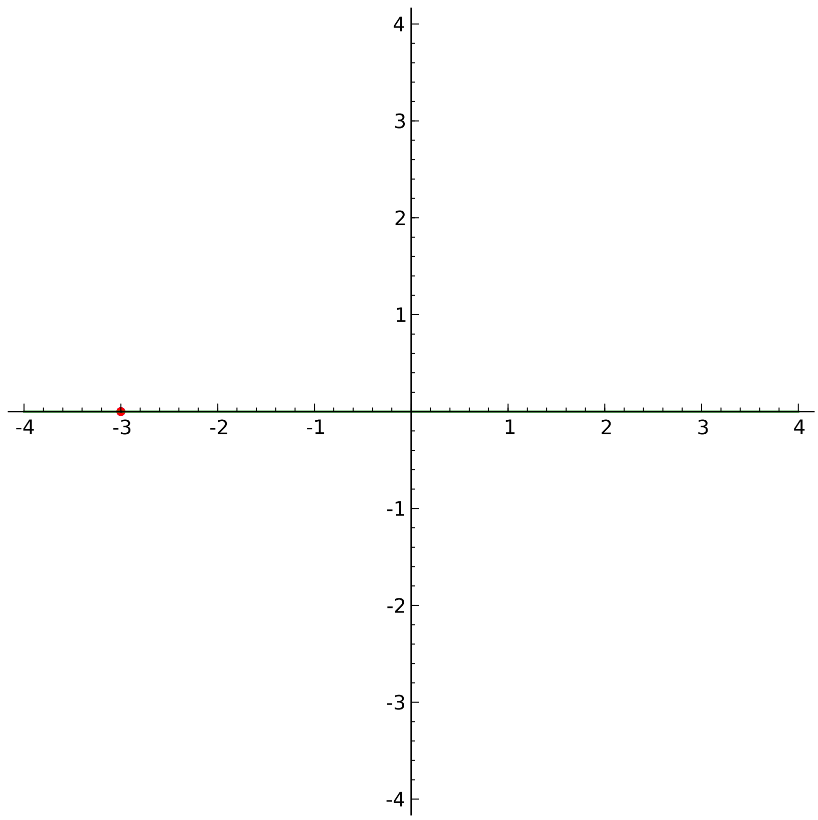
**Ejercicio 4.123.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3, 0) \quad (-4, -1) \quad (-1, 1) \quad (3, -4) \quad (3, 0)$$

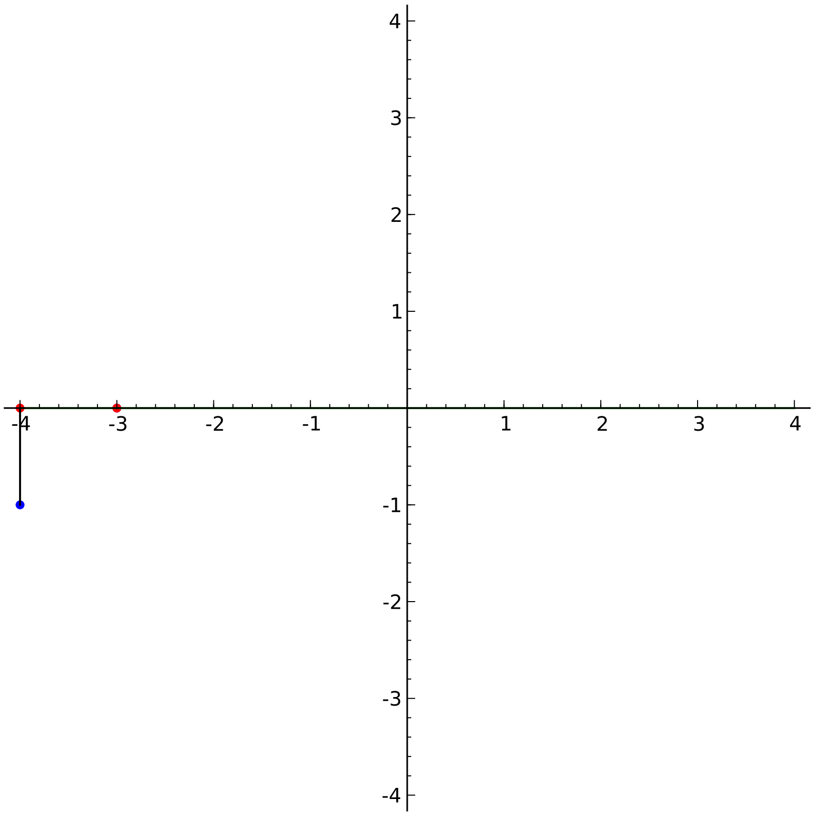
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

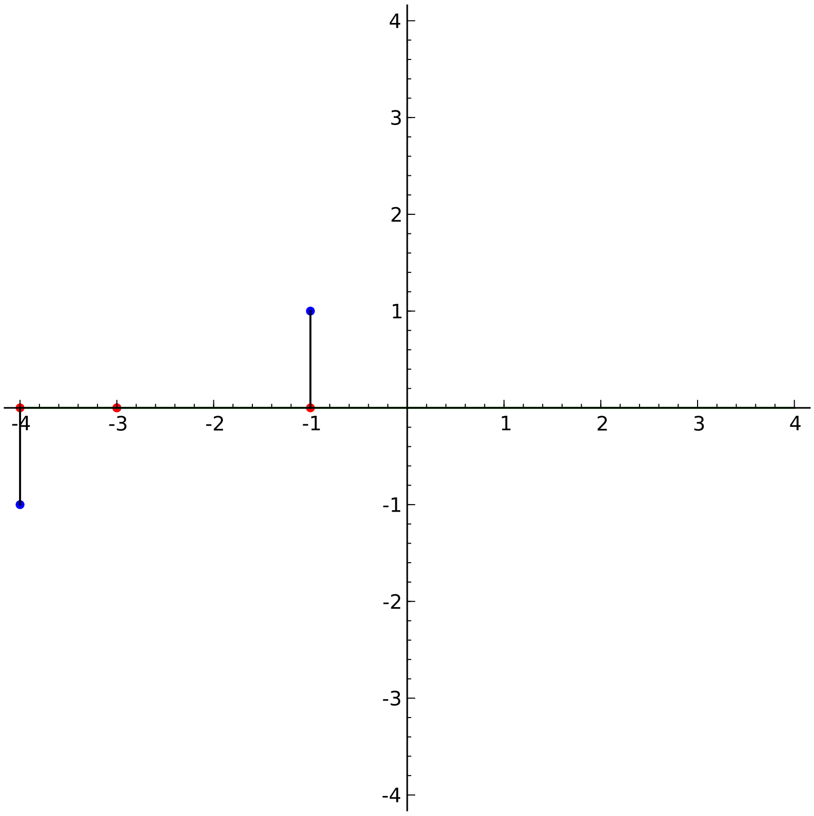
El punto $(-3, 0)$ tiene como proyección el punto $(-3, 0)$.



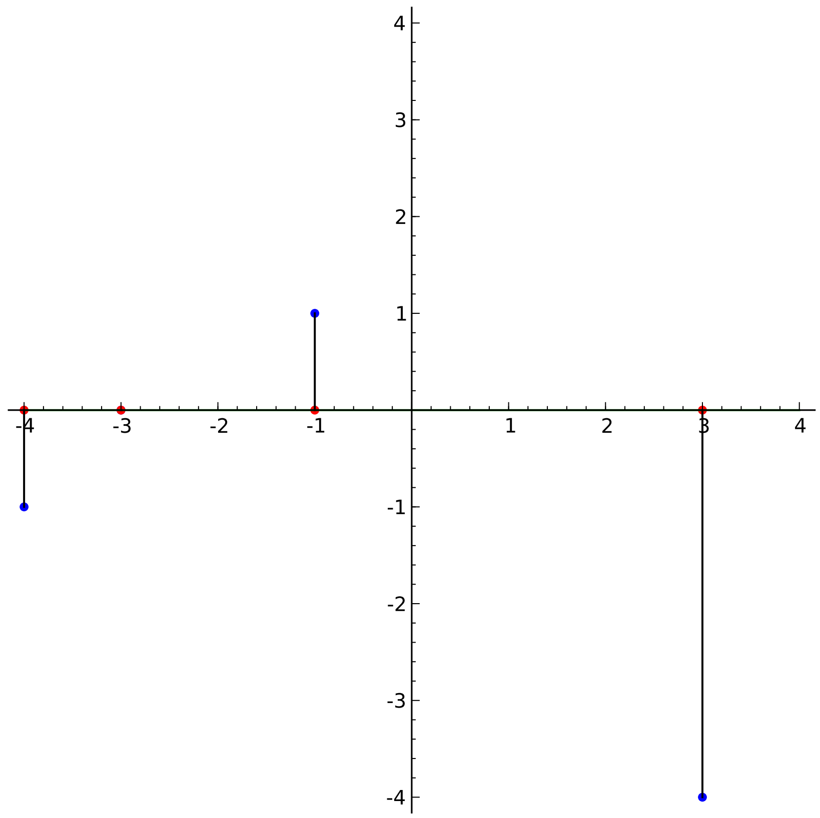

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-4,-1)$ tiene como proyección el punto $(-4,0)$.



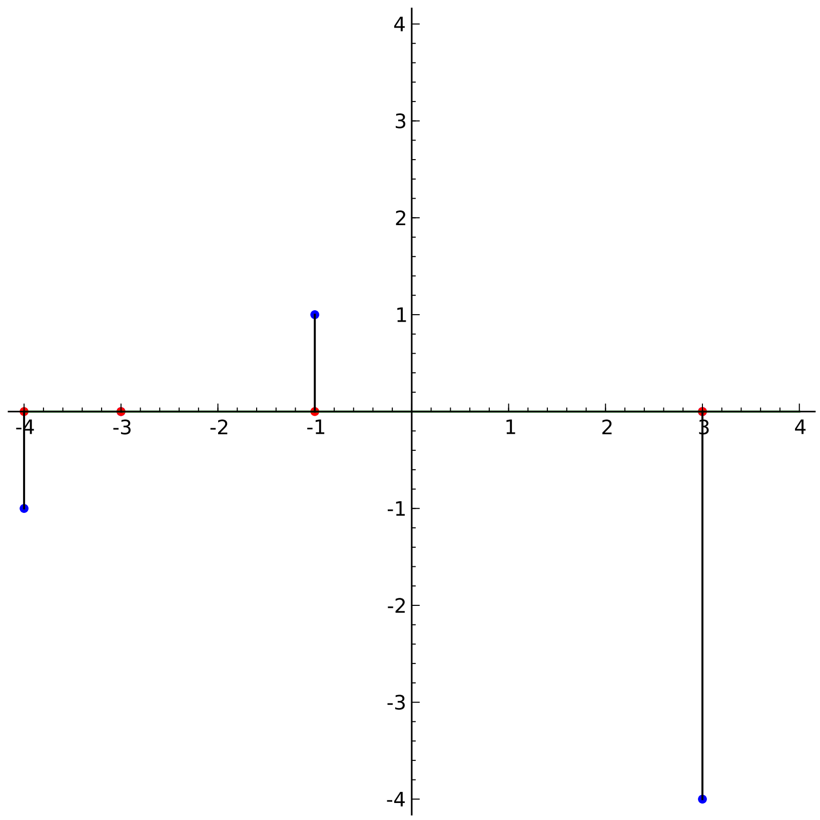

El punto $(-1, 1)$ tiene como proyección el punto $(-1, 0)$.



El punto $(3, -4)$ tiene como proyección el punto $(3, 0)$.




El punto $(3, 0)$ tiene como proyección el punto $(3, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (x, 0)$$

□

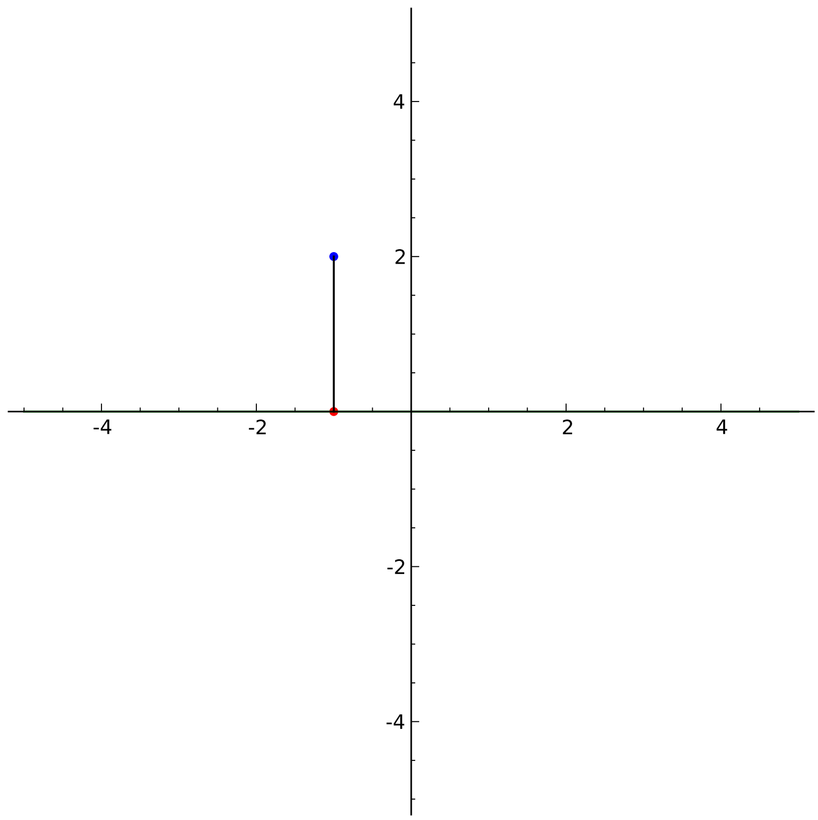
**Ejercicio 4.124.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1, 2) \quad (1, -5) \quad (1, 3) \quad (-1, -1) \quad (4, -2)$$

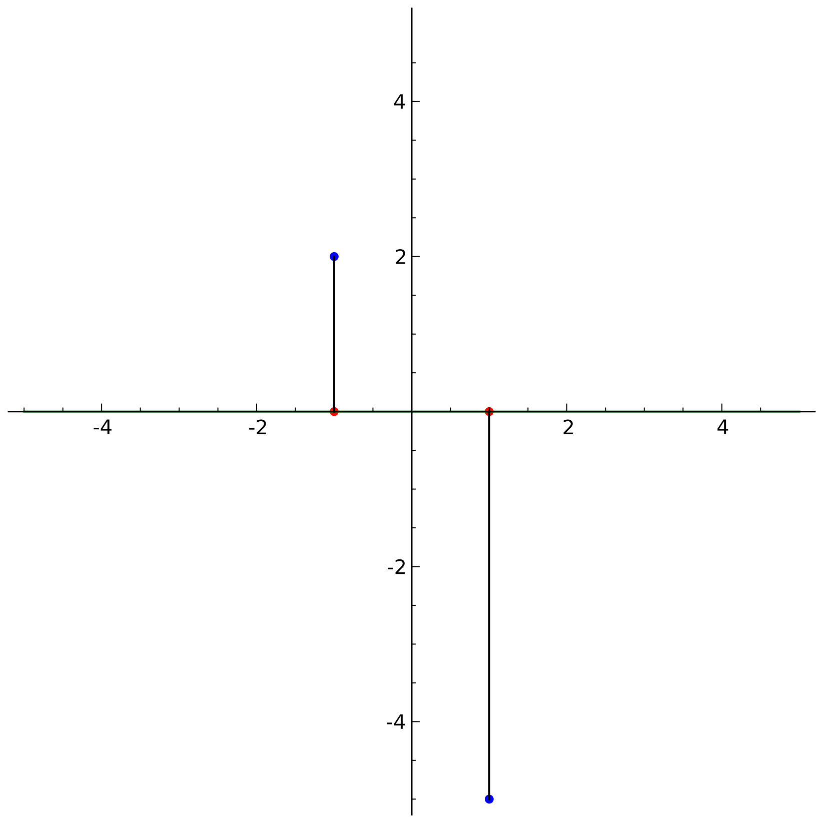
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

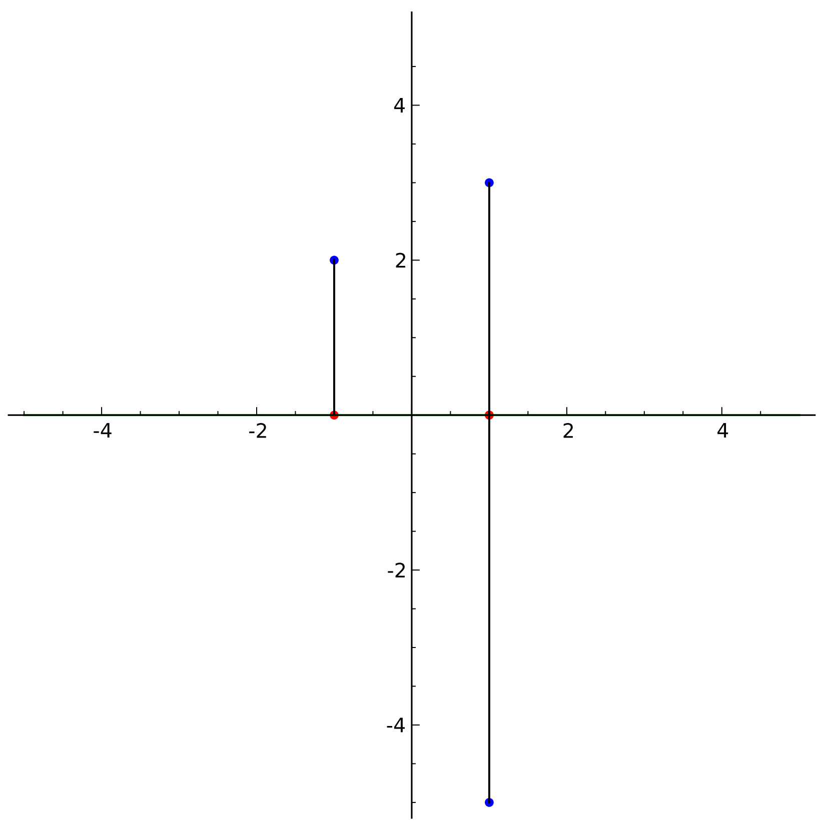
El punto $(-1, 2)$ tiene como proyección el punto $(-1, 0)$.



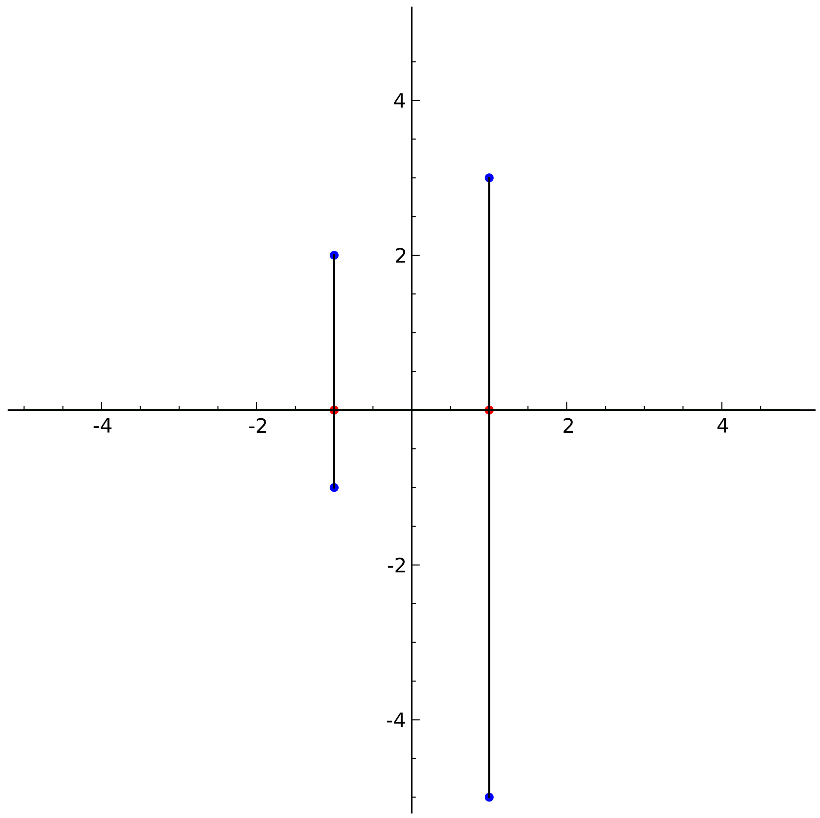

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(1, -5)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.



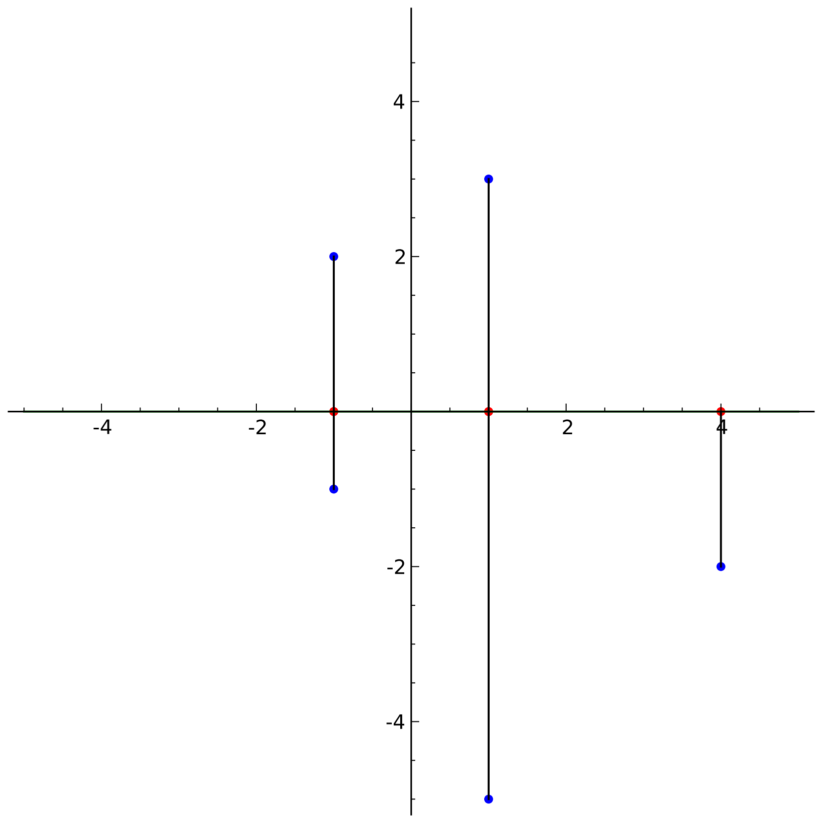

El punto $(1, 3)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.



El punto $(-1,-1)$ tiene como proyección el punto $(-1,0)$.




El punto $(4,-2)$ tiene como proyección el punto $(4,0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (x, 0)$$

□

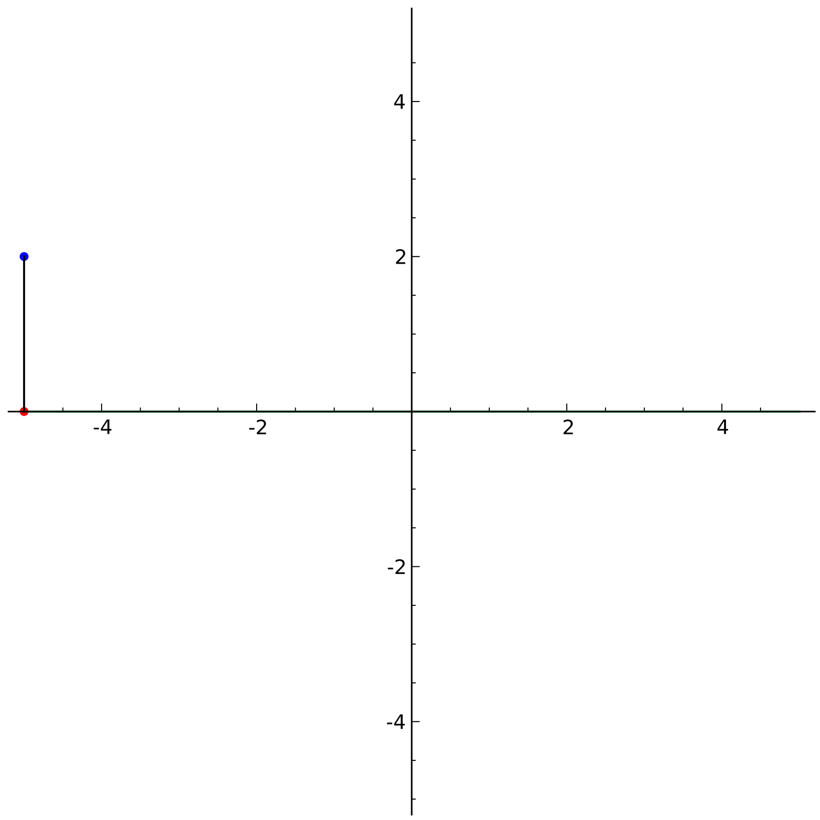
**Ejercicio 4.125.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5, 2) \quad (3, 1) \quad (1, -1) \quad (-5, 2) \quad (-3, 2)$$

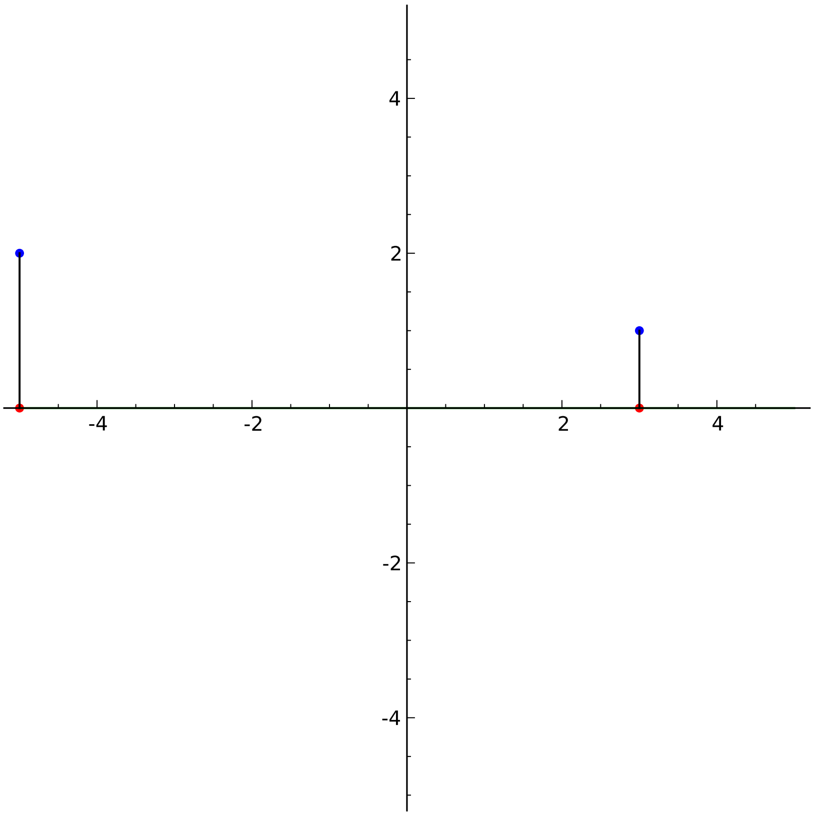
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje 0X y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje 0X

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje 0X los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

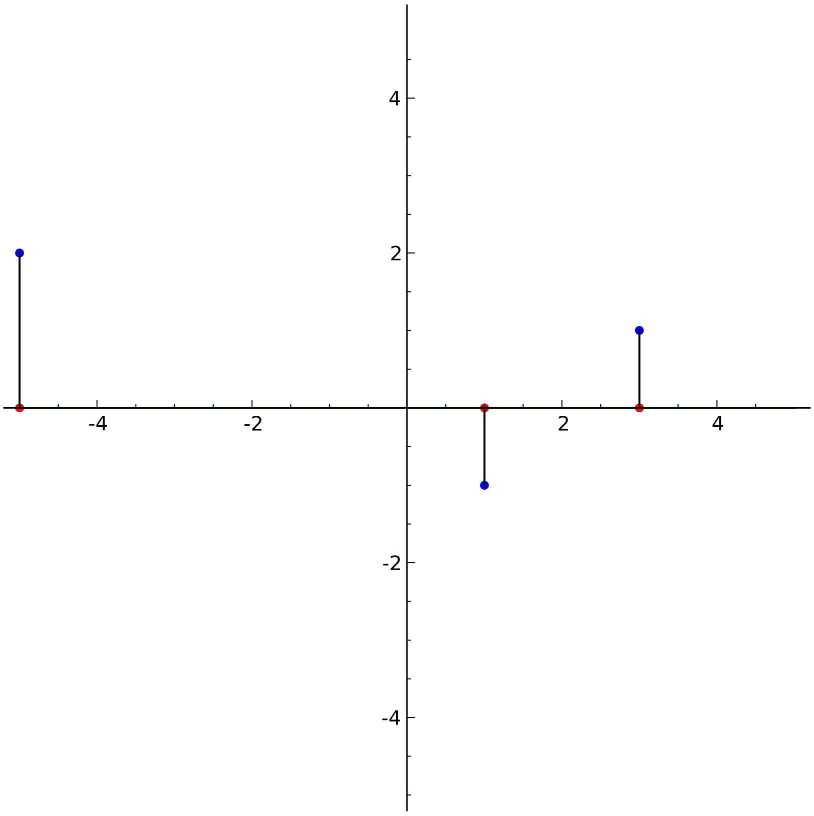
El punto $(-5, 2)$ tiene como proyección el punto $(-5, 0)$.



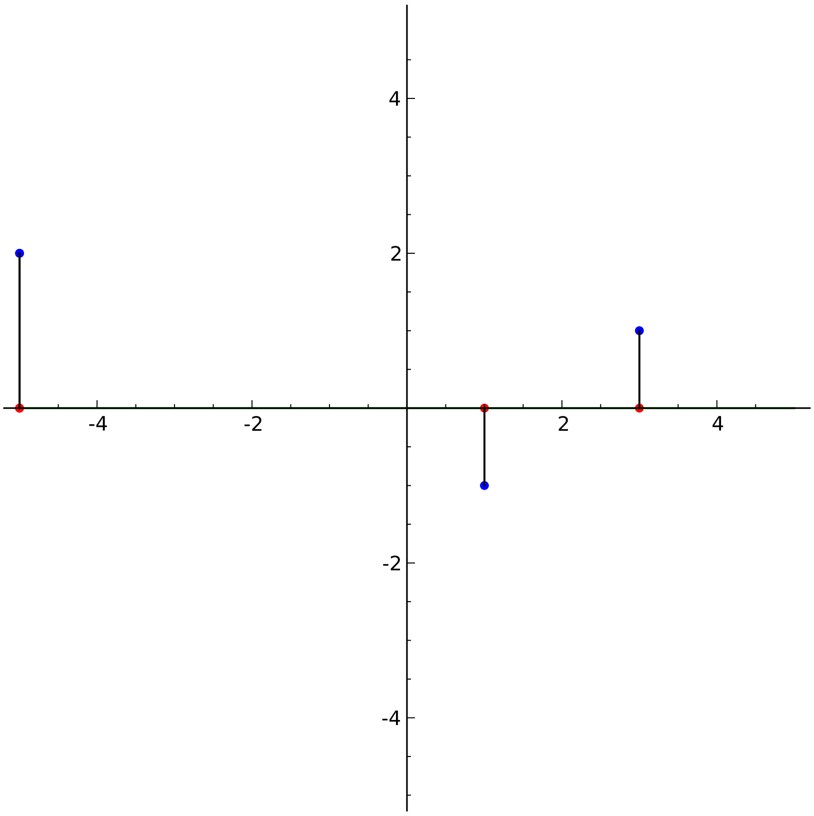

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, 1)$ tiene como proyección el punto $(3, 0)$.



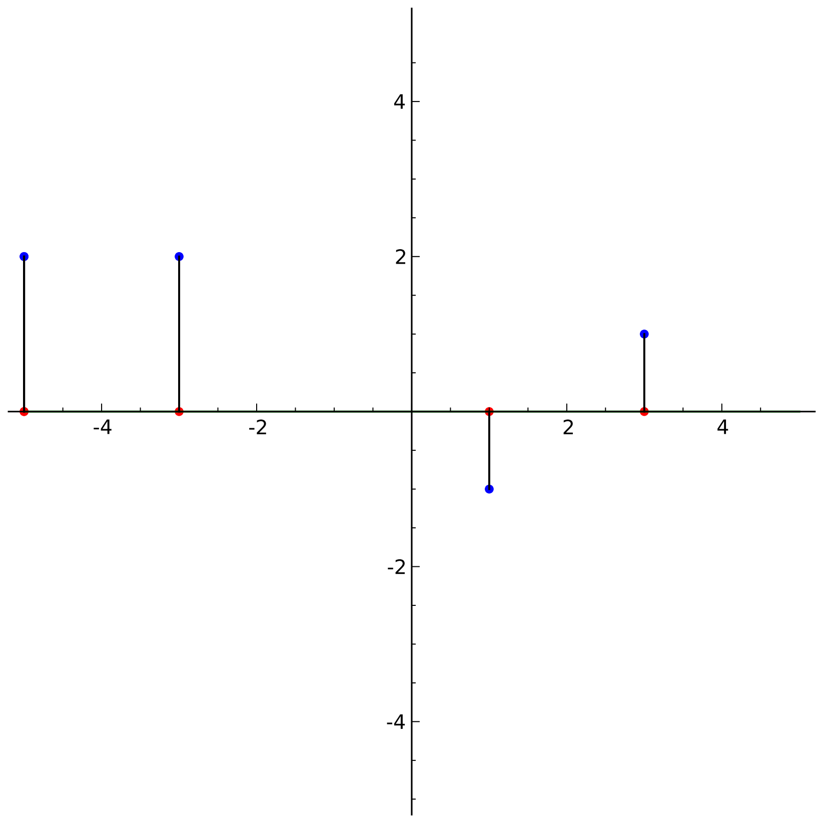

El punto $(1, -1)$ tiene como proyección el punto $(1, 0)$.



El punto $(-5, 2)$ tiene como proyección el punto $(-5, 0)$.




El punto $(-3, 2)$ tiene como proyección el punto $(-3, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (x, 0)$$

□

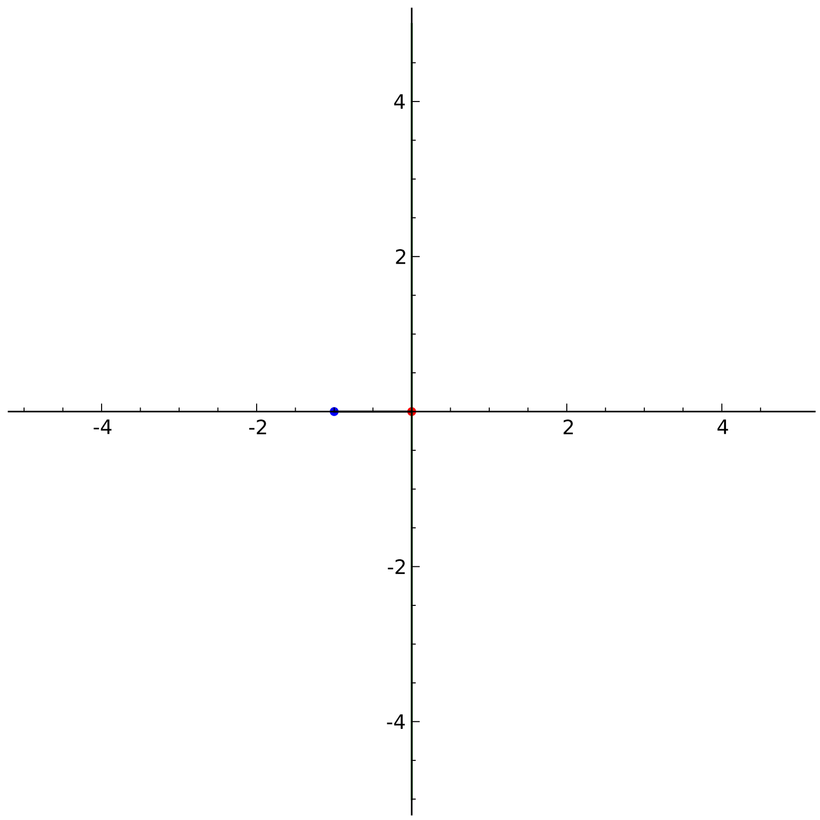
**Ejercicio 4.126.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-1, 0) \quad (3, -3) \quad (3, 2) \quad (2, 1) \quad (-5, -2)$$

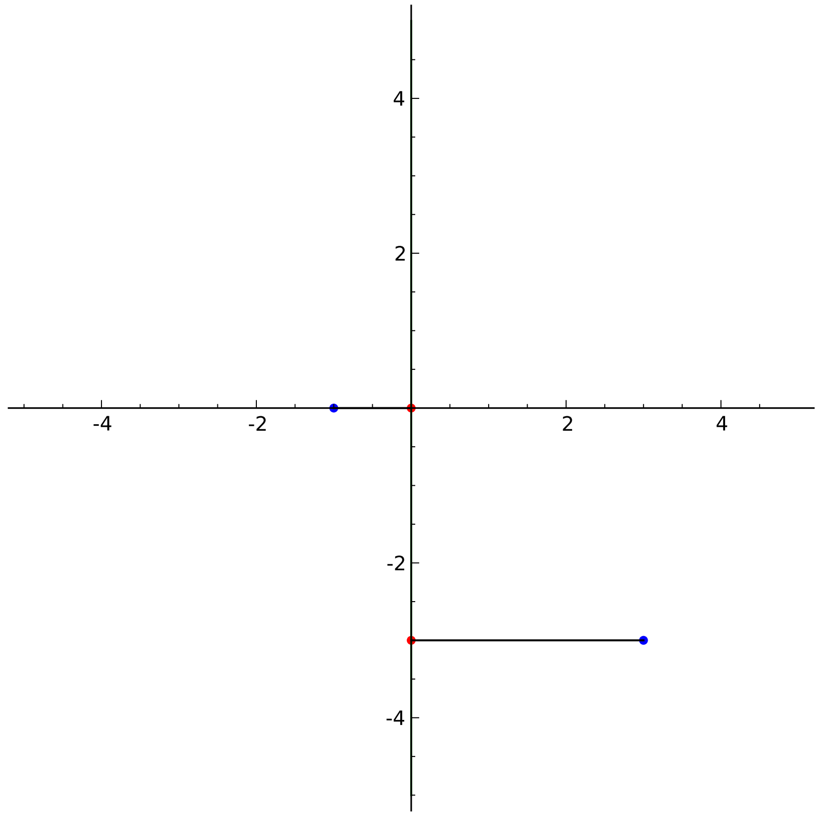
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

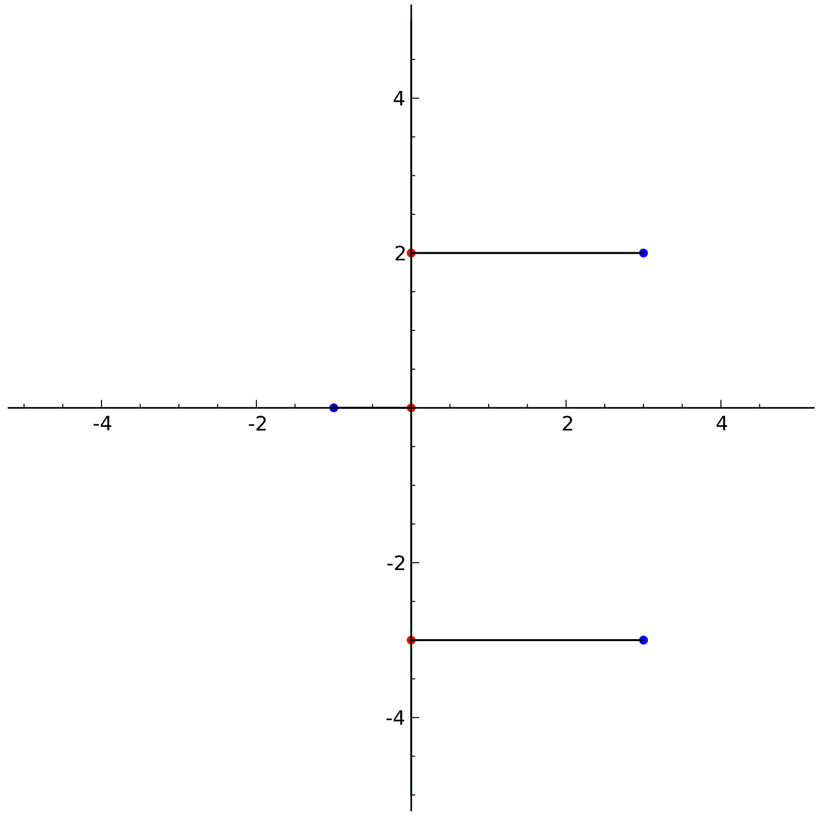
El punto $(-1, 0)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.



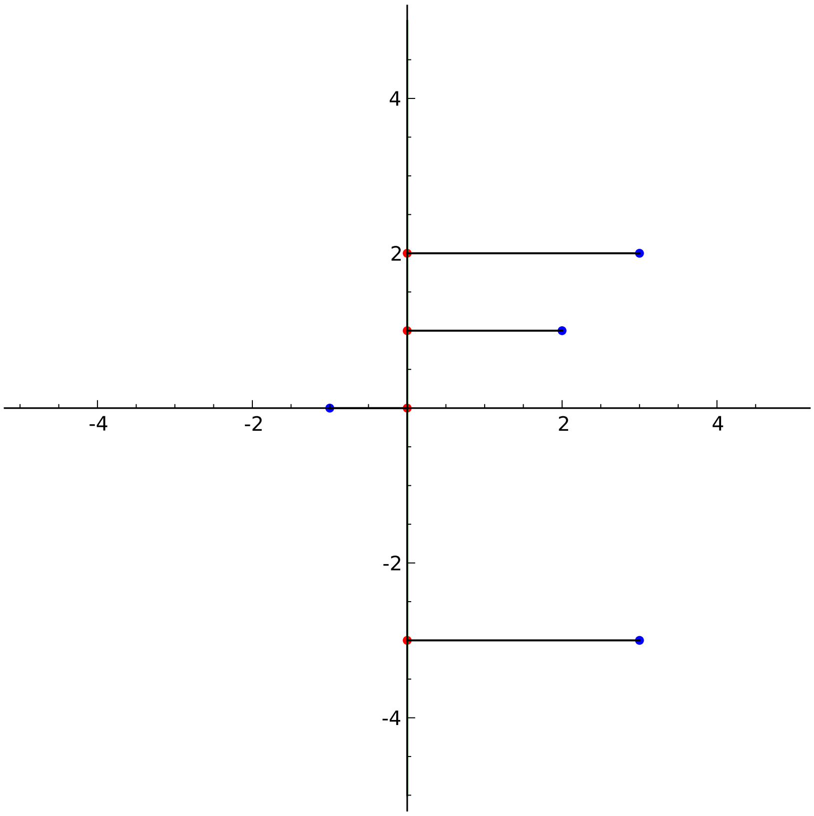

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, -3)$ tiene como proyección el punto $(0, -3)$.



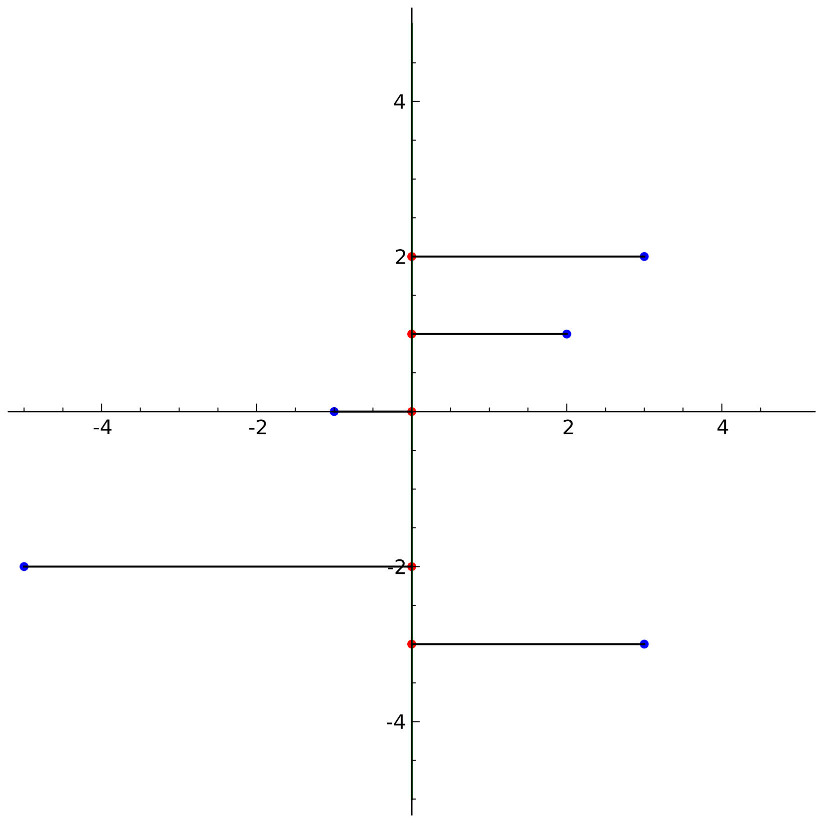

El punto $(3, 2)$ tiene como proyección el punto $(0, 2)$.



El punto $(2, 1)$ tiene como proyección el punto $(0, 1)$.




El punto $(-5, -2)$ tiene como proyección el punto $(0, -2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (0, y)$$

□

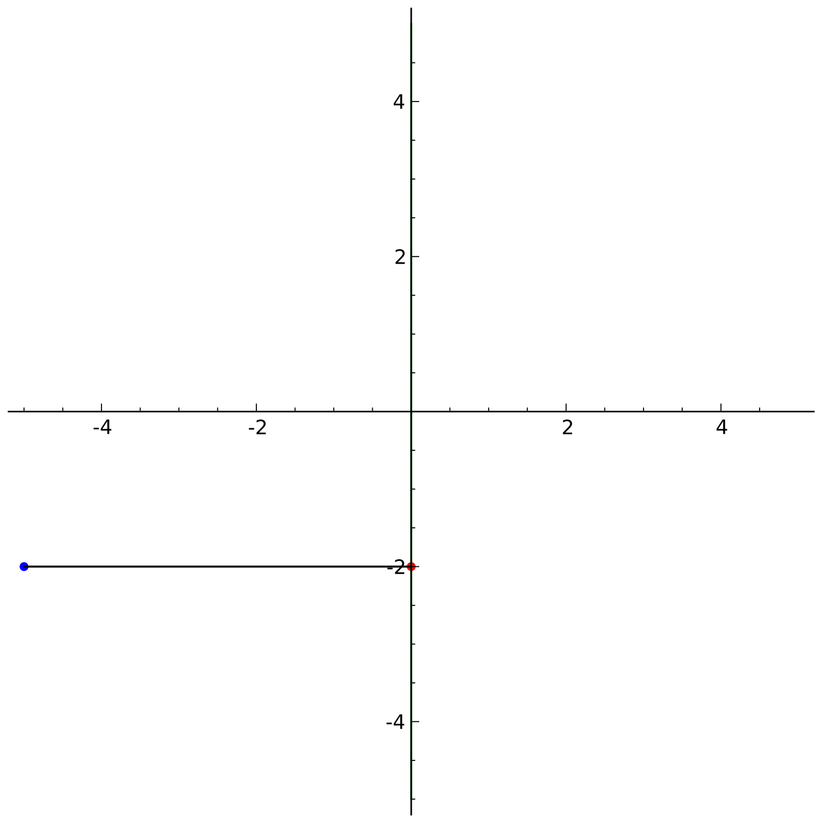
**Ejercicio 4.127.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5, -2) \ \ (-5, 1) \ \ (2, 2) \ \ (4, 3) \ \ (-2, -3)$$

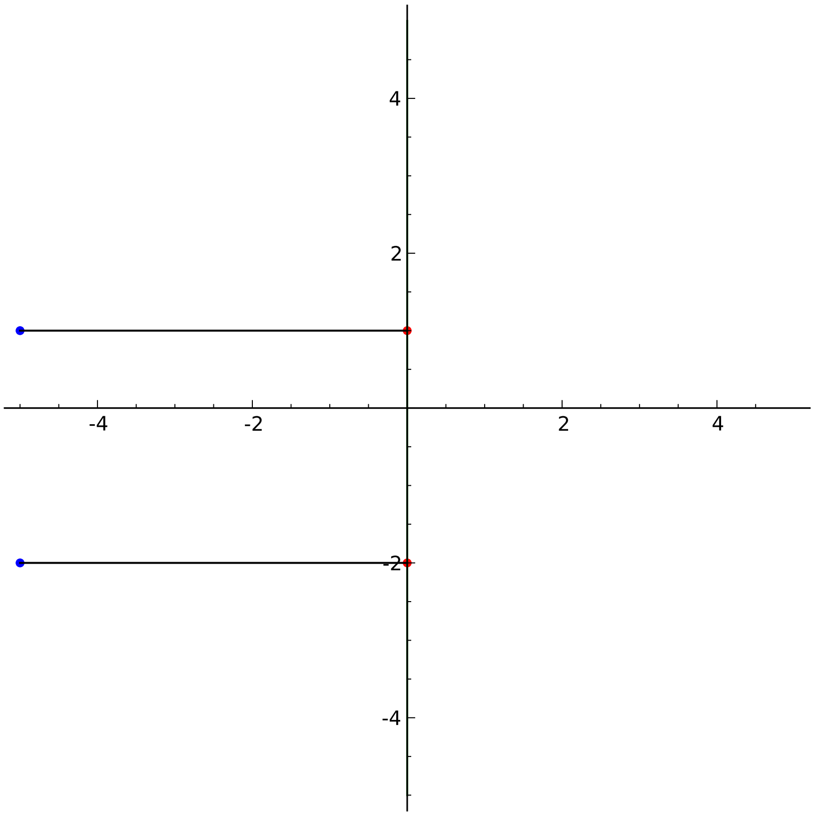
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

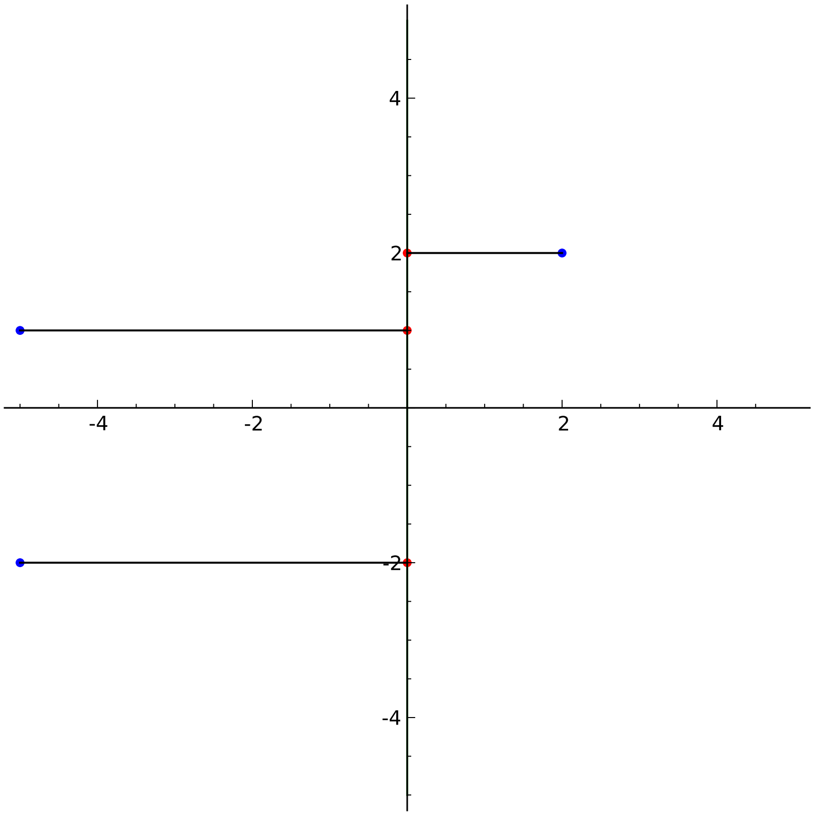
El punto $(-5, -2)$ tiene como proyección el punto $(0, -2)$.



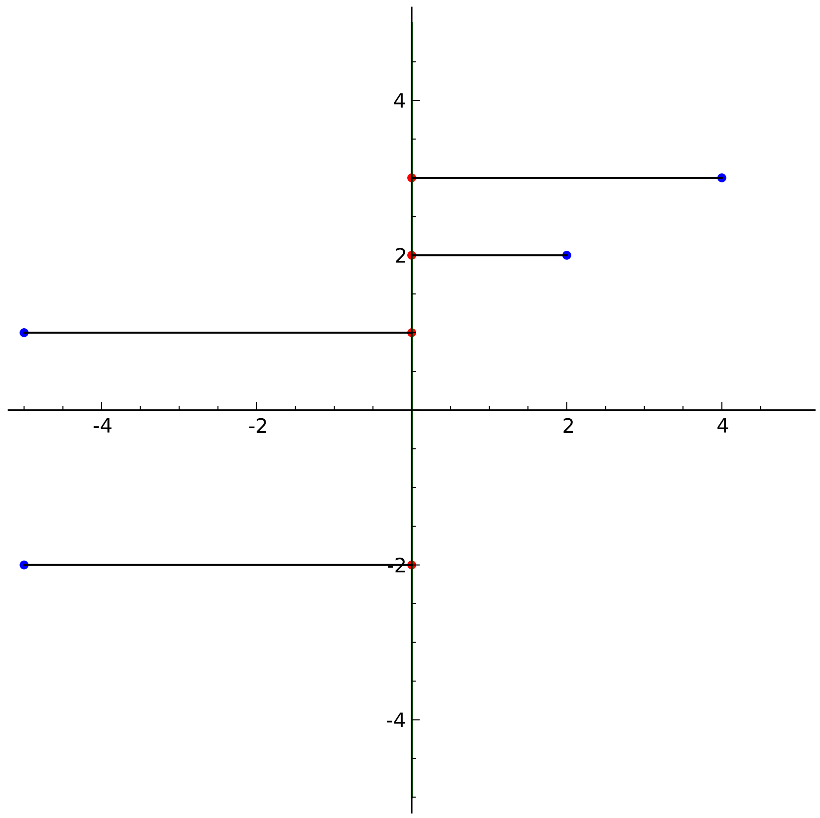

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-5, 1)$ tiene como proyección el punto $(0, 1)$.



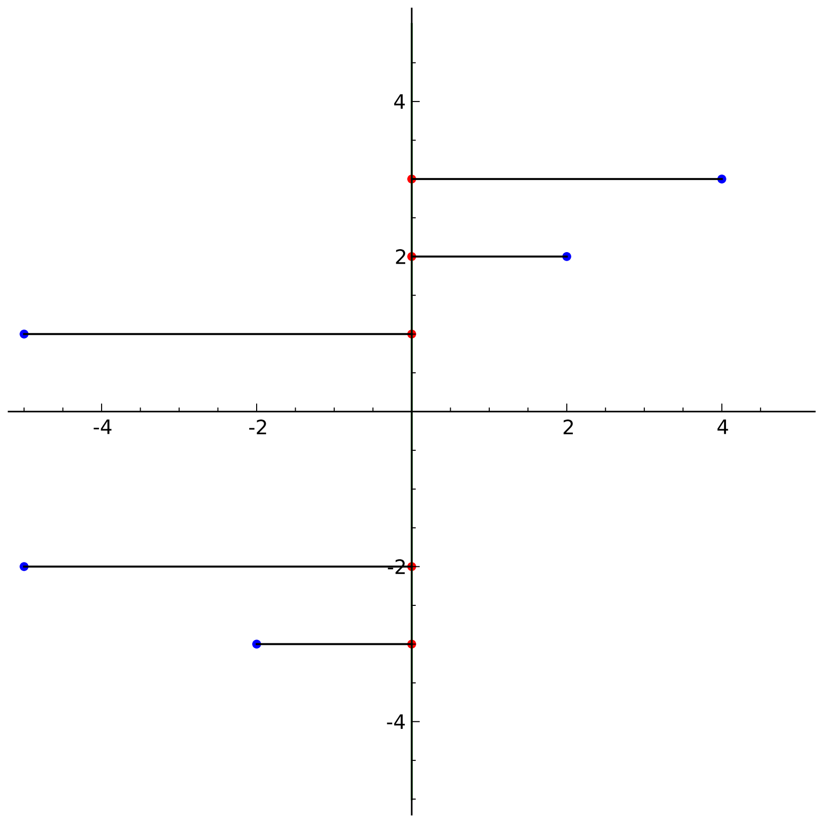

El punto $(2, 2)$ tiene como proyección el punto $(0, 2)$.



El punto $(4, 3)$ tiene como proyección el punto $(0, 3)$.




El punto $(-2, -3)$ tiene como proyección el punto $(0, -3)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (0, y)$$

□

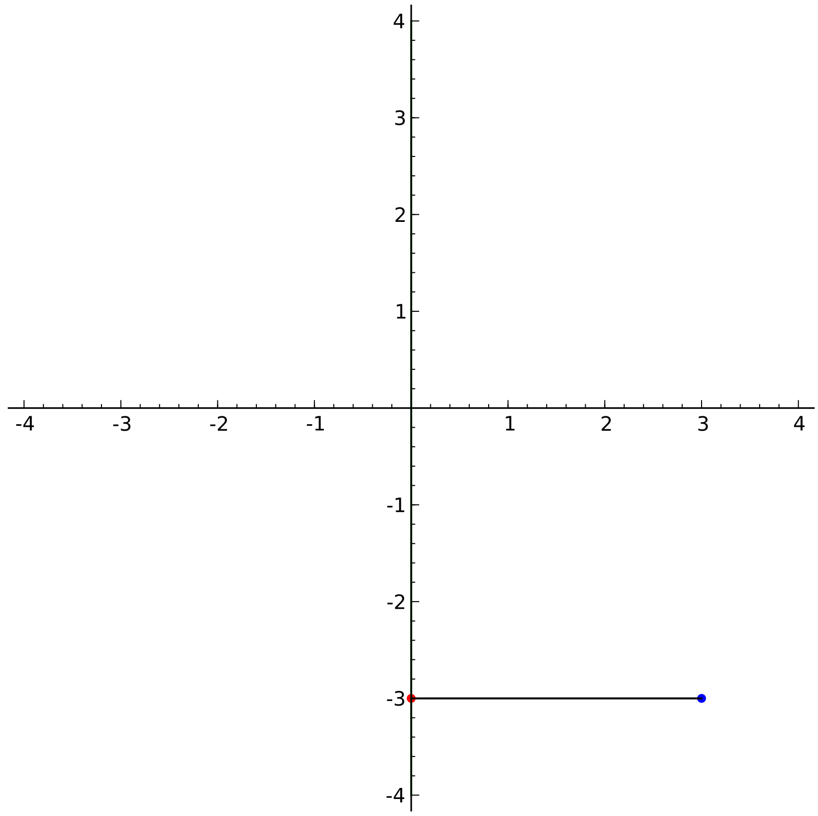
**Ejercicio 4.128.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3, -3) \quad (-2, 2) \quad (-4, 2) \quad (-4, -1) \quad (2, -4)$$

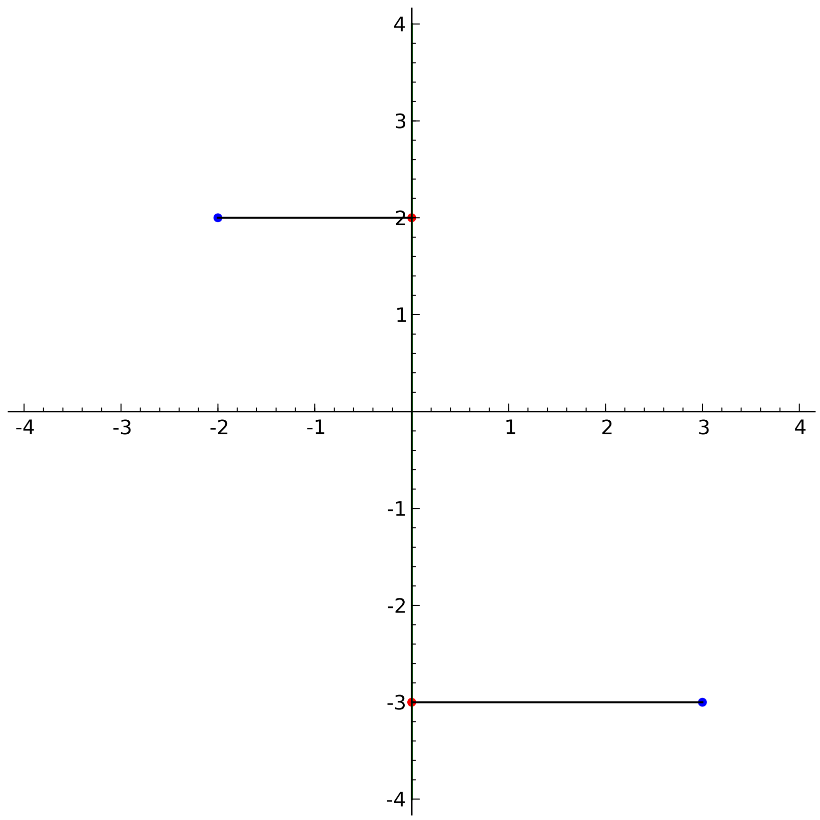
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

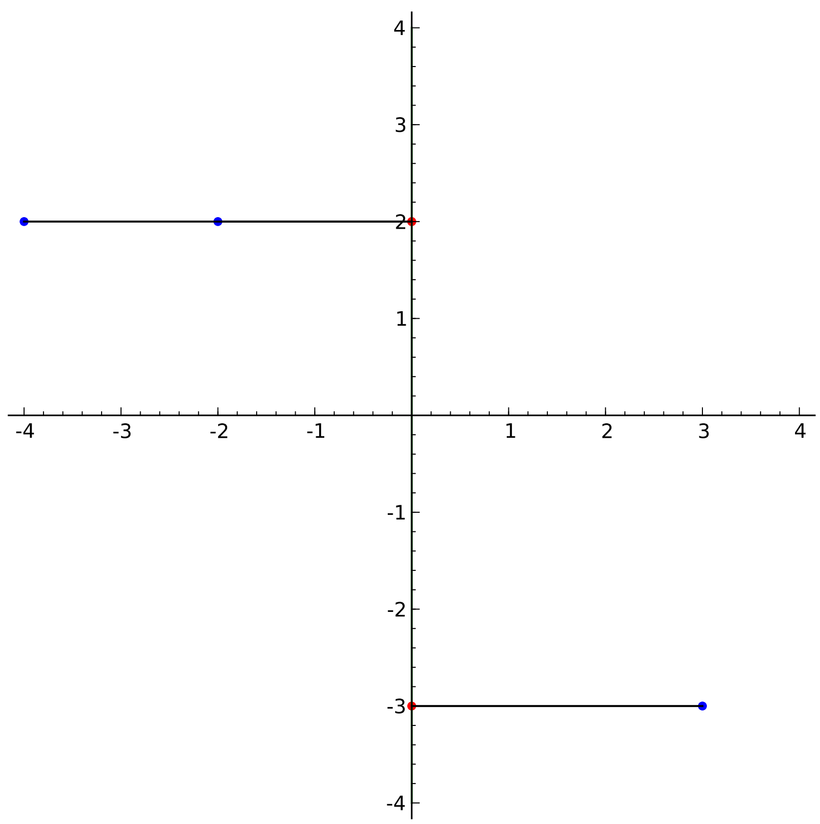
El punto $(3, -3)$ tiene como proyección el punto $(0, -3)$.



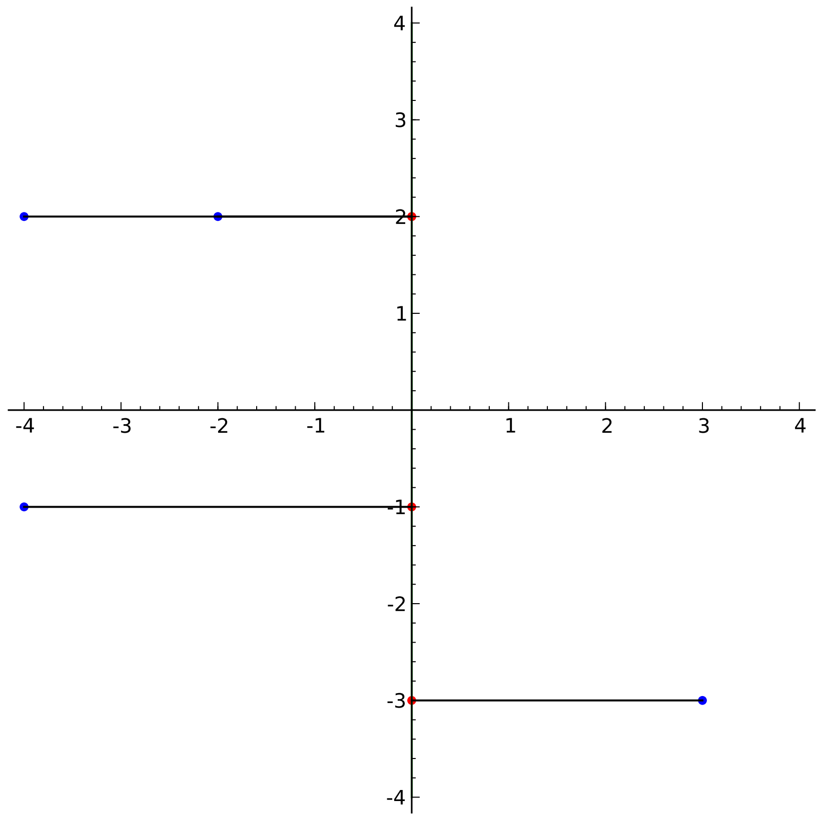

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, 2)$ tiene como proyección el punto $(0, 2)$.



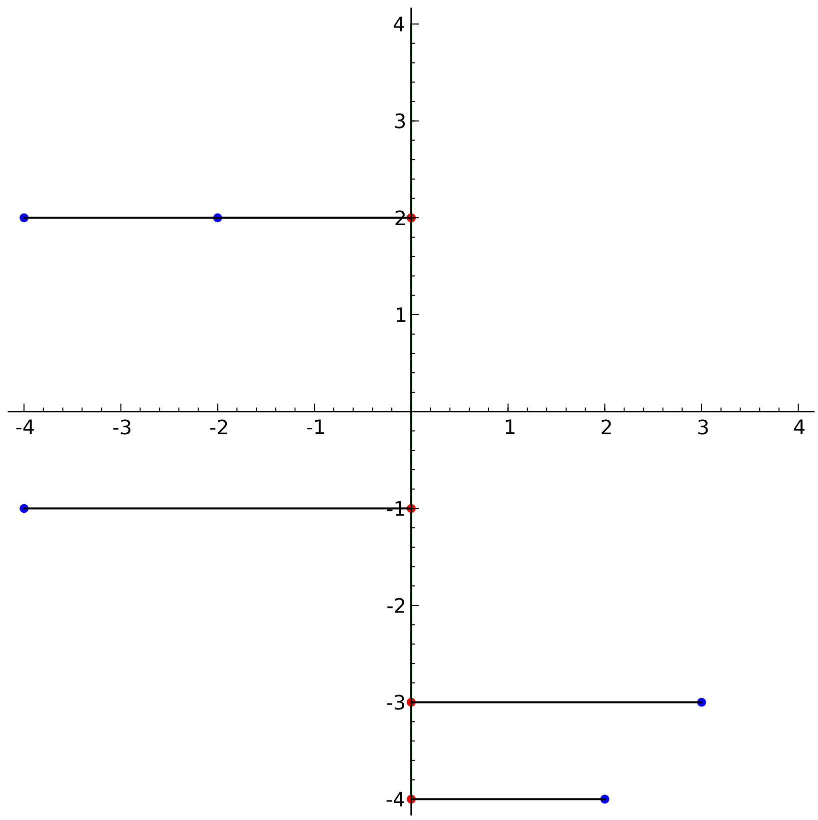

El punto $(-4, 2)$ tiene como proyección el punto $(0, 2)$.



El punto $(-4, -1)$ tiene como proyección el punto $(0, -1)$.




El punto $(2, -4)$ tiene como proyección el punto $(0, -4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (0, y)$$

□

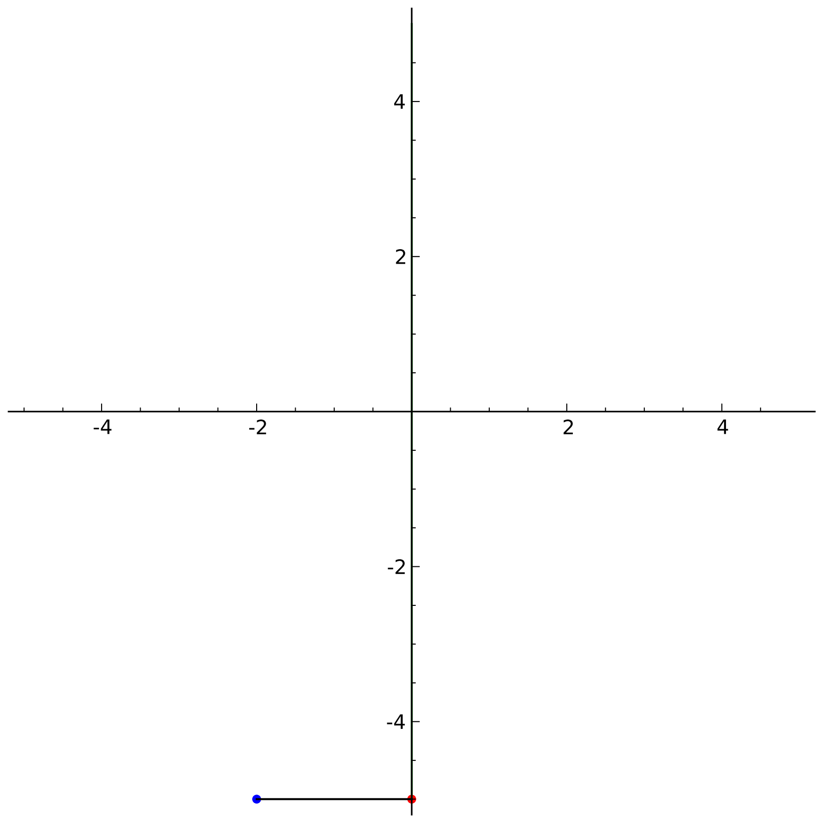
**Ejercicio 4.129.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2, -5) \ \ (-5, -5) \ \ (-4, -5) \ \ (-5, -3) \ \ (3, -1)$$

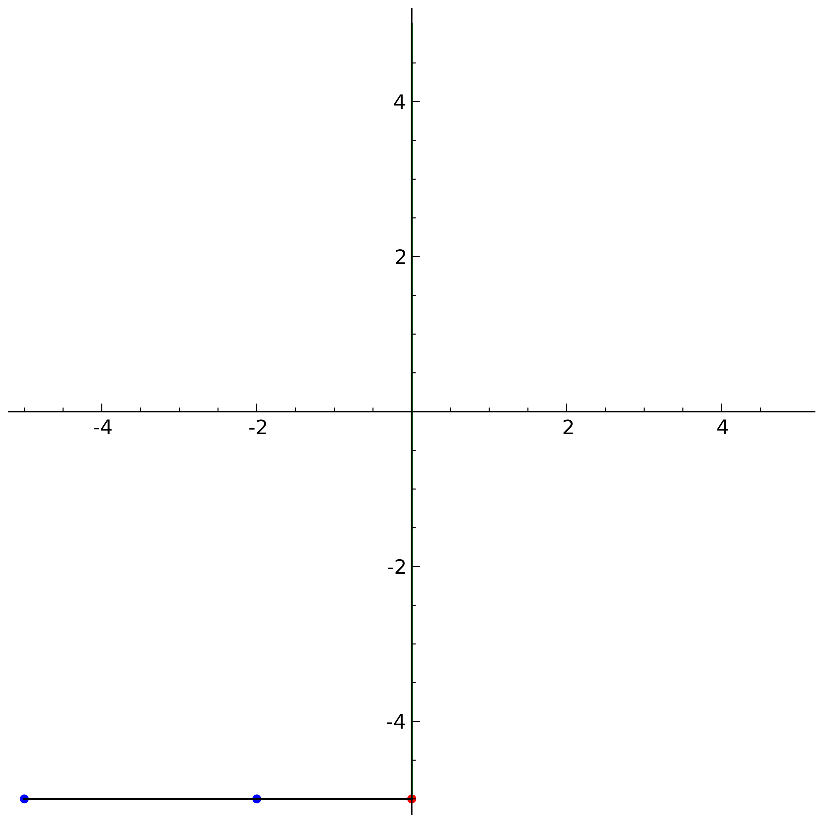
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

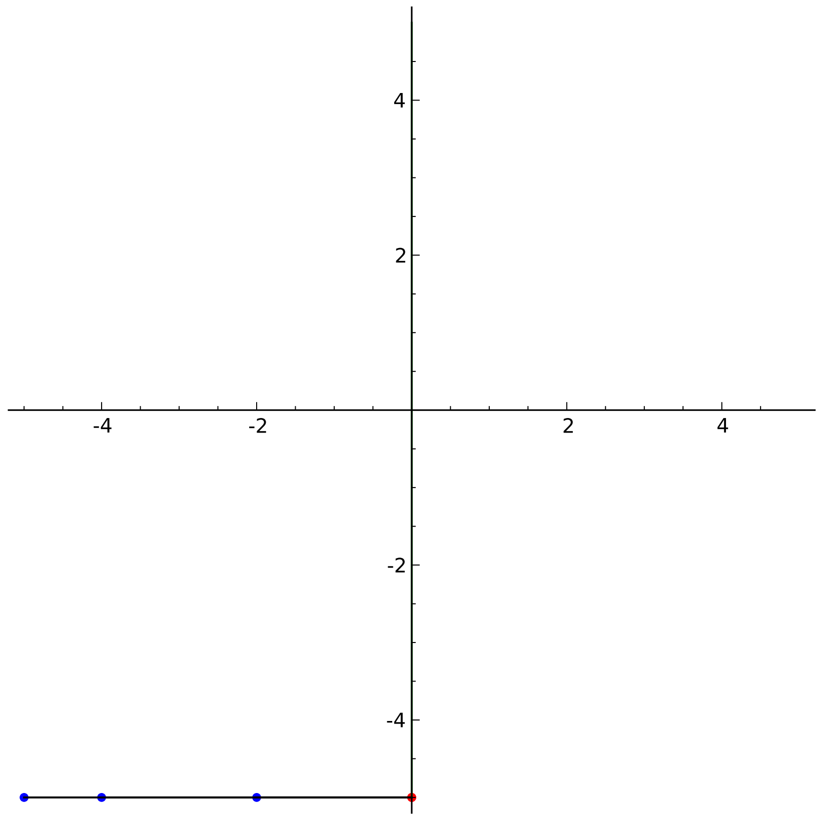
El punto $(-2, -5)$ tiene como proyección el punto $(0, -5)$.



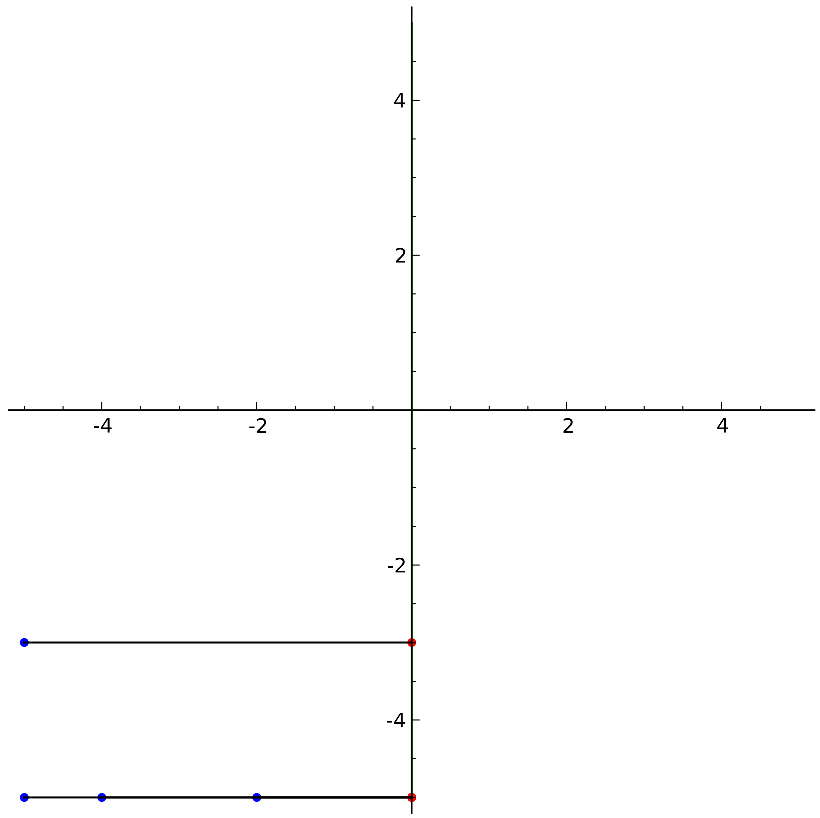

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-5, -5)$ tiene como proyección el punto $(0, -5)$.



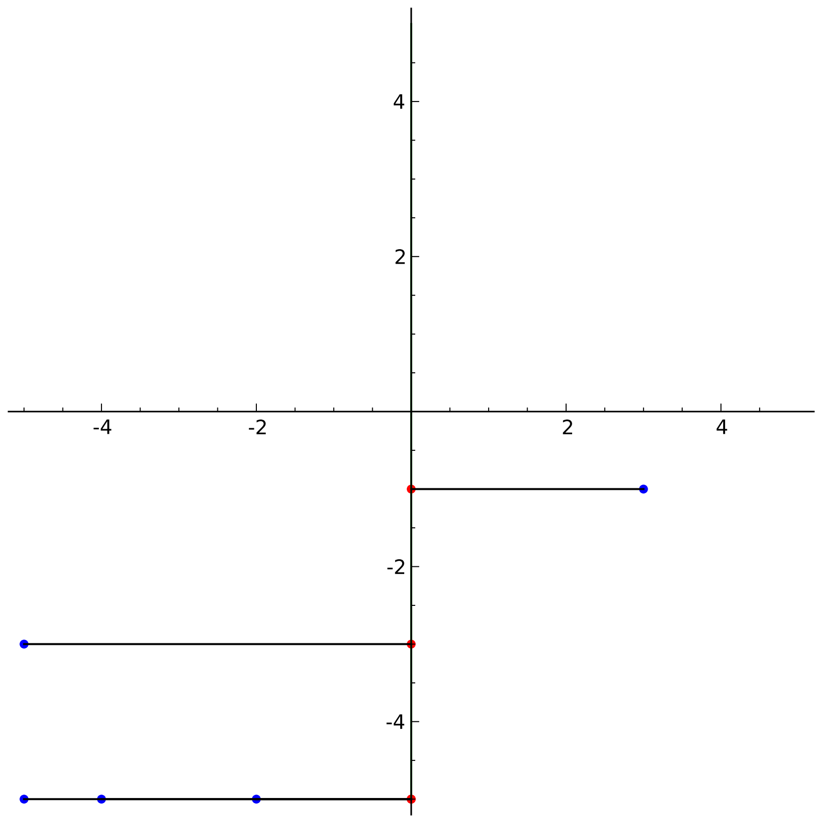

El punto $(-4, -5)$ tiene como proyección el punto $(0, -5)$.



El punto $(-5,-3)$ tiene como proyección el punto $(0,-3)$.




El punto $(3,-1)$ tiene como proyección el punto $(0,-1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (0, y)$$

□

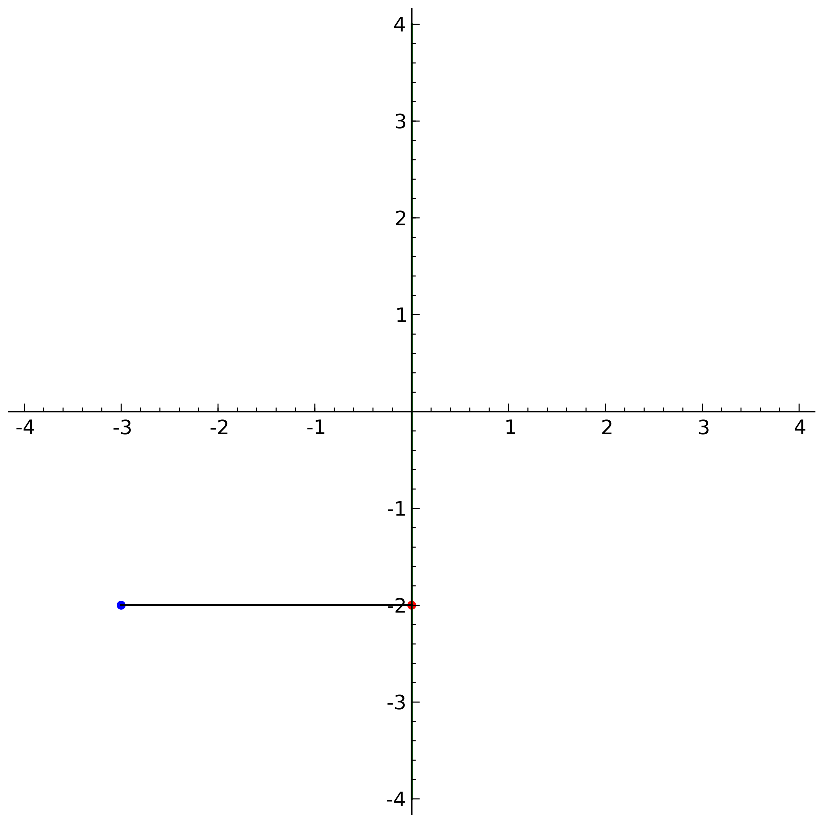
**Ejercicio 4.130.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3, -2) \quad (-2, -4) \quad (-2, -2) \quad (2, 0) \quad (-4, -1)$$

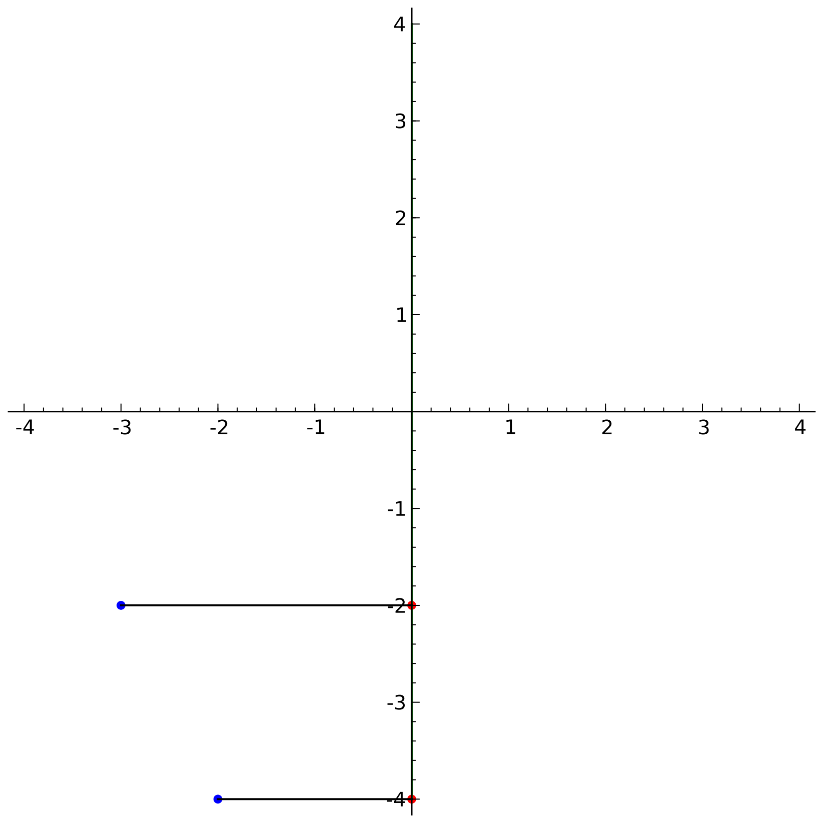
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

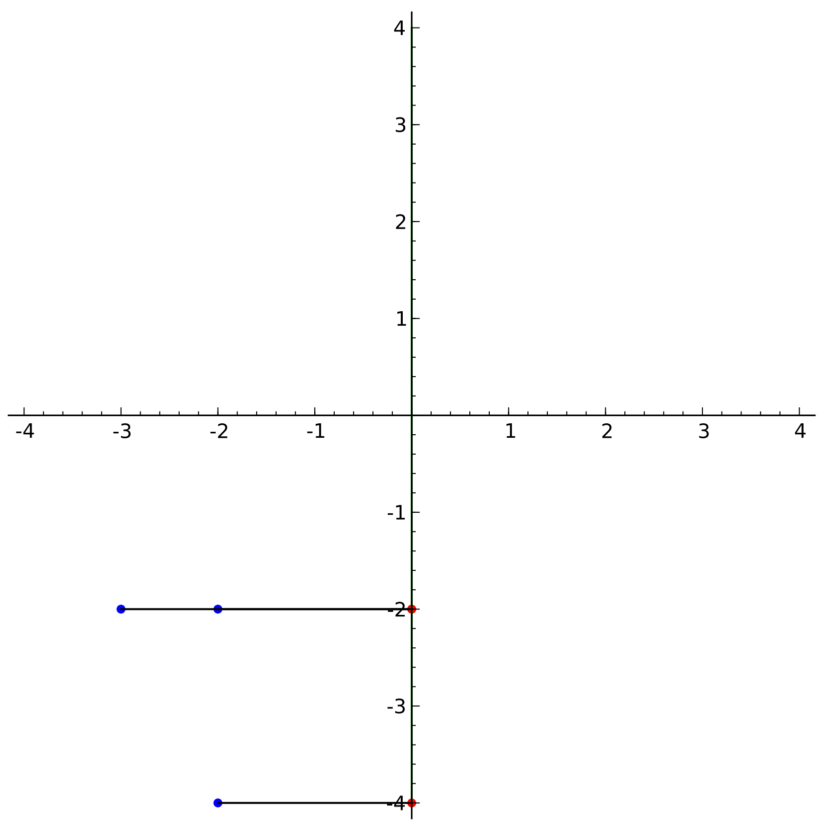
El punto $(-3, -2)$ tiene como proyección el punto $(0, -2)$.



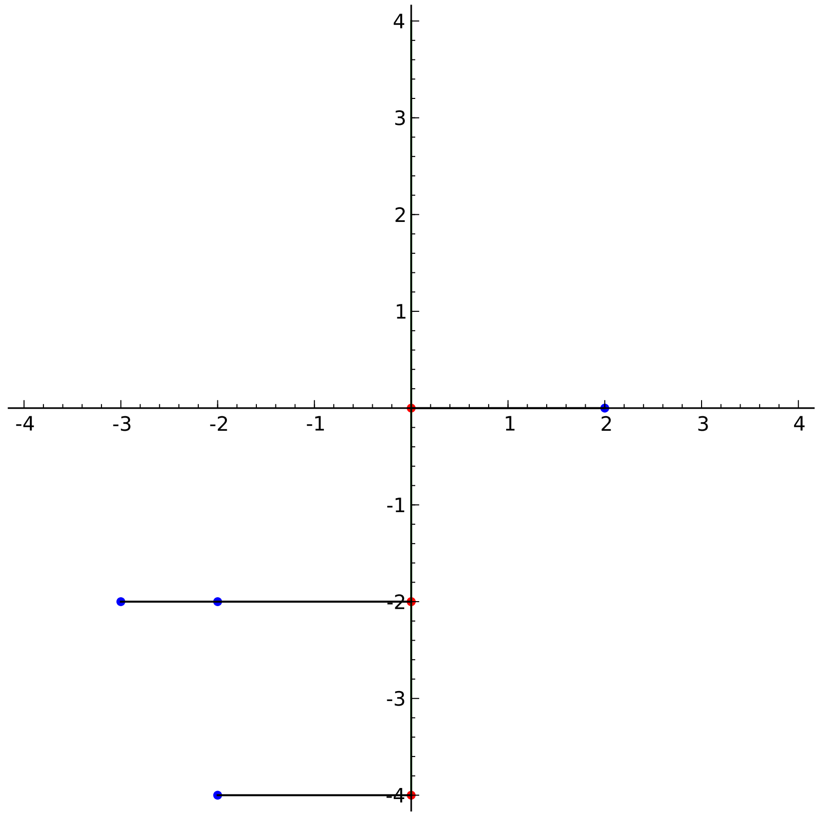

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, -4)$ tiene como proyección el punto $(0, -4)$.



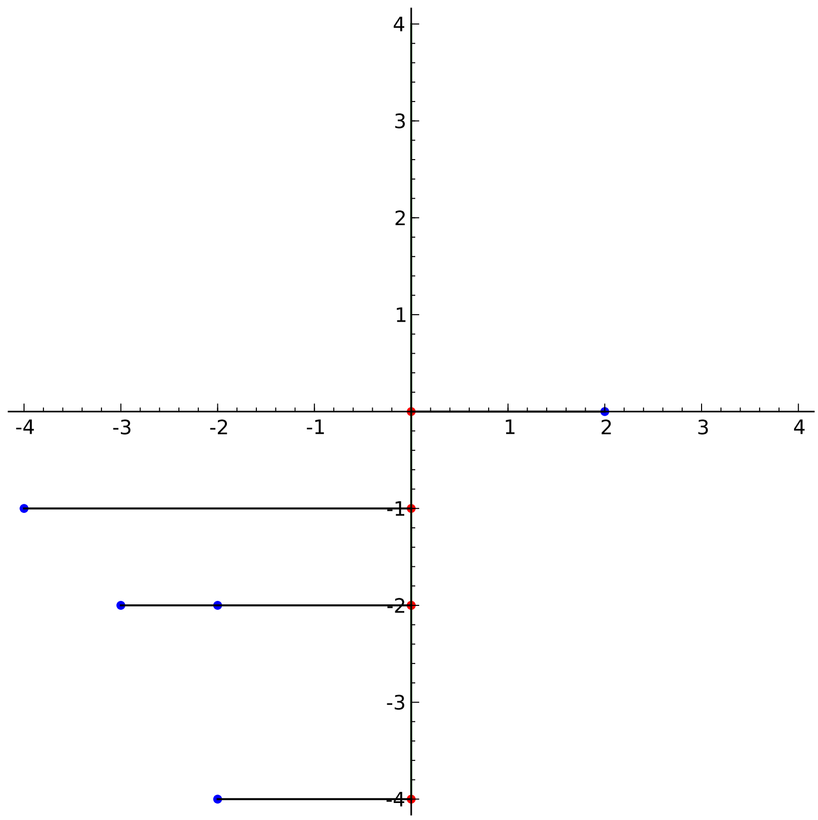

El punto $(-2,-2)$ tiene como proyección el punto $(0,-2)$.



El punto $(2, 0)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.




El punto $(-4, -1)$ tiene como proyección el punto $(0, -1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (0, y)$$

□

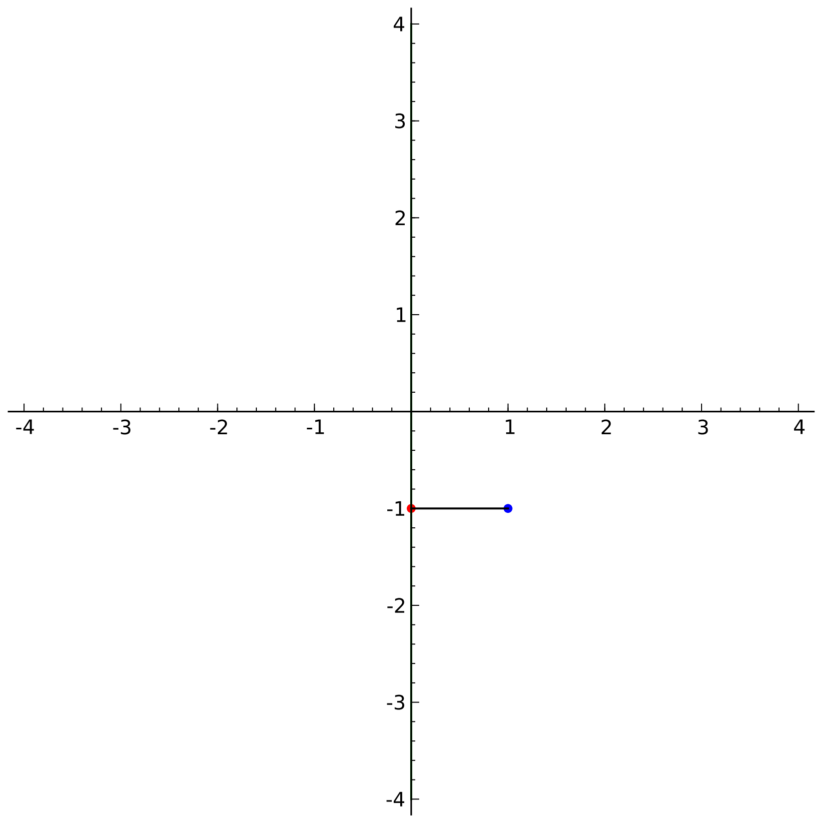
**Ejercicio 4.131.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1, -1) \quad (-2, -3) \quad (3, -2) \quad (-3, 4) \quad (-4, -3)$$

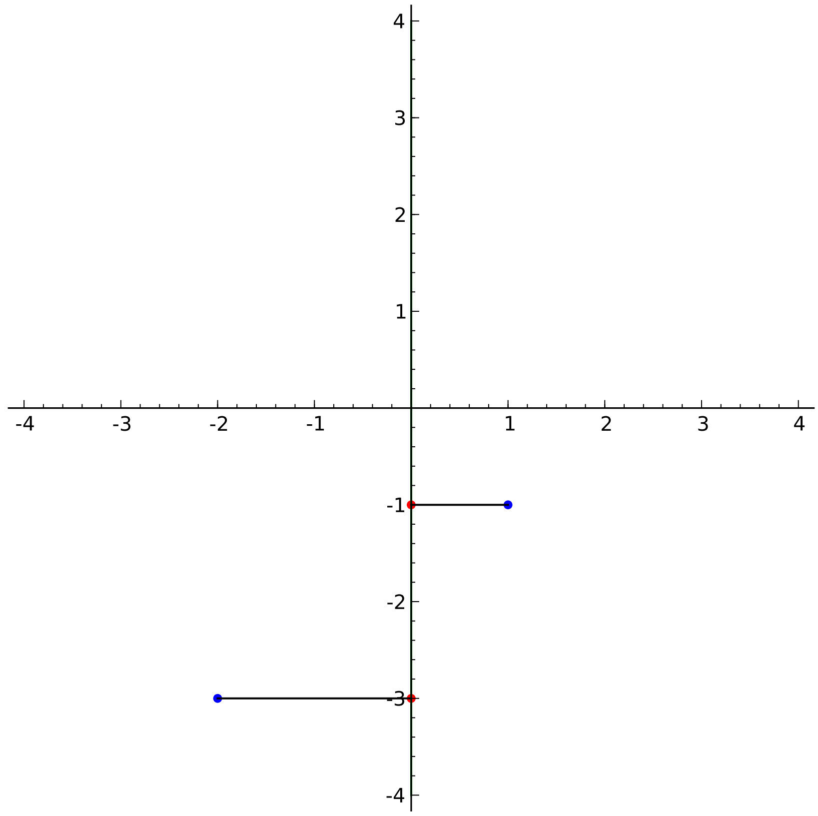
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

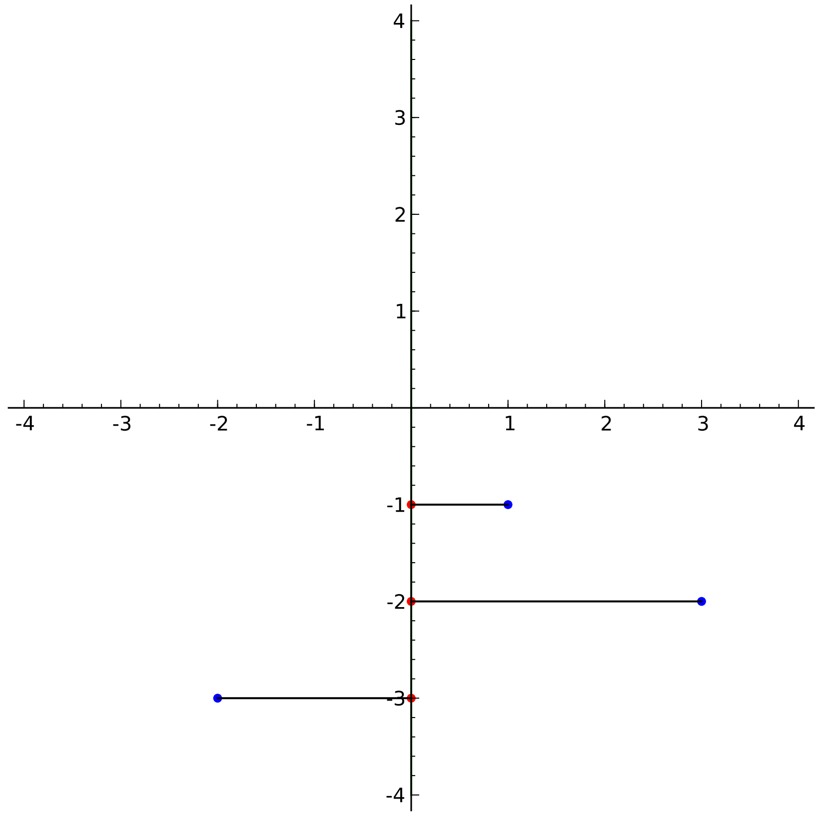
El punto $(1, -1)$ tiene como proyección el punto $(0, -1)$.



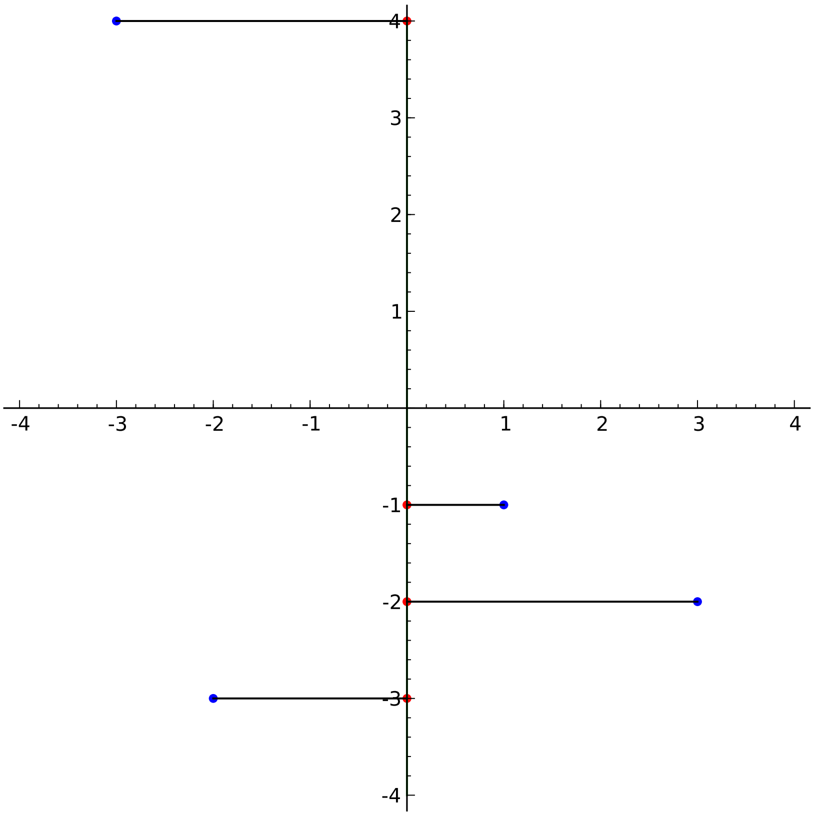

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, -3)$ tiene como proyección el punto $(0, -3)$.



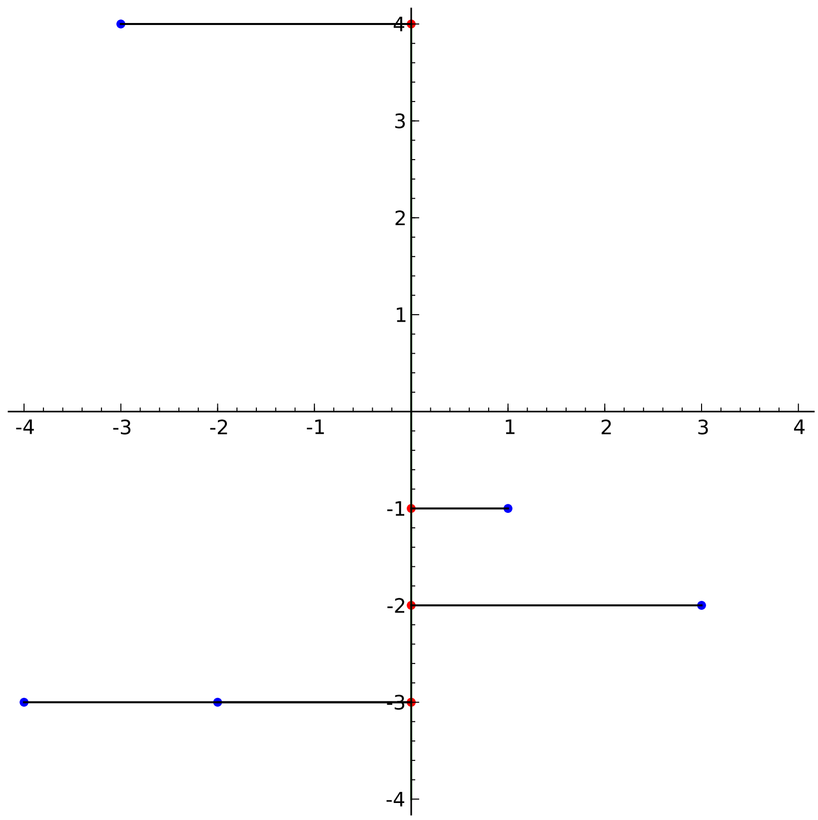

El punto $(3,-2)$ tiene como proyección el punto $(0,-2)$.



El punto $(-3,4)$ tiene como proyección el punto $(0,4)$.




El punto $(-4,-3)$ tiene como proyección el punto $(0,-3)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (0, y)$$

□

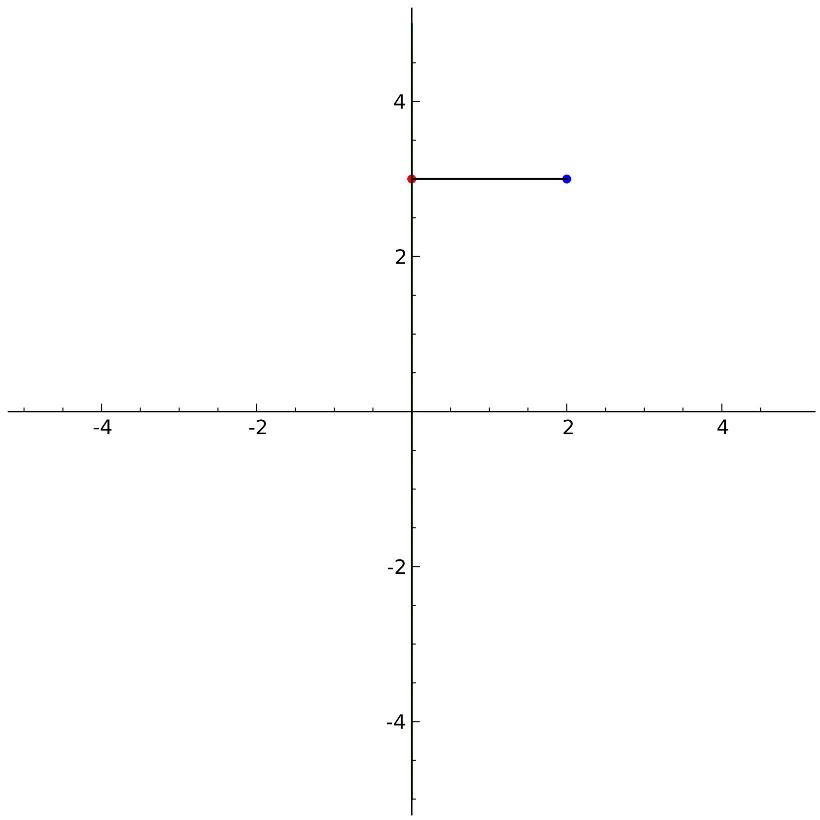
**Ejercicio 4.132.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2, 3) \quad (3, -2) \quad (2, 1) \quad (4, 4) \quad (1, -5)$$

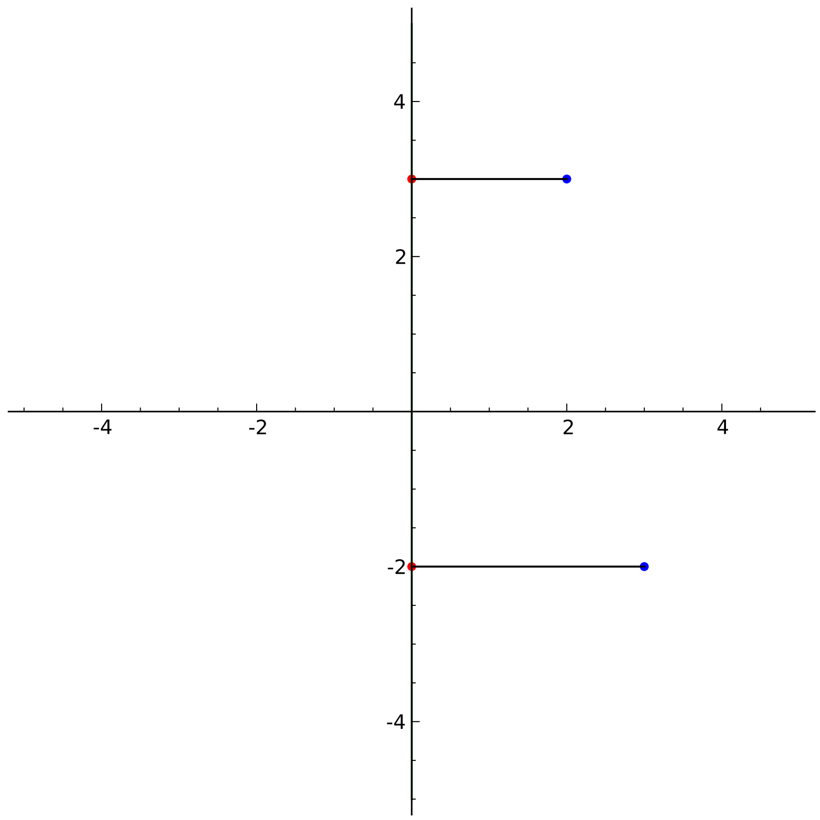
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

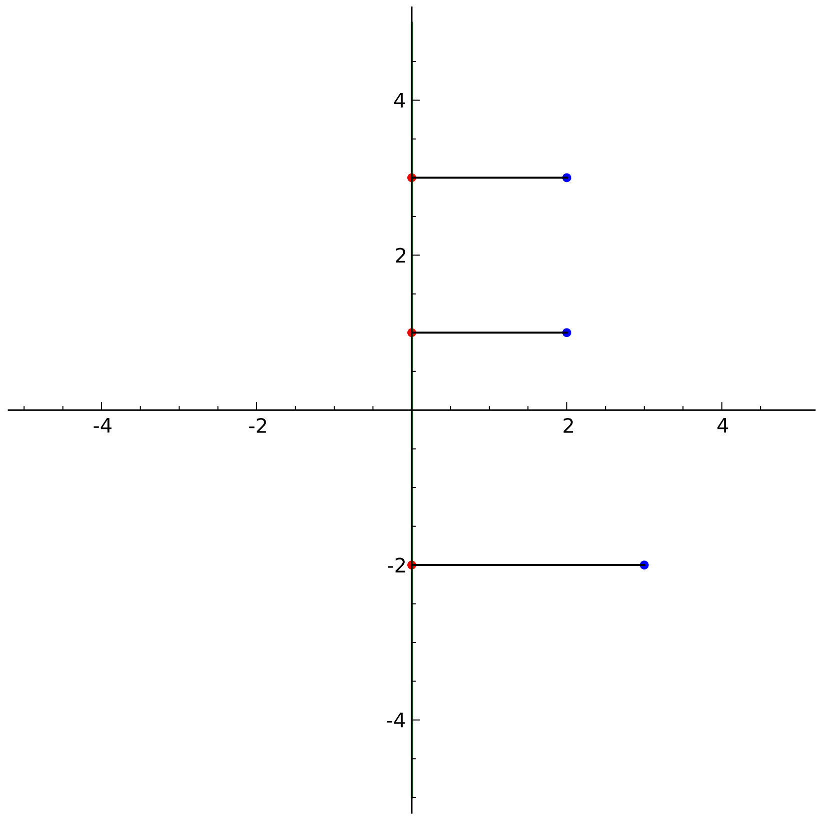
El punto $(2, 3)$ tiene como proyección el punto $(0, 3)$.



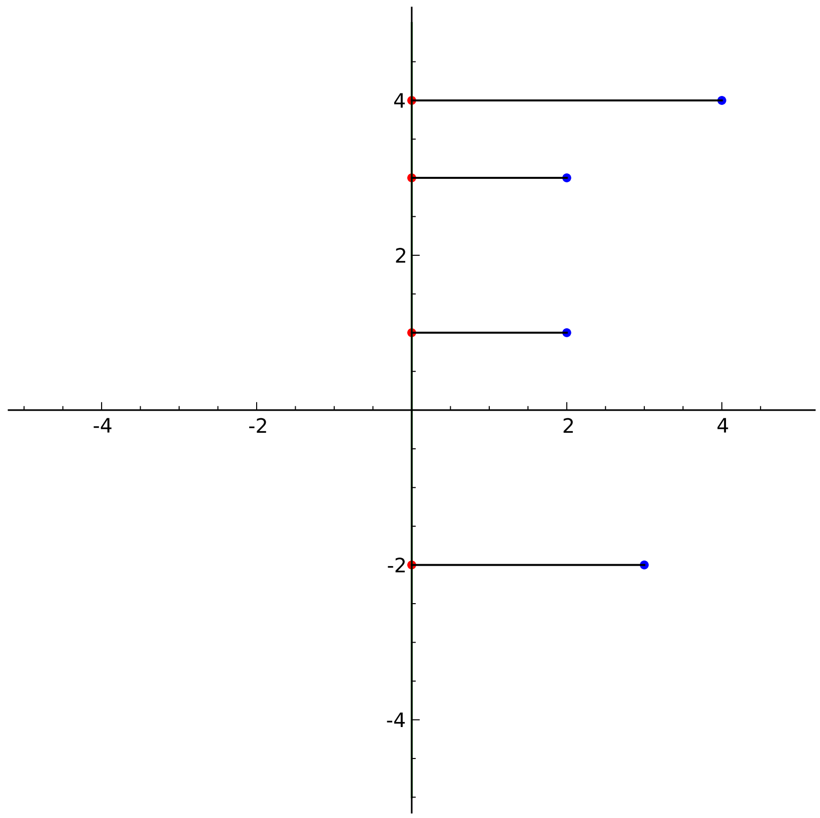

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, -2)$ tiene como proyección el punto $(0, -2)$.



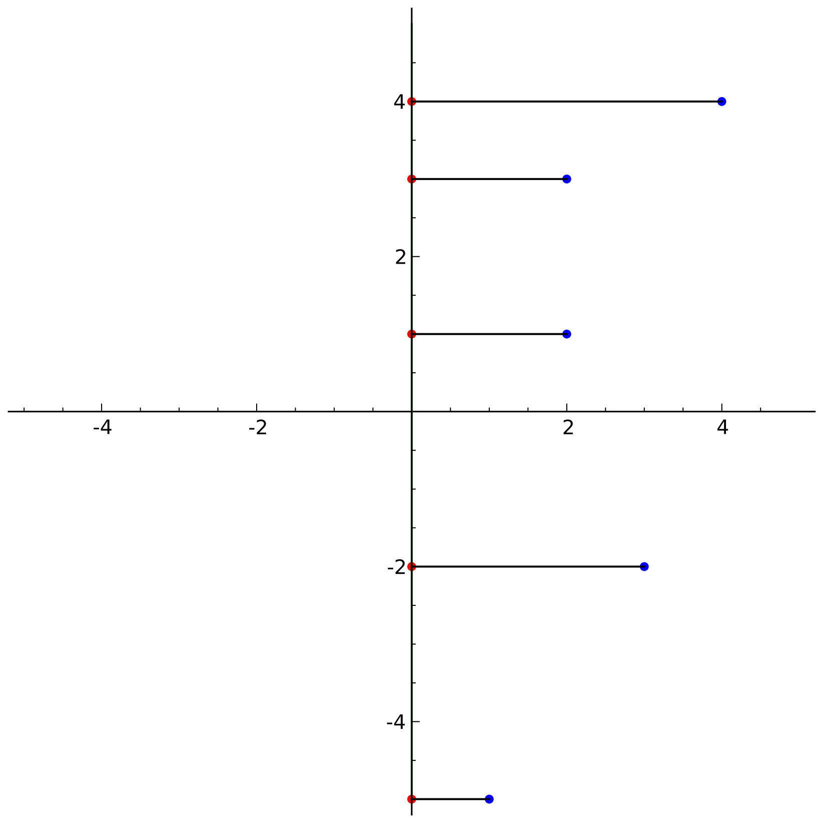

El punto $(2, 1)$ tiene como proyección el punto $(0, 1)$.



El punto $(4, 4)$ tiene como proyección el punto $(0, 4)$.




El punto $(1, -5)$ tiene como proyección el punto $(0, -5)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (0, y)$$

$\square$

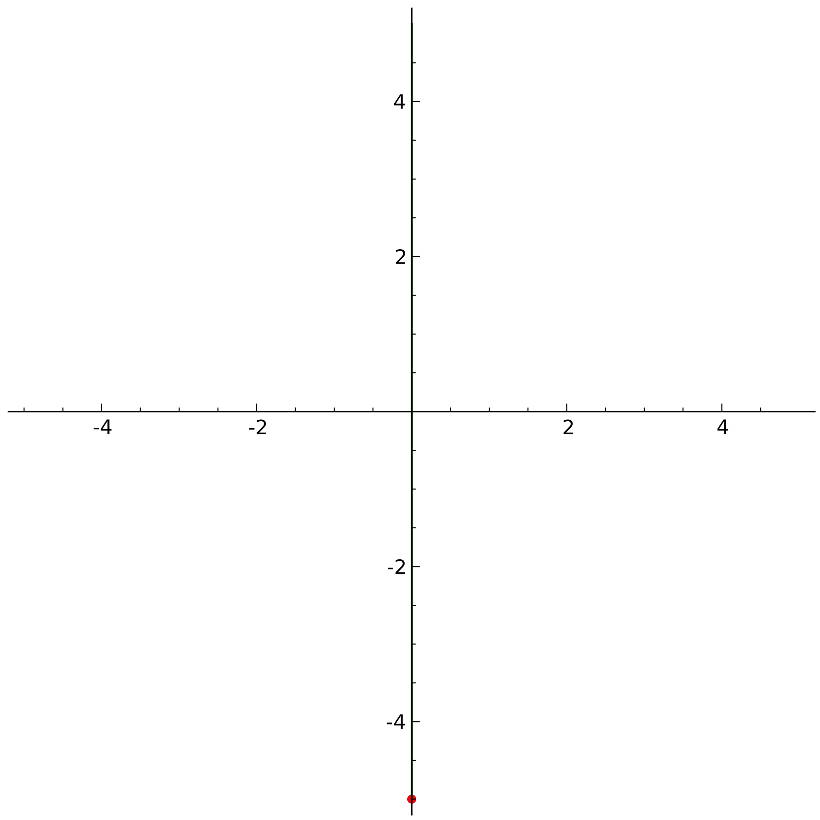
**Ejercicio 4.133.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0, -5) \quad (2, 1) \quad (2, 0) \quad (-3, 1) \quad (1, 4)$$

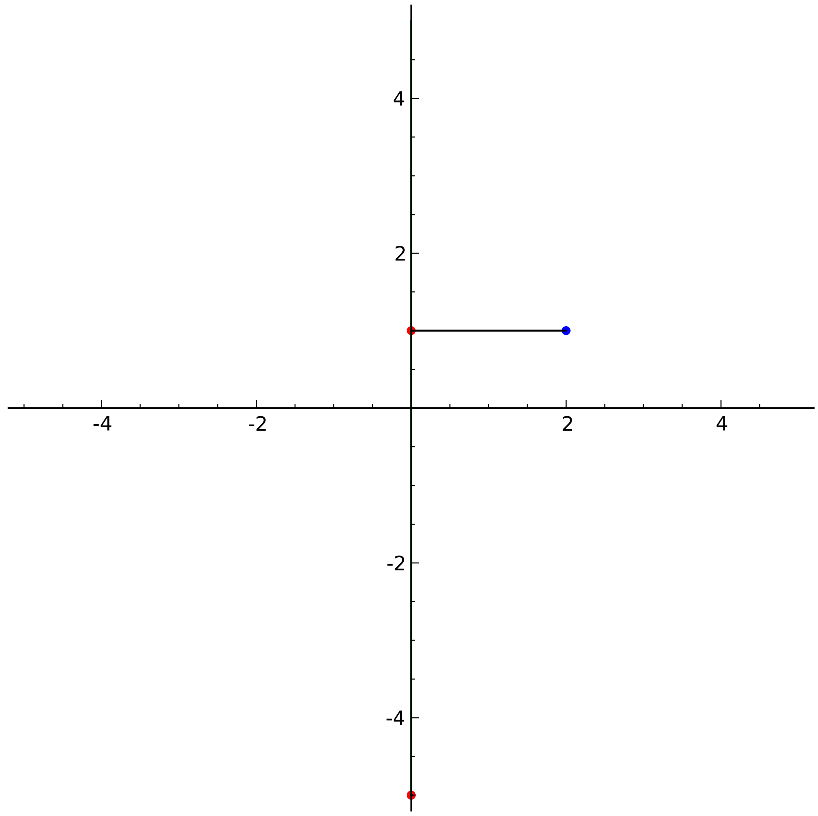
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

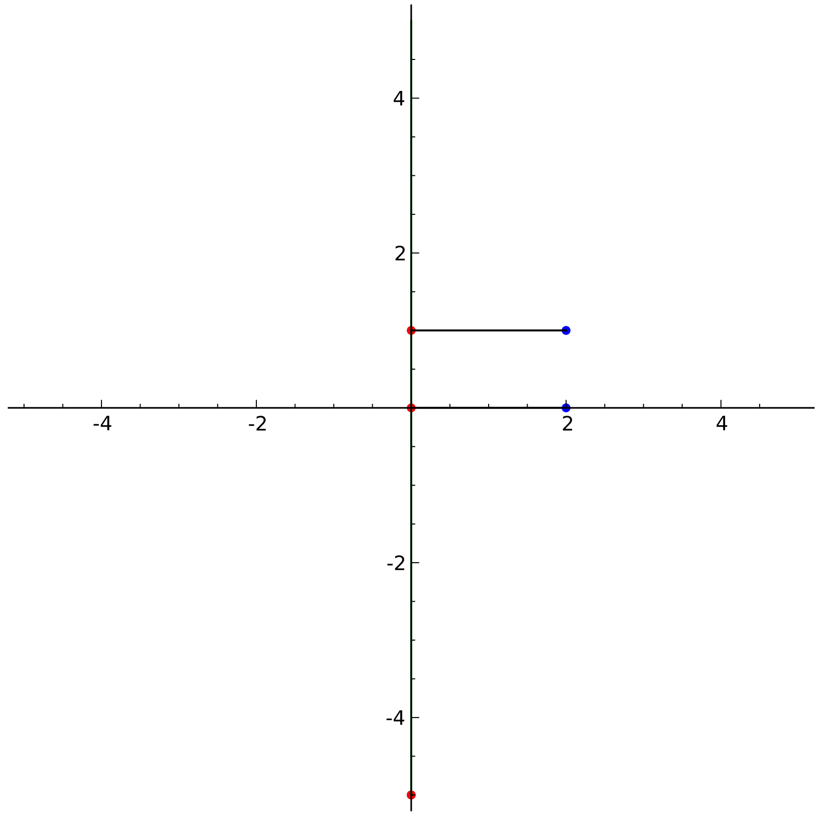
El punto $(0, -5)$ tiene como proyección el punto $(0, -5)$.



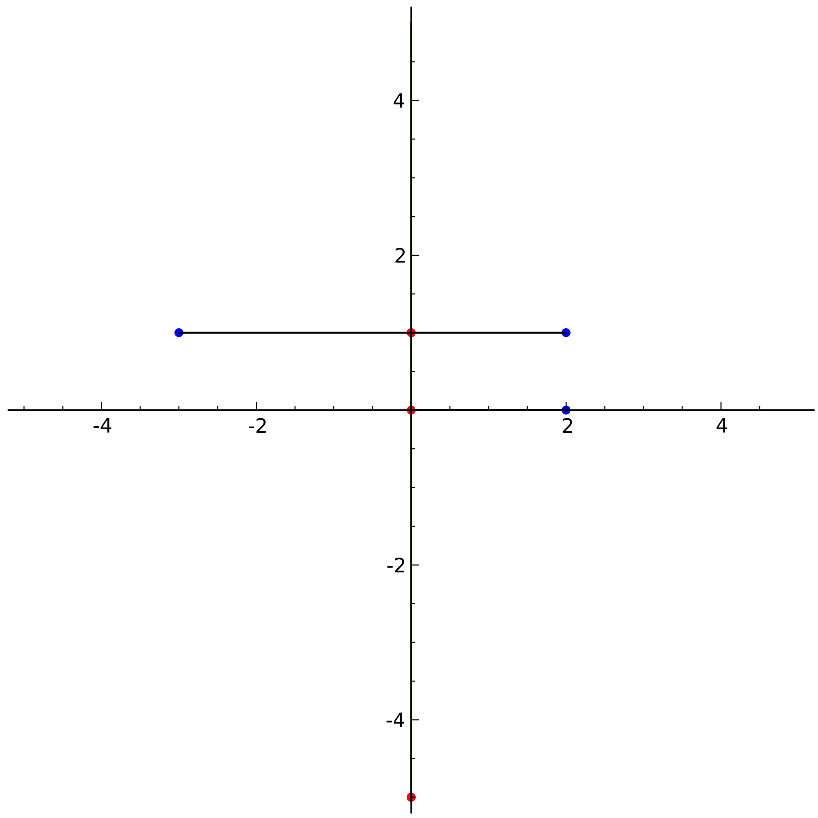

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(2, 1)$ tiene como proyección el punto $(0, 1)$.



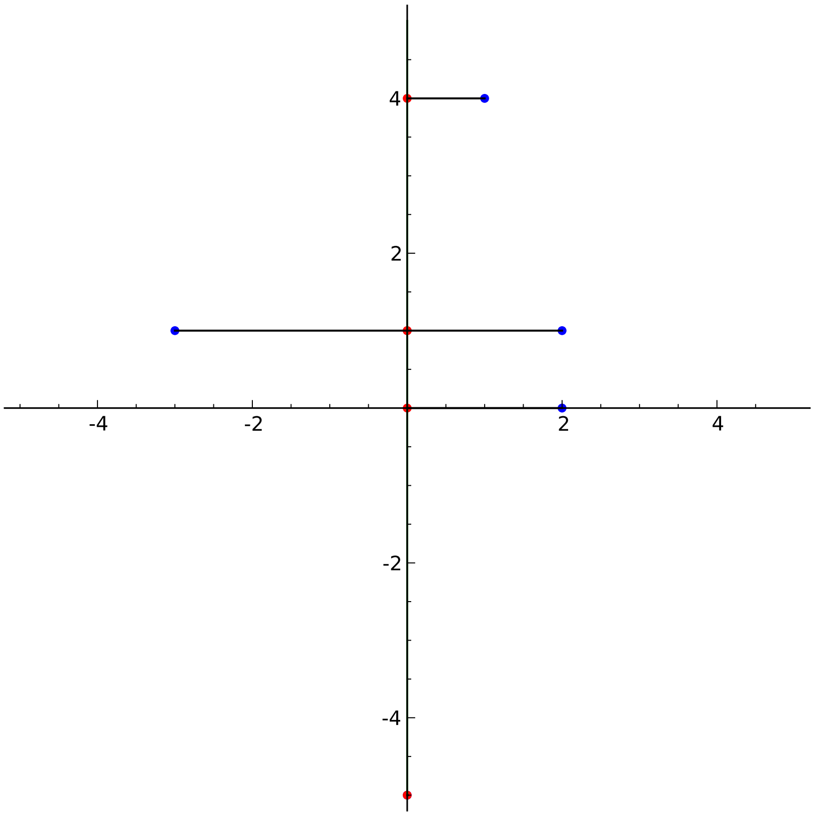

El punto $(2, 0)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.



El punto $(-3, 1)$ tiene como proyección el punto $(0, 1)$.




El punto $(1, 4)$ tiene como proyección el punto $(0, 4)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (0, y)$$

$\square$

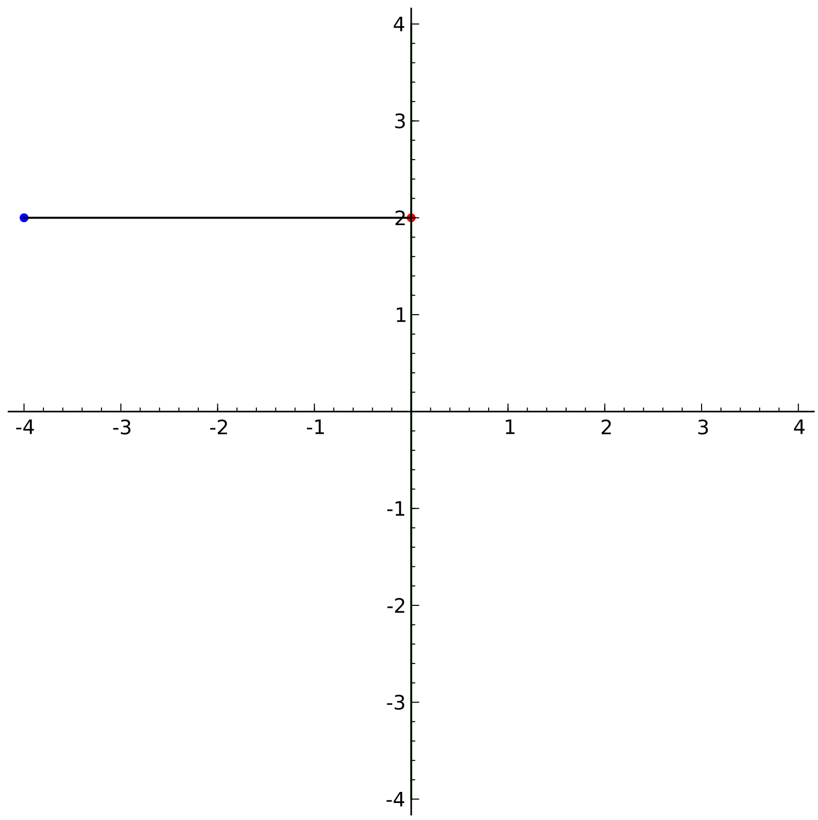
**Ejercicio 4.134.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-4, 2) \quad (1, 0) \quad (4, -4) \quad (-4, -1) \quad (-2, -1)$$

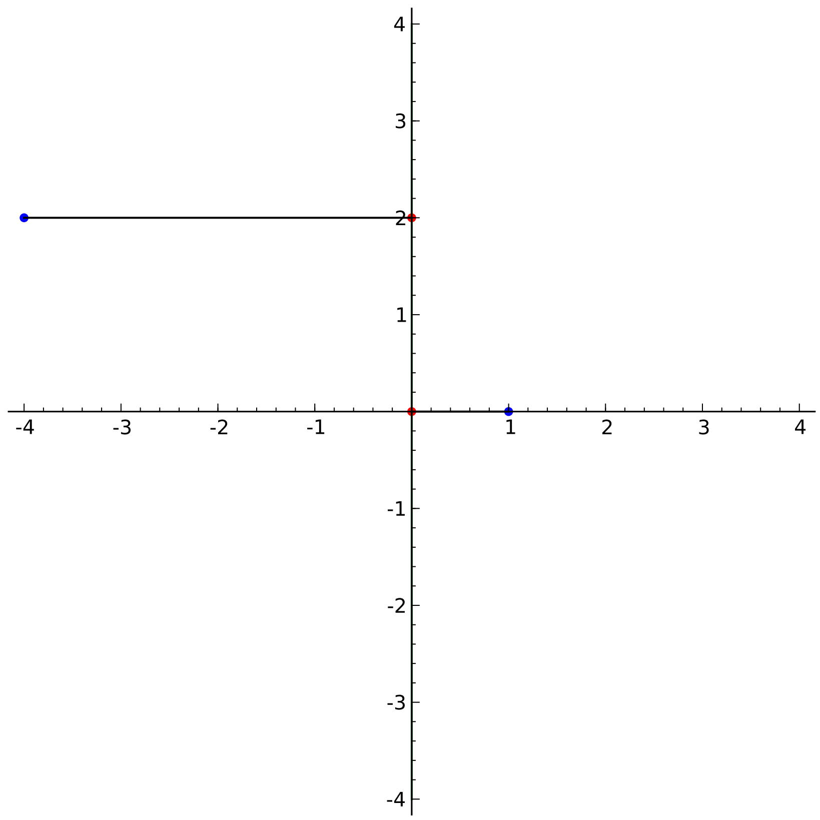
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

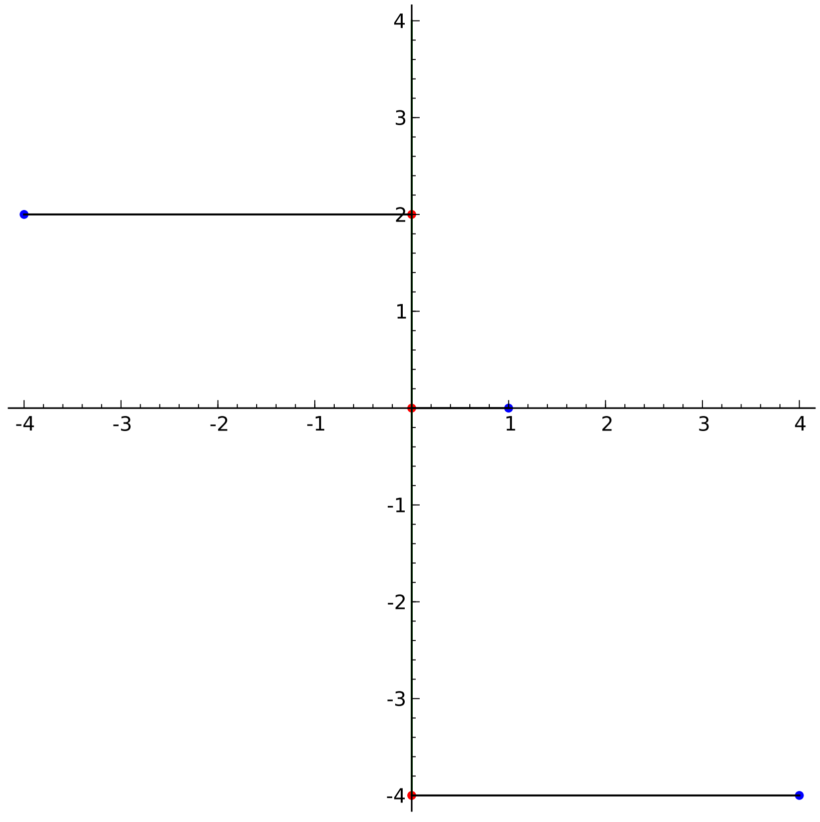
El punto $(-4, 2)$ tiene como proyección el punto $(0, 2)$.



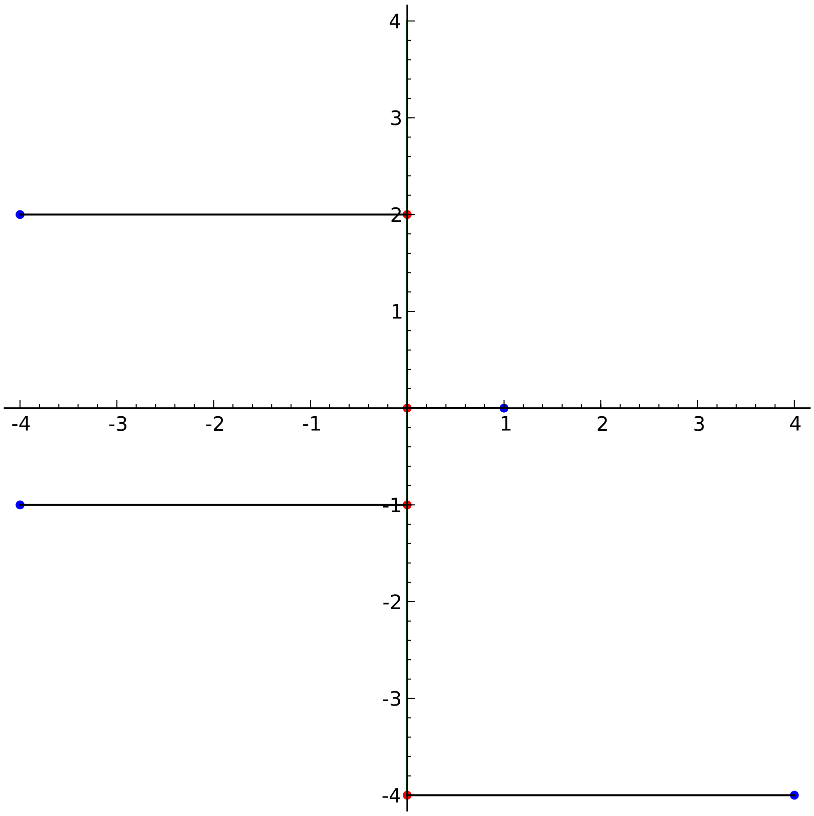

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(1, 0)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.



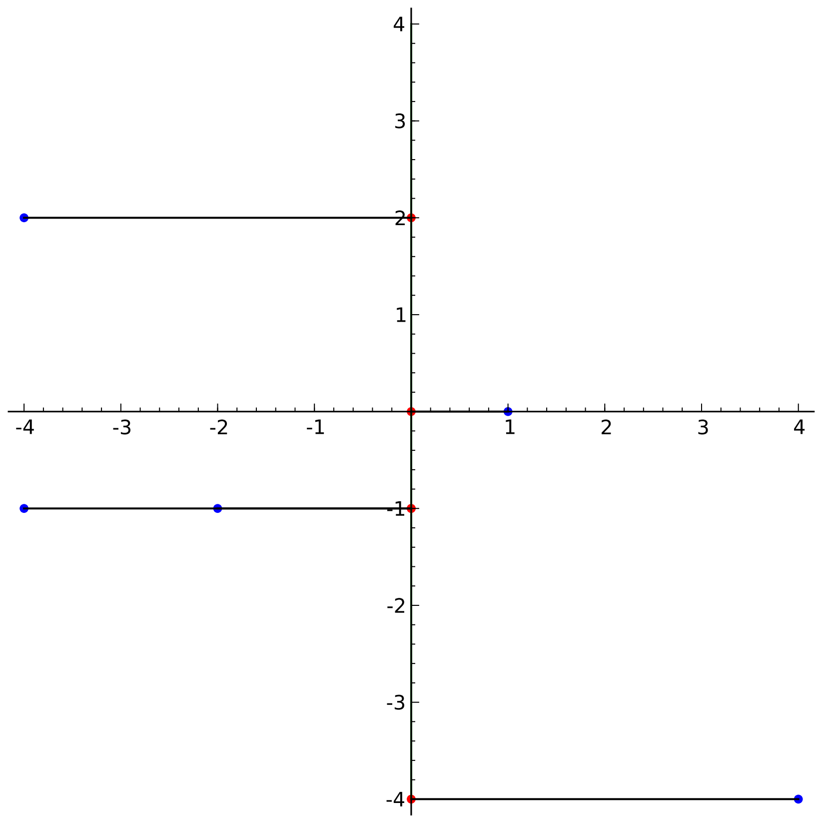

El punto $(4, -4)$ tiene como proyección el punto $(0, -4)$.



El punto $(-4, -1)$ tiene como proyección el punto $(0, -1)$.




El punto $(-2, -1)$ tiene como proyección el punto $(0, -1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (0,y)$$

□

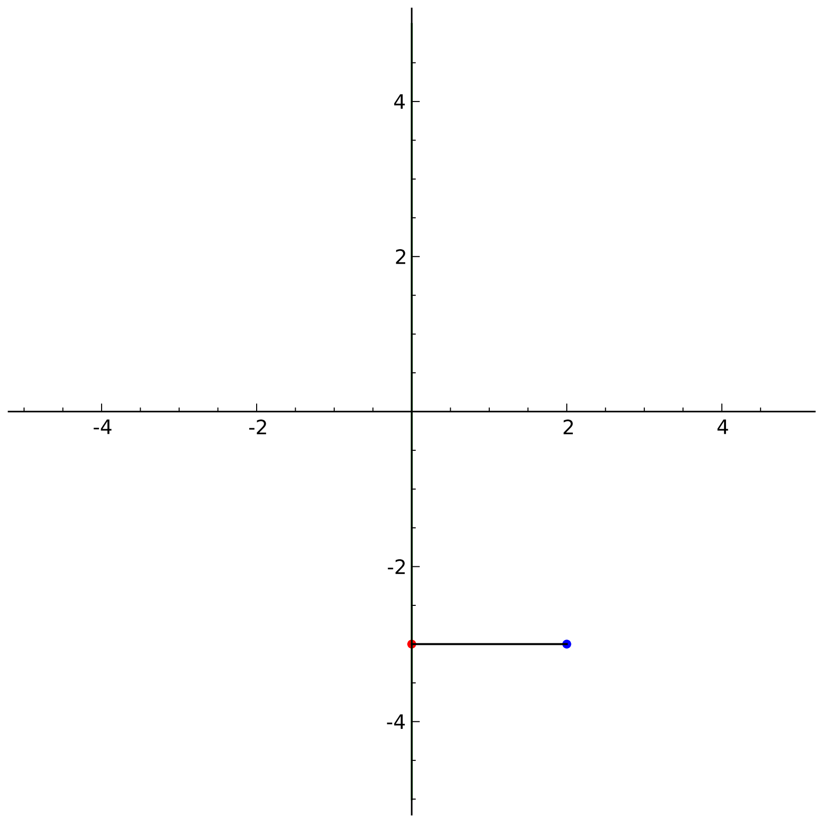
**Ejercicio 4.135.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-3) \quad (2,0) \quad (-2,-2) \quad (-5,3) \quad (-2,-5)$$

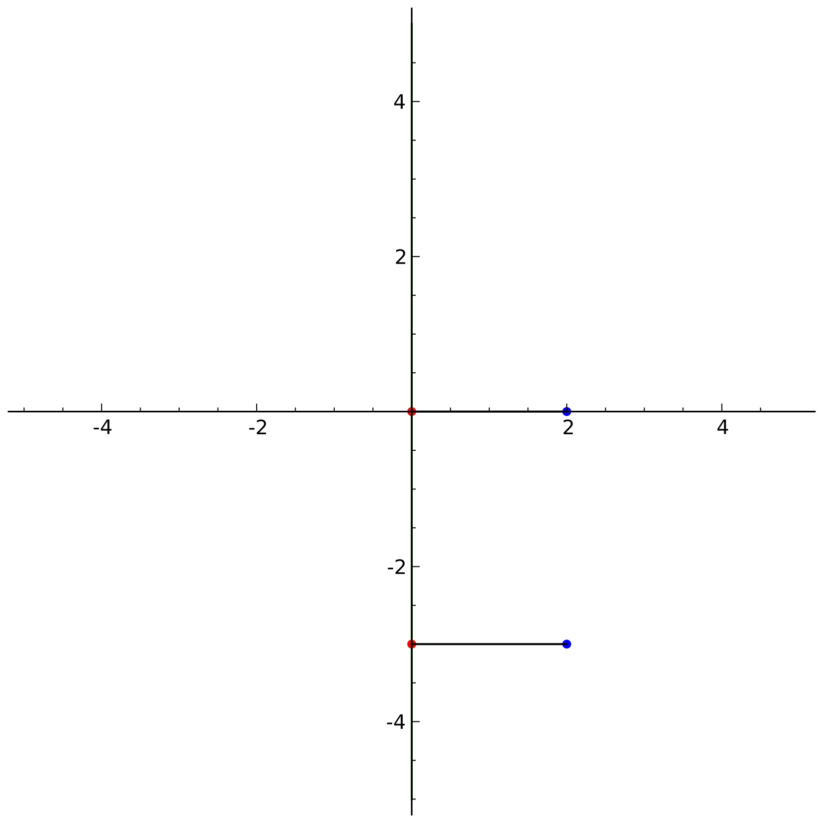
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto al eje OY y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto al eje OY

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto al eje OY los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

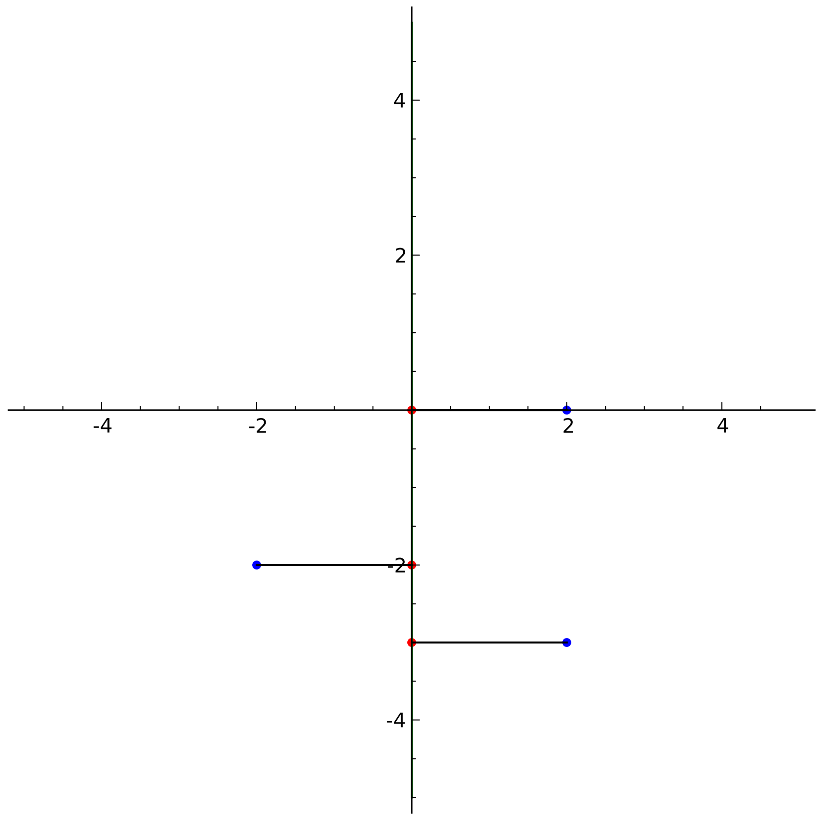
El punto $(2,-3)$ tiene como proyección el punto $(0,-3)$.



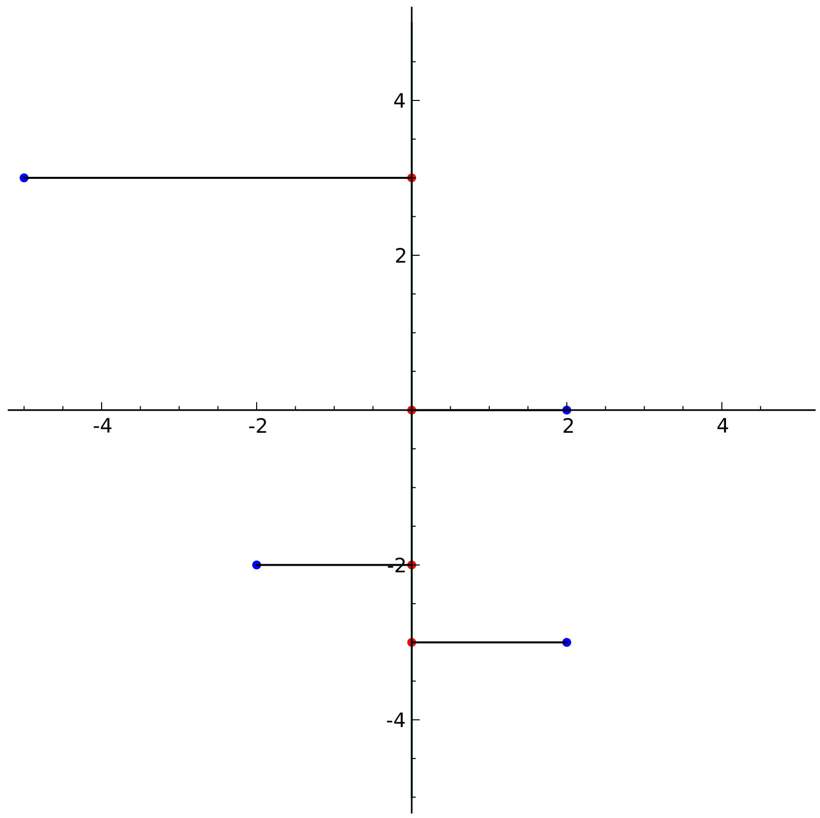

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(2, 0)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.



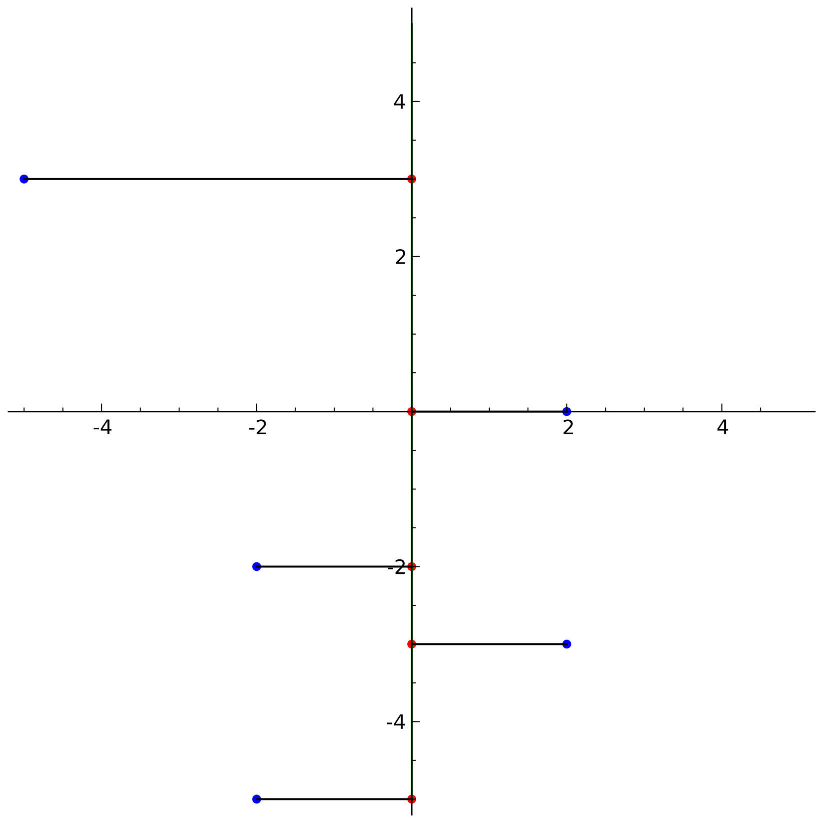

El punto $(-2,-2)$ tiene como proyección el punto $(0,-2)$.



El punto $(-5, 3)$ tiene como proyección el punto $(0, 3)$.




El punto $(-2, -5)$ tiene como proyección el punto $(0, -5)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (0, y)$$

$\square$

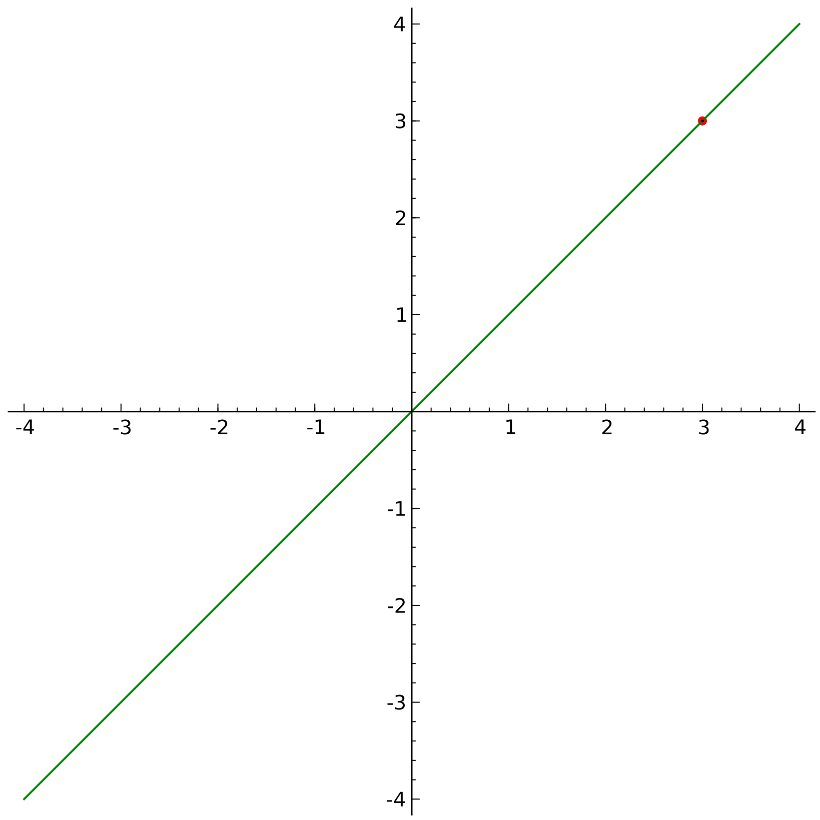
**Ejercicio 4.136.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3, 3) \quad (2, 2) \quad (-4, -4) \quad (0, 4) \quad (-1, 1)$$

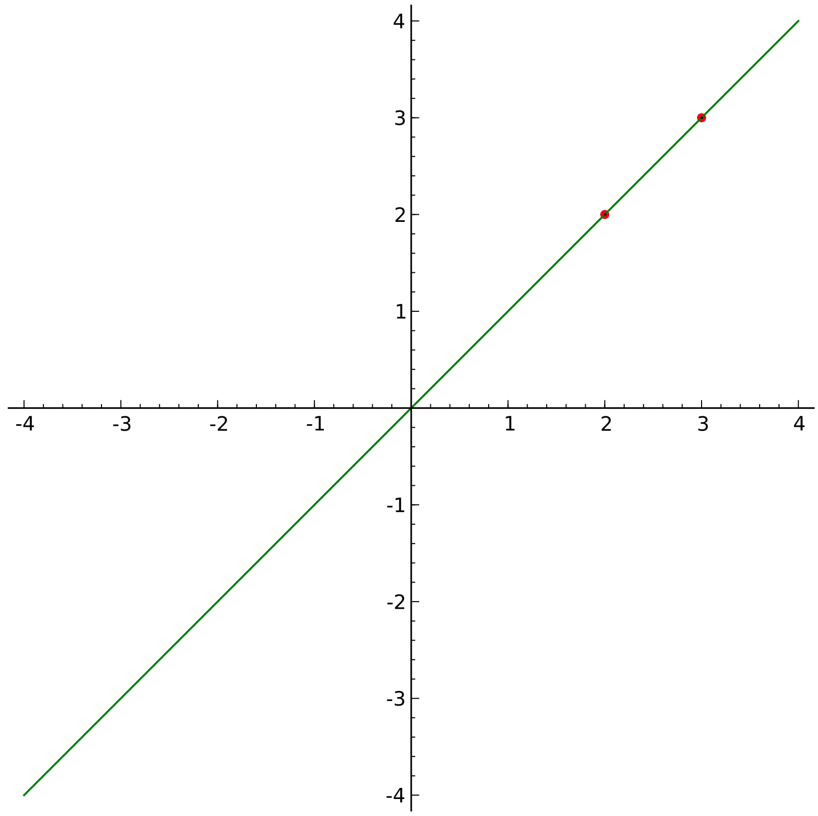
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

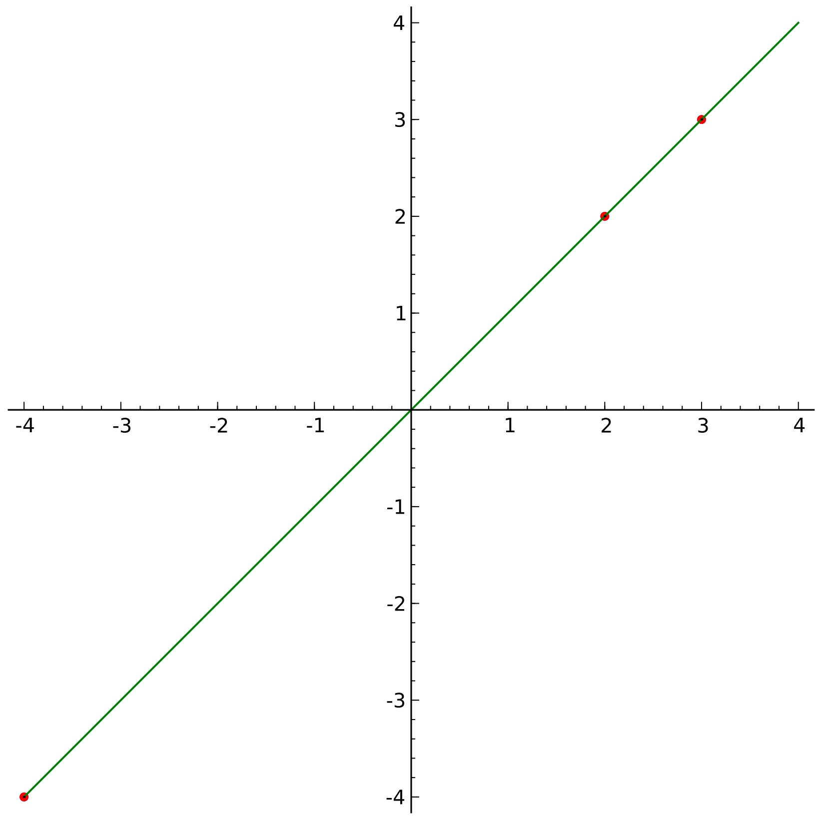
El punto $(3, 3)$ tiene como proyección el punto $(3, 3)$.



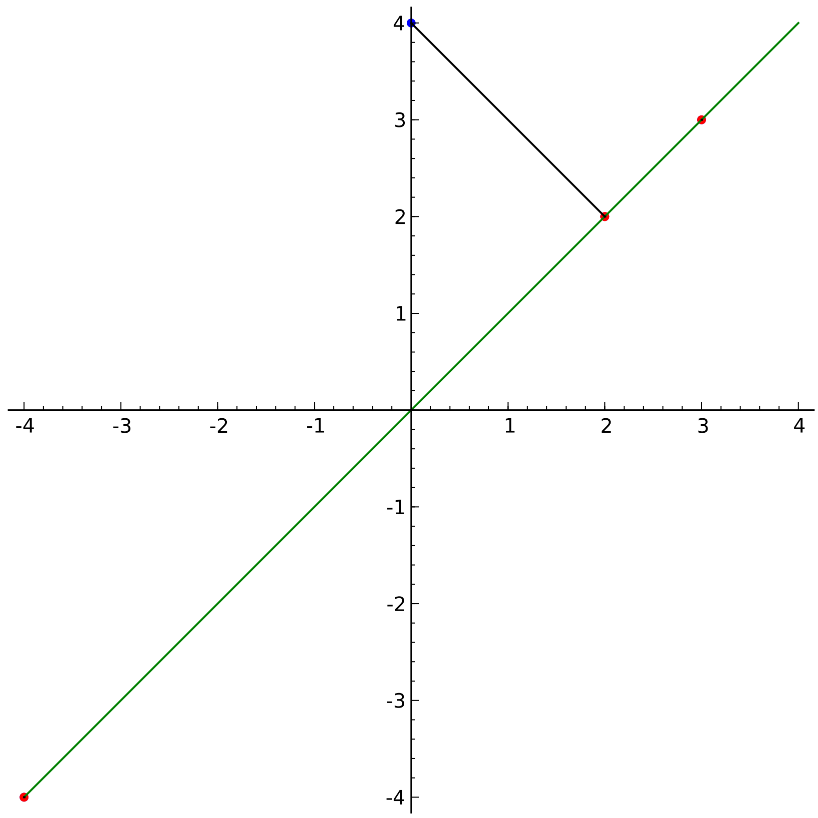

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(2, 2)$ tiene como proyección el punto $(2, 2)$.



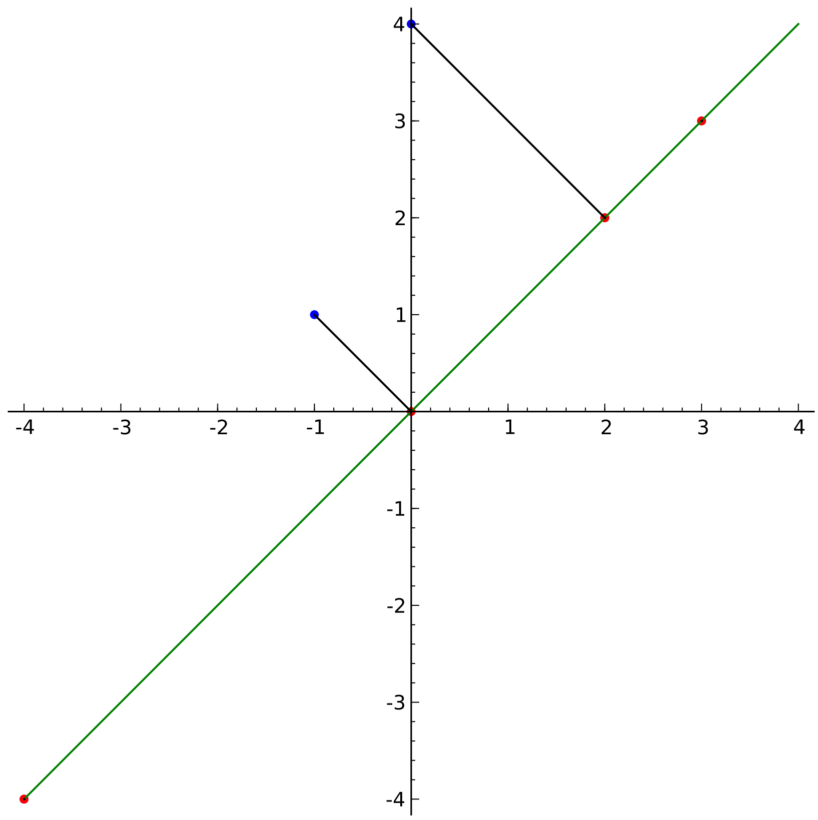

El punto $(-4, -4)$ tiene como proyección el punto $(-4, -4)$.



El punto $(0, 4)$ tiene como proyección el punto $(2, 2)$.




El punto $(-1, 1)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2})$$

□

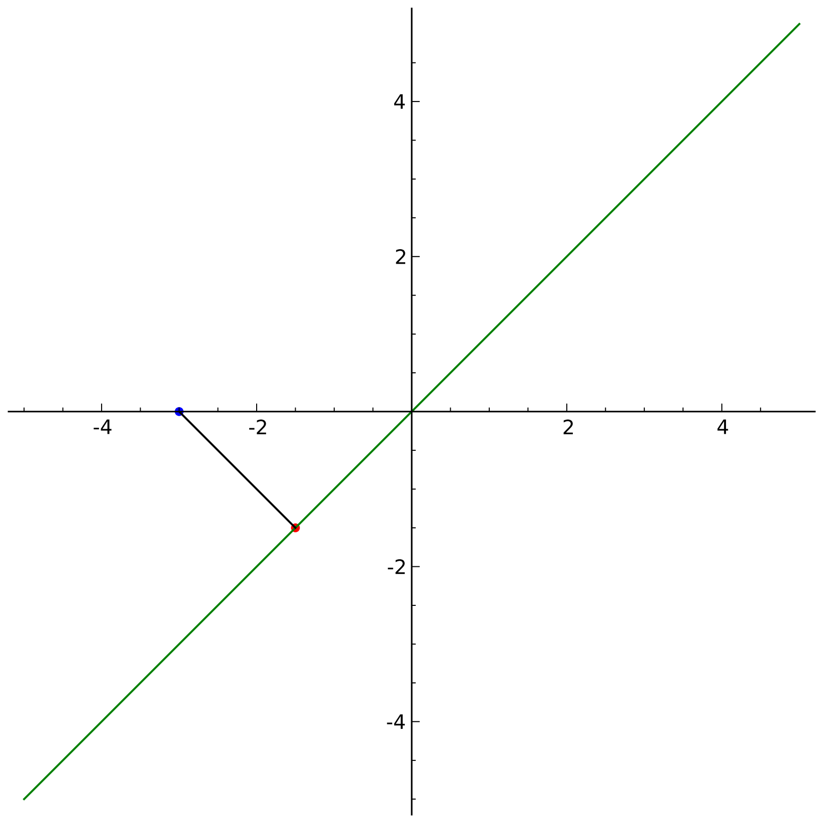
**Ejercicio 4.137.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3, 0) \quad (-1, -5) \quad (3, 0) \quad (1, 0) \quad (2, -5)$$

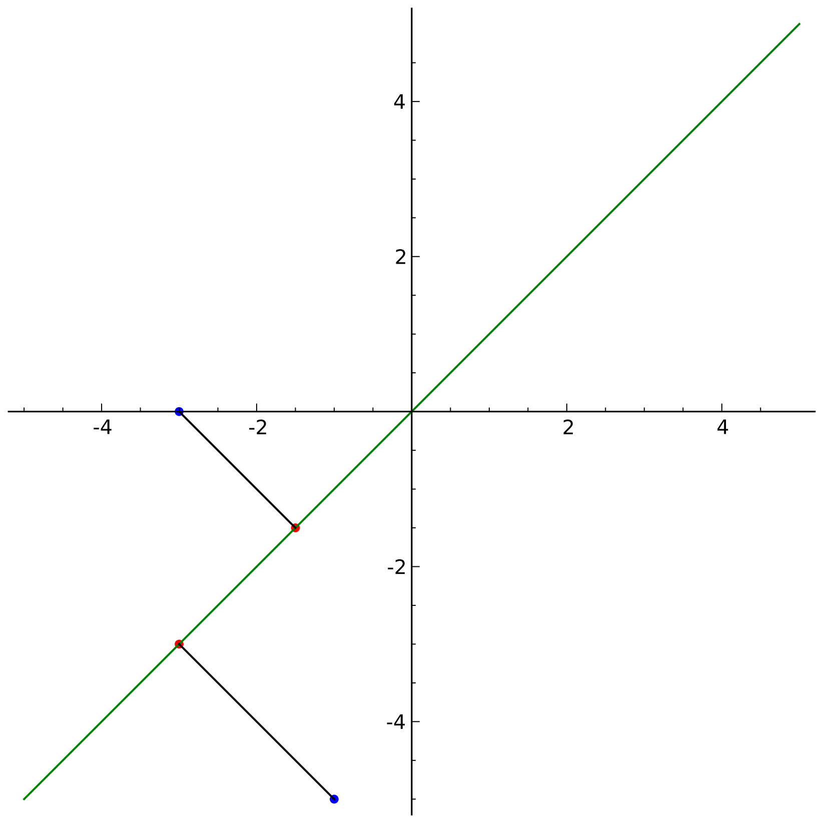
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

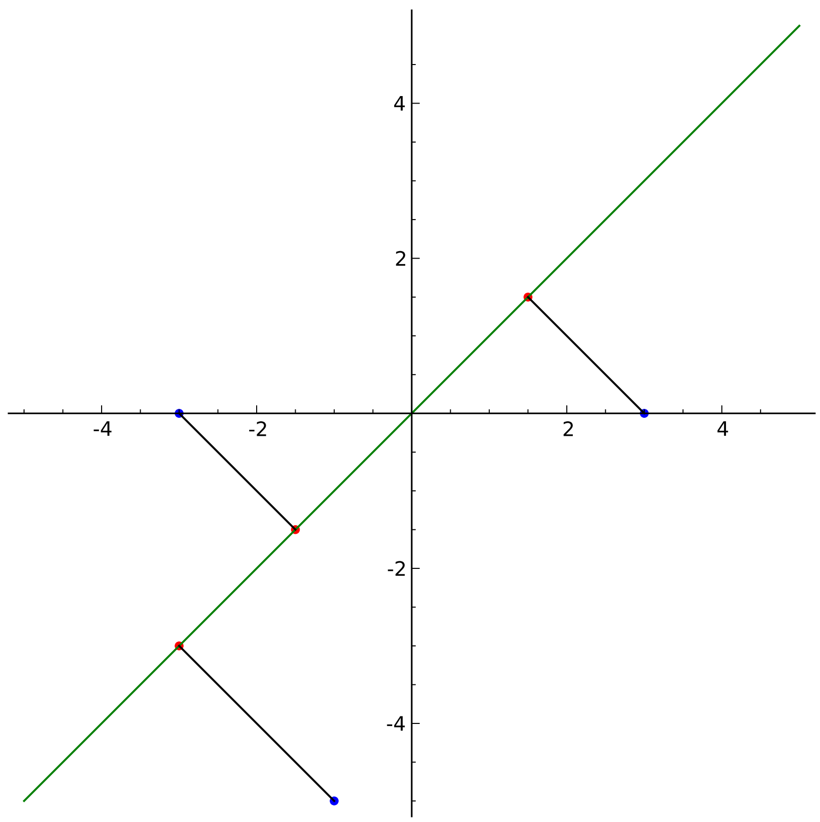
El punto $(-3, 0)$ tiene como proyección el punto $(-3/2, -3/2)$.



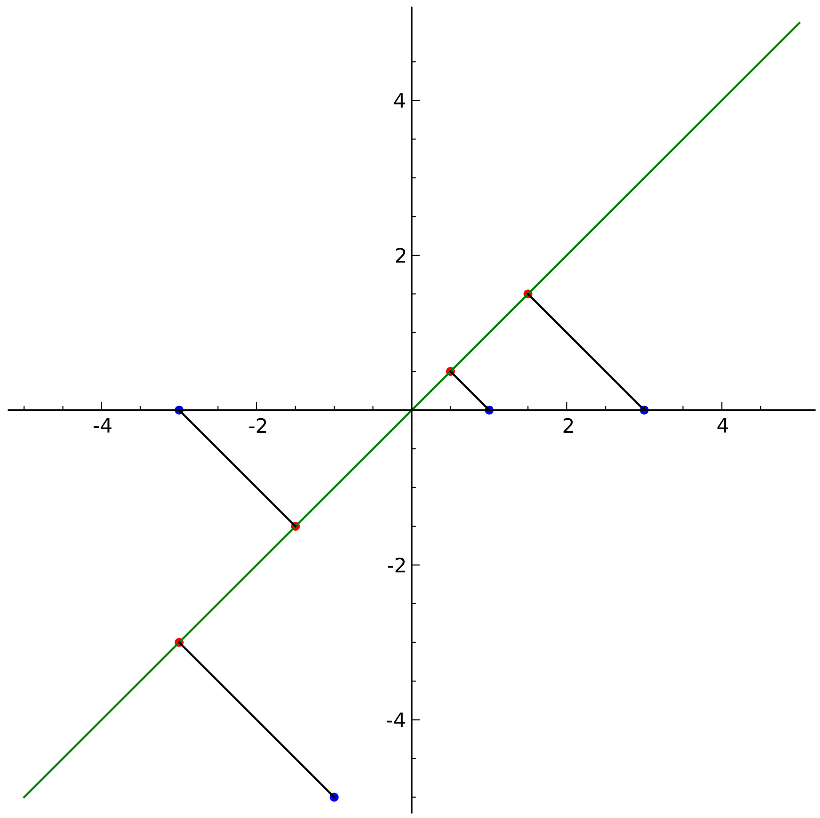

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-1, -5)$ tiene como proyección el punto $(-3, -3)$.



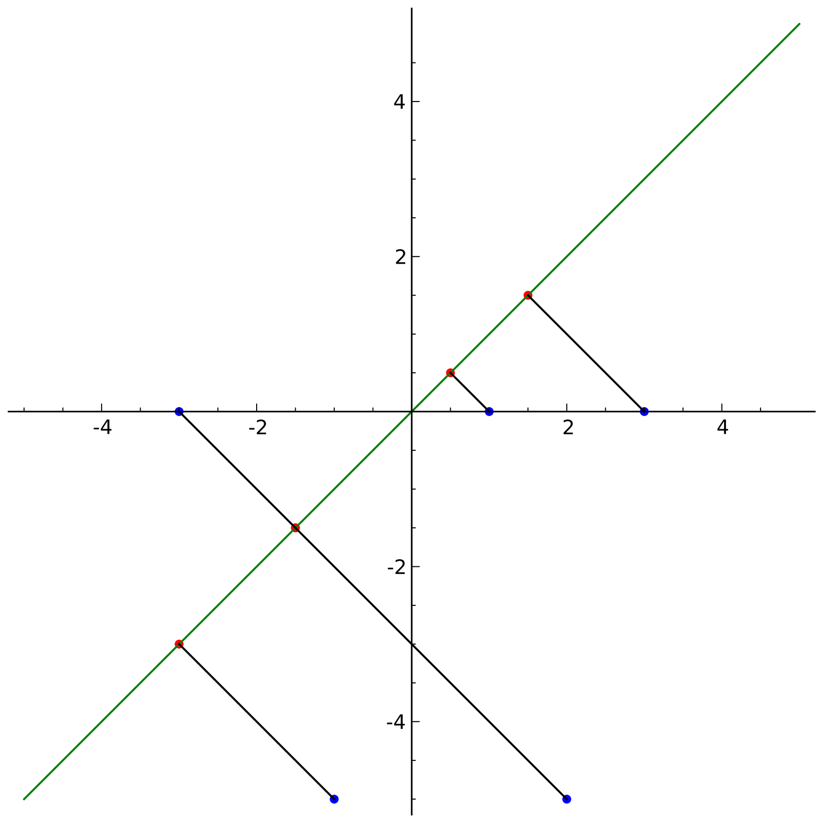

El punto $(3,0)$ tiene como proyección el punto $(3/2, 3/2)$.



El punto $(1, 0)$ tiene como proyección el punto $(1/2, 1/2)$.




El punto $(2, -5)$ tiene como proyección el punto $(-3/2, -3/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2})$$

$\square$

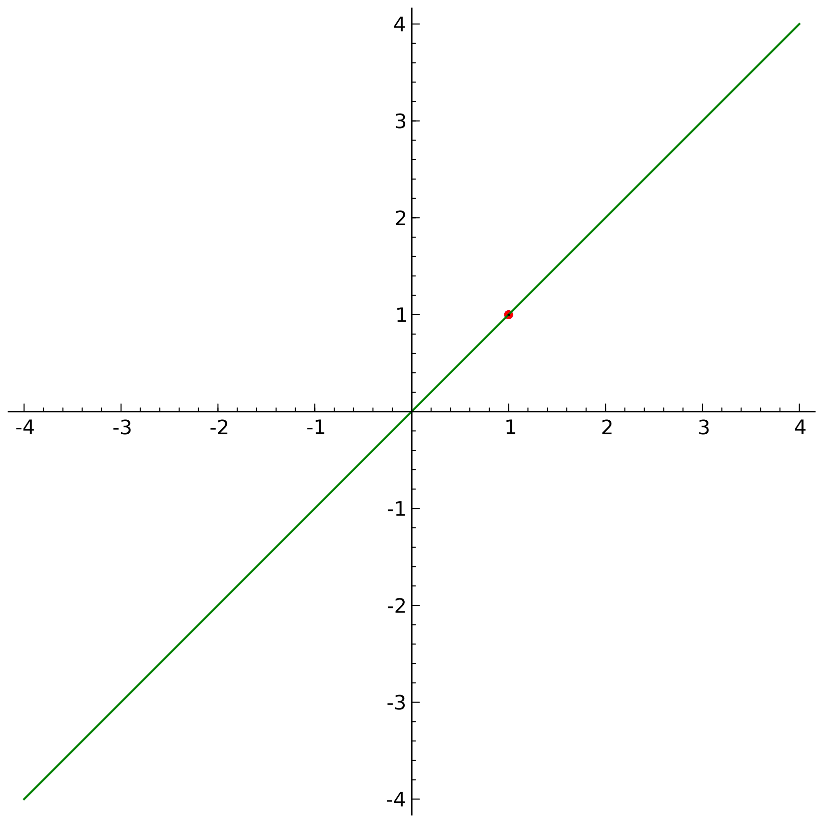
**Ejercicio 4.138.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1,1) \quad (3,-1) \quad (2,-3) \quad (-4,1) \quad (-1,4)$$

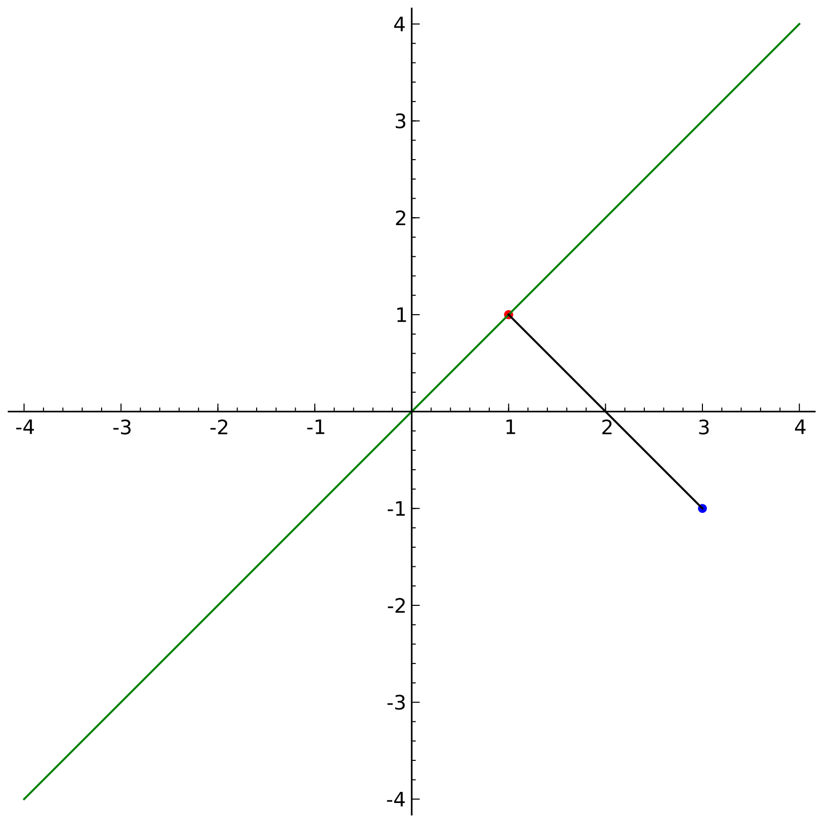
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

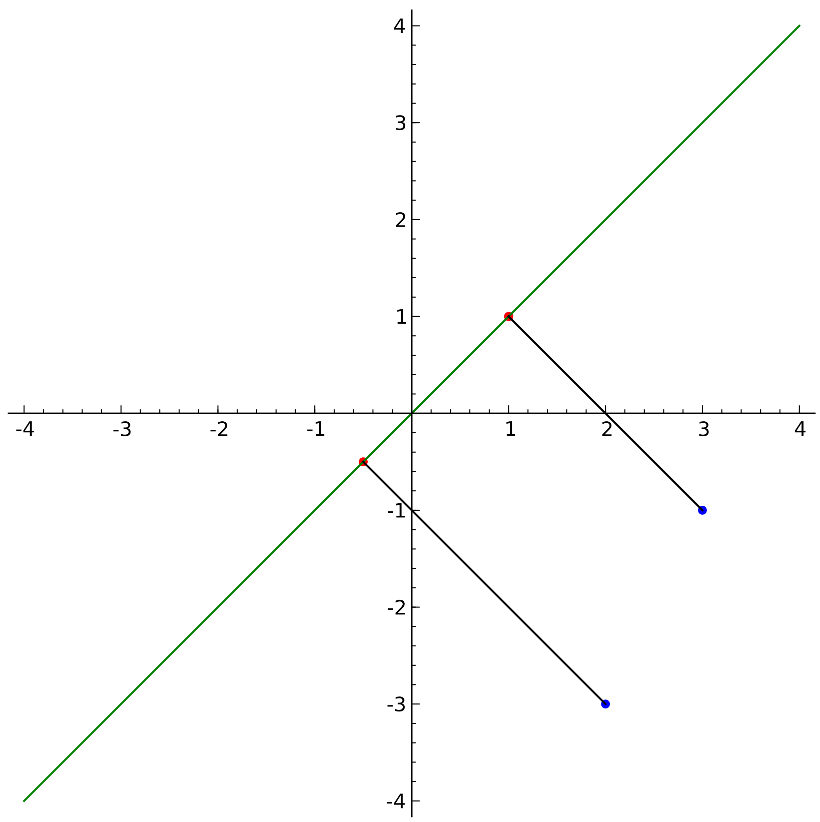
El punto $(1,1)$ tiene como proyección el punto $(1,1)$.



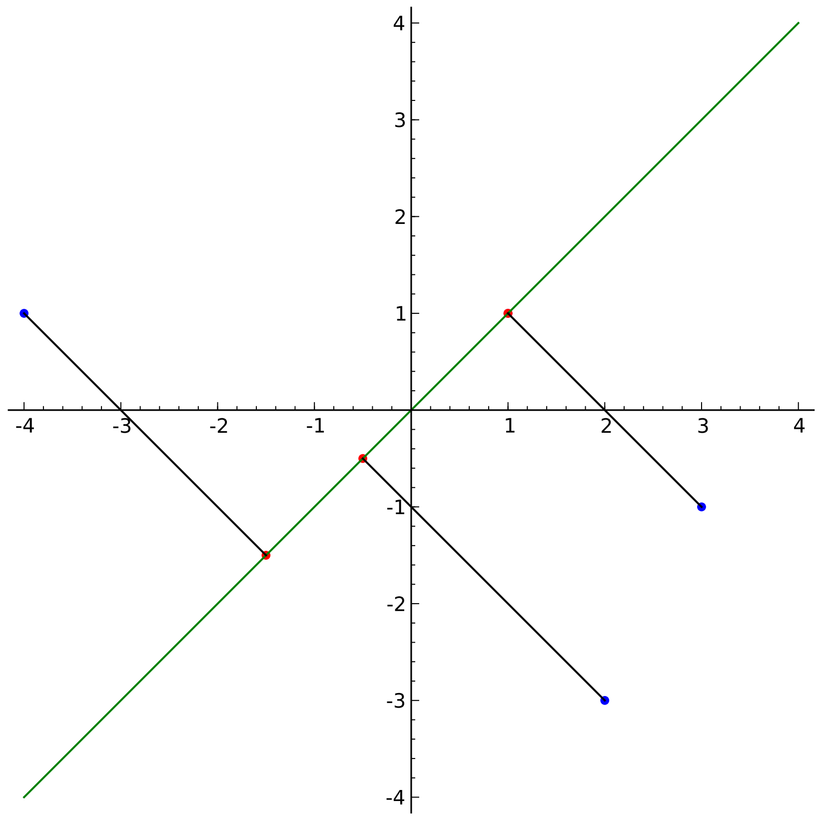

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, -1)$ tiene como proyección el punto $(1, 1)$.



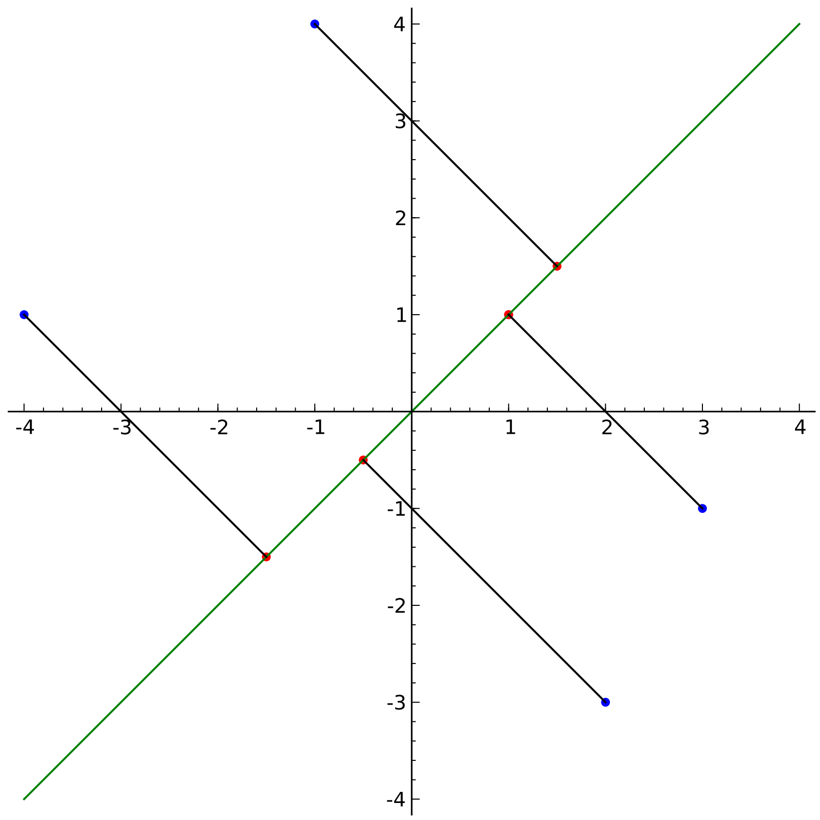

El punto $(2, -3)$ tiene como proyección el punto $(-1/2, -1/2)$.



El punto $(-4, 1)$ tiene como proyección el punto $(-3/2, -3/2)$.




El punto $(-1, 4)$ tiene como proyección el punto $(3/2, 3/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2})$$

$\square$

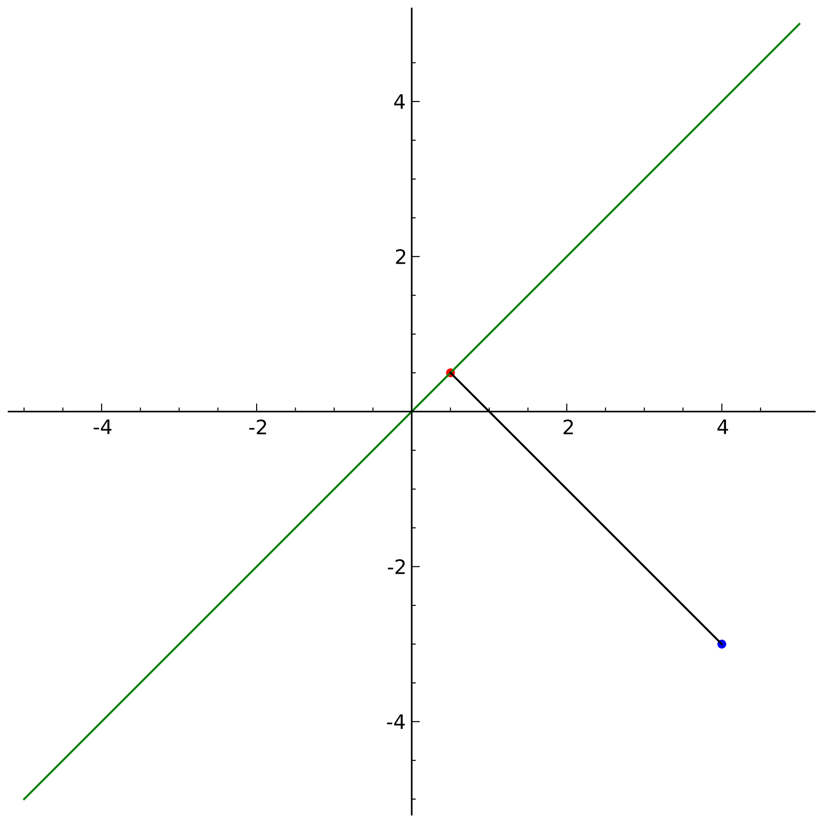
**Ejercicio 4.139.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(4,-3) \quad (-4,2) \quad (-3,0) \quad (3,3) \quad (-5,2)$$

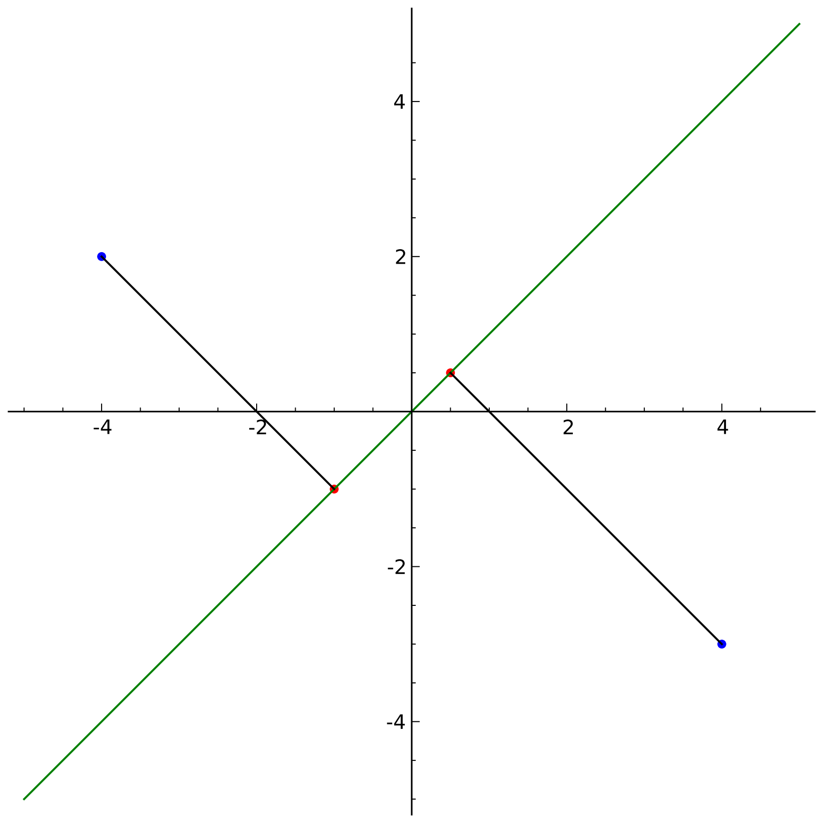
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

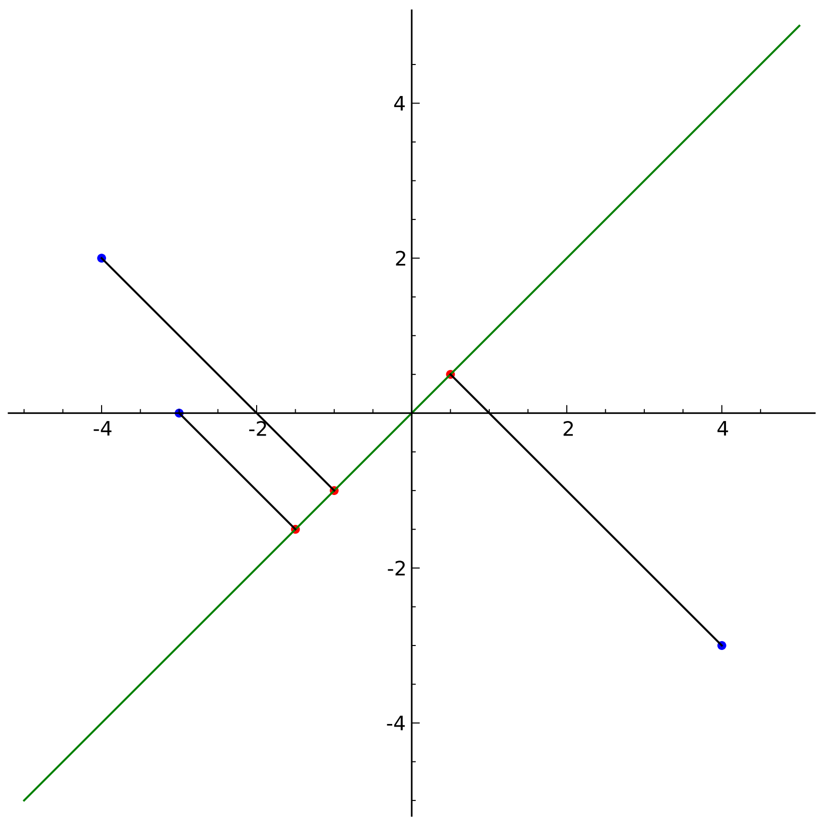
El punto $(4,-3)$ tiene como proyección el punto $(1/2, 1/2)$.



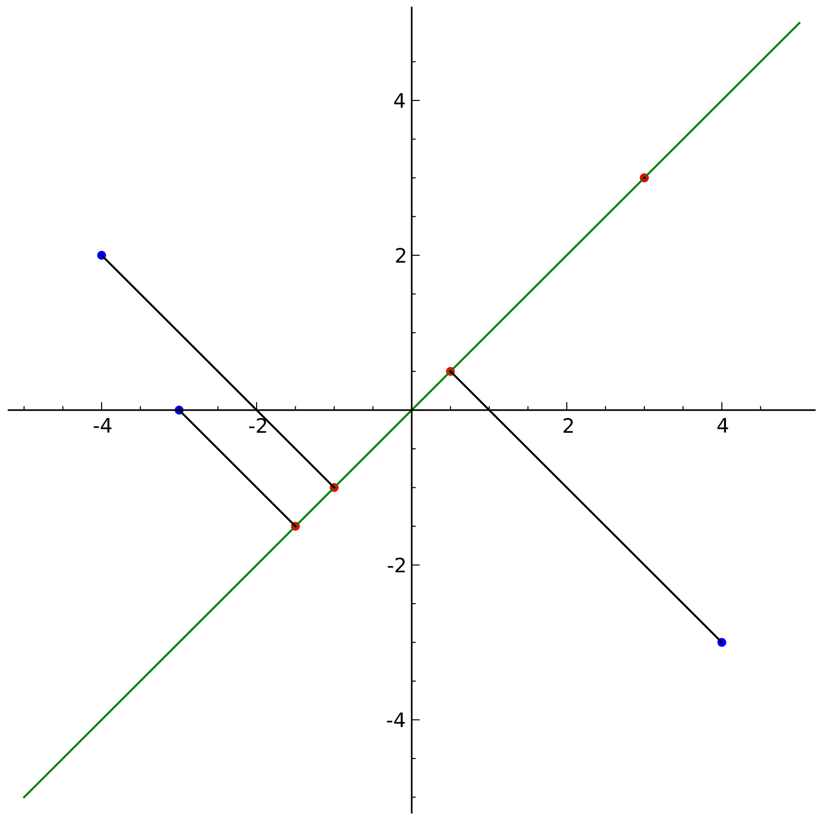

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-4, 2)$ tiene como proyección el punto $(-1, -1)$.



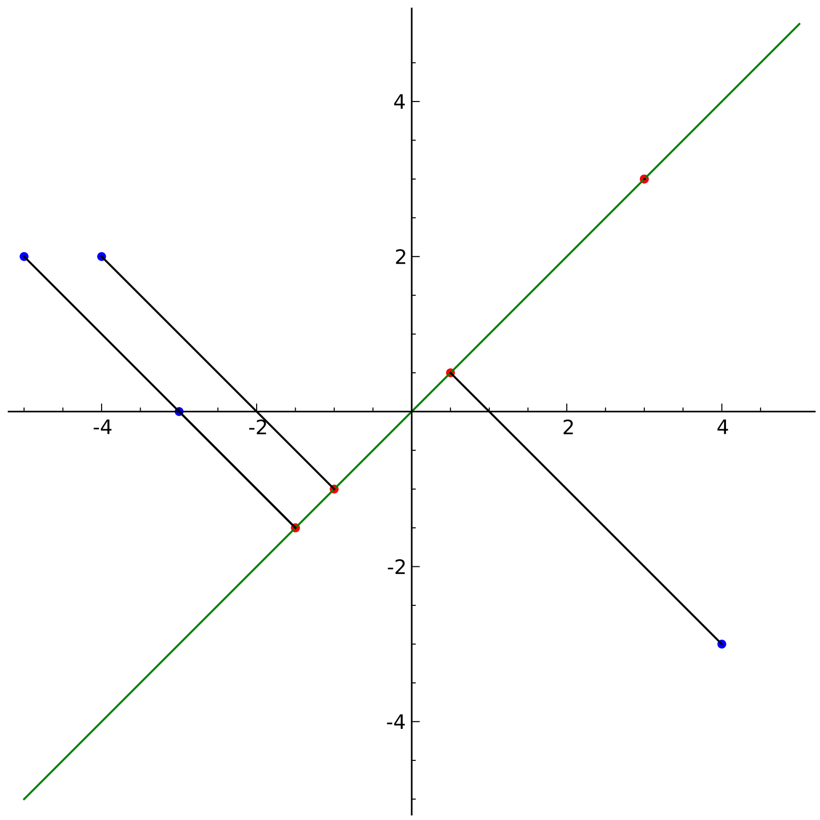

El punto $(-3,0)$ tiene como proyección el punto $(-3/2,-3/2)$.



El punto $(3,3)$ tiene como proyección el punto $(3,3)$.




El punto $(-5,2)$ tiene como proyección el punto $(-3/2,-3/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2})$$

□

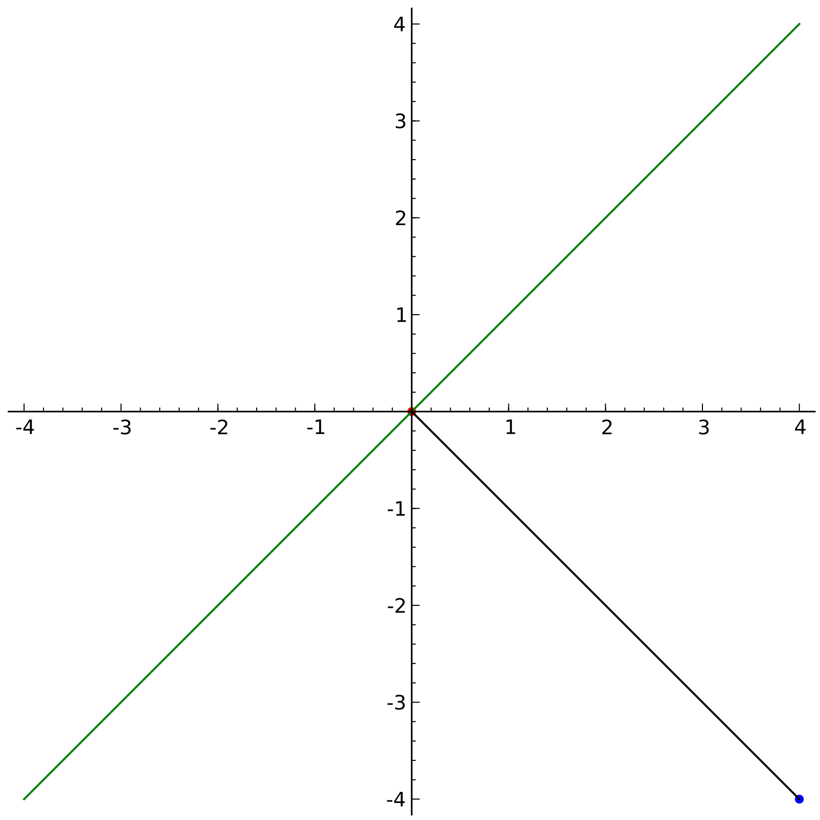
**Ejercicio 4.140.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(4,-4) \quad (-3,-3) \quad (4,3) \quad (4,-1) \quad (-4,1)$$

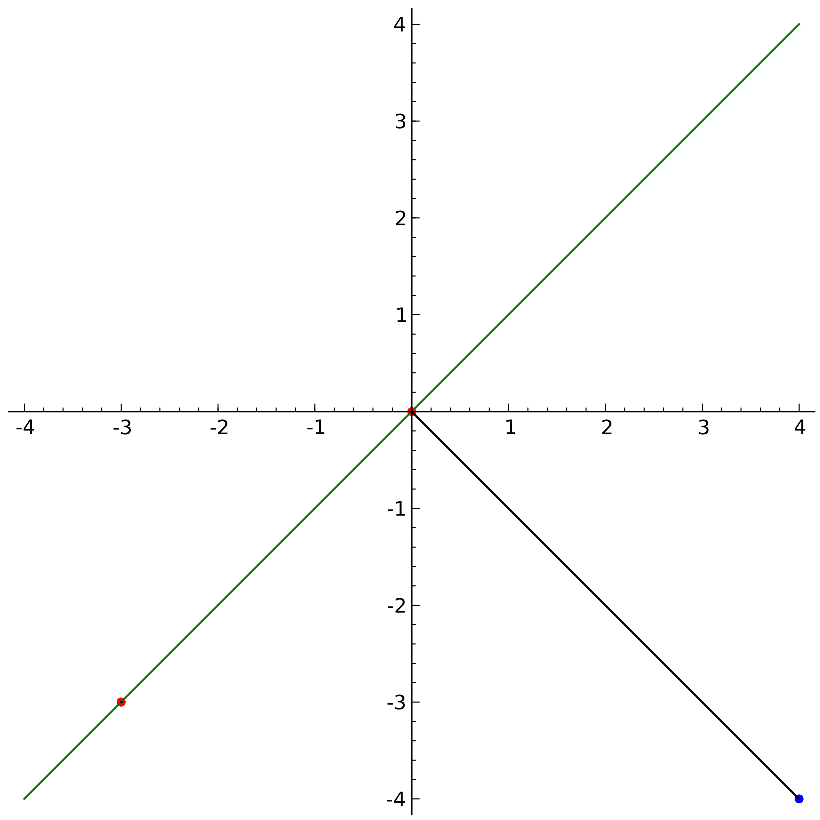
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

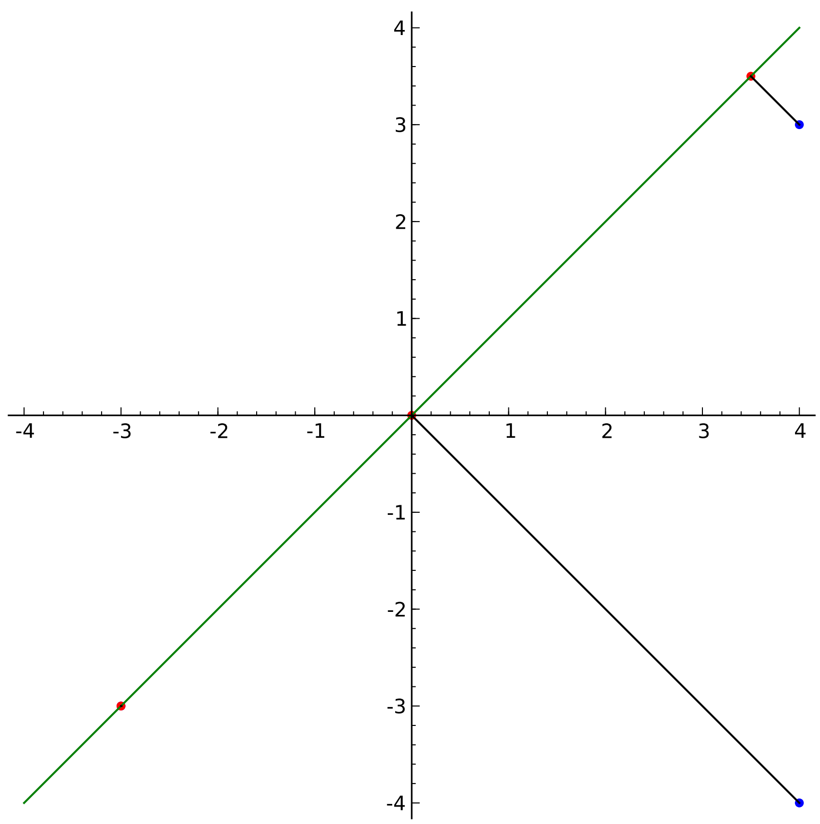
El punto $(4,-4)$ tiene como proyección el punto $(0,0)$.



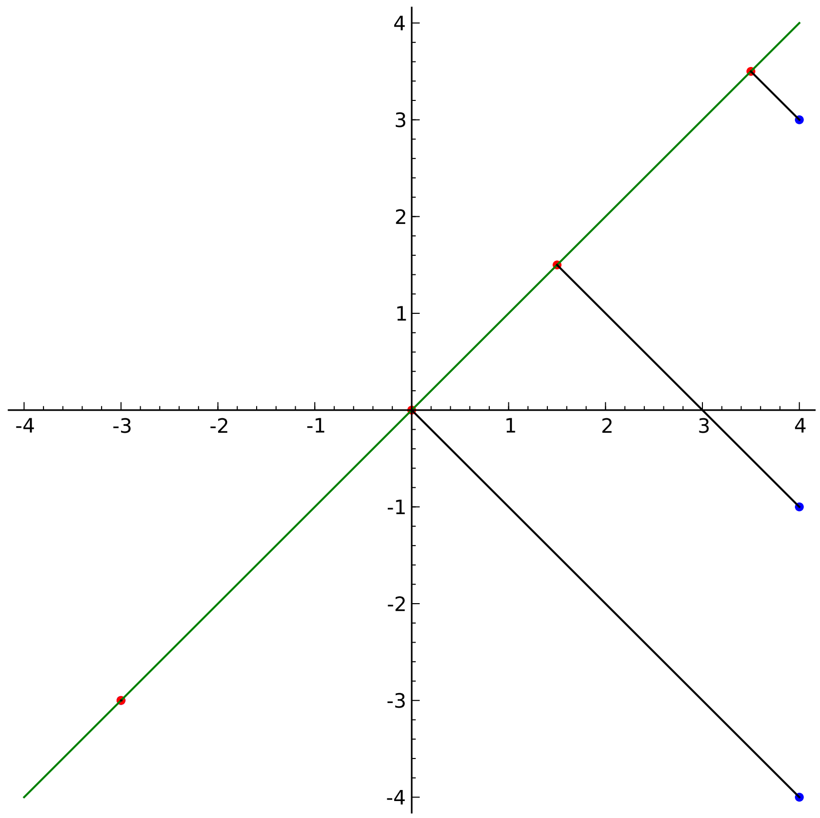

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-3, -3)$ tiene como proyección el punto $(-3, -3)$.



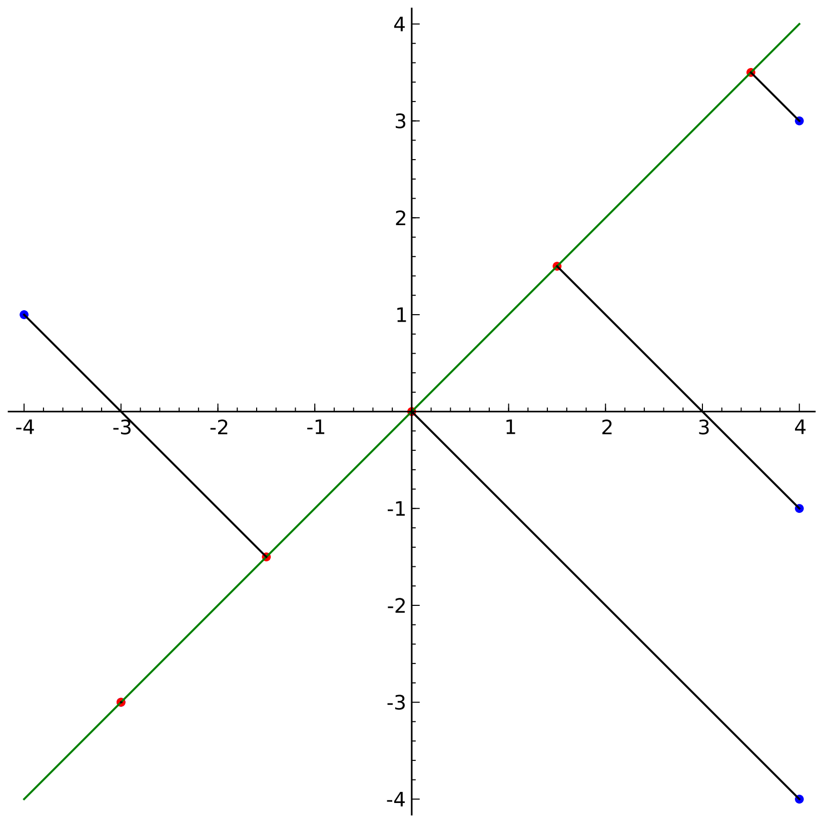

El punto $(4,3)$ tiene como proyección el punto $(7/2, 7/2)$.



El punto $(4, -1)$ tiene como proyección el punto $(3/2, 3/2)$.




El punto $(-4, 1)$ tiene como proyección el punto $(-3/2, -3/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2})$$

$\square$

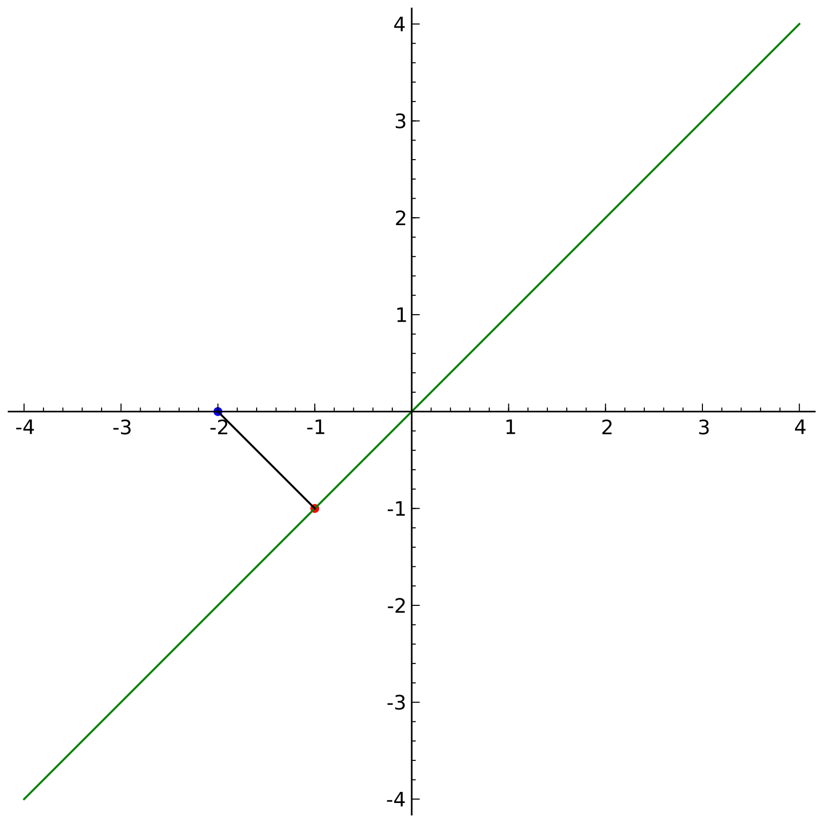
**Ejercicio 4.141.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2,0) \quad (1,-1) \quad (2,-4) \quad (1,2) \quad (-3,2)$$

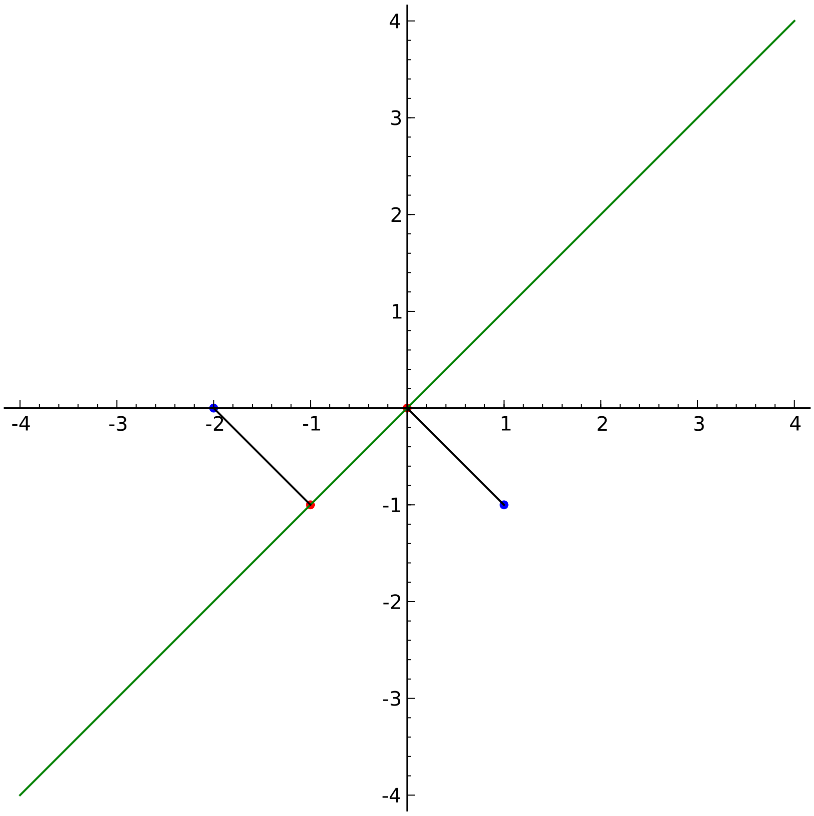
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

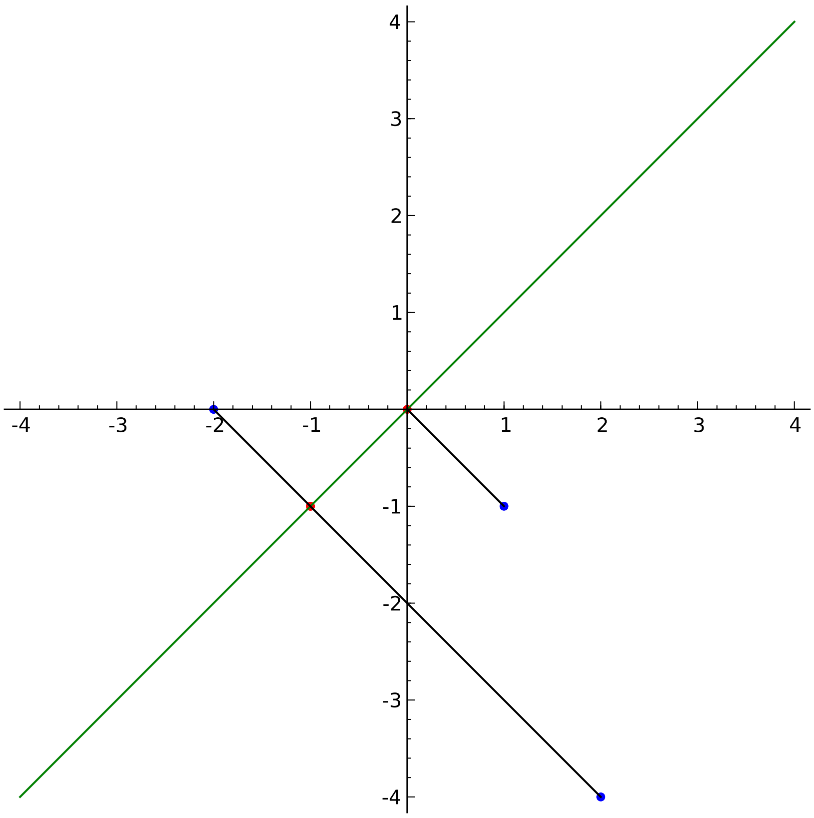
El punto $(-2,0)$ tiene como proyección el punto $(-1,-1)$.



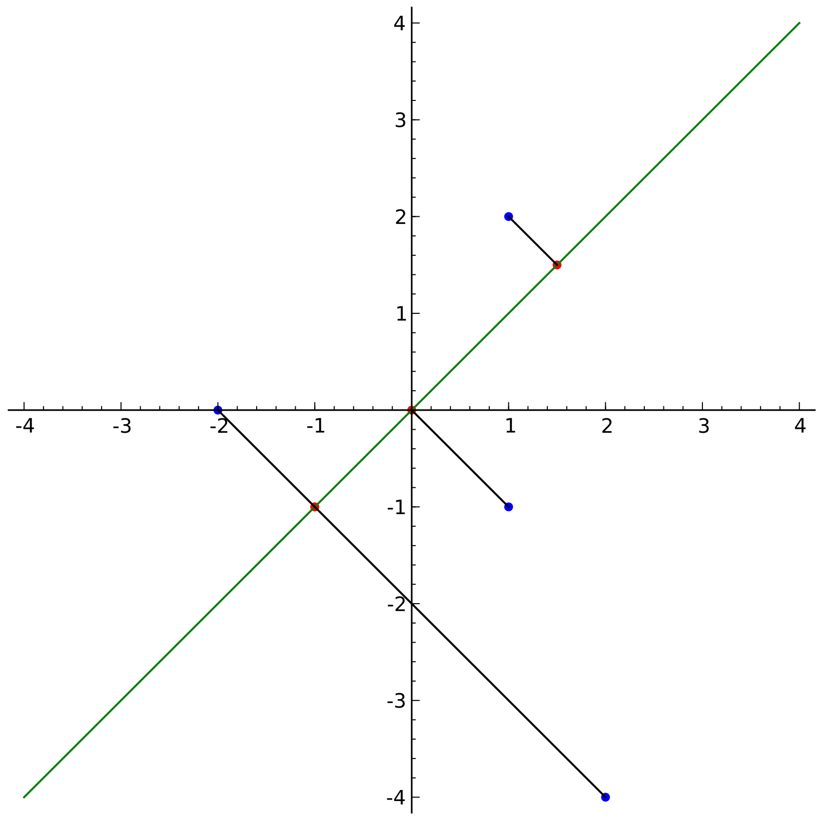

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(1, -1)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.



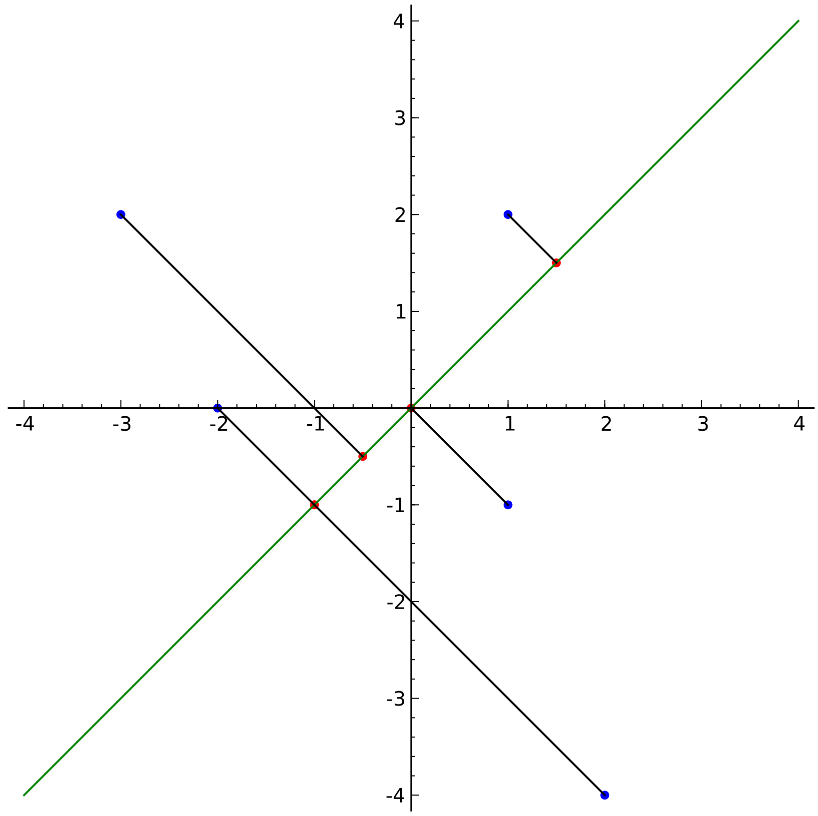

El punto $(2, -4)$ tiene como proyección el punto $(-1, -1)$.



El punto $(1, 2)$ tiene como proyección el punto $(3/2, 3/2)$.




El punto $(-3, 2)$ tiene como proyección el punto $(-1/2, -1/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2})$$

□

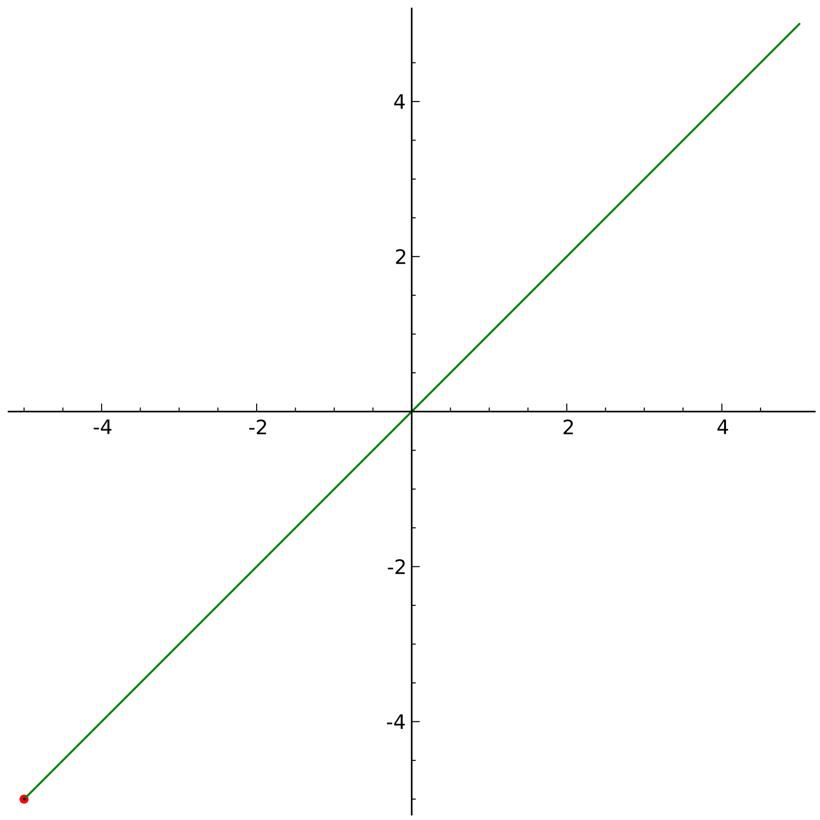
**Ejercicio 4.142.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-5,-5) \quad (3,-2) \quad (-5,-4) \quad (-2,-4) \quad (-3,-2)$$

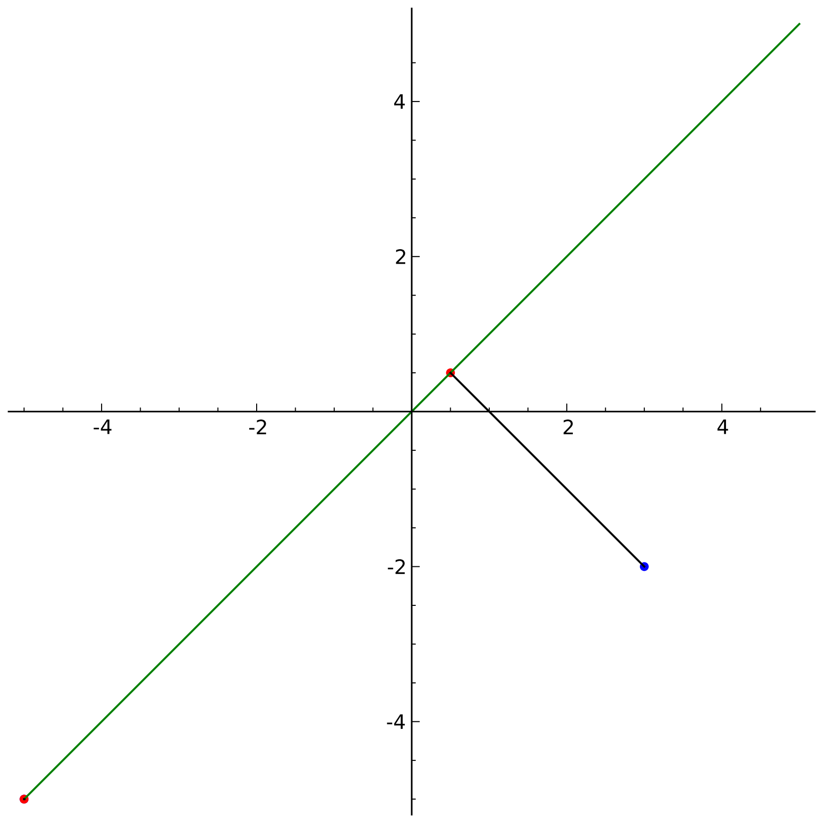
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

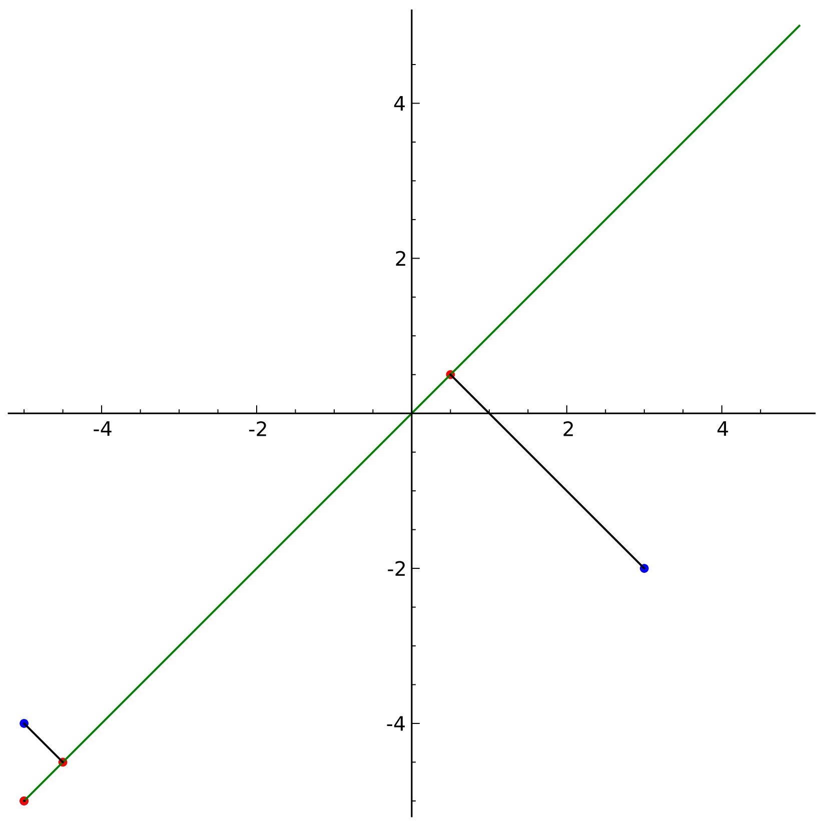
El punto $(-5,-5)$ tiene como proyección el punto $(-5,-5)$.



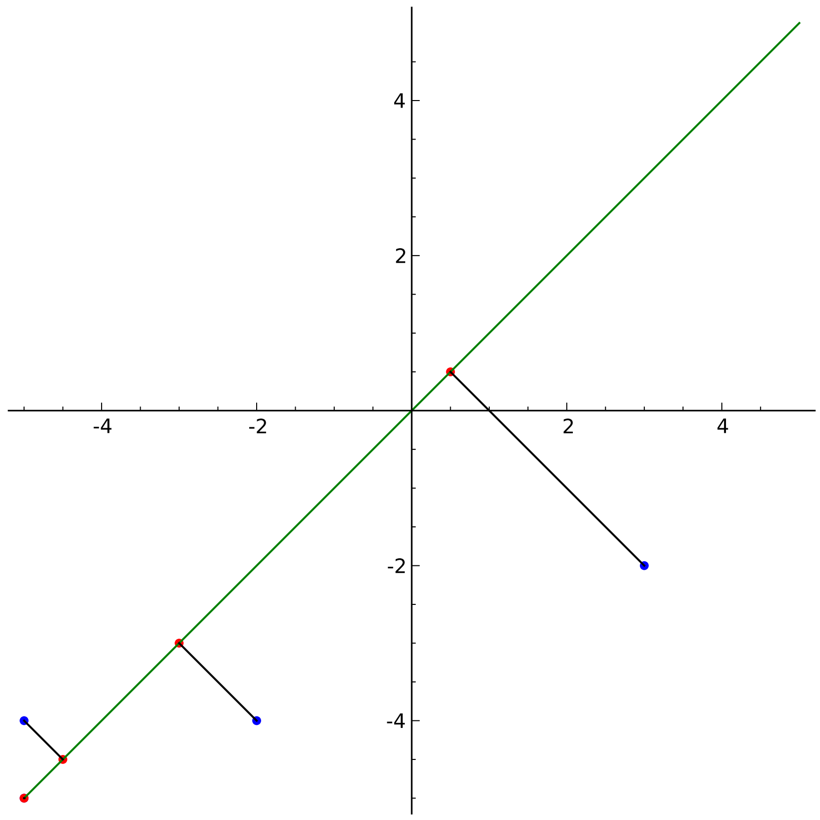

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, -2)$ tiene como proyección el punto $(1/2, 1/2)$.



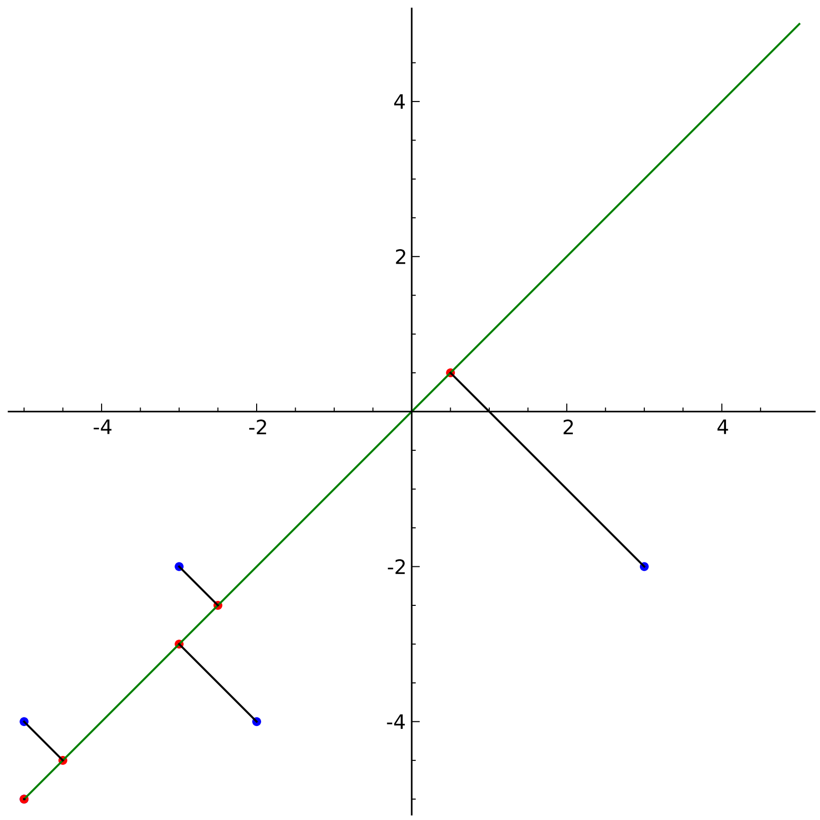

El punto $(-5, -4)$ tiene como proyección el punto $(-9/2, -9/2)$.



El punto $(-2, -4)$ tiene como proyección el punto $(-3, -3)$.




El punto $(-3, -2)$ tiene como proyección el punto $(-5/2, -5/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2})$$

□

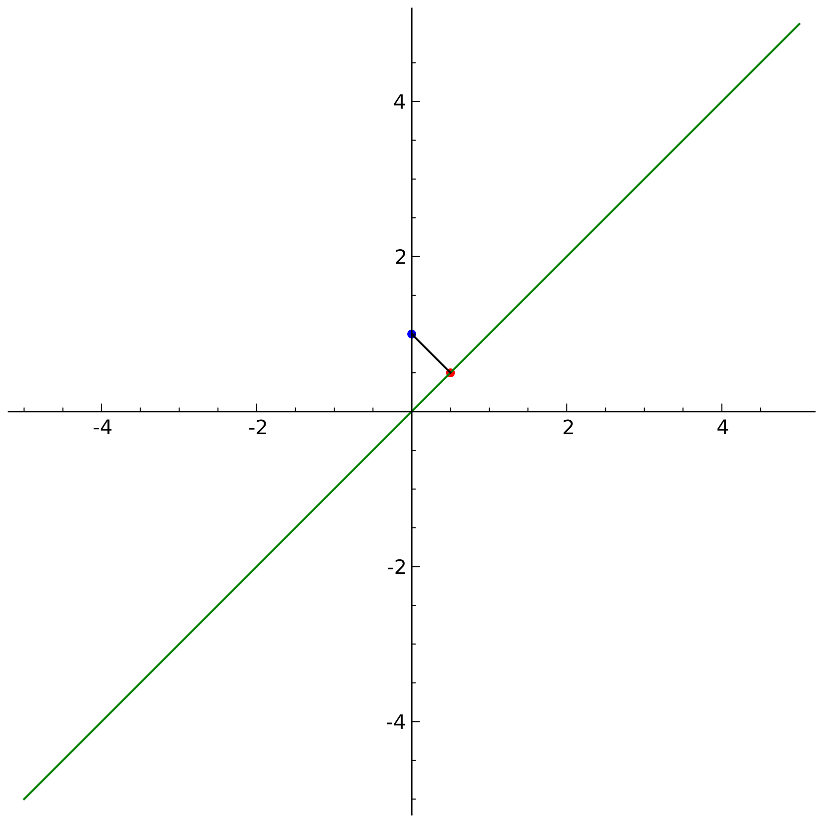
**Ejercicio 4.143.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,1) \quad (-2,-1) \quad (1,0) \quad (-5,0) \quad (-1,-1)$$

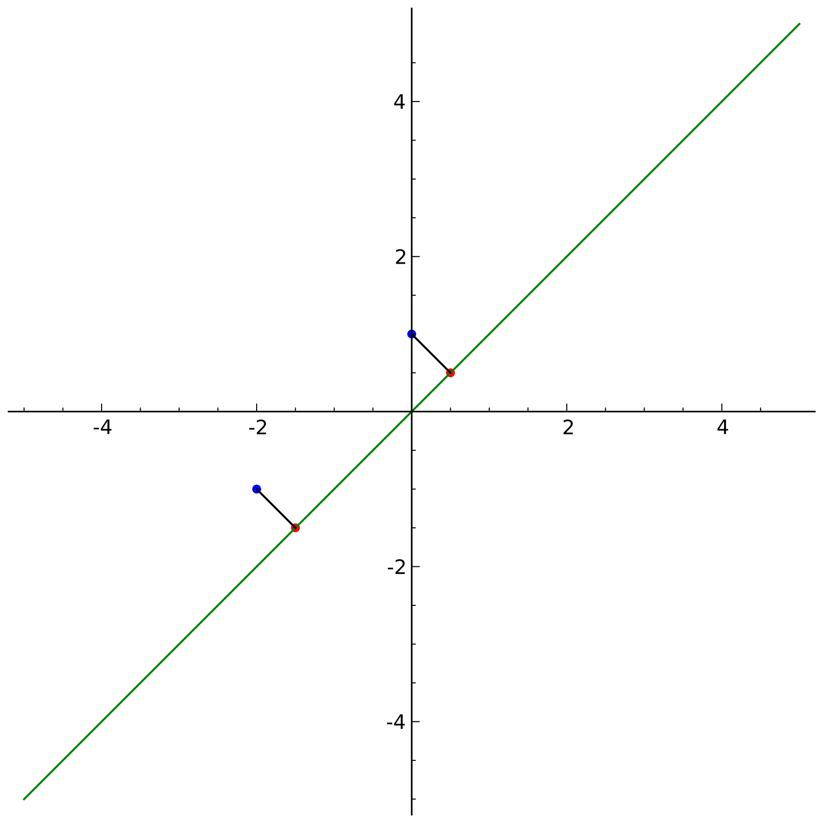
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

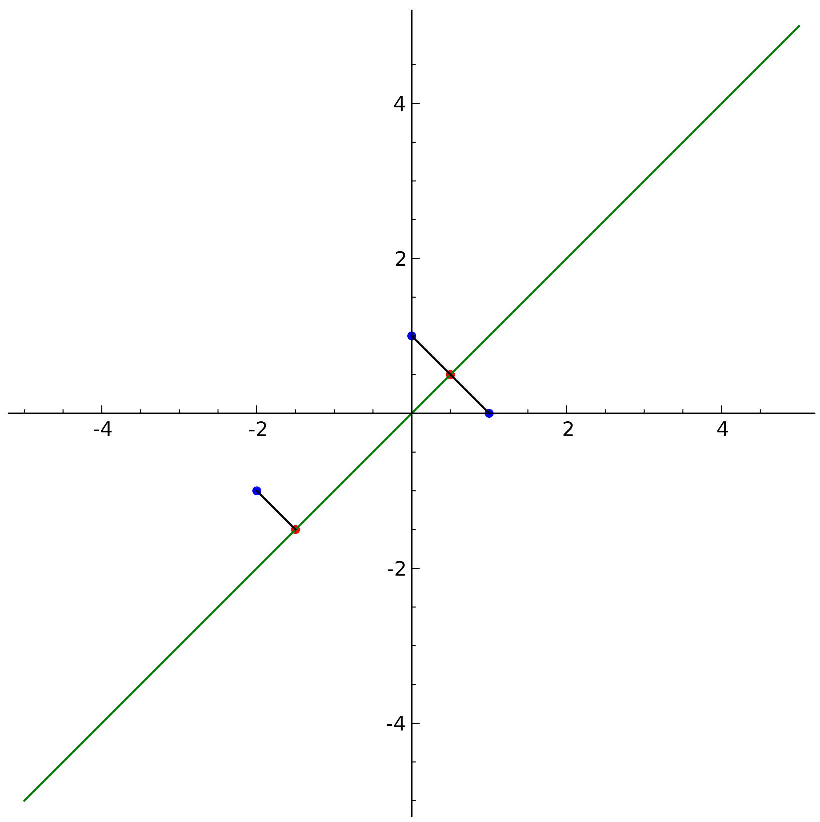
El punto $(0,1)$ tiene como proyección el punto $(1/2, 1/2)$.



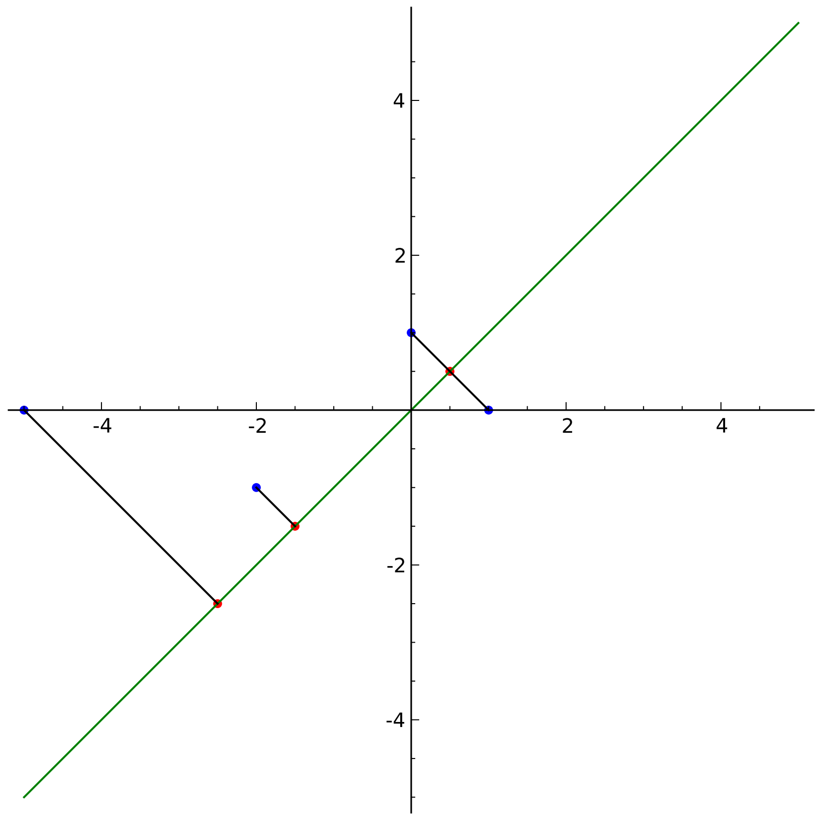

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, -1)$ tiene como proyección el punto $(-3/2, -3/2)$.



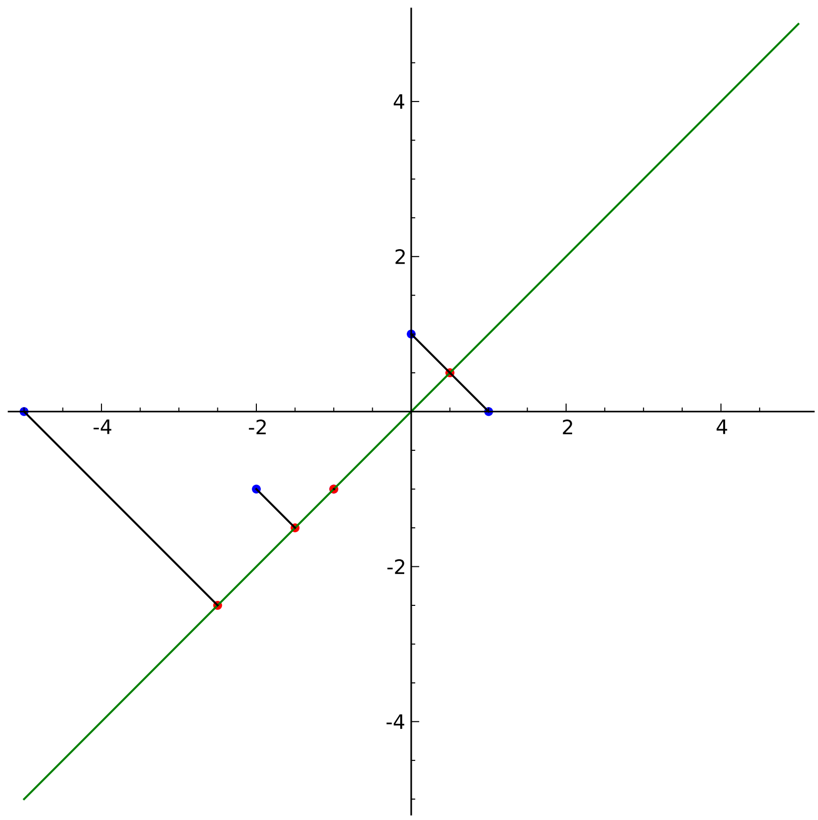

El punto $(1, 0)$ tiene como proyección el punto $(1/2, 1/2)$.



El punto $(-5, 0)$ tiene como proyección el punto $(-5/2, -5/2)$.




El punto $(-1, -1)$ tiene como proyección el punto $(-1, -1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x, y) = (\frac{x + y}{2}, \frac{x + y}{2})$$

□

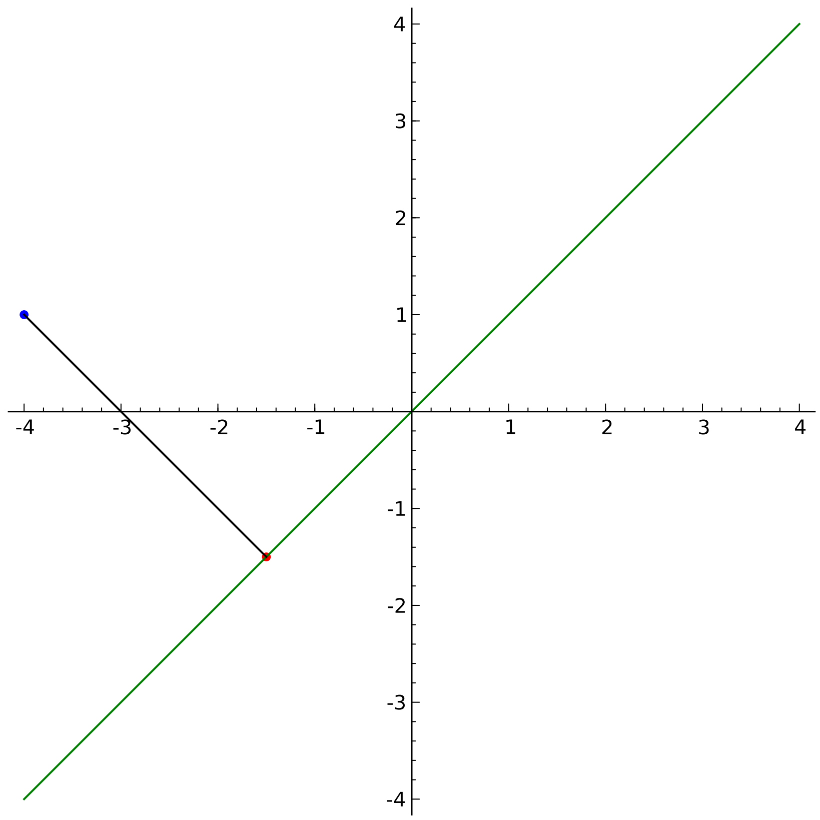
**Ejercicio 4.144.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-4, 1) \quad (2, 1) \quad (4, -4) \quad (-3, 4) \quad (2, 1)$$

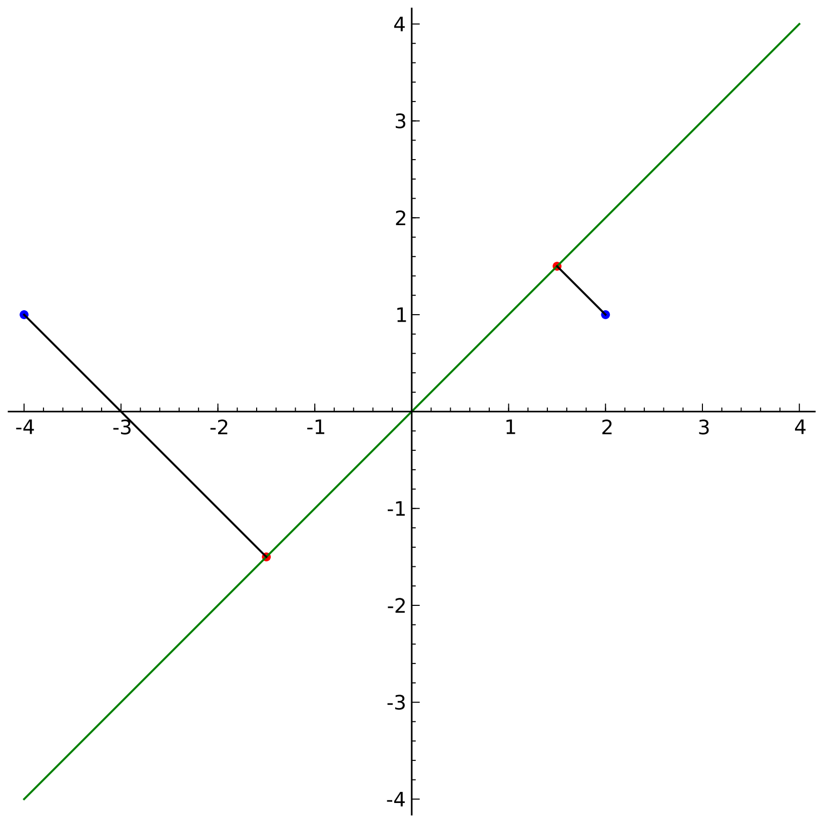
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

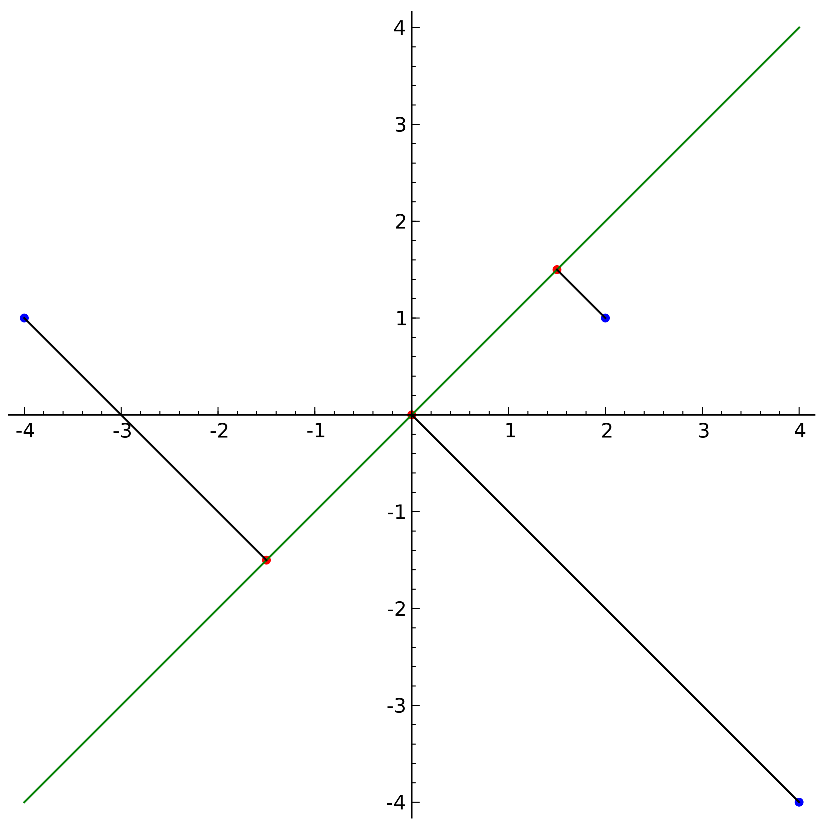
El punto $(-4, 1)$ tiene como proyección el punto $(-3/2, -3/2)$.



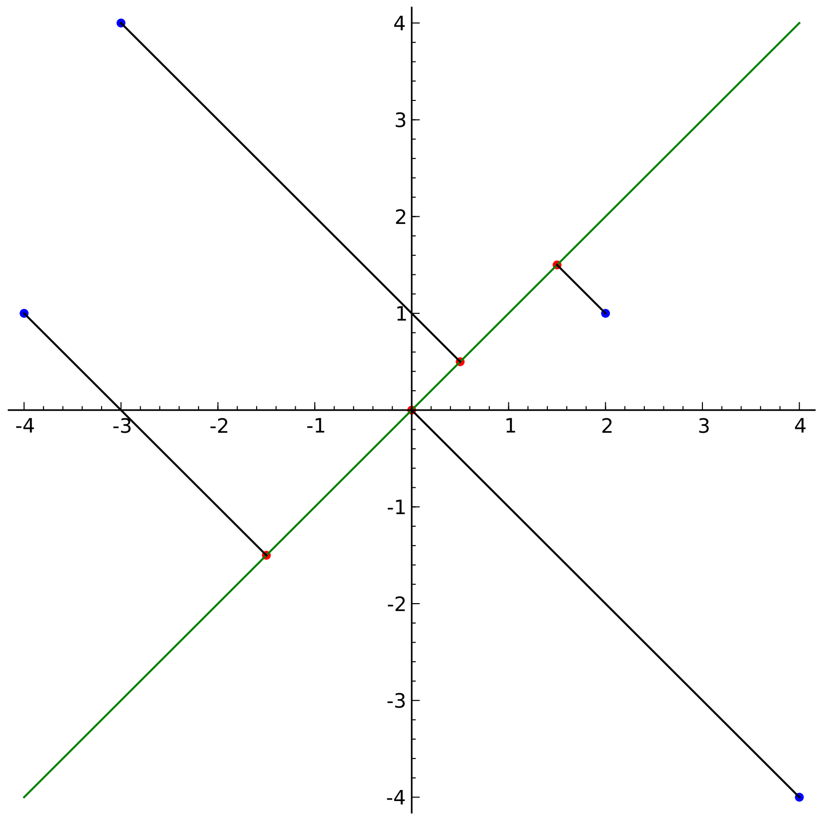

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(2, 1)$ tiene como proyección el punto $(3/2, 3/2)$.



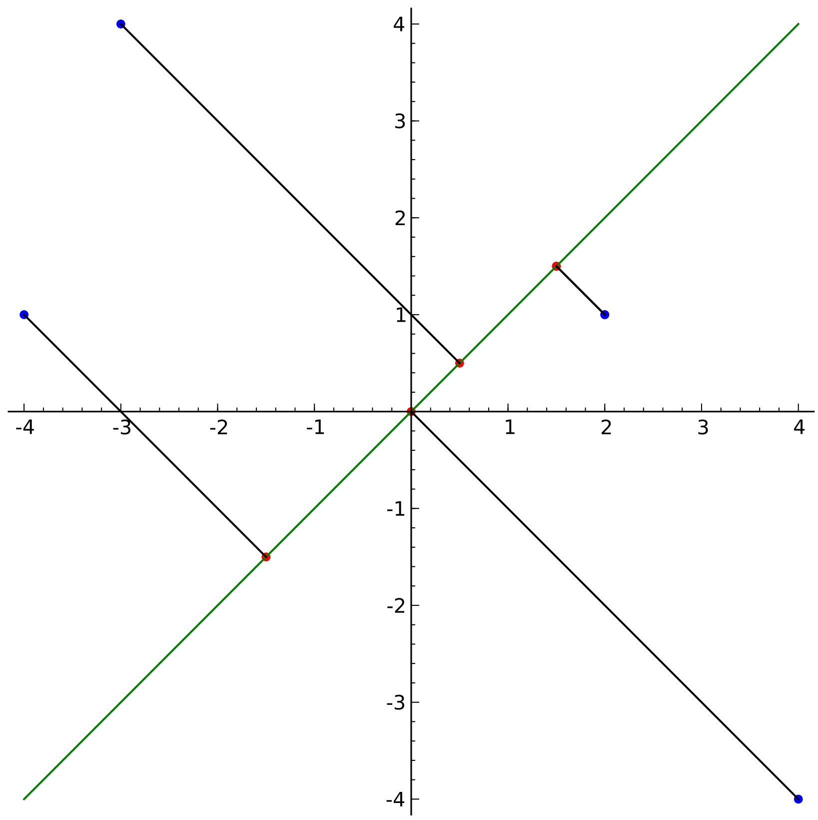

El punto $(4, -4)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.



El punto $(-3, 4)$ tiene como proyección el punto $(1/2, 1/2)$.




El punto $(2, 1)$ tiene como proyección el punto $(3/2, 3/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2})$$

$\square$

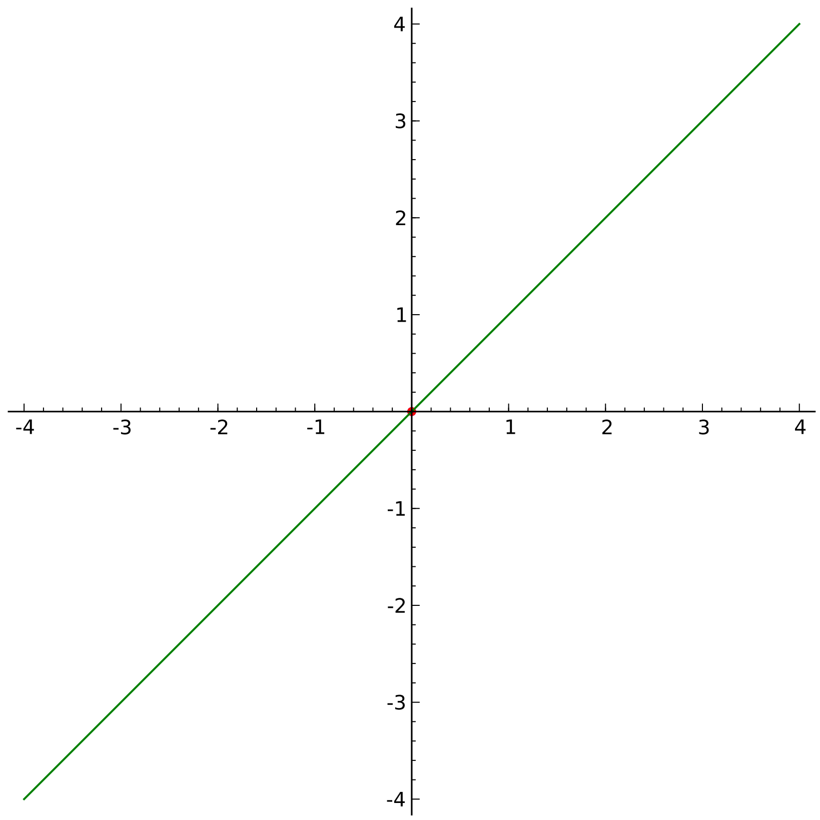
**Ejercicio 4.145.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,0) \quad (-2,-1) \quad (-4,3) \quad (-4,-2) \quad (4,-4)$$

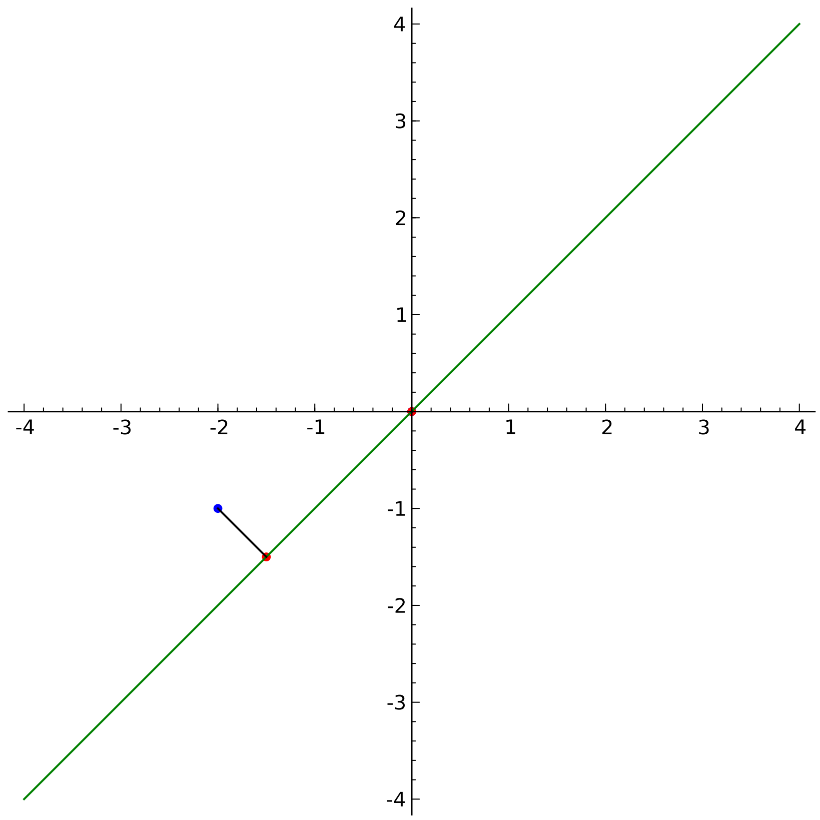
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del primer cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del primer cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del primer cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

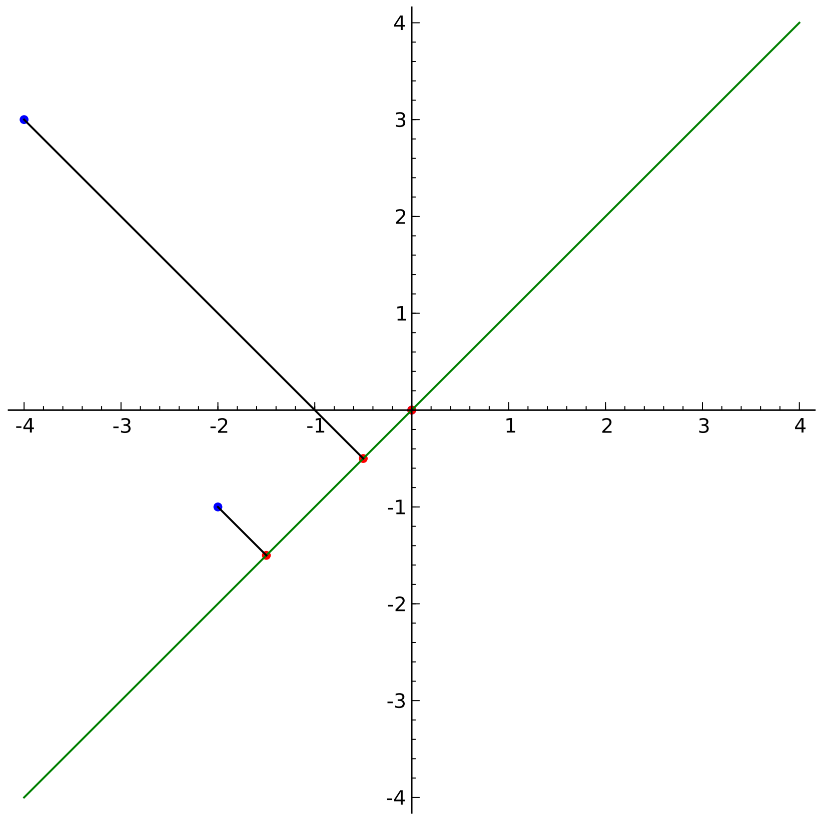
El punto $(0,0)$ tiene como proyección el punto $(0,0)$.



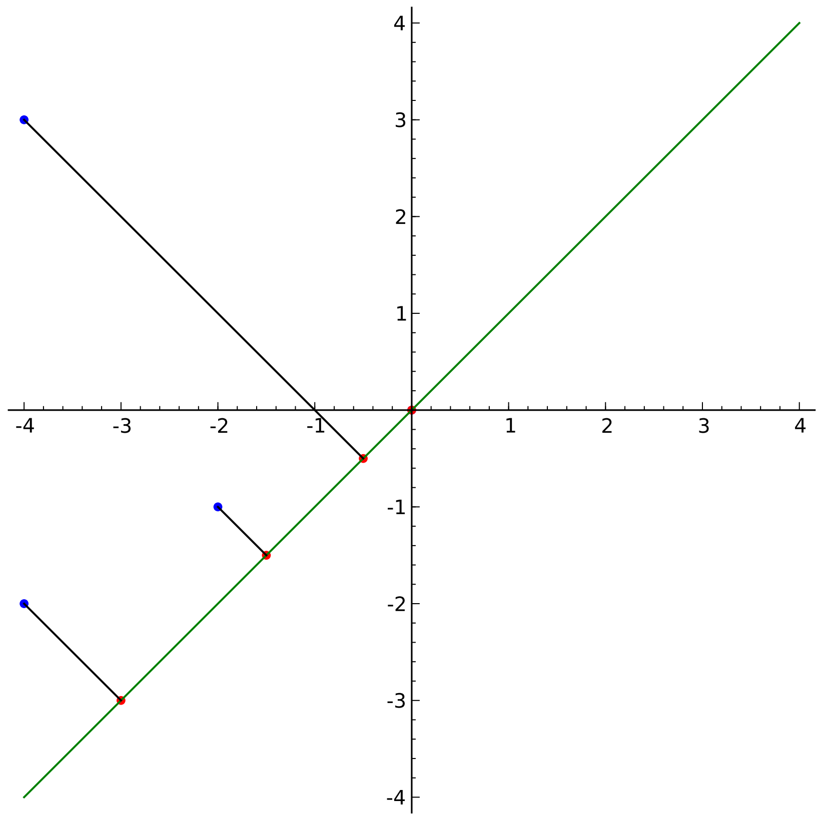

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2,-1)$ tiene como proyección el punto $(-3/2,-3/2)$.



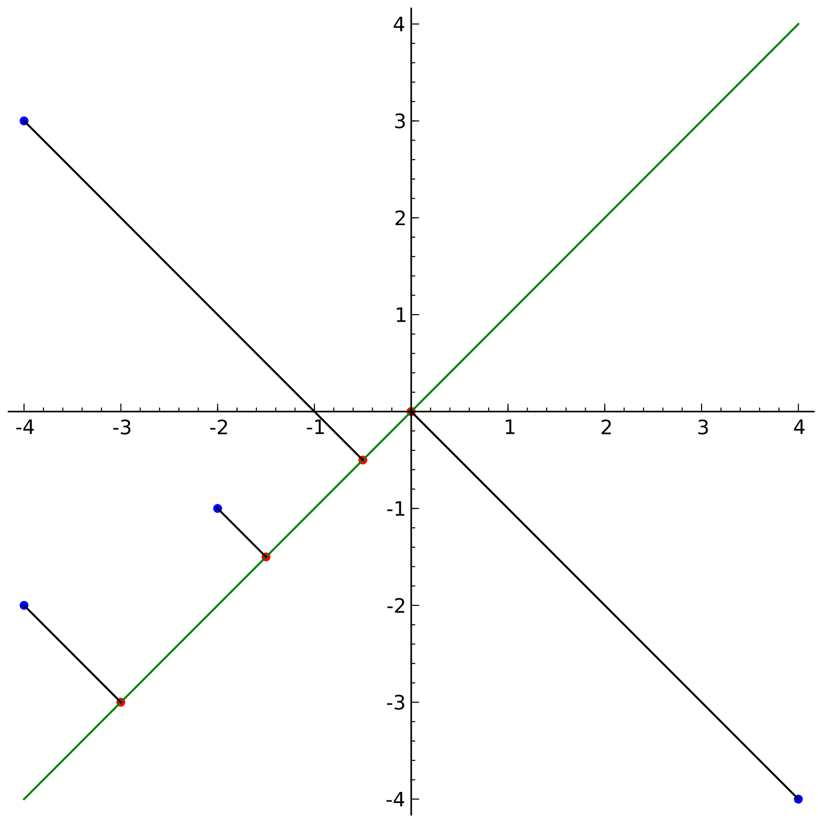

El punto $(-4, 3)$ tiene como proyección el punto $(-1/2, -1/2)$.



El punto $(-4, -2)$ tiene como proyección el punto $(-3, -3)$.




El punto $(4, -4)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2})$$

□

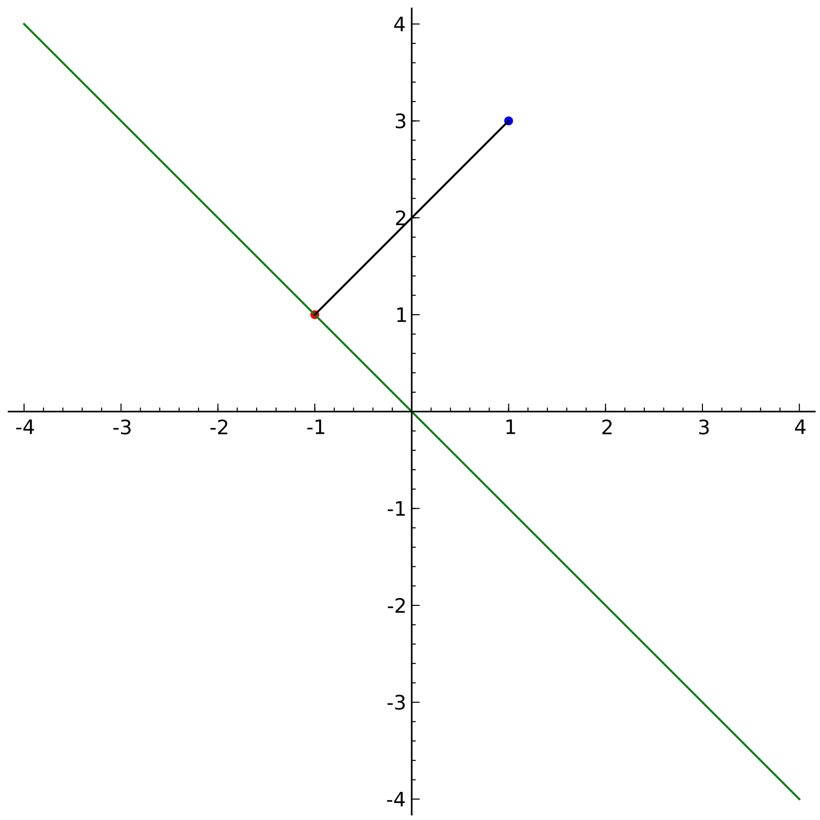
**Ejercicio 4.146.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(1,3) \quad (-4,-4) \quad (0,0) \quad (0,0) \quad (1,2)$$

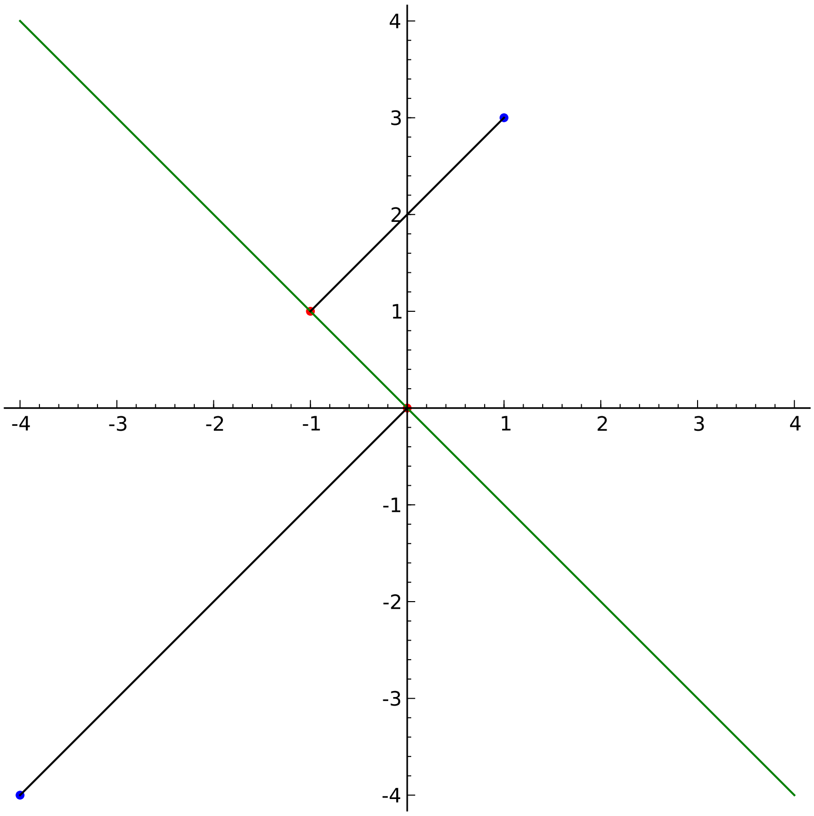
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

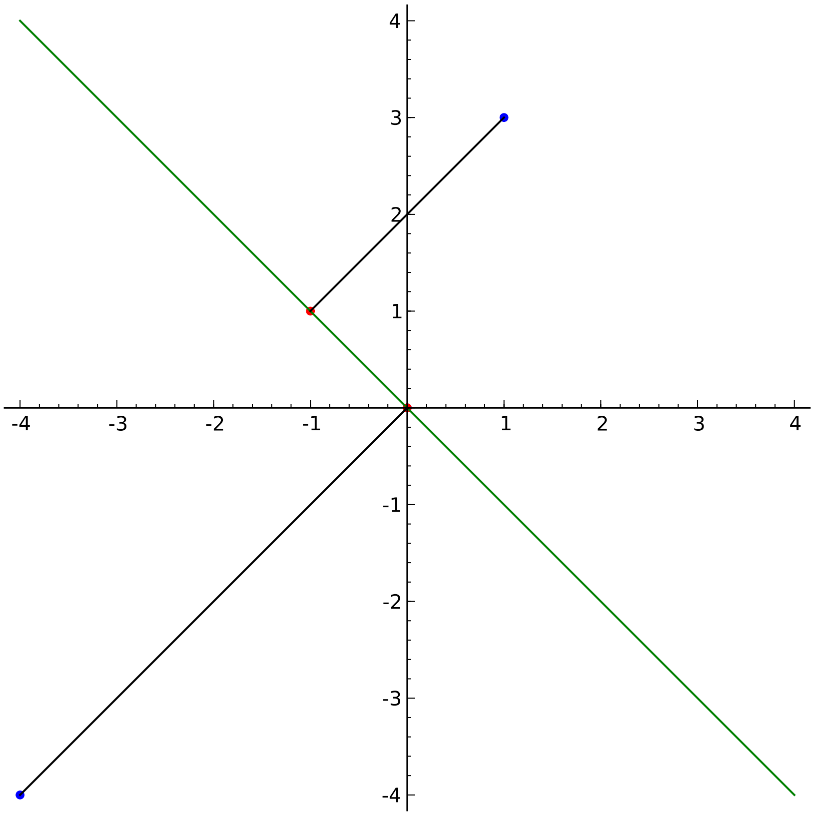
El punto $(1,3)$ tiene como proyección el punto $(-1,1)$.



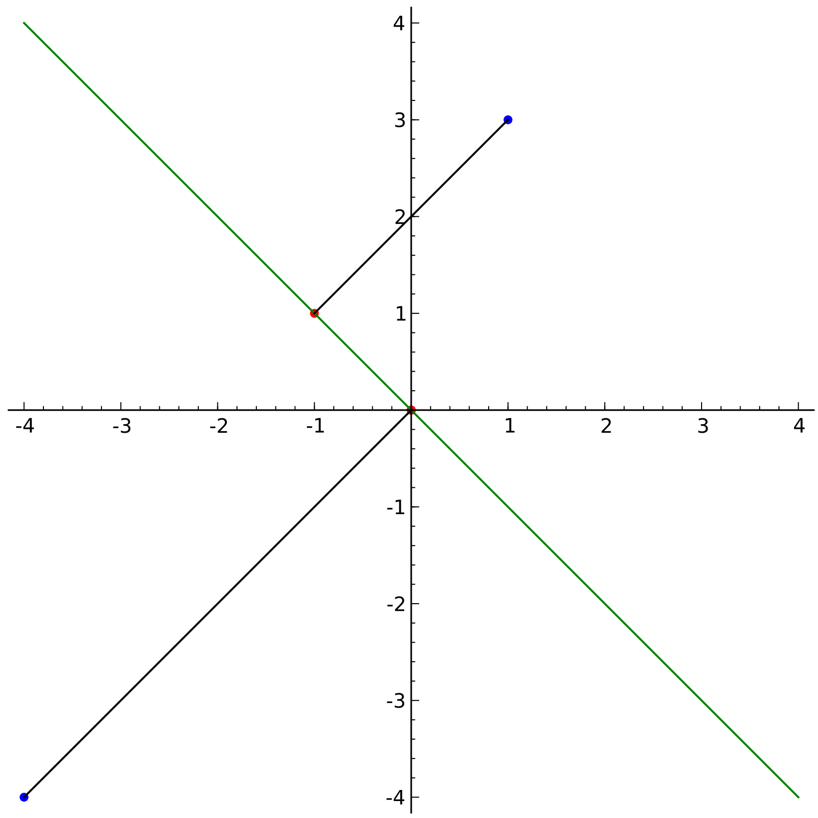

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-4, -4)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.



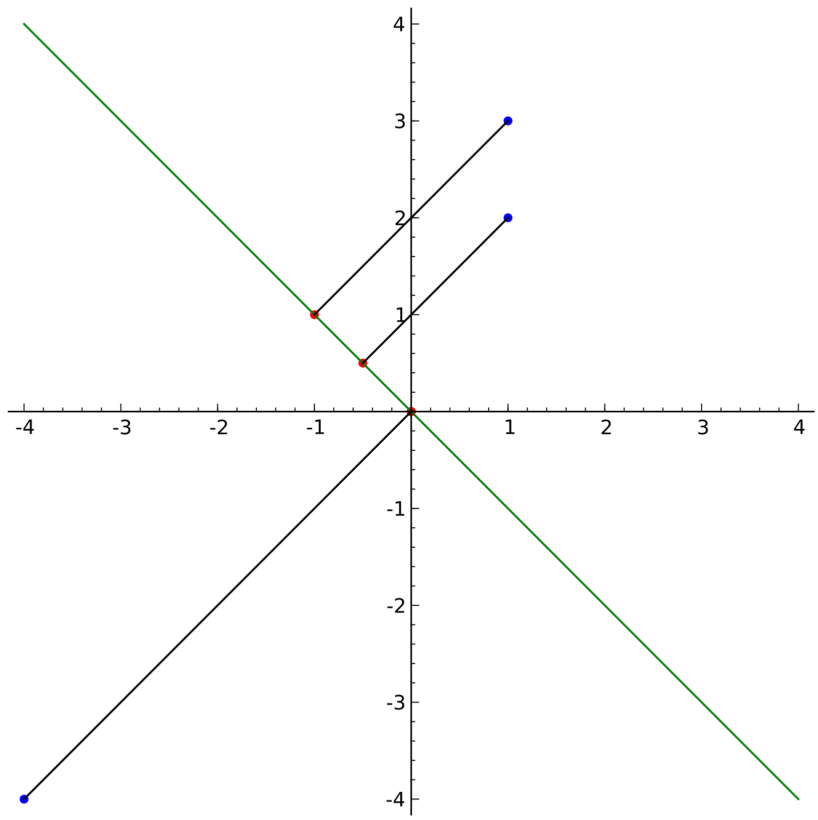

El punto $(0, 0)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.



El punto $(0, 0)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.




El punto $(1, 2)$ tiene como proyección el punto $(-1/2, 1/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2})$$

□

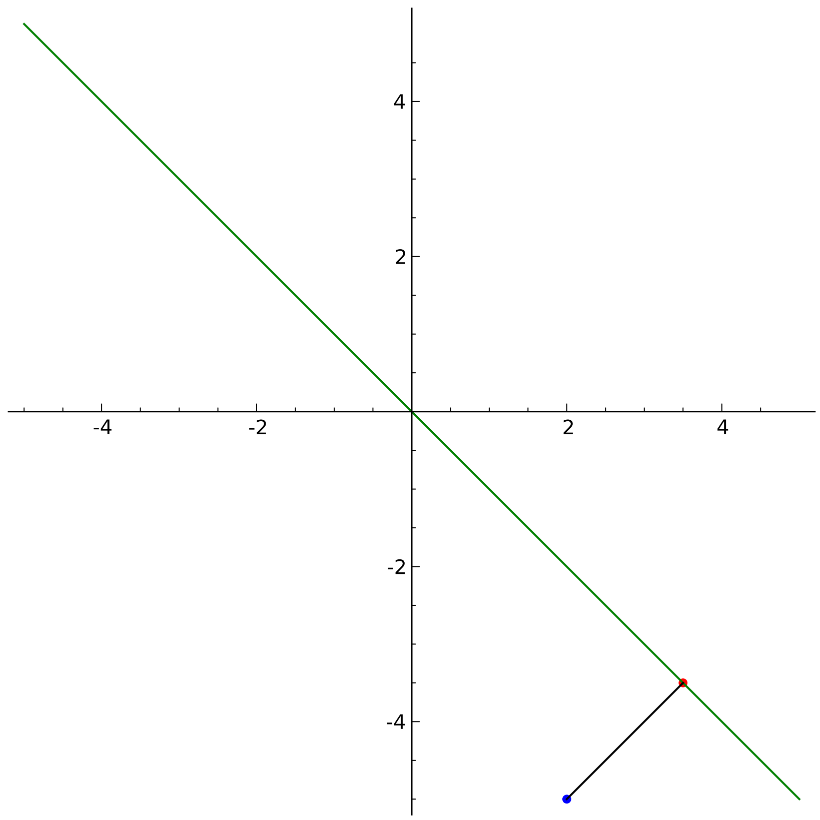
**Ejercicio 4.147.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-5) \quad (-2,-4) \quad (-3,-2) \quad (2,3) \quad (-3,1)$$

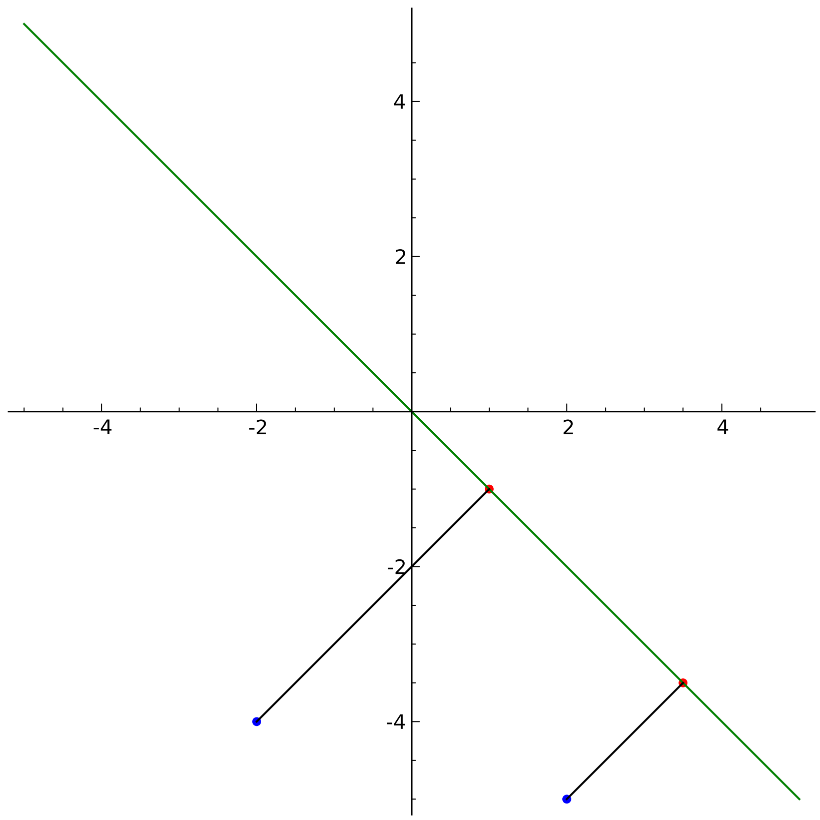
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

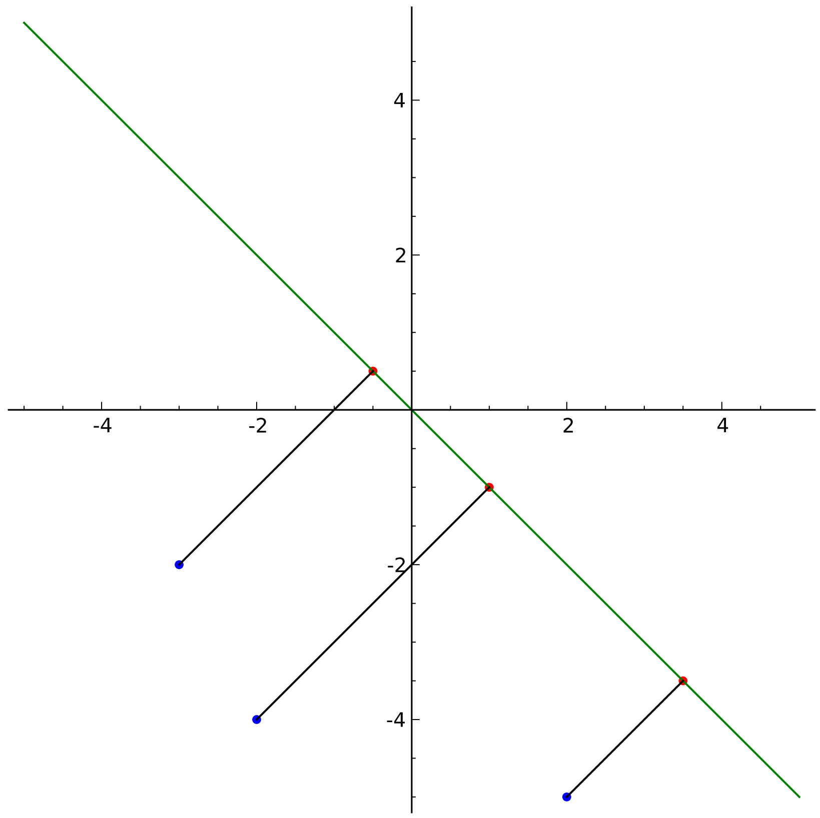
El punto $(2,-5)$ tiene como proyección el punto $(7/2,-7/2)$.



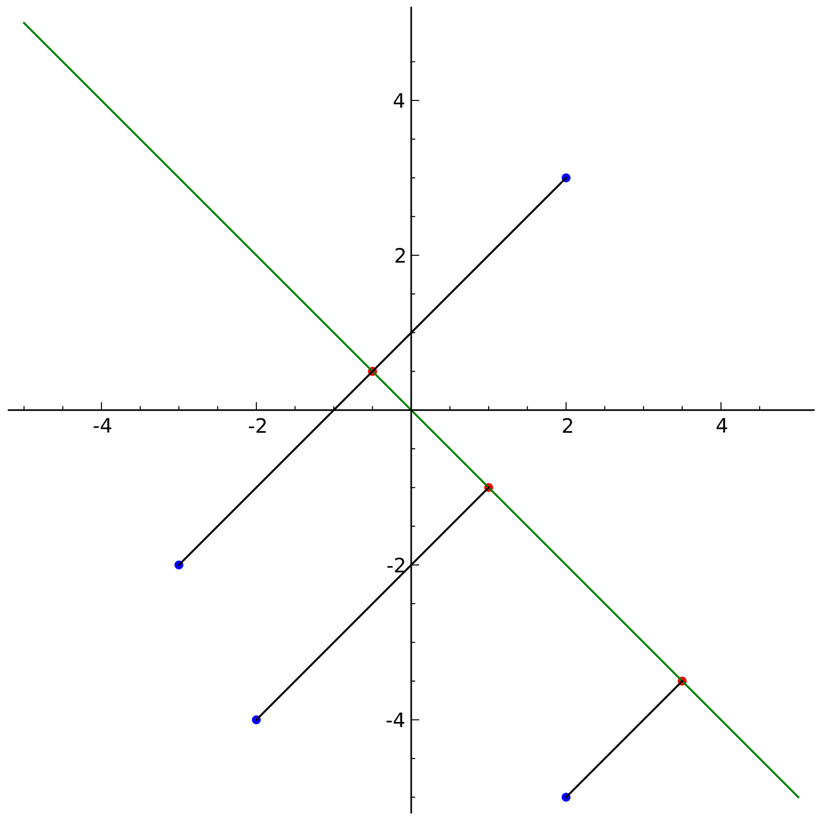

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, -4)$ tiene como proyección el punto $(1, -1)$.



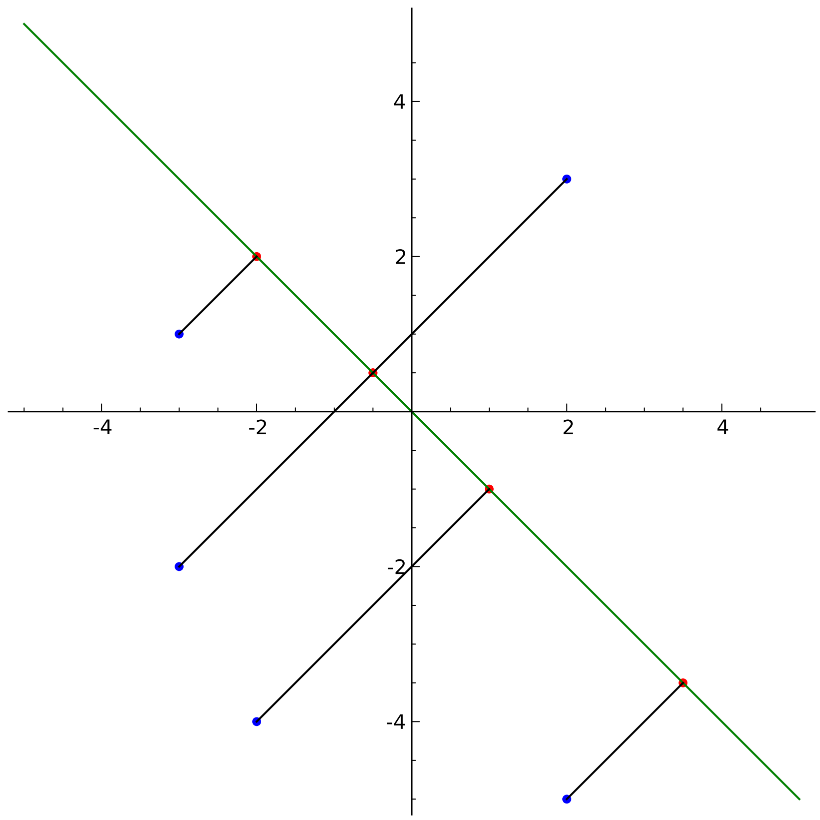

El punto $(-3, -2)$ tiene como proyección el punto $(-1/2, 1/2)$.



El punto $(2, 3)$ tiene como proyección el punto $(-1/2, 1/2)$.




El punto $(-3, 1)$ tiene como proyección el punto $(-2, 2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2})$$

$\square$

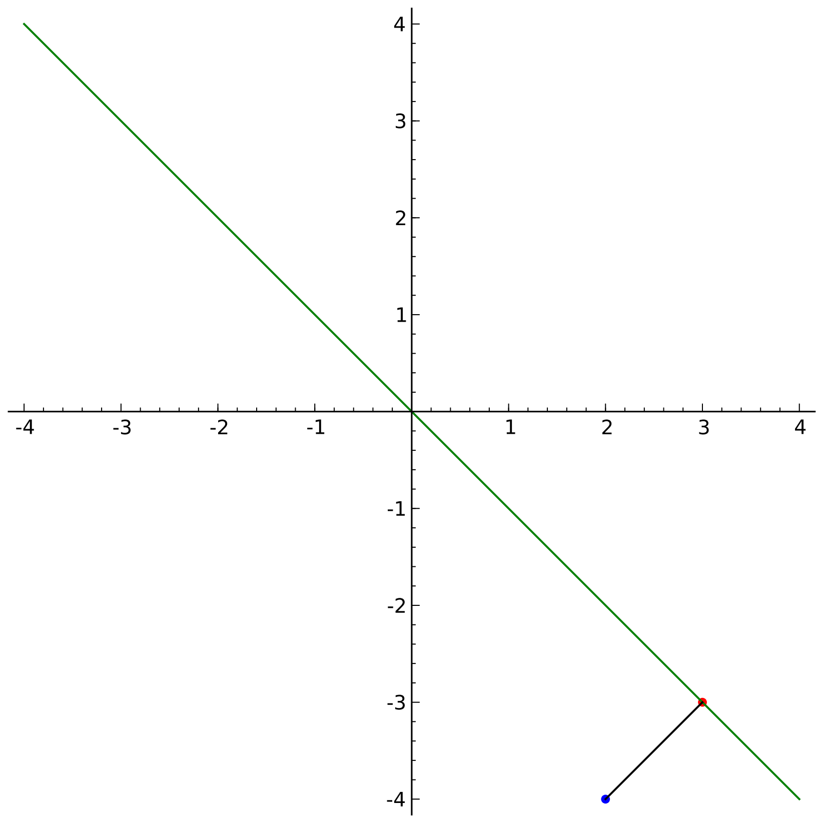
**Ejercicio 4.148.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-4) \quad (3,-2) \quad (1,-2) \quad (4,1) \quad (0,-3)$$

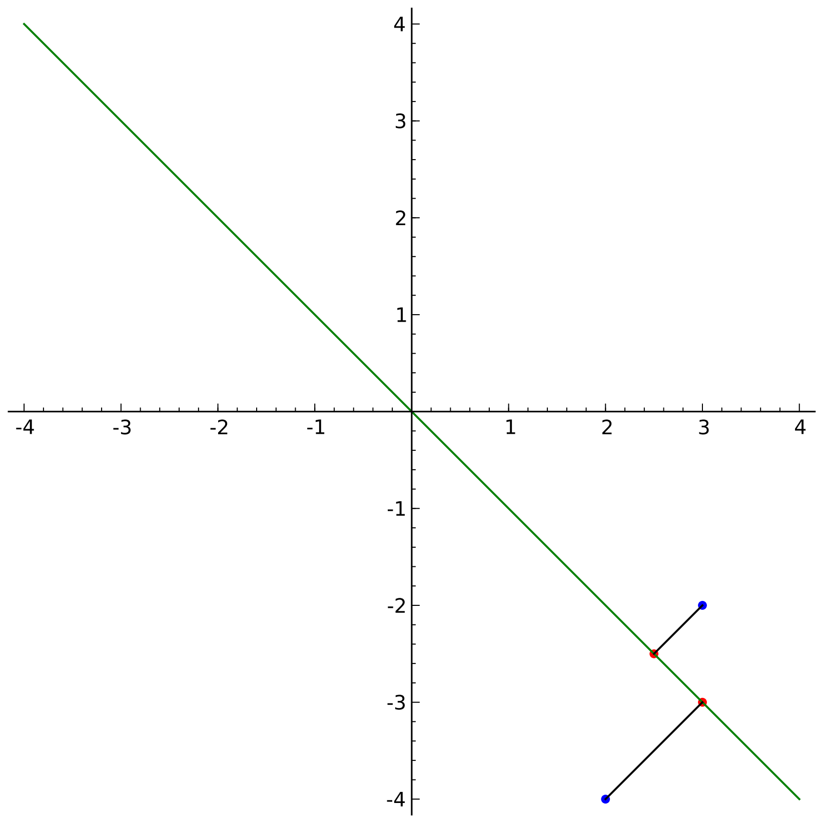
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

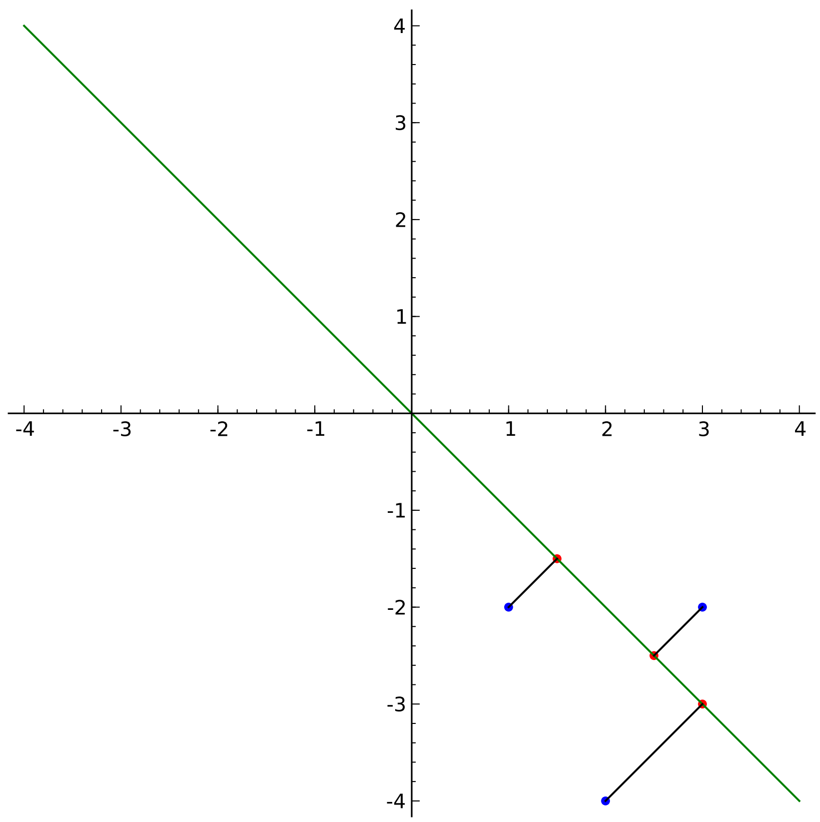
El punto $(2,-4)$ tiene como proyección el punto $(3,-3)$.



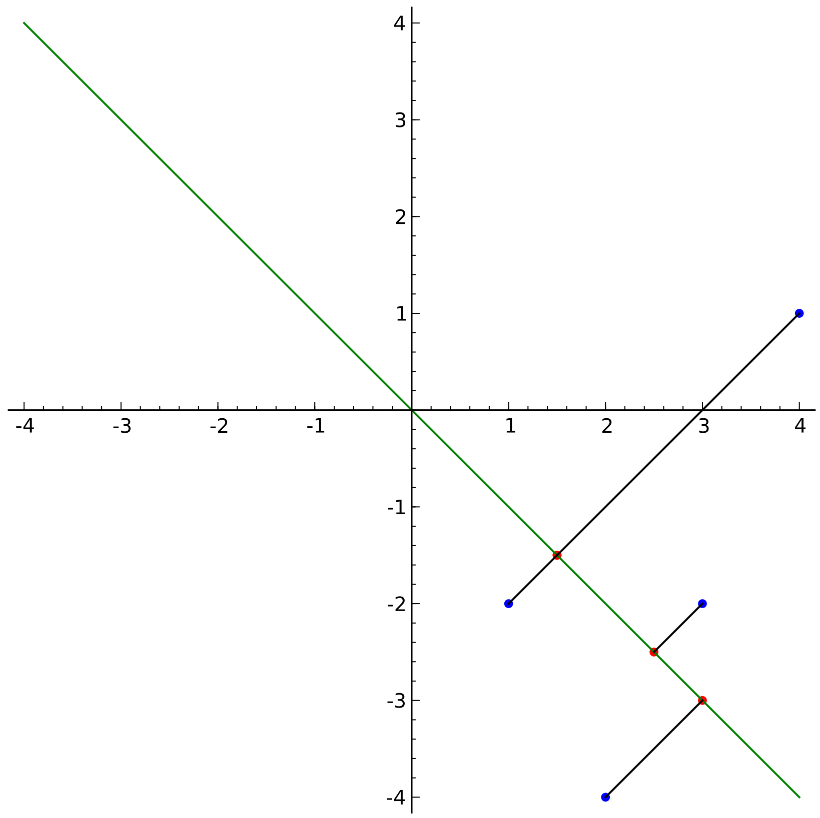

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, -2)$ tiene como proyección el punto $(5/2, -5/2)$.



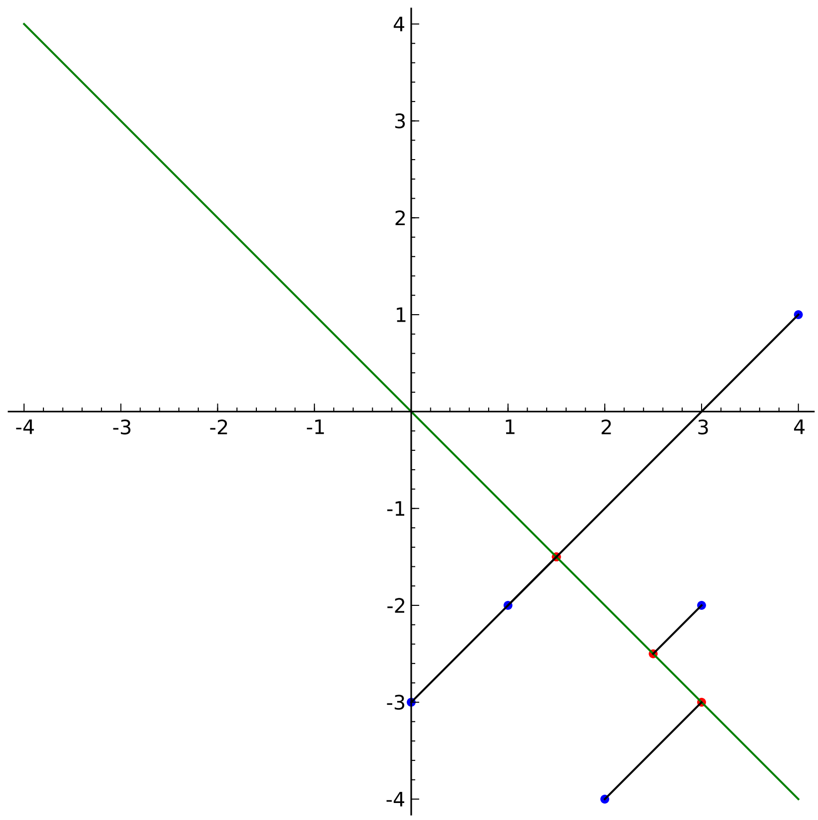

El punto $(1, -2)$ tiene como proyección el punto $(3/2, -3/2)$.



El punto $(4, 1)$ tiene como proyección el punto $(3/2, -3/2)$.




El punto $(0, -3)$ tiene como proyección el punto $(3/2, -3/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2})$$

$\square$

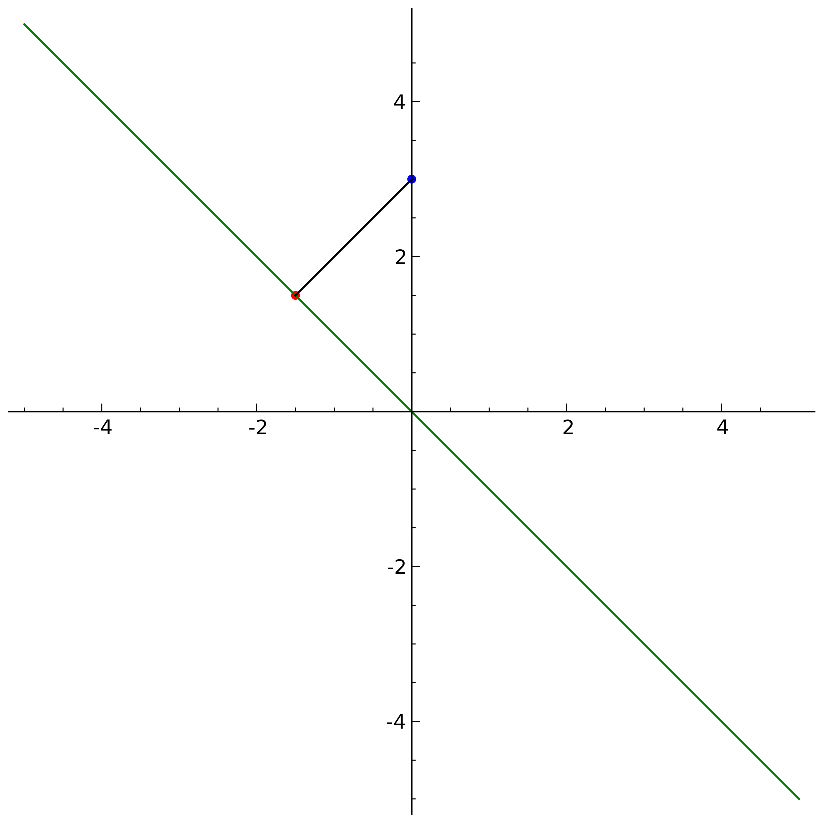
**Ejercicio 4.149.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(0,3) \quad (-5,4) \quad (-5,1) \quad (3,4) \quad (4,-3)$$

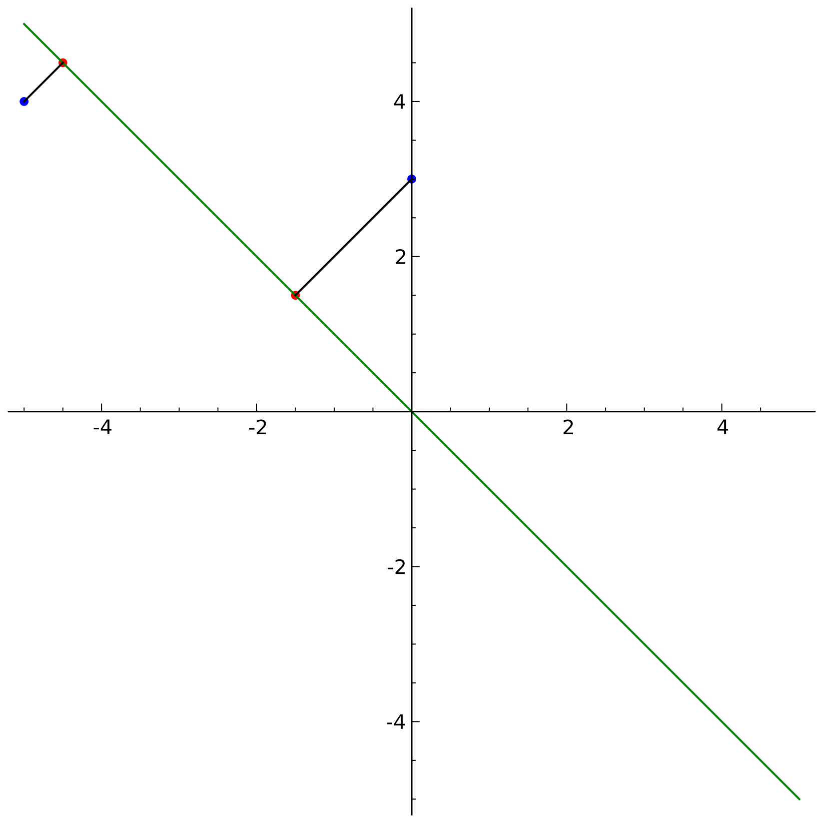
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

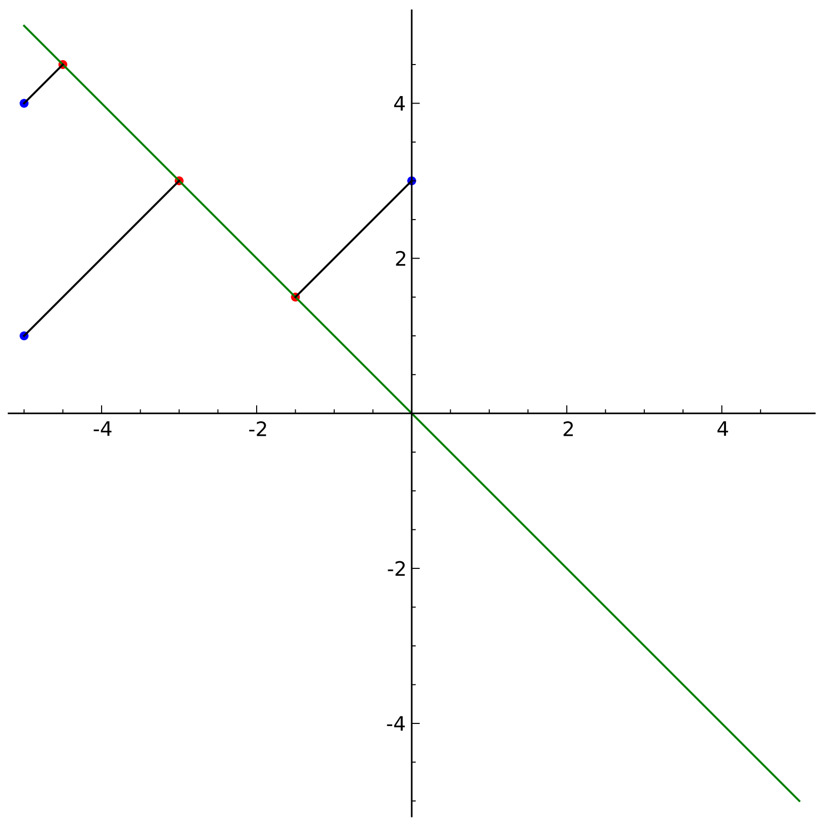
El punto $(0,3)$ tiene como proyección el punto $(-3/2, 3/2)$.



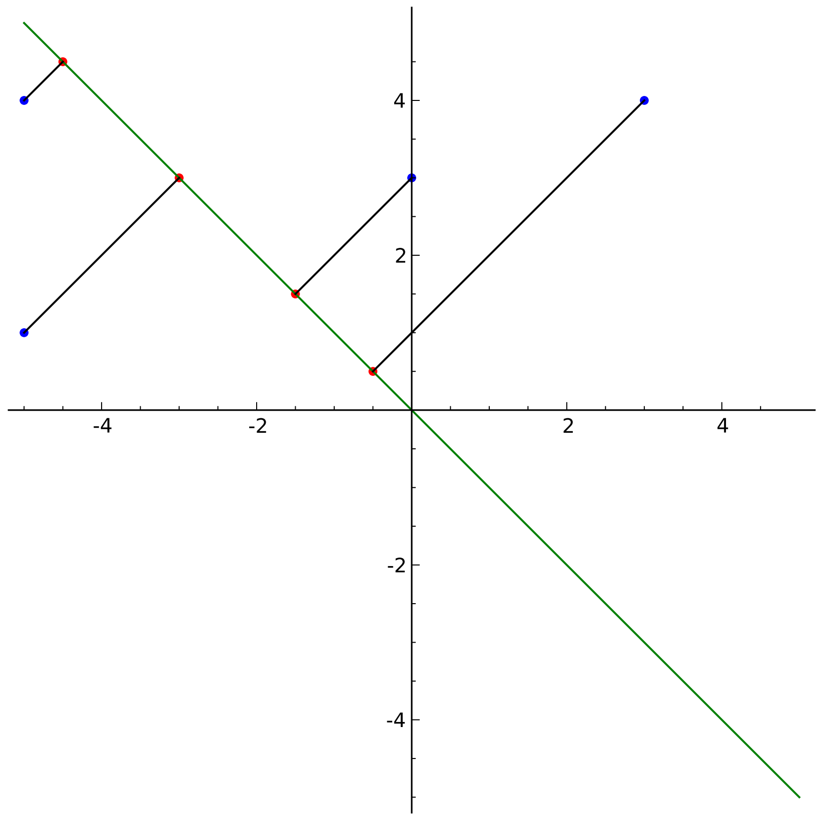

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-5, 4)$ tiene como proyección el punto $(-9/2, 9/2)$.



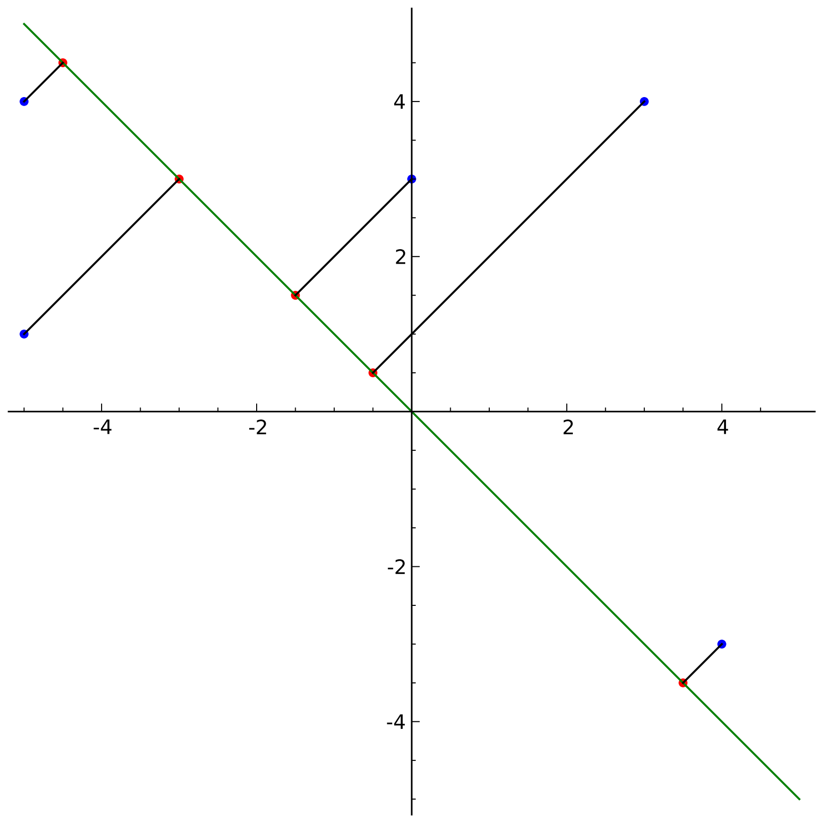

El punto $(-5, 1)$ tiene como proyección el punto $(-3, 3)$.



El punto $(3,4)$ tiene como proyección el punto $(-1/2, 1/2)$.




El punto $(4,-3)$ tiene como proyección el punto $(7/2, -7/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2})$$

□

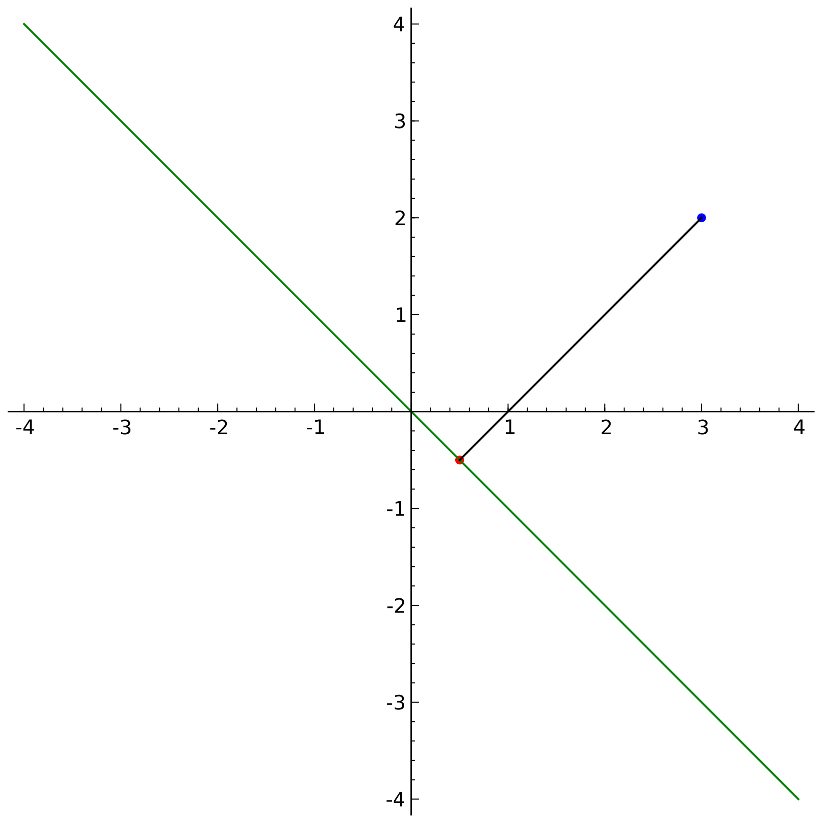
**Ejercicio 4.150.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3,2) \quad (-2,-3) \quad (2,-4) \quad (-1,2) \quad (-4,0)$$

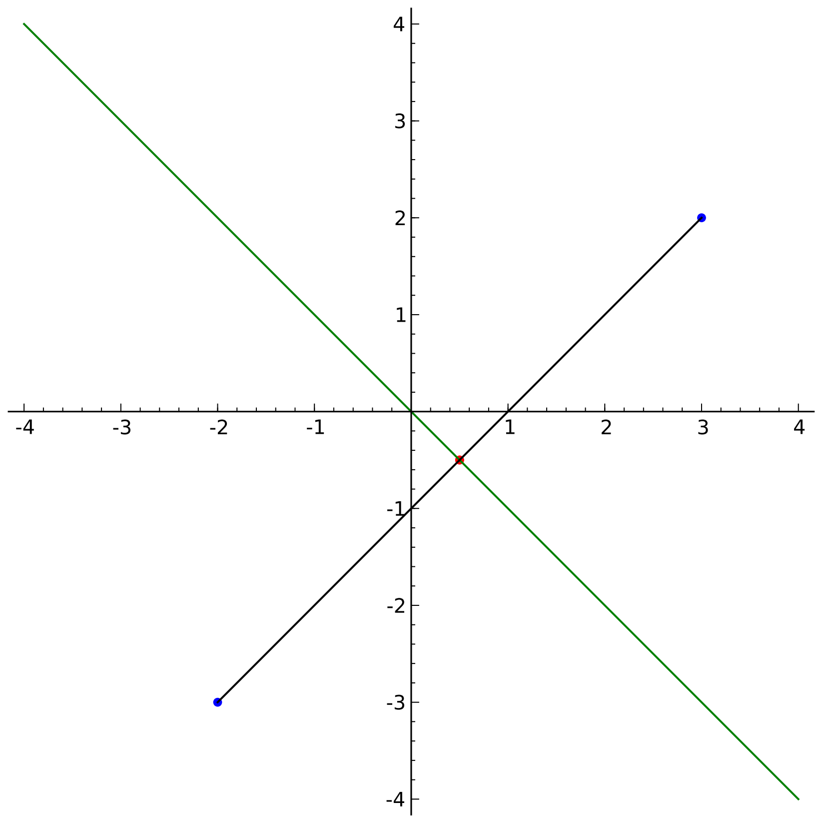
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

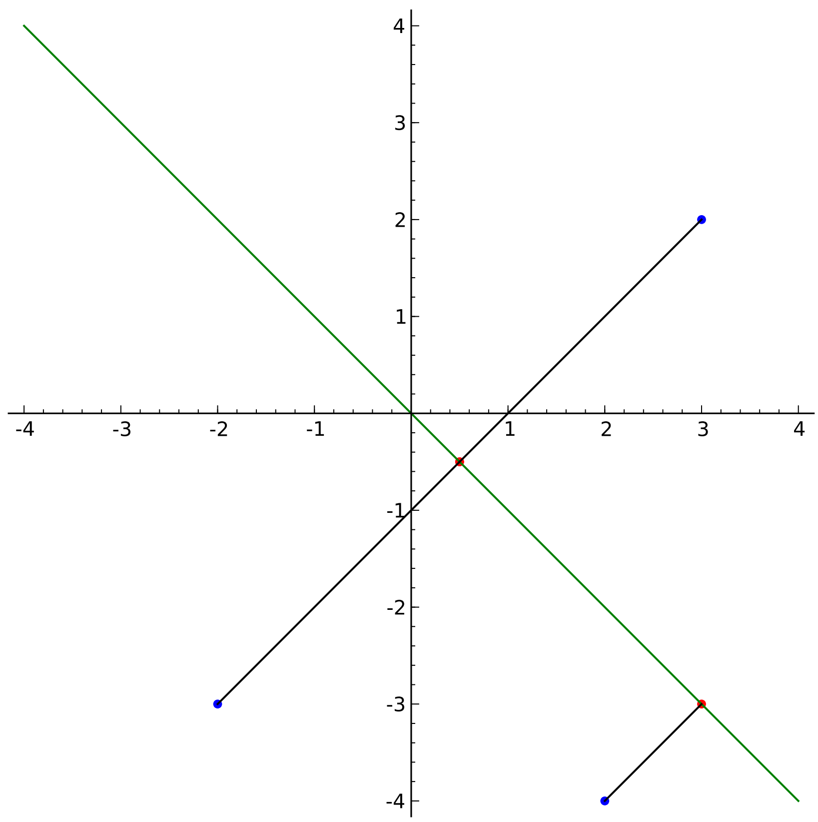
El punto $(3,2)$ tiene como proyección el punto $(1/2,-1/2)$.



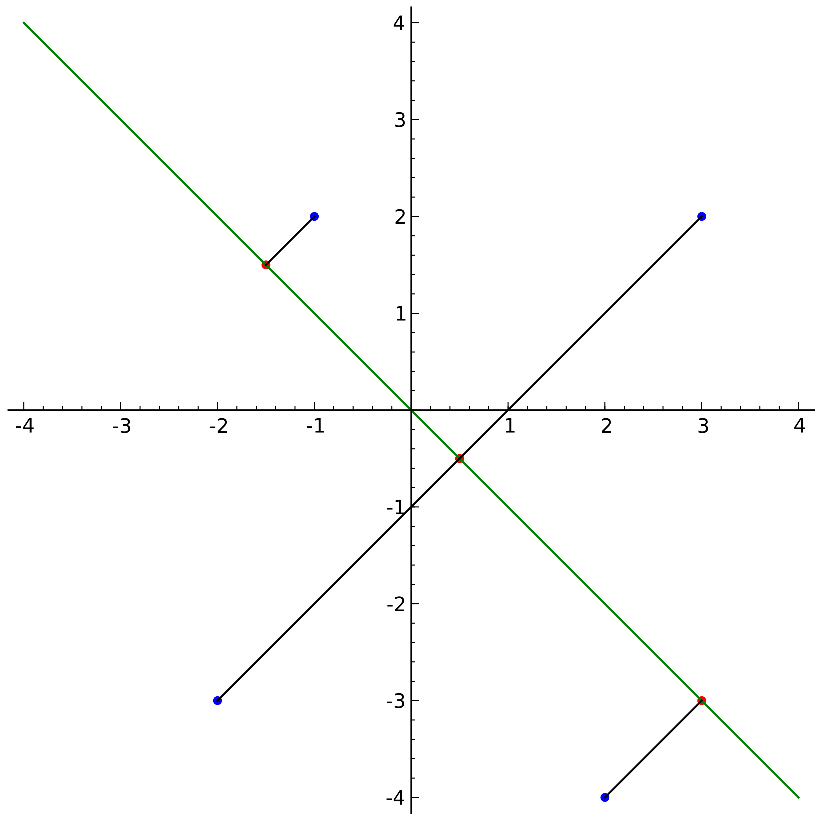

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, -3)$ tiene como proyección el punto $(1/2, -1/2)$.



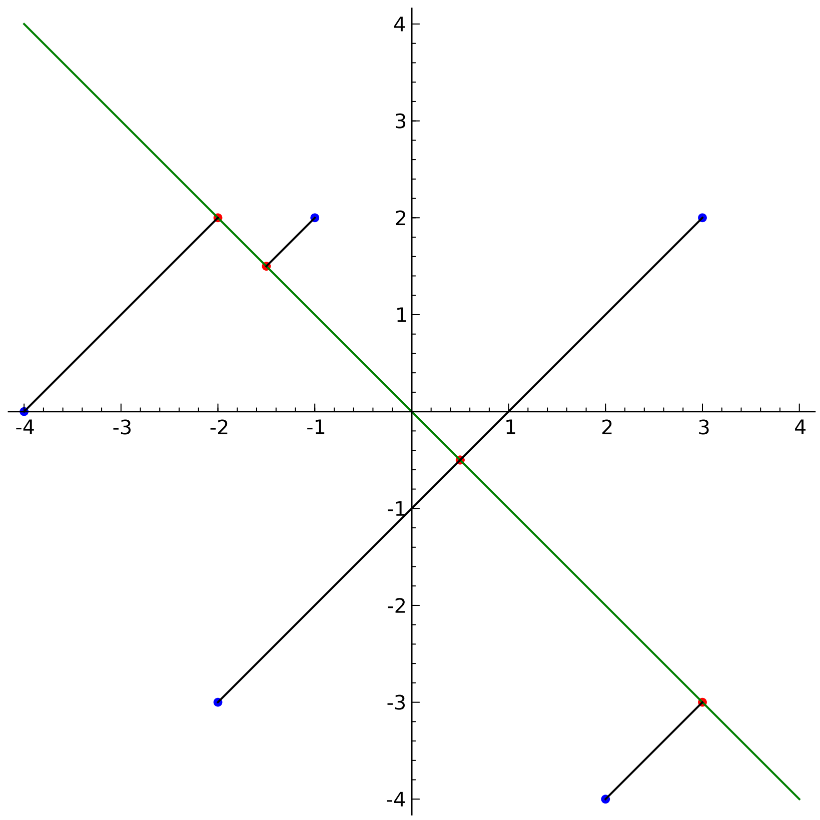

El punto $(2, -4)$ tiene como proyección el punto $(3, -3)$.



El punto $(-1,2)$ tiene como proyección el punto $(-3/2,3/2)$.




El punto $(-4,0)$ tiene como proyección el punto $(-2,2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2})$$

$\square$

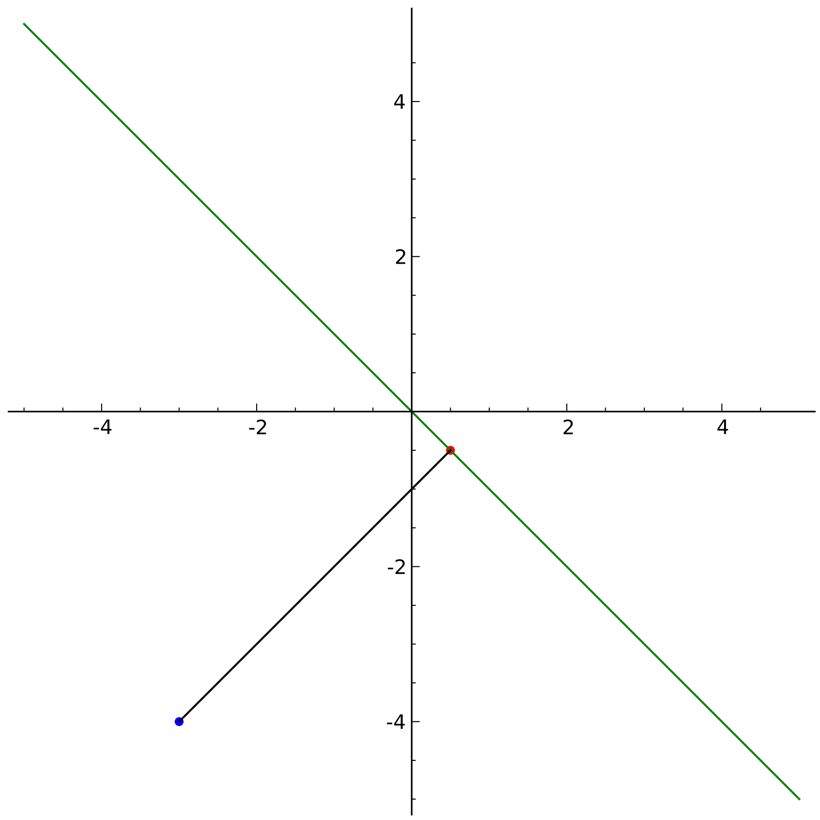
**Ejercicio 4.151.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3,-4) \quad (4,-5) \quad (3,2) \quad (-2,4) \quad (4,4)$$

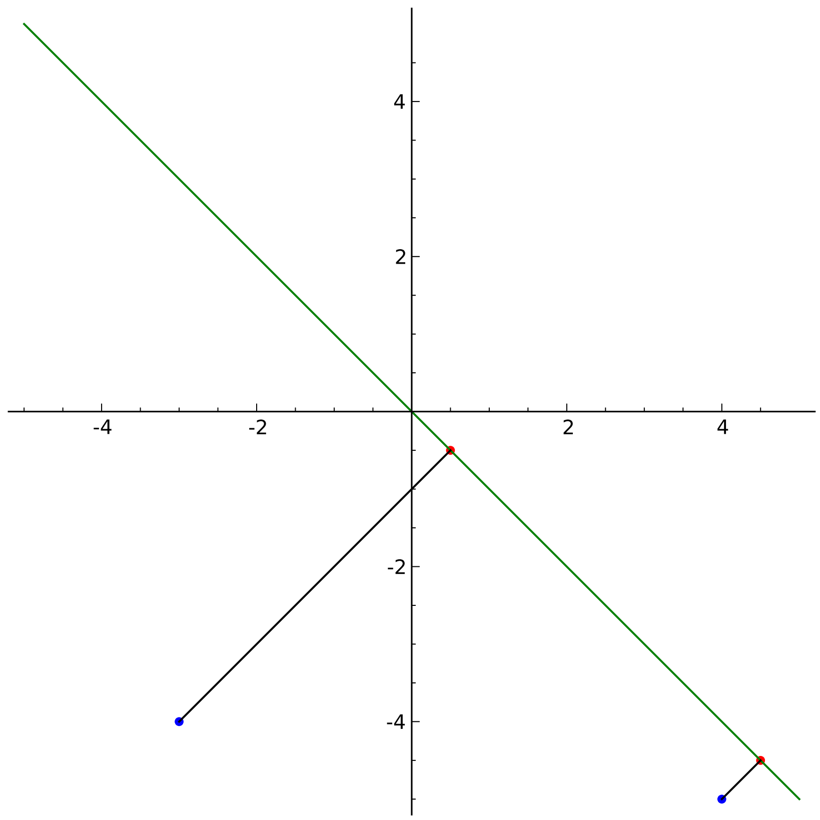
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

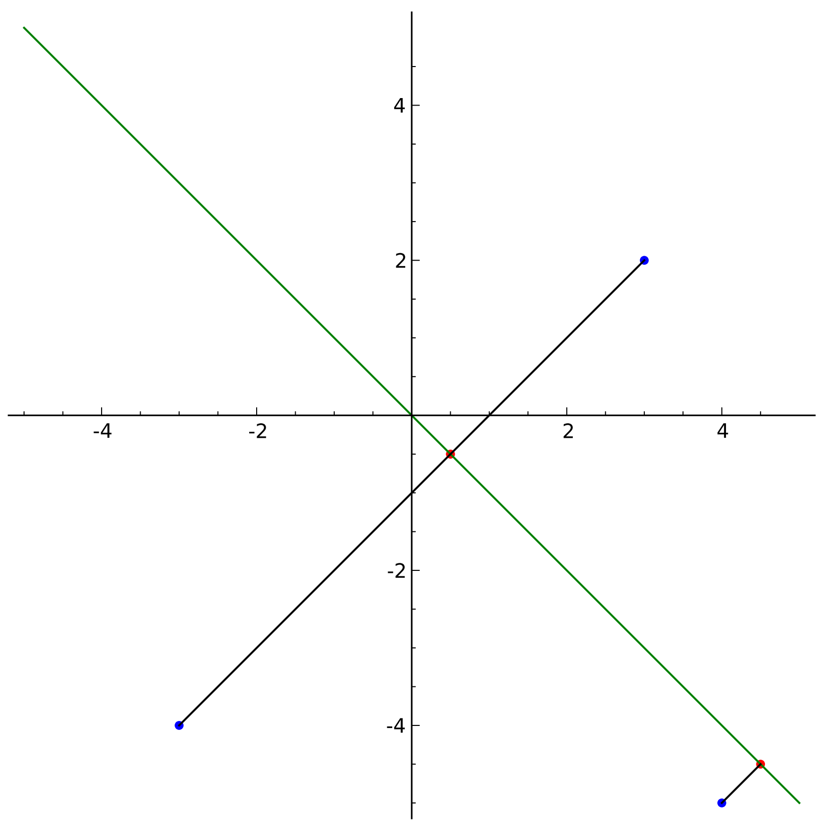
El punto $(-3,-4)$ tiene como proyección el punto $(1/2,-1/2)$.



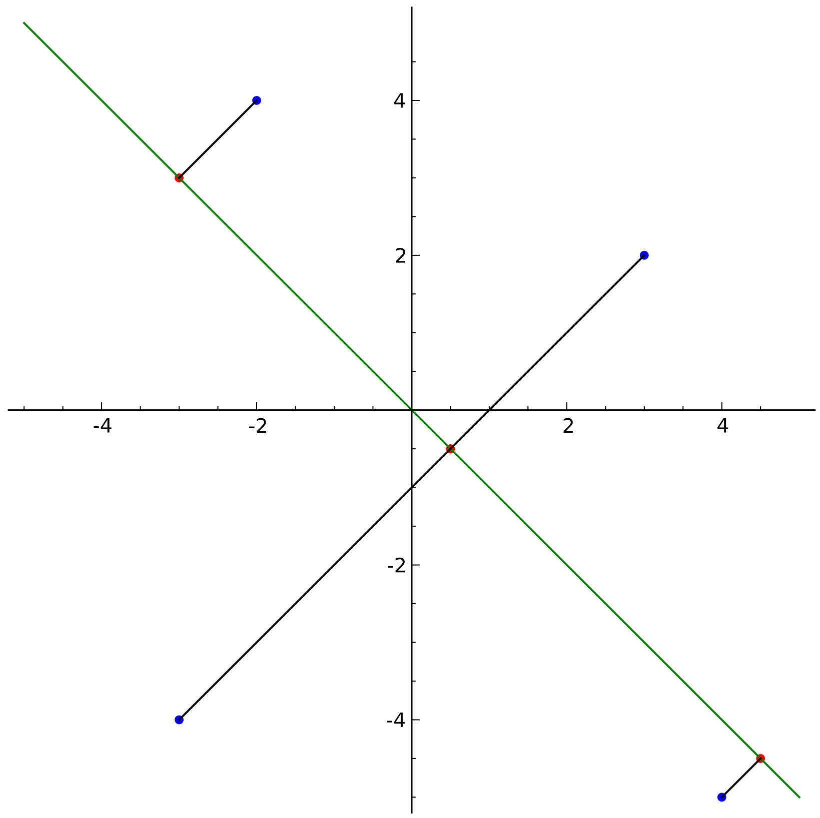

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(4, -5)$ tiene como proyección el punto $(9/2, -9/2)$.



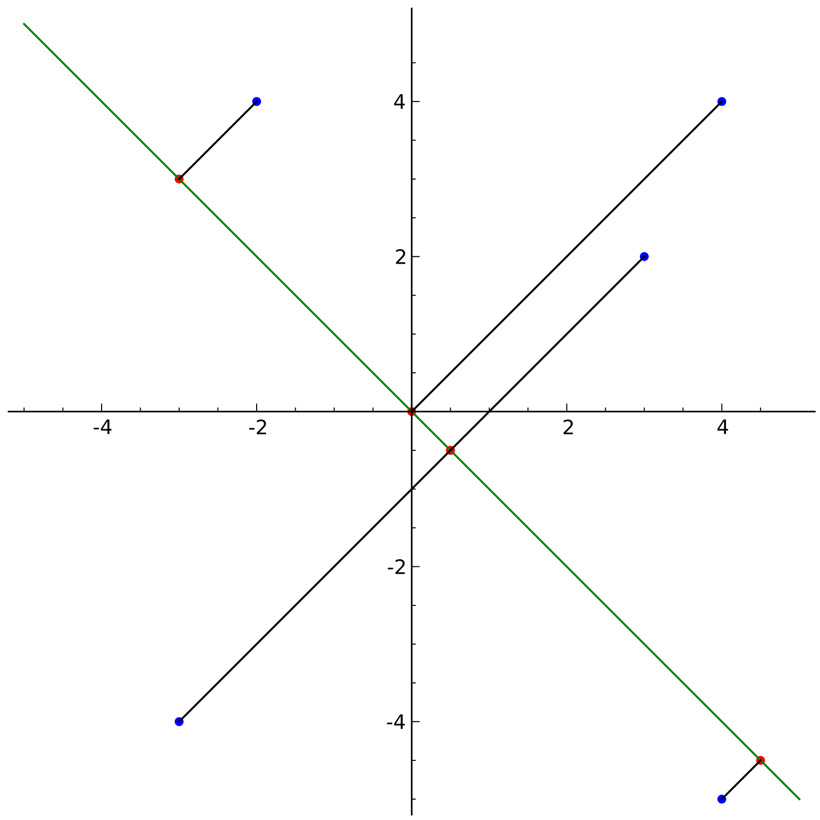

El punto $(3, 2)$ tiene como proyección el punto $(1/2, -1/2)$.



El punto $(-2, 4)$ tiene como proyección el punto $(-3, 3)$.




El punto $(4, 4)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2})$$

□

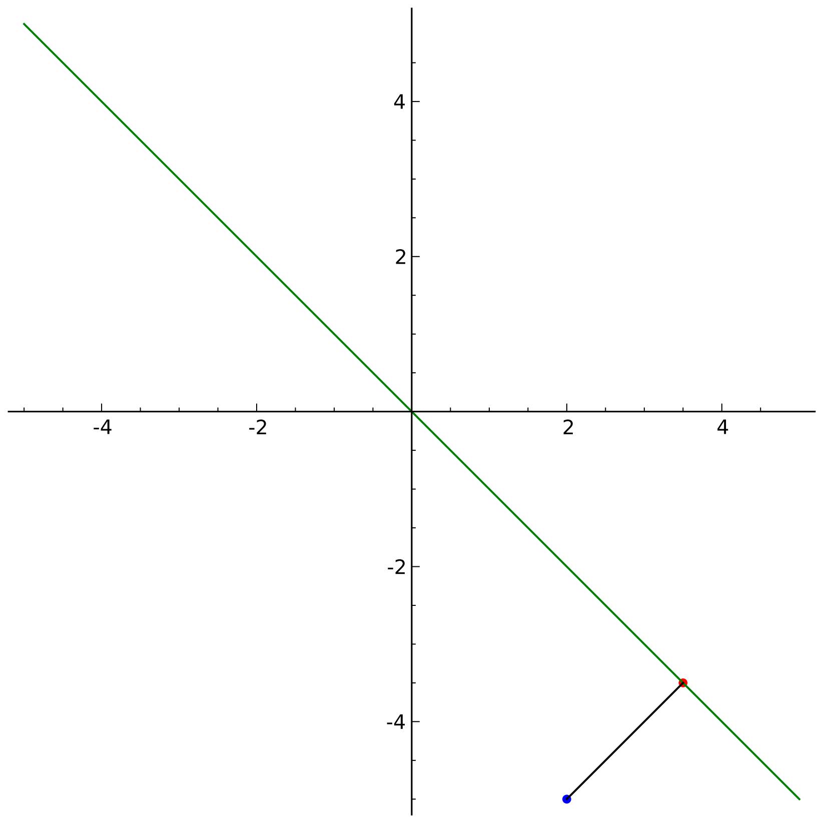
**Ejercicio 4.152.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(2,-5) \quad (3,-5) \quad (-5,4) \quad (0,0) \quad (-5,-5)$$

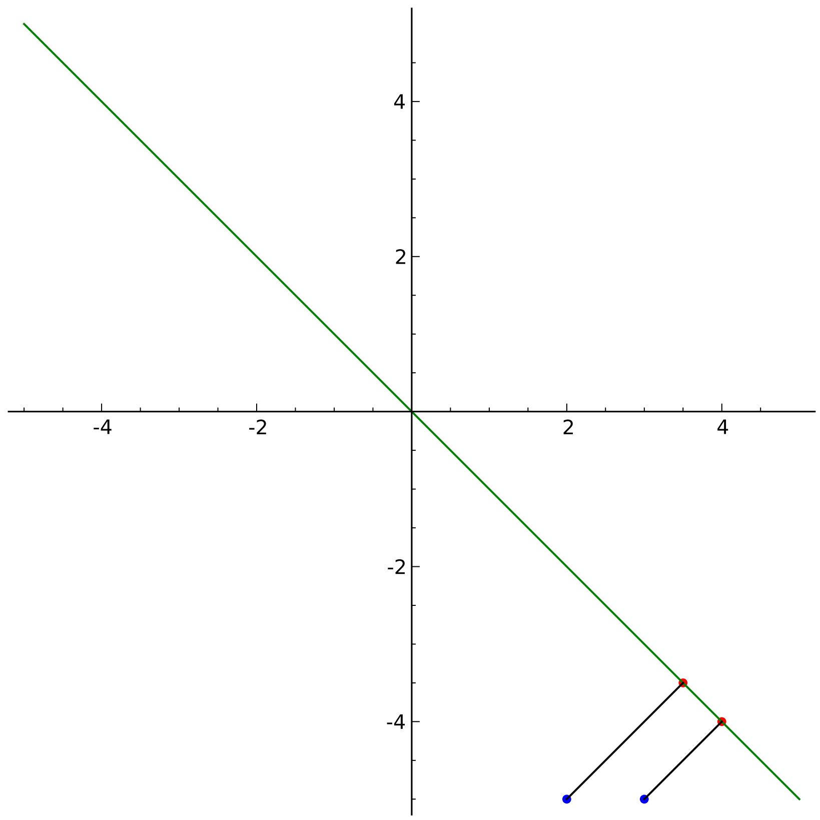
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

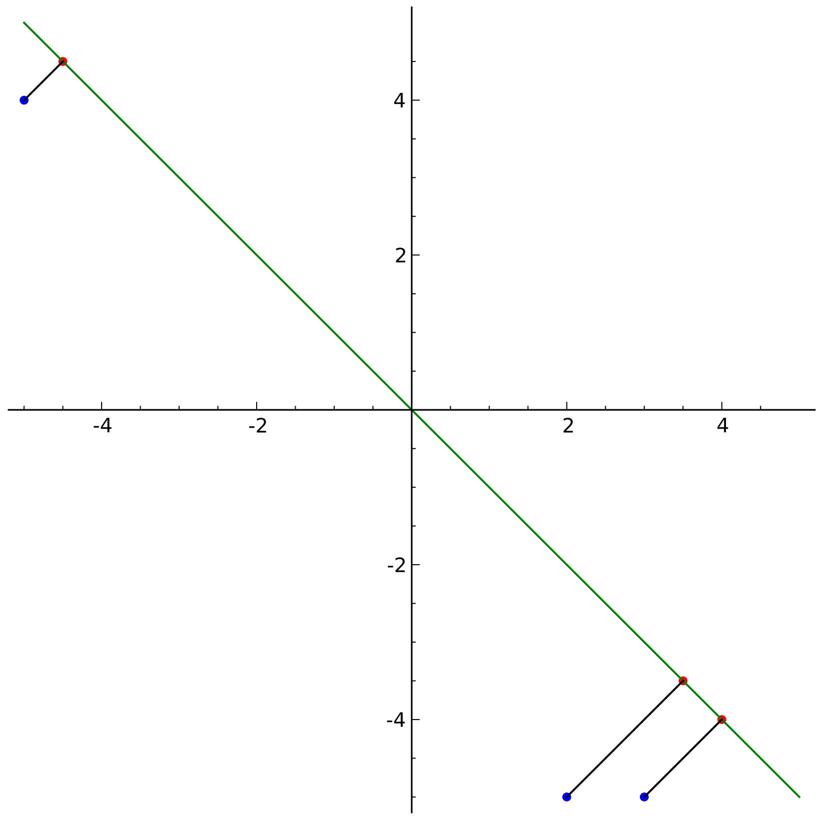
El punto $(2,-5)$ tiene como proyección el punto $(7/2,-7/2)$.



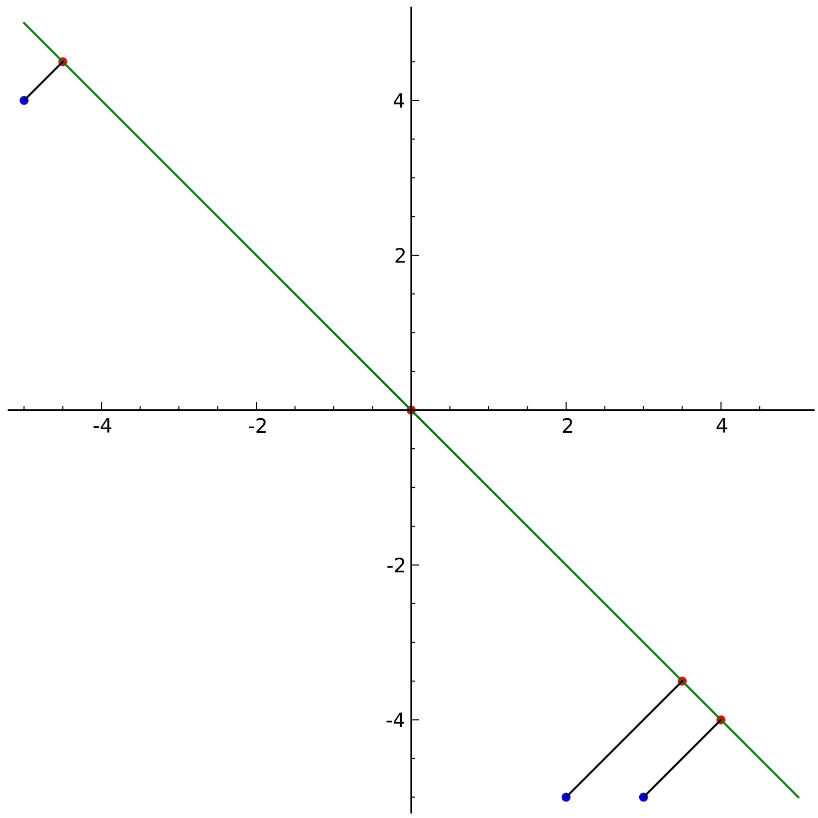

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(3, -5)$ tiene como proyección el punto $(4, -4)$.



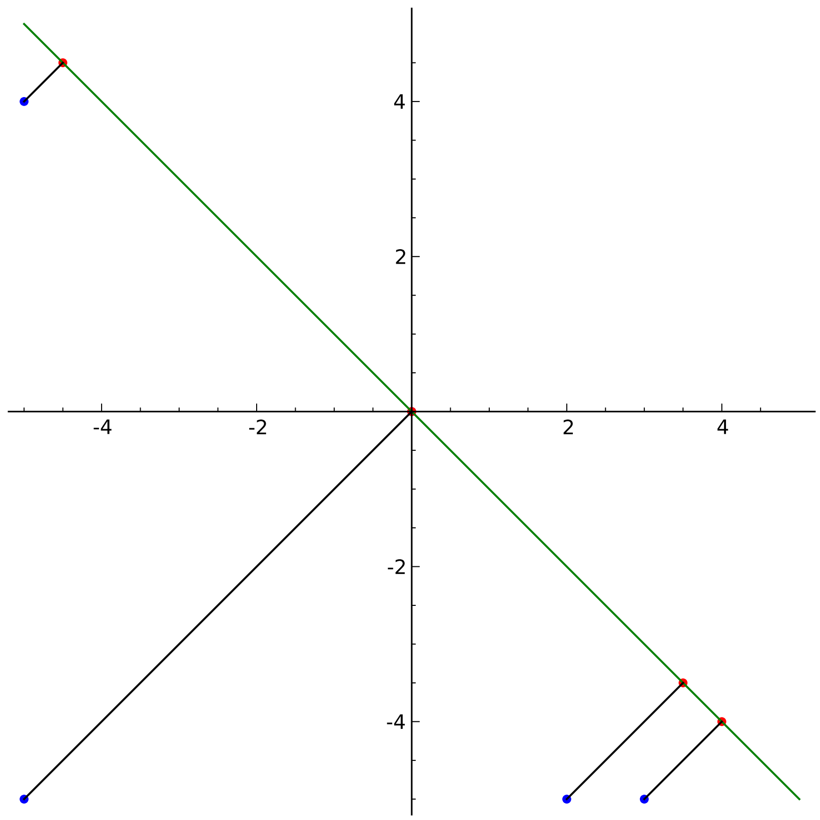

El punto $(-5, 4)$ tiene como proyección el punto $(-9/2, 9/2)$.



El punto $(0, 0)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.




El punto $(-5, -5)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2})$$

□

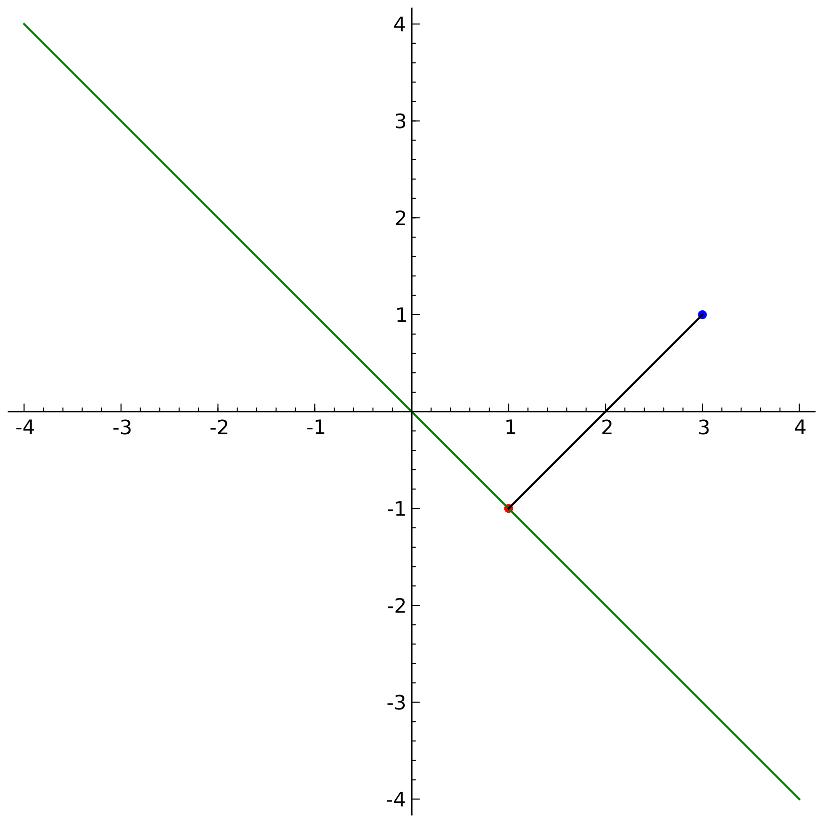
**Ejercicio 4.153.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(3,1) \quad (-4,-2) \quad (1,0) \quad (1,-1) \quad (-2,1)$$

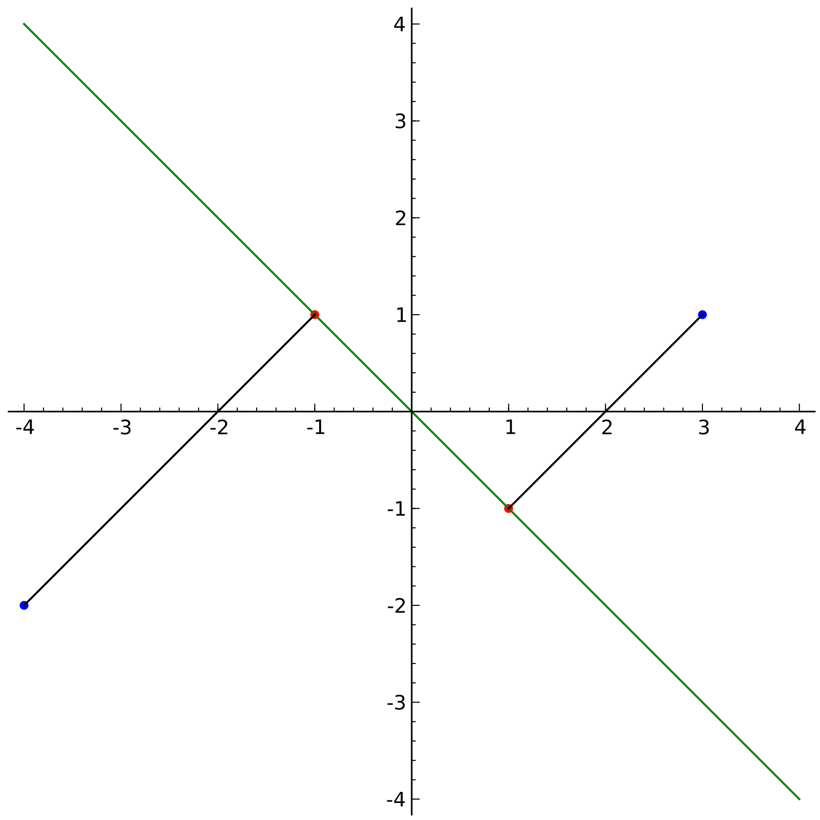
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

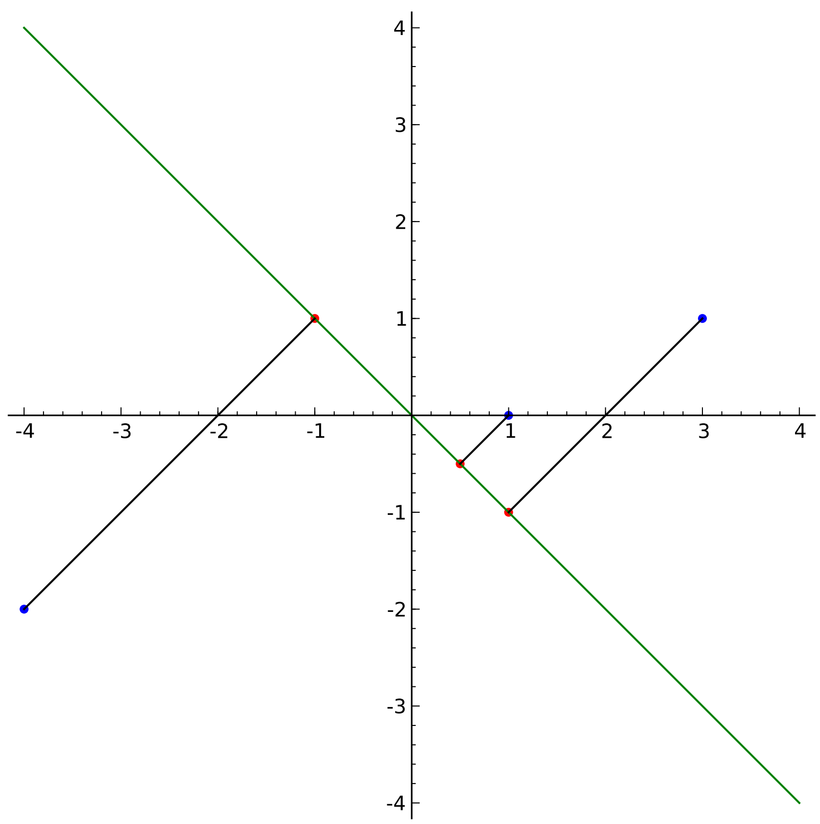
El punto $(3,1)$ tiene como proyección el punto $(1,-1)$.



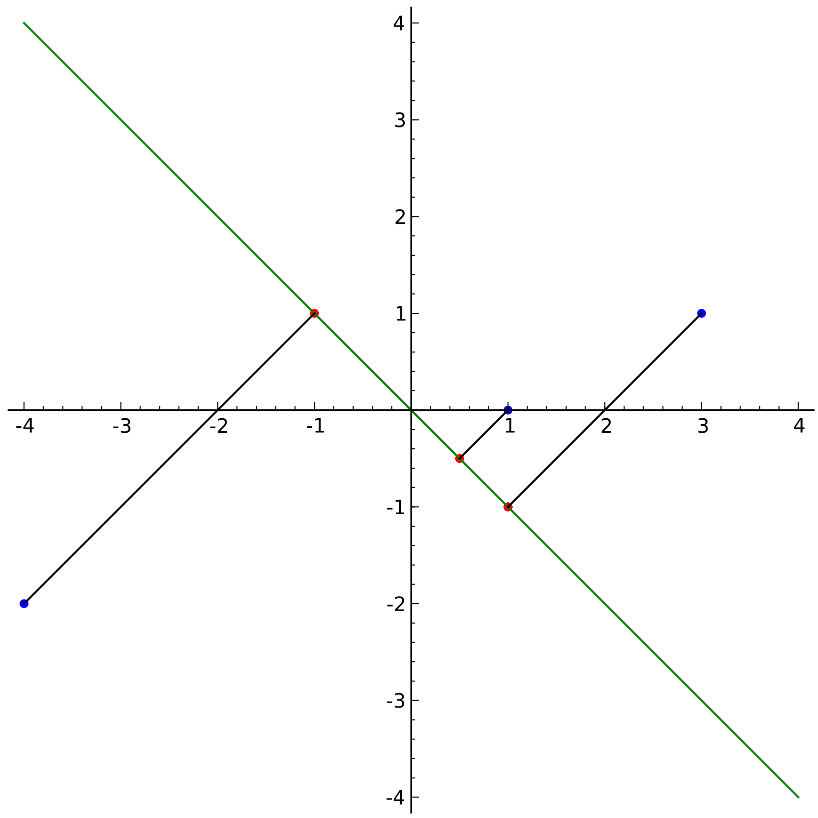

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-4, -2)$ tiene como proyección el punto $(-1, 1)$.



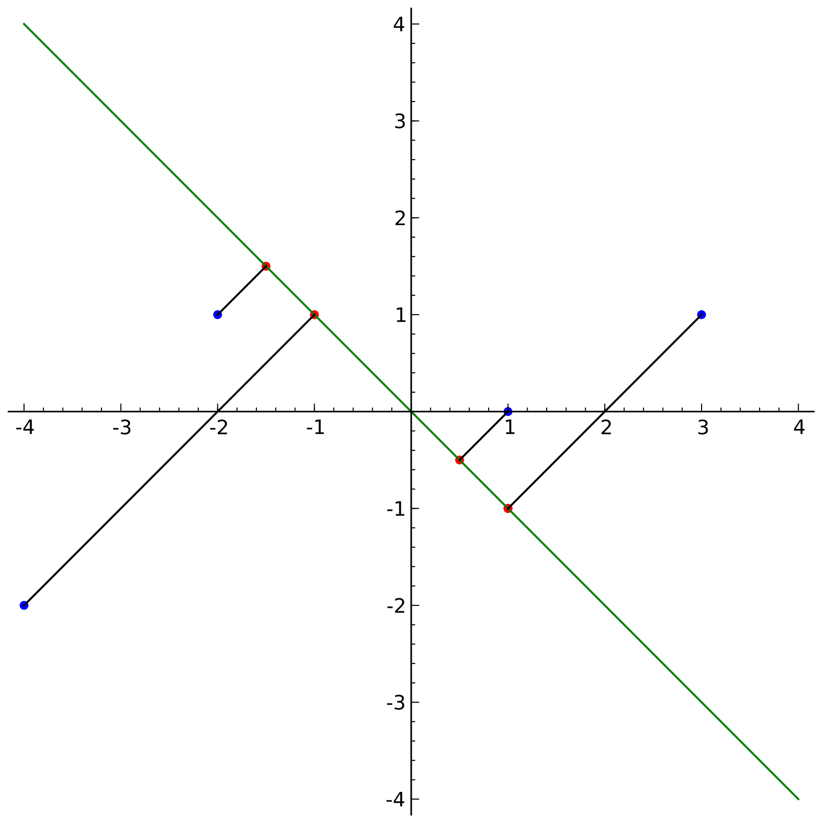

El punto $(1, 0)$ tiene como proyección el punto $(1/2, -1/2)$.



El punto $(1, -1)$ tiene como proyección el punto $(1, -1)$.




El punto $(-2, 1)$ tiene como proyección el punto $(-3/2, 3/2)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2})$$

□

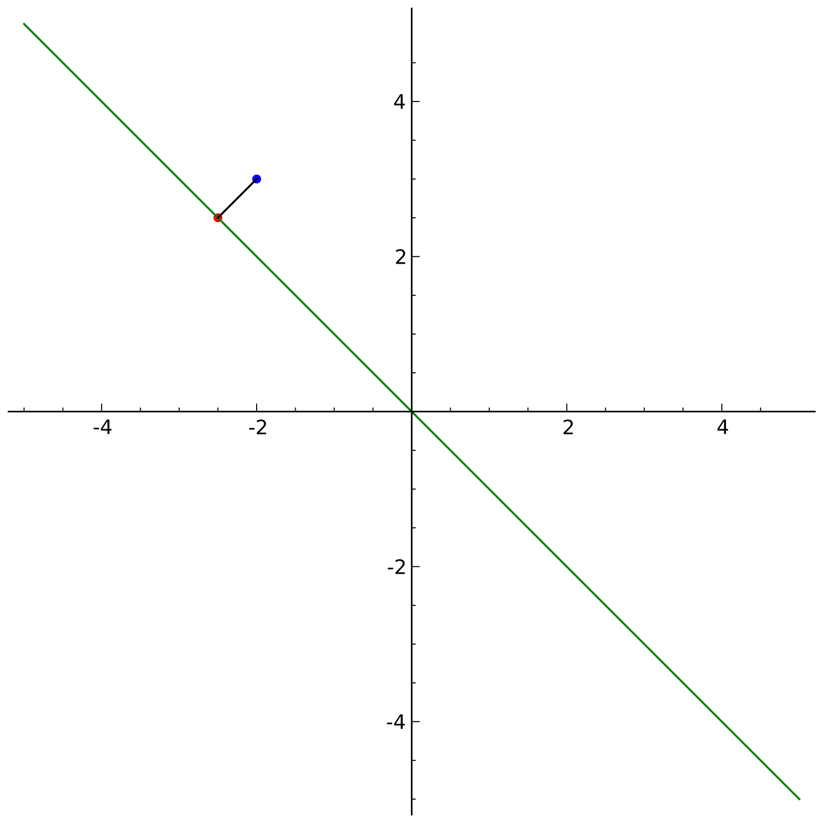
**Ejercicio 4.154.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-2,3) \quad (-2,1) \quad (-5,3) \quad (1,4) \quad (-5,1)$$

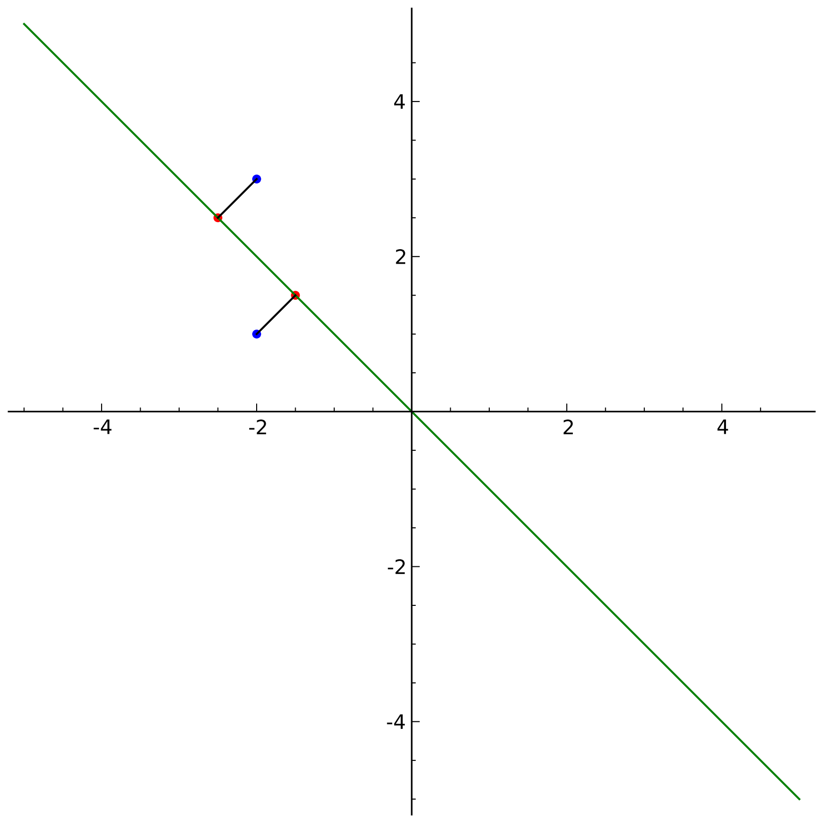
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

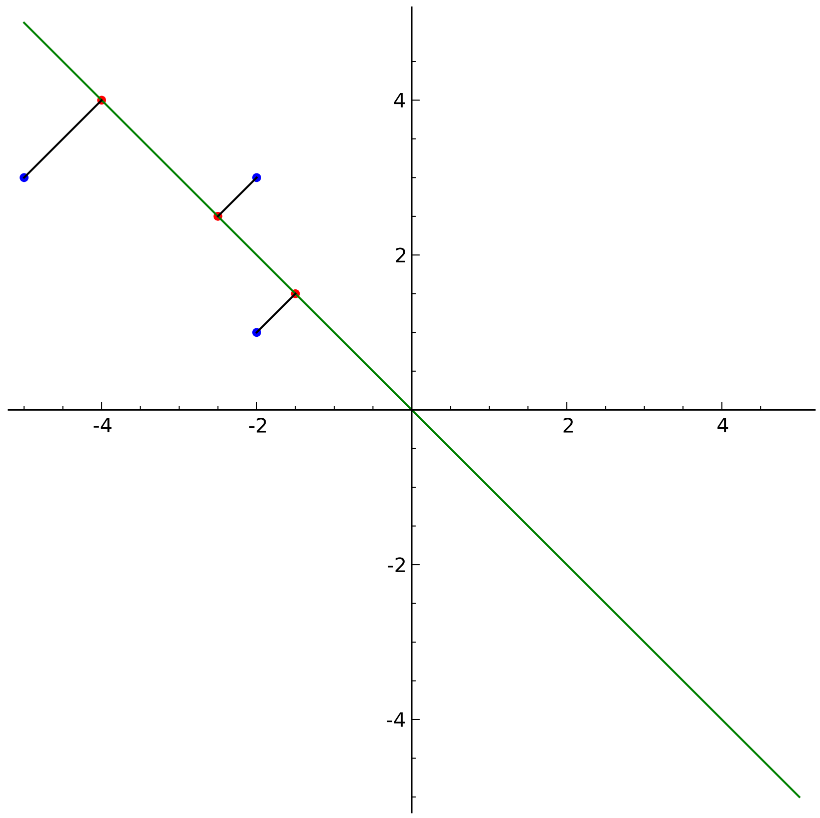
El punto $(-2,3)$ tiene como proyección el punto $(-5/2, 5/2)$.



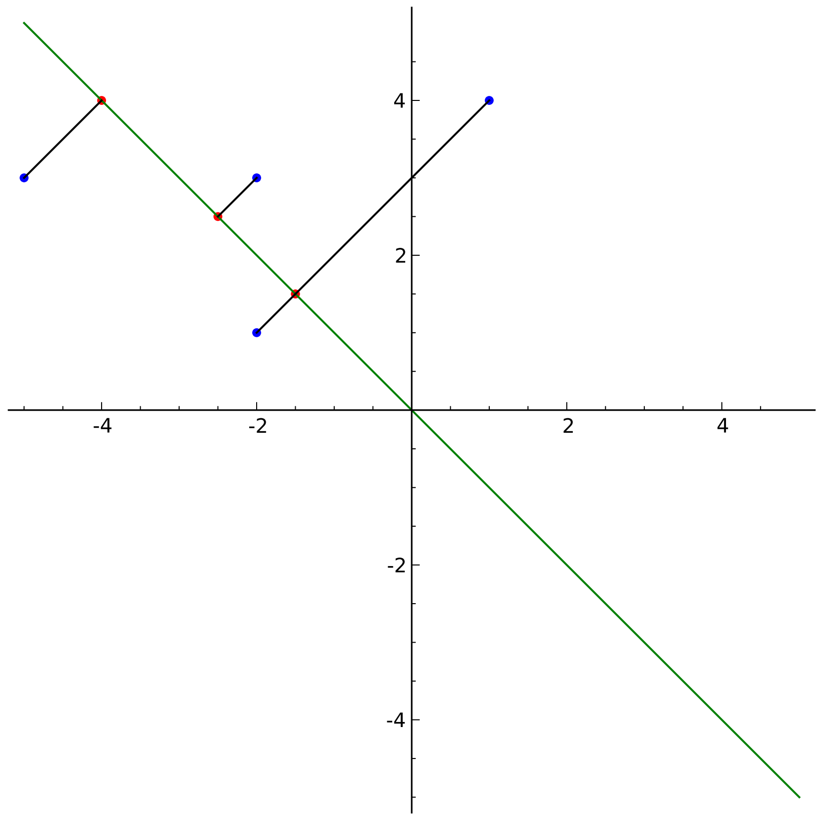

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-2, 1)$ tiene como proyección el punto $(-3/2, 3/2)$.



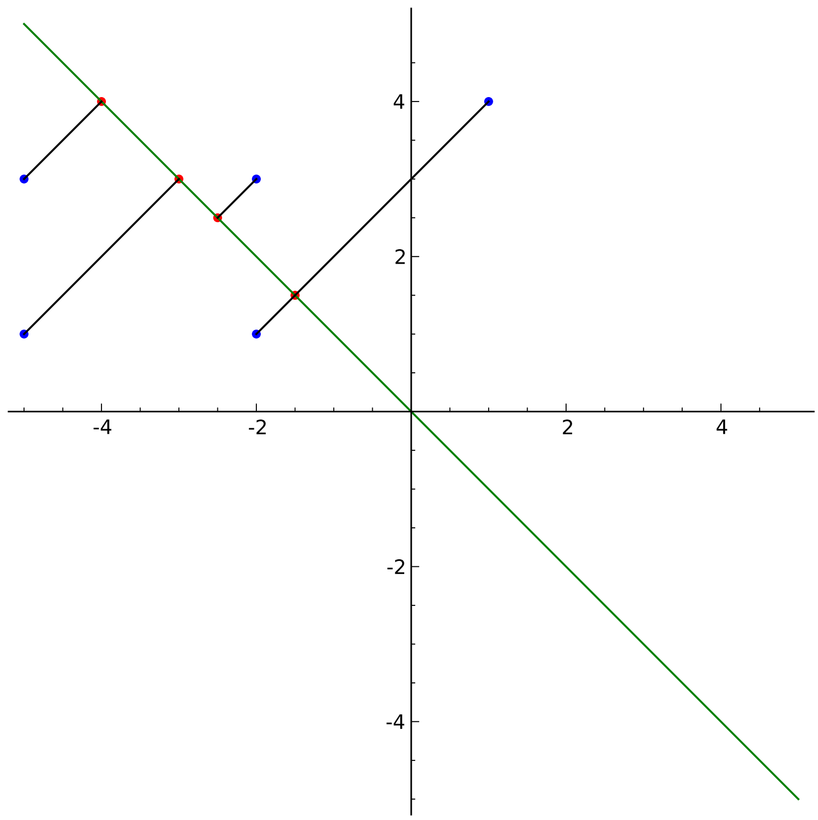

El punto $(-5, 3)$ tiene como proyección el punto $(-4, 4)$.



El punto $(1, 4)$ tiene como proyección el punto $(-3/2, 3/2)$.




El punto $(-5, 1)$ tiene como proyección el punto $(-3, 3)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2})$$

□

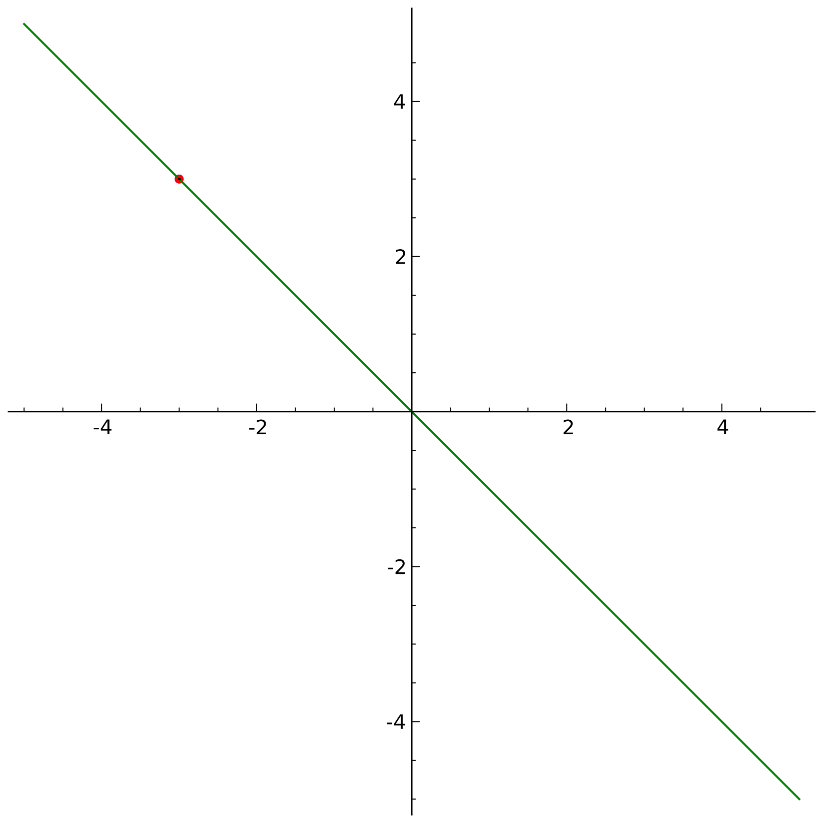
**Ejercicio 4.155.** Representa en el plano los siguientes puntos:

$$(-3,3) \quad (-5,-5) \quad (4,-5) \quad (4,0) \quad (-3,-5)$$

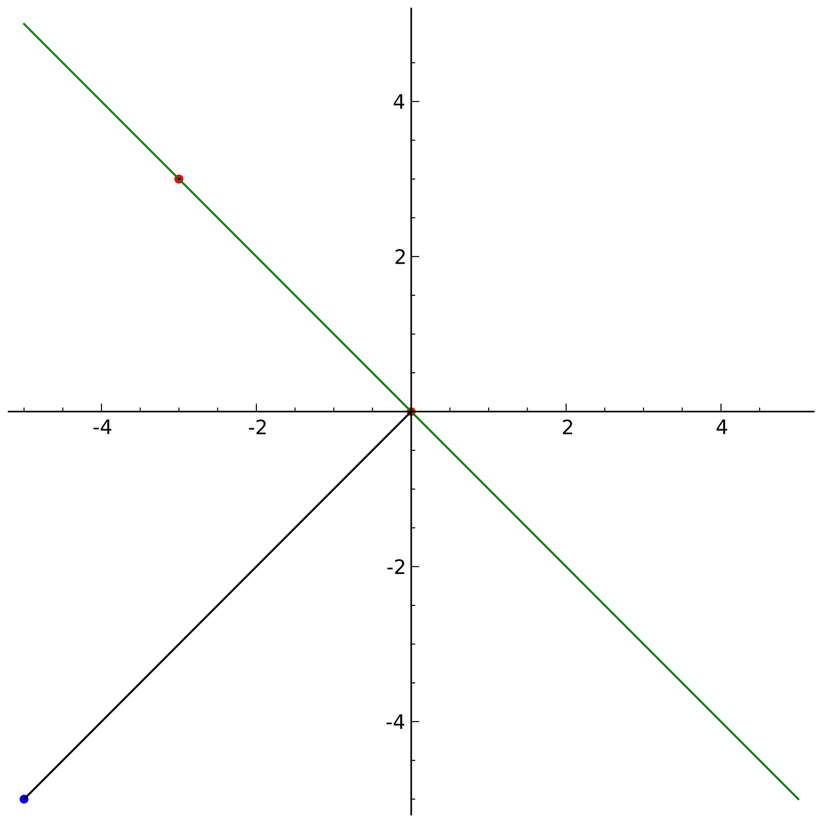
Para cada uno de ellos, calcula su proyeccón respecto a la bisectriz del segundo cuadrante y represéntalo en el mismo plano. Deduce la fórmula general de la proyección con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante

*Solución.* Vamos a representar los puntos que nos dan en color azul y sus proyecciones con respecto a la bisectriz del segundo cuadrante los representaremos de color rojo. El eje de proyección lo pondremos de color verde. Empecemos por el primero de los puntos:

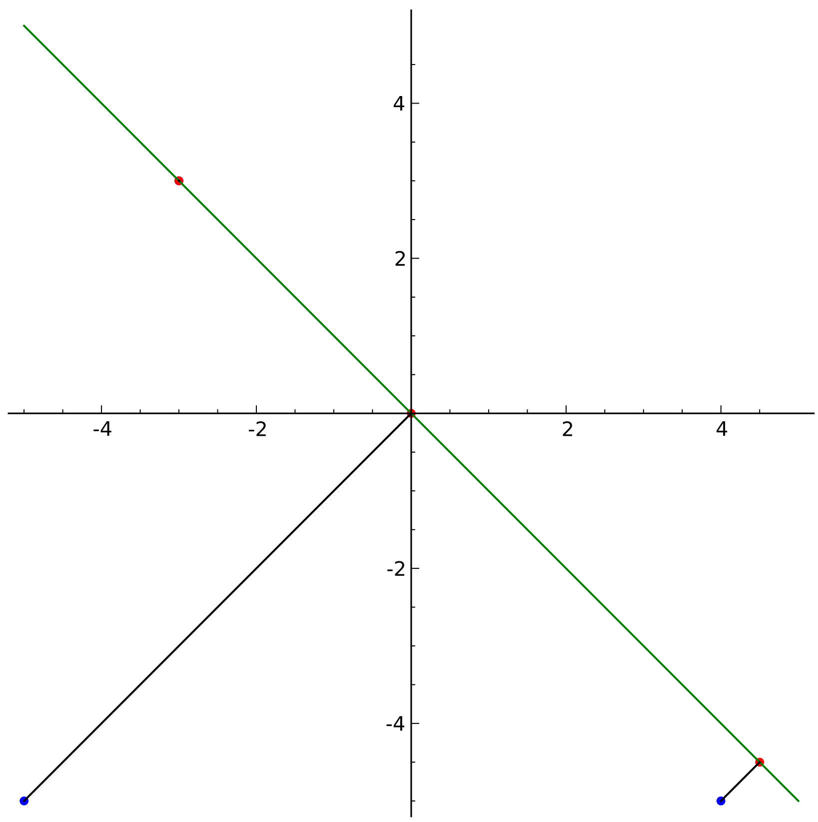
El punto $(-3,3)$ tiene como proyección el punto $(-3,3)$.



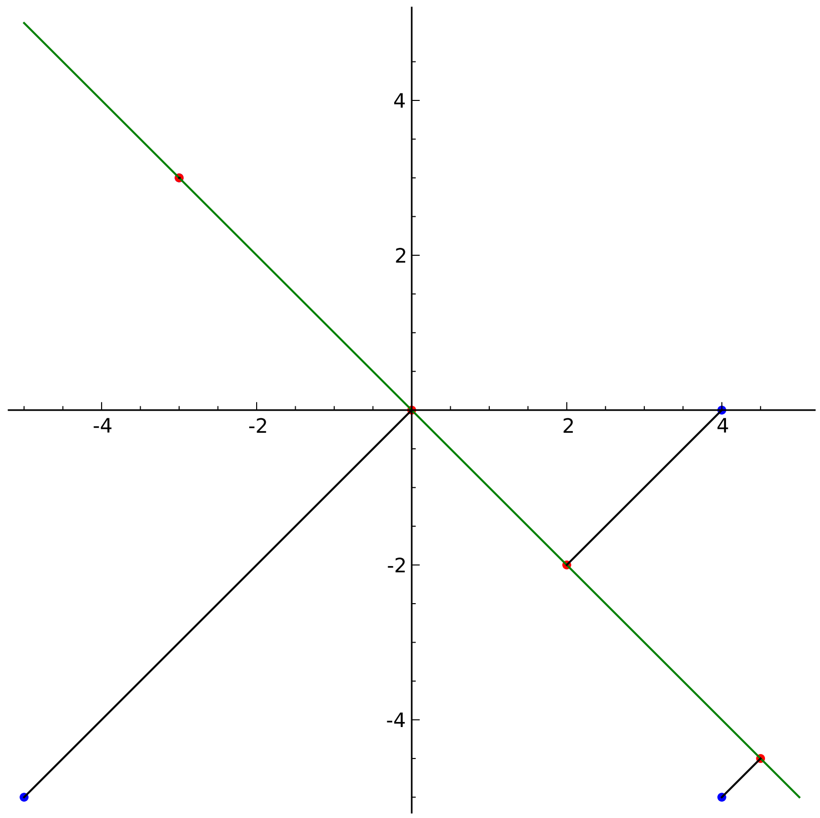

Hacemos lo mismo con cada uno de los puntos siguientes:
El punto $(-5, -5)$ tiene como proyección el punto $(0, 0)$.



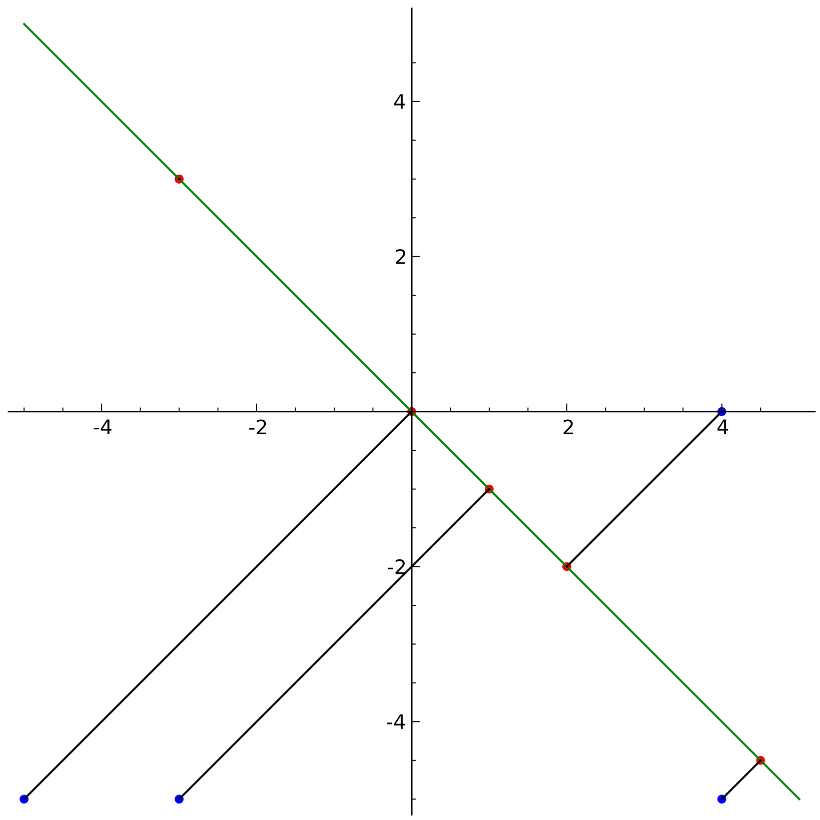

El punto $(4, -5)$ tiene como proyección el punto $(9/2, -9/2)$.



El punto $(4, 0)$ tiene como proyección el punto $(2, -2)$.




El punto $(-3, -5)$ tiene como proyección el punto $(1, -1)$.




Viendo el comportamiento de estos puntos podemos deducir que la fórmula general para esta proyección es:

$$f(x,y) = (\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2})$$

$\square$

# Capítulo 5. Lógica y Formalismo Matemático

**Ejercicio 5.1.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$p \wedge \neg r \vee p$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $r$ | $\neg r$ | $p$ | $p \wedge \neg r$ | $p \wedge \neg r \vee p$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

□

**Ejercicio 5.2.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \rightarrow \neg(q \wedge q)$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $q \wedge q$ | $\neg(q \wedge q)$ | $q$ | $q \rightarrow \neg(q \wedge q)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |

□

**Ejercicio 5.3.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \wedge (r \wedge r) \rightarrow \neg q$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $\neg q$ | $r$ | $r \wedge r$ | $q$ | $q \wedge (r \wedge r)$ | $q \wedge (r \wedge r) \rightarrow \neg q$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

□

**Ejercicio 5.4.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(r \rightarrow (r \rightarrow q))$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $q$ | $r \rightarrow q$ | $r$ | $r \rightarrow (r \rightarrow q)$ | $\neg(r \rightarrow (r \rightarrow q))$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

□

**Ejercicio 5.5.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \rightarrow (r \rightarrow p)$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $p$ | $r$ | $r \rightarrow p$ | $q$ | $q \rightarrow (r \rightarrow p)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

□

**Ejercicio 5.6.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$p \vee \neg r$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $r$ | $\neg r$ | $p$ | $p \vee \neg r$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |

□

**Ejercicio 5.7.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$r \wedge \neg(r \wedge r)$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $r \wedge r$ | $\neg(r \wedge r)$ | $r$ | $r \wedge \neg(r \wedge r)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |

□

**Ejercicio 5.8.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$(p \vee q) \wedge \neg q \vee \neg p$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $\neg p$ | $\neg q$ | $q$ | $p$ | $p \vee q$ | $(p \vee q) \wedge \neg q$ | $(p \vee q) \wedge \neg q \vee \neg p$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

□

**Ejercicio 5.9.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$(\neg p \to (q \to r)) \vee p$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $r$ | $q$ | $q \to r$ | $p$ | $\neg p$ | $\neg p \to (q \to r)$ | $(\neg p \to (q \to r)) \vee p$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

□

**Ejercicio 5.10.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \to q) \to ((r \to q) \to q)$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $r$ | $r \to q$ | $(r \to q) \to q$ | $q$ | $p$ | $p \to q$ | $\neg(p \to q)$ | $\neg(p \to q) \to ((r \to q) \to q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

□

**Ejercicio 5.11.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg p \vee (p \to r \wedge r)$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $r$ | $r \wedge r$ | $p \to r \wedge r$ | $p$ | $\neg p$ | $\neg p \vee (p \to r \wedge r)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

□

**Ejercicio 5.12.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \vee (p \vee q \to q \vee r)$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $r$ | $q \vee r$ | $p$ | $p \vee q$ | $p \vee q \to q \vee r$ | $q$ | $q \vee (p \vee q \to q \vee r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

□

**Ejercicio 5.13.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$(p \wedge r) \wedge p$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $r$ | $p$ | $p \wedge r$ | $(p \wedge r) \wedge p$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

□

**Ejercicio 5.14.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \to p) \vee p$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $p$ | $p \to p$ | $\neg(p \to p)$ | $\neg(p \to p) \vee p$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

□

**Ejercicio 5.15.** Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$((p \to r) \wedge p) \wedge q$$

*Solución.* Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

| $q$ | $r$ | $p$ | $p \to r$ | $(p \to r) \wedge p$ | $((p \to r) \wedge p) \wedge q$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

□

**Ejercicio 5.16.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$q \to \neg q$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $\neg q$ | $q$ | $q \to \neg q$ |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $q$ es falsa

□

**Ejercicio 5.17.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg\neg(p \wedge r)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $r$ | $p$ | $p \wedge r$ | $\neg(p \wedge r)$ | $\neg\neg(p \wedge r)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $p$ es verdadera

La variable $r$ es verdadera □

**Ejercicio 5.18.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg\neg\neg r$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $r$ | $\neg r$ | $\neg\neg r$ | $\neg\neg\neg r$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $r$ es falsa □

**Ejercicio 5.19.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$p \wedge (r \wedge q)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $q$ | $r$ | $r \wedge q$ | $p$ | $p \wedge (r \wedge q)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $p$ es verdadera

La variable $q$ es verdadera

La variable $r$ es verdadera □

**Ejercicio 5.20.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg\neg(q \wedge r)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $r$ | $q$ | $q \wedge r$ | $\neg(q \wedge r)$ | $\neg\neg(q \wedge r)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $q$ es verdadera

La variable $r$ es verdadera □

**Ejercicio 5.21.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(q \vee r)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $r$ | $q$ | $q \vee r$ | $\neg(q \vee r)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $q$ es falsa

La variable $r$ es falsa □

**Ejercicio 5.22.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$(p \rightarrow q) \wedge ((p \wedge p) \wedge (q \rightarrow r))$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $r$ | $q \to r$ | $p \wedge p$ | $(p \wedge p) \wedge (q \to r)$ | $q$ | $p$ | $p \to q$ | $(p \to q) \wedge ((p \wedge p) \wedge (q \to r))$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $p$ es verdadera

La variable $q$ es verdadera

La variable $r$ es verdadera □

**Ejercicio 5.23.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$((p \to p) \wedge q) \wedge \neg(r \vee p)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $r$ | $r \vee p$ | $\neg(r \vee p)$ | $q$ | $p$ | $p \to p$ | $(p \to p) \wedge q$ | $((p \to p) \wedge q) \wedge \neg(r \vee p)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $p$ es falsa

La variable $q$ es verdadera

La variable $r$ es falsa □

**Ejercicio 5.24.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$(r \wedge r \rightarrow \neg p) \wedge ((p \vee r) \wedge p)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $p \vee r$ | $(p \vee r) \wedge p$ | $p$ | $\neg p$ | $r$ | $r \wedge r$ | $r \wedge r \rightarrow \neg p$ | $(r \wedge r \rightarrow \neg p) \wedge ((p \vee r) \wedge p)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $p$ es verdadera

La variable $r$ es falsa □

**Ejercicio 5.25.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \rightarrow q)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $q$ | $p$ | $p \rightarrow q$ | $\neg(p \rightarrow q)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $p$ es verdadera

La variable $q$ es falsa

□

**Ejercicio 5.26.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg((q \vee r) \vee r \wedge q)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $r \wedge q$ | $r$ | $q$ | $q \vee r$ | $(q \vee r) \vee r \wedge q$ | $\neg((q \vee r) \vee r \wedge q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $q$ es falsa

La variable $r$ es falsa □

**Ejercicio 5.27.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(\neg p \rightarrow r)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $r$ | $p$ | $\neg p$ | $\neg p \rightarrow r$ | $\neg(\neg p \rightarrow r)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $p$ es falsa

La variable $r$ es falsa □

**Ejercicio 5.28.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$(q \wedge (q \rightarrow r)) \wedge ((p \rightarrow q) \rightarrow p)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $p$ | $p \to q$ | $(p \to q) \to p$ | $r$ | $q \to r$ | $q$ | $q \wedge (q \to r)$ | $(q \wedge (q \to r)) \wedge ((p \to q) \to p)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $p$ es verdadera

La variable $q$ es verdadera

La variable $r$ es verdadera □

**Ejercicio 5.29.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$p \vee p \to \neg(p \wedge p)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

| $p \wedge p$ | $\neg(p \wedge p)$ | $p$ | $p \vee p$ | $p \vee p \to \neg(p \wedge p)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $p$ es falsa

□

**Ejercicio 5.30.** Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \to r)$$

*Solución.* Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

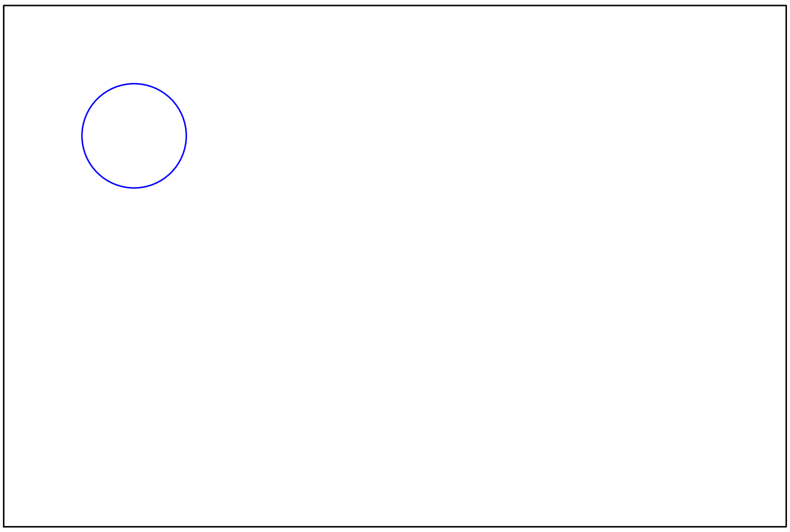
| $r$ | $p$ | $p \to r$ | $\neg(p \to r)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable $p$ es verdadera

La variable $r$ es falsa $\square$

**Ejercicio 5.31.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Existe un elemento circular y pequeño

2. Todos los elementos son grandes

3. Existe un elemento pequeño y azul

4. Todos los elementos circulares son grandes

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Existe un elemento circular y pequeño* es $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.

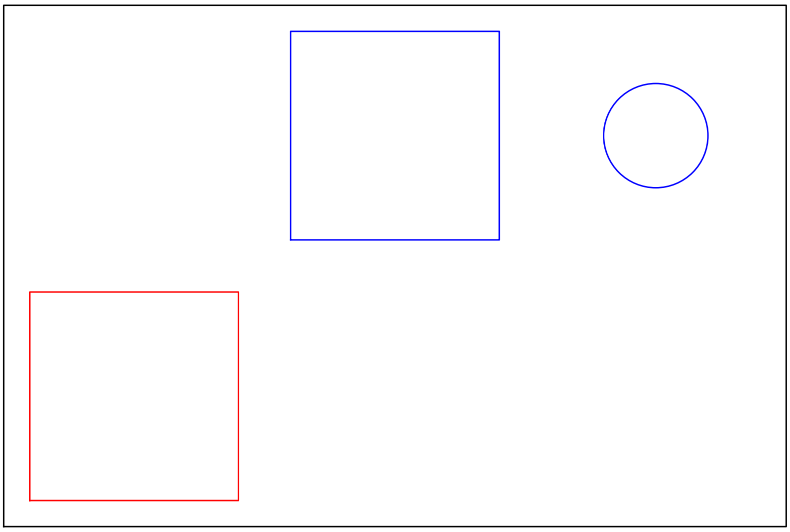
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son grandes* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Existe un elemento pequeño y azul* es $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.32.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son cuadrados y grandes
2. Todos los elementos son rojos
3. Existe un elemento cuadrado y grande
4. Existe un elemento rojo y cuadrado

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son cuadrados y grandes* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

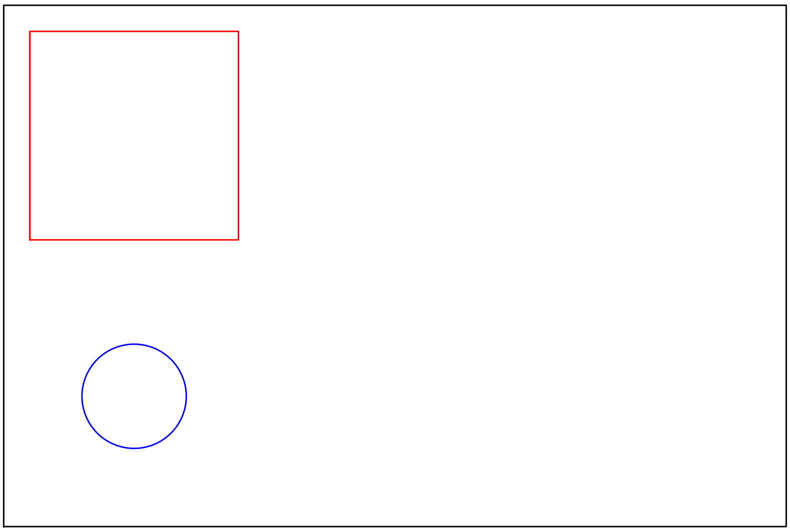
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son rojos* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande azul no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Existe un elemento cuadrado y grande* es $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado grande azul cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Existe un elemento rojo y cuadrado* es $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado grande rojo cumple las condiciones.

□

**Ejercicio 5.33.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos cuadrados son grandes

2. Todos los elementos son pequeños y azules

3. Todos los elementos son rojos y cuadrados

4. Todos los elementos grandes son rojos

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos cuadrados son grandes* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

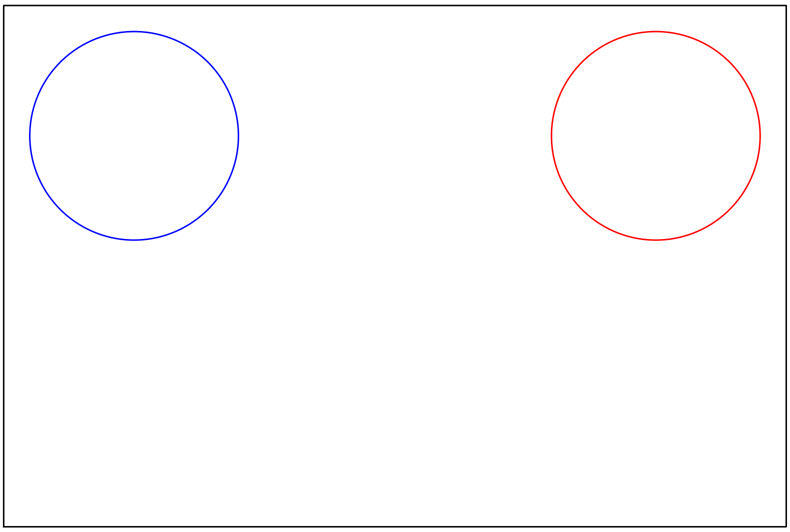
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son pequeños y azules* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande rojo no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Todos los elementos son rojos y cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos grandes son rojos* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

$\square$

**Ejercicio 5.34.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Existe un elemento circular y grande

2. Todos los elementos son circulares y pequeños

3. Existe un elemento azul y circular

4. Todos los elementos son azules

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Existe un elemento circular y grande* es $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.

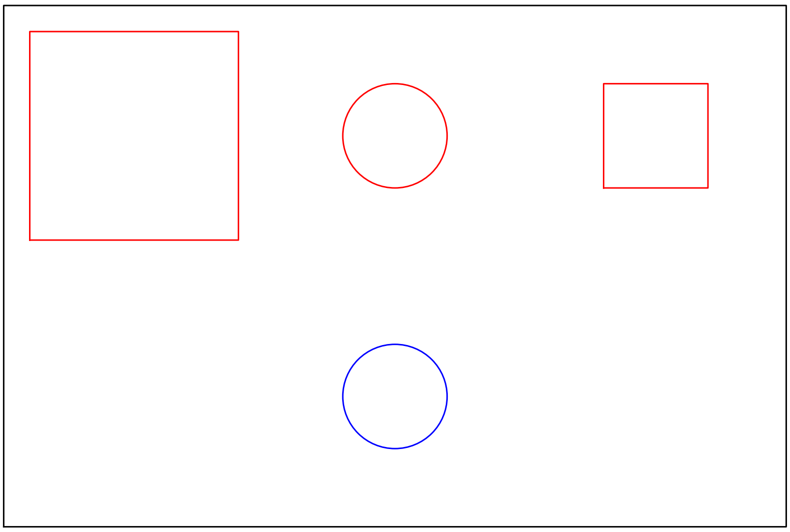
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares y pequeños* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y circular* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos son azules* es $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande rojo no cumple las condiciones.

□

**Ejercicio 5.35.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Existe un elemento rojo y cuadrado
2. Todos los elementos son rojos y circulares
3. Todos los elementos son azules y cuadrados
4. Todos los elementos azules son circulares

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Existe un elemento rojo y cuadrado* es $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado grande rojo cumple las condiciones.

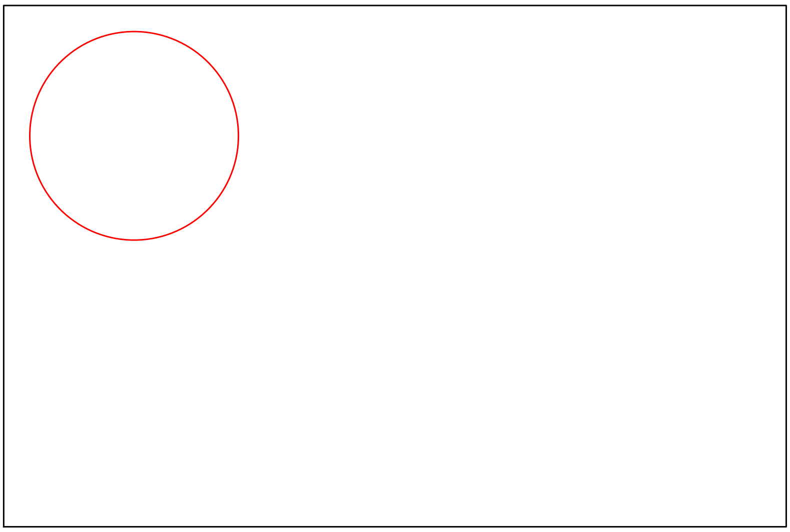
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son rojos y circulares* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande rojo no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Todos los elementos son azules y cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande rojo no cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos azules son circulares* es $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

$\square$

**Ejercicio 5.36.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son circulares

2. Existe un elemento grande y azul

3. Existe un elemento azul y circular

4. Existe un elemento circular y grande

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

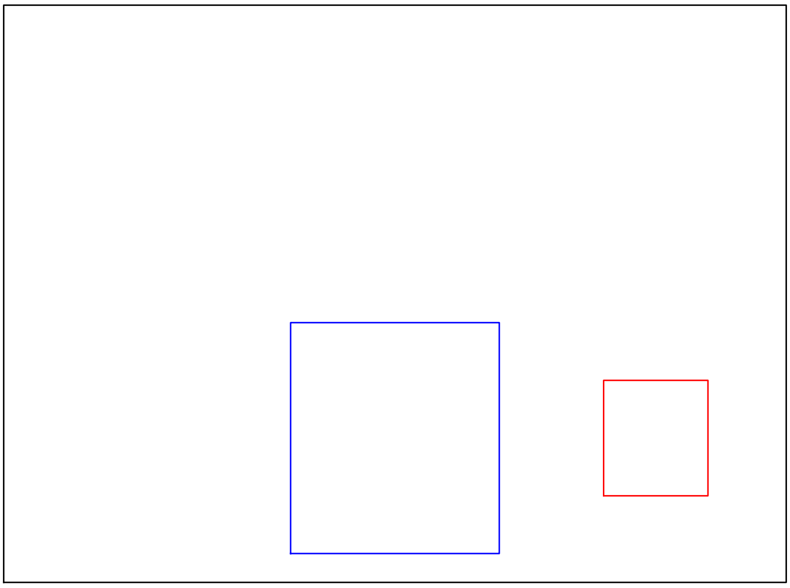
2. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y azul* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

3. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y circular* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

4. La formalización matemática de *Existe un elemento circular y grande* es $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande rojo cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.37.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Existe un elemento cuadrado y grande
2. Todos los elementos son grandes
3. Todos los elementos circulares son grandes
4. Existe un elemento grande y rojo

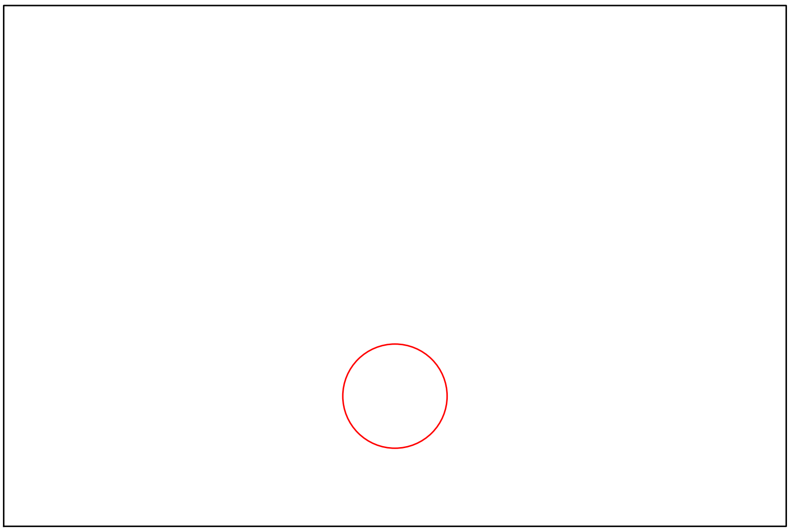
*Solución.*

1. La formalización matemática de *Existe un elemento cuadrado y grande* es $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado grande azul cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son grandes* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

4. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y rojo* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

$\square$

**Ejercicio 5.38.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



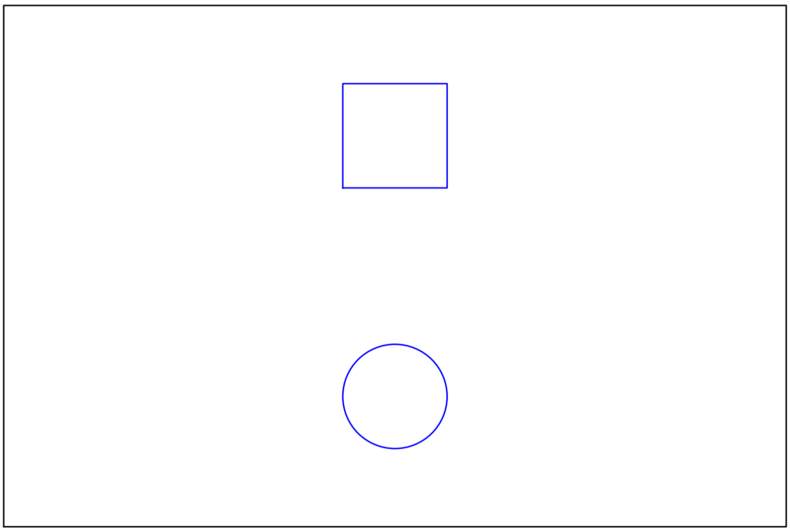
1. Existe un elemento grande y azul
2. Todos los elementos son pequeños y azules
3. Todos los elementos pequeños son rojos
4. Todos los elementos son pequeños

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y azul* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son pequeños y azules* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos pequeños son rojos* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos son pequeños* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

□

**Ejercicio 5.39.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son circulares y grandes

2. Todos los elementos rojos son cuadrados

3. Todos los elementos son pequeños

4. Todos los elementos son circulares y pequeños

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares y grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

2. La formalización matemática de *Todos los elementos rojos son cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

3. La formalización matemática de *Todos los elementos son pequeños* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares y pequeños* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

□

**Ejercicio 5.40.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

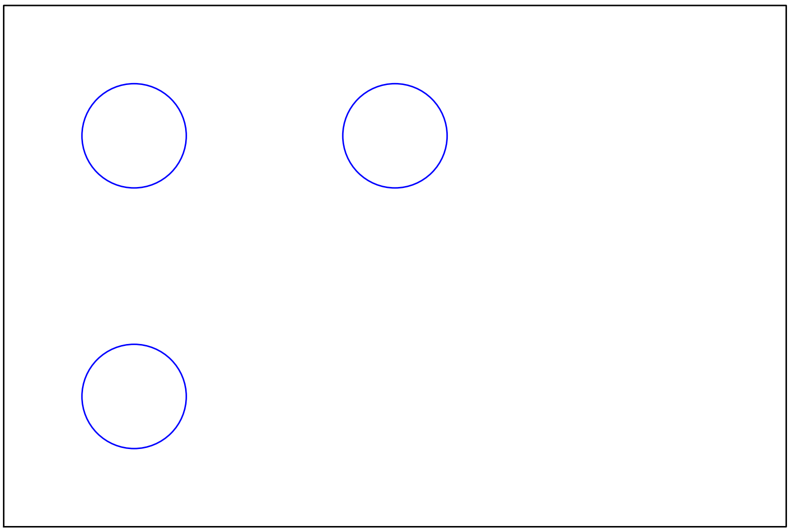
1. Todos los elementos son cuadrados
2. Todos los elementos son rojos y circulares
3. Todos los elementos pequeños son azules
4. Existe un elemento grande y azul

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande rojo no cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son rojos y circulares* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos pequeños son azules* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y azul* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

□

**Ejercicio 5.41.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos cuadrados son pequeños
2. Todos los elementos pequeños son rojos
3. Existe un elemento azul y circular
4. Todos los elementos son cuadrados y grandes

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos cuadrados son pequeños* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

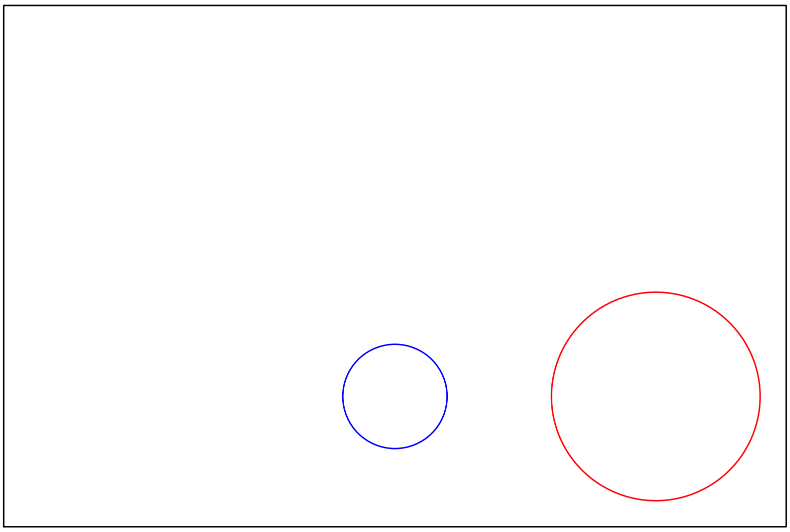
2. La formalización matemática de *Todos los elementos pequeños son rojos* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y circular* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos son cuadrados y grandes* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

□

**Ejercicio 5.42.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



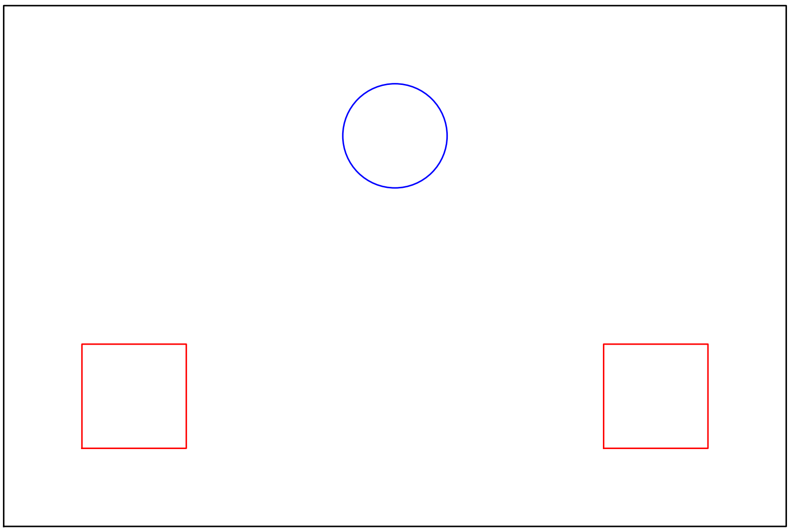
1. Todos los elementos rojos son cuadrados
2. Existe un elemento circular y grande
3. Existe un elemento pequeño y azul
4. Todos los elementos circulares son grandes

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos rojos son cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande rojo no cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Existe un elemento circular y grande* es $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande rojo cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento pequeño y azul* es $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.43.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



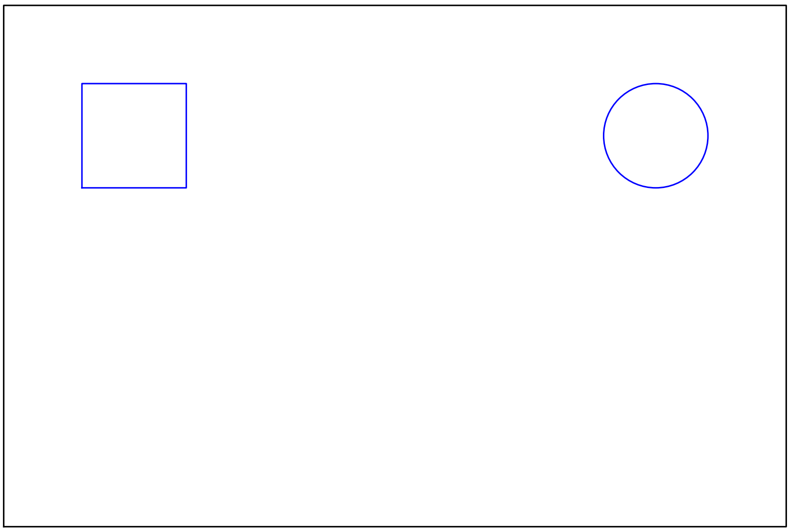
1. Todos los elementos cuadrados son pequeños
2. Existe un elemento rojo y cuadrado
3. Existe un elemento grande y rojo
4. Existe un elemento rojo y circular

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos cuadrados son pequeños* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
2. La formalización matemática de *Existe un elemento rojo y cuadrado* es $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño rojo cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y rojo* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
4. La formalización matemática de *Existe un elemento rojo y circular* es $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

$\square$

**Ejercicio 5.44.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Existe un elemento grande y rojo
2. Todos los elementos son azules
3. Todos los elementos rojos son circulares
4. Todos los elementos son circulares y pequeños

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y rojo* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

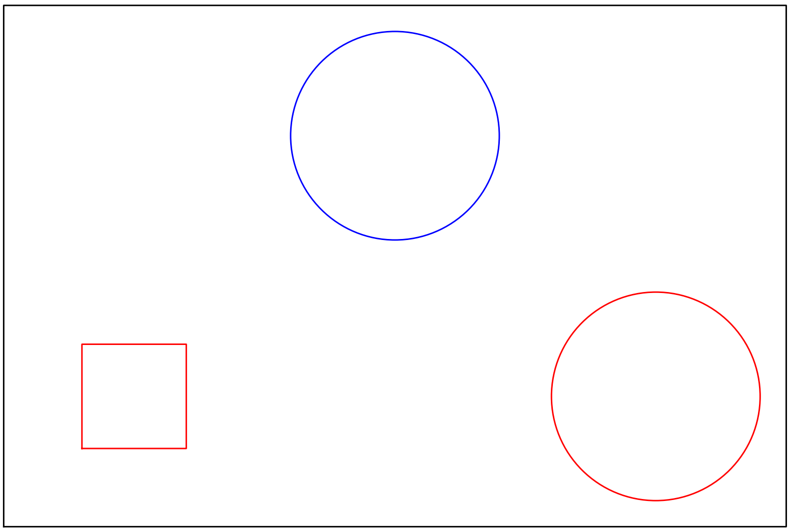
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son azules* es $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

3. La formalización matemática de *Todos los elementos rojos son circulares* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares y pequeños* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.45.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



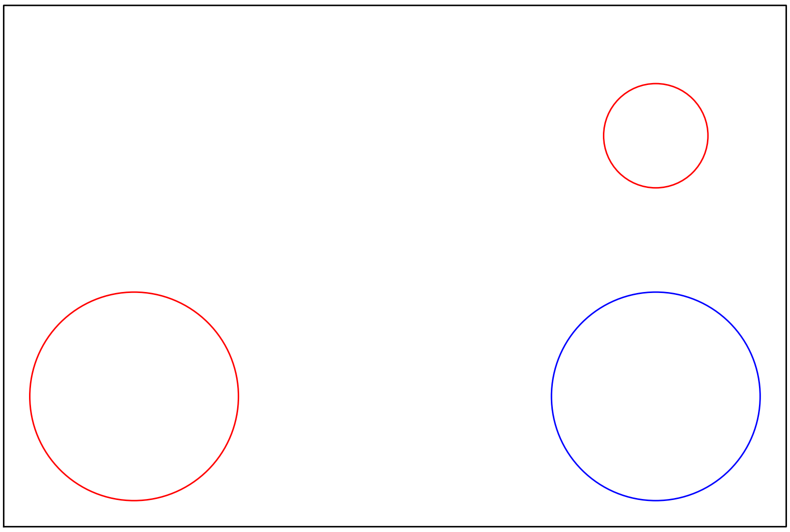
1. Todos los elementos circulares son pequeños
2. Todos los elementos grandes son azules
3. Todos los elementos circulares son grandes
4. Existe un elemento azul y circular

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son pequeños* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos grandes son azules* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande rojo no cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
4. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y circular* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.46.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



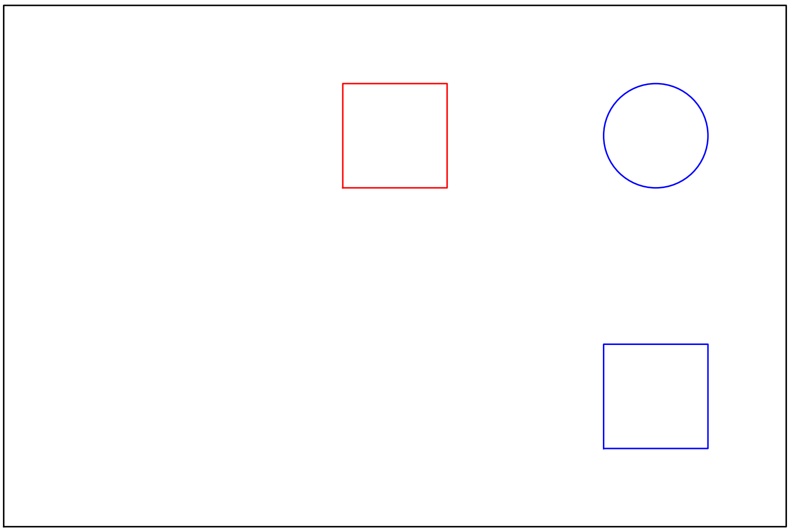
1. Todos los elementos son circulares
2. Todos los elementos son rojos y circulares
3. Existe un elemento grande y azul
4. Todos los elementos son grandes

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son rojos y circulares* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y azul* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos son grandes* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.

□

**Ejercicio 5.47.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



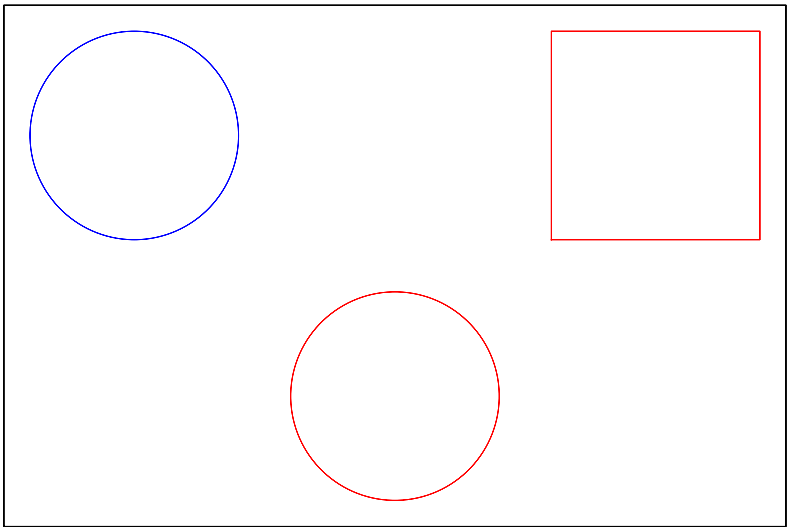
1. Existe un elemento azul y cuadrado
2. Todos los elementos son pequeños y azules
3. Existe un elemento pequeño y rojo
4. Todos los elementos son cuadrados y grandes

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y cuadrado* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son pequeños y azules* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento pequeño y rojo* es $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño rojo cumple las condiciones.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos son cuadrados y grandes* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.

□

**Ejercicio 5.48.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son grandes y rojos
2. Existe un elemento azul y cuadrado
3. Existe un elemento grande y azul
4. Todos los elementos pequeños son rojos

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son grandes y rojos* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y cuadrado* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y azul* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos pequeños son rojos* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

□

**Ejercicio 5.49.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

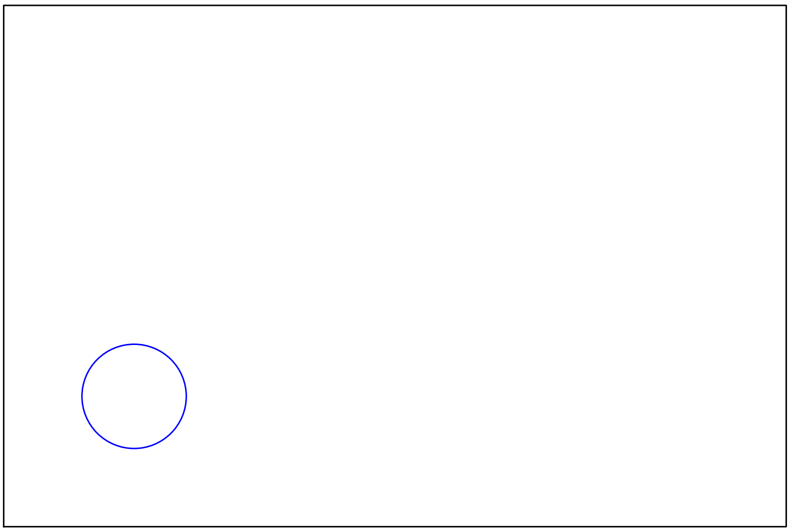
1. Todos los elementos son cuadrados y grandes
2. Existe un elemento pequeño y rojo
3. Existe un elemento grande y rojo
4. Todos los elementos circulares son grandes

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son cuadrados y grandes* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
2. La formalización matemática de *Existe un elemento pequeño y rojo* es $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y rojo* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

$\square$

**Ejercicio 5.50.** En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



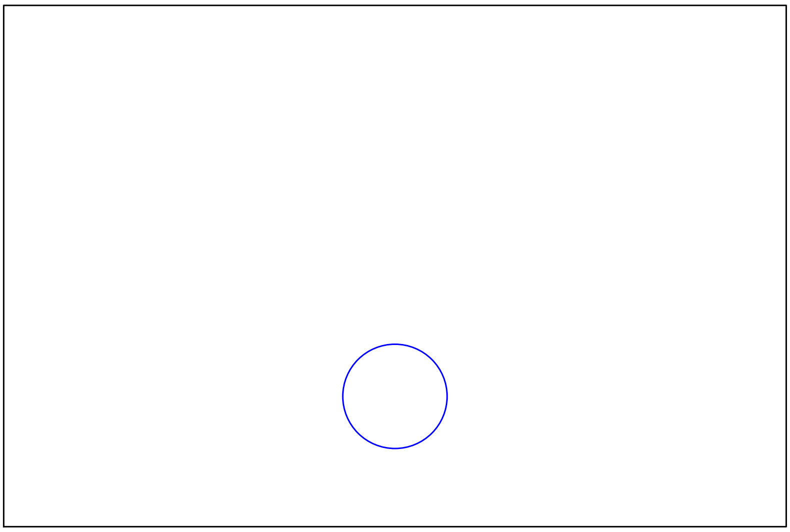
1. Todos los elementos rojos son cuadrados
2. Existe un elemento rojo y circular
3. Todos los elementos son circulares y grandes
4. Todos los elementos son circulares

*Solución.*

1. La formalización matemática de *Todos los elementos rojos son cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
2. La formalización matemática de *Existe un elemento rojo y circular* es $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares y grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

$\square$

**Ejercicio 5.51.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



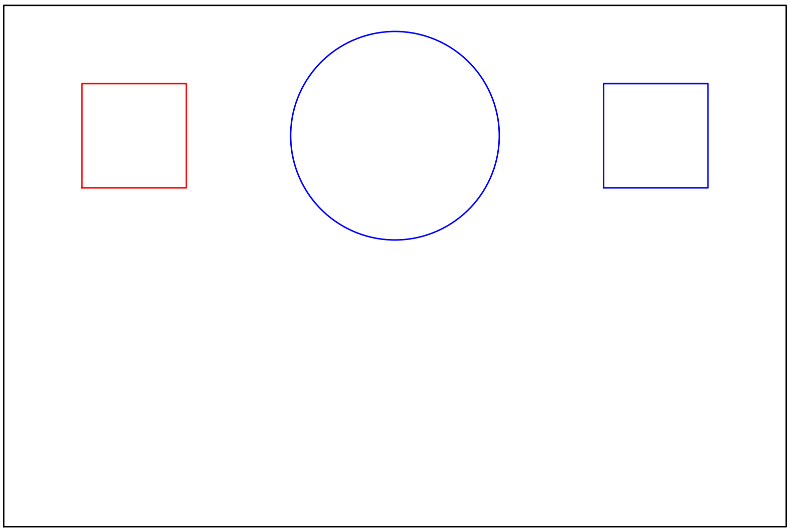
1. $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Existe un elemento grande y rojo* . En este universo, la proposición es falsa.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos cuadrados son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos son cuadrados y pequeños* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.52.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



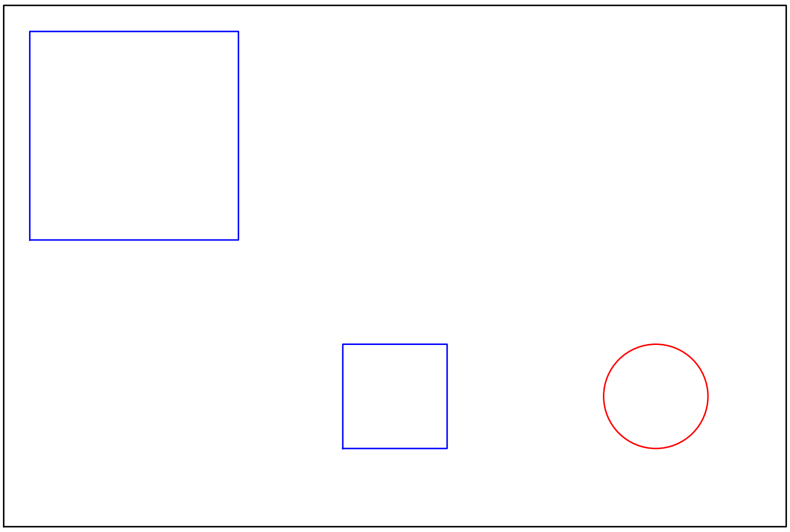
1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Existe un elemento circular y pequeño* . En este universo, la proposición es falsa.
3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento azul y circular* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Existe un elemento azul y cuadrado* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.53.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.

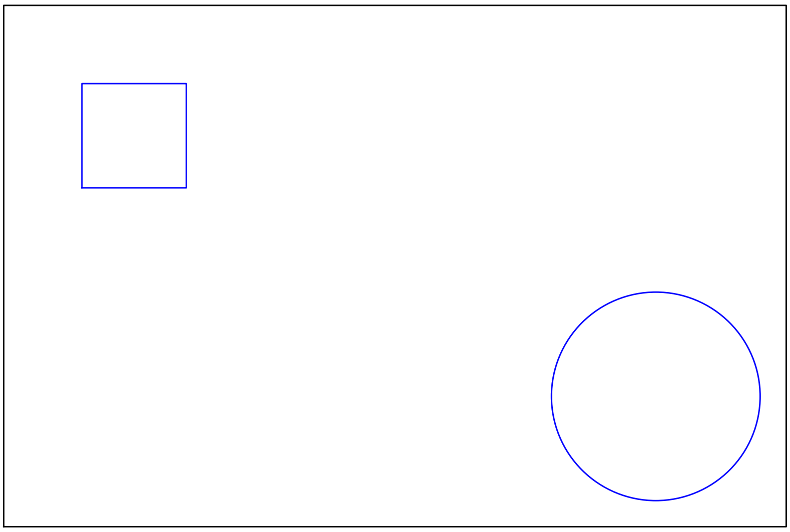
2. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Existe un elemento cuadrado y pequeño* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.

3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos azules son cuadrados* . En este universo, la proposición es verdadera.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande azul no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.54.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



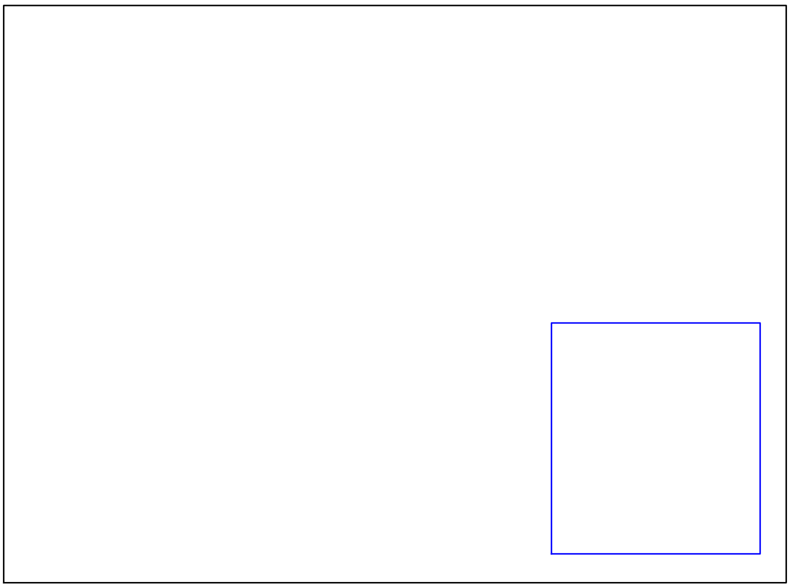
1. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos son pequeños y azules* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Existe un elemento pequeño y rojo* . En este universo, la proposición es falsa.
3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Existe un elemento cuadrado y pequeño* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento azul y circular* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.55.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son grandes y rojos* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande azul no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos azules son cuadrados* . En este universo, la proposición es verdadera.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son azules y circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande azul no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.56.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y grandes* . En este universo, la proposición es verdadera.
2. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento rojo y circular* . En este universo, la proposición es falsa.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos azules son circulares* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento azul y circular* . En este universo, la proposición es falsa.

$\square$

**Ejercicio 5.57.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

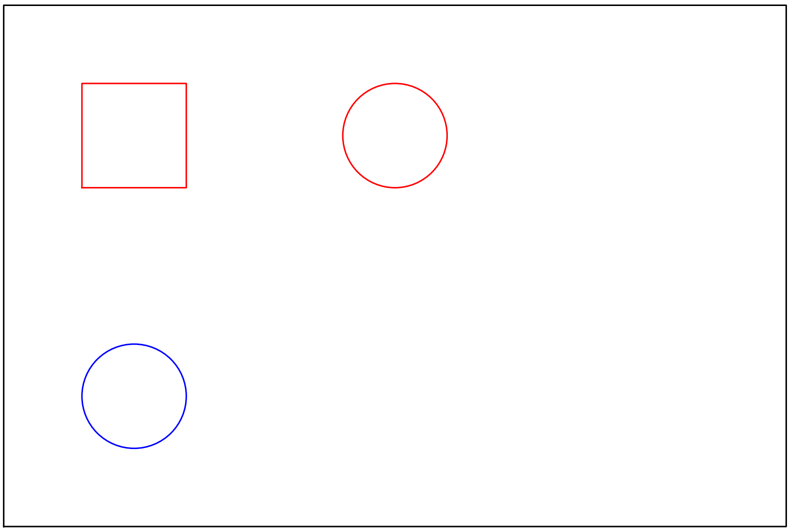
1. $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$ es: *Existe un elemento grande y azul* . En este universo, la proposición es falsa.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son pequeños y rojos* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos cuadrados son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.58.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



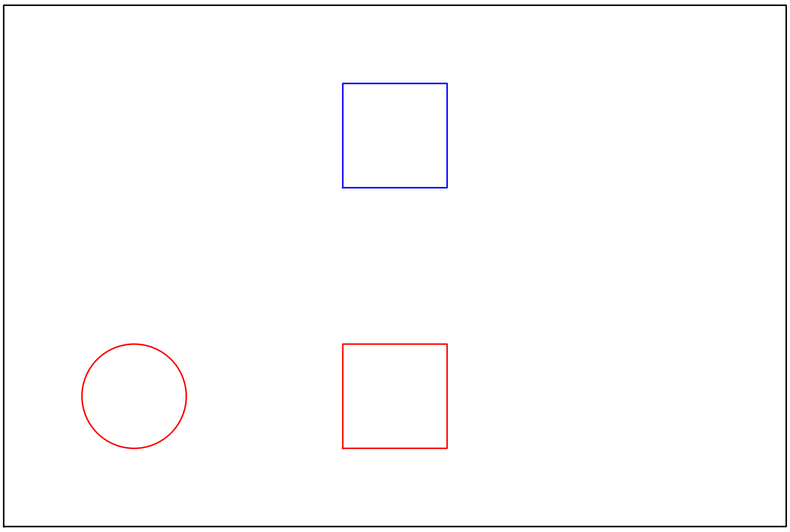
1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos grandes son rojos* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

$\square$

**Ejercicio 5.59.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$

3. $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$ es: *Existe un elemento pequeño y azul* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.

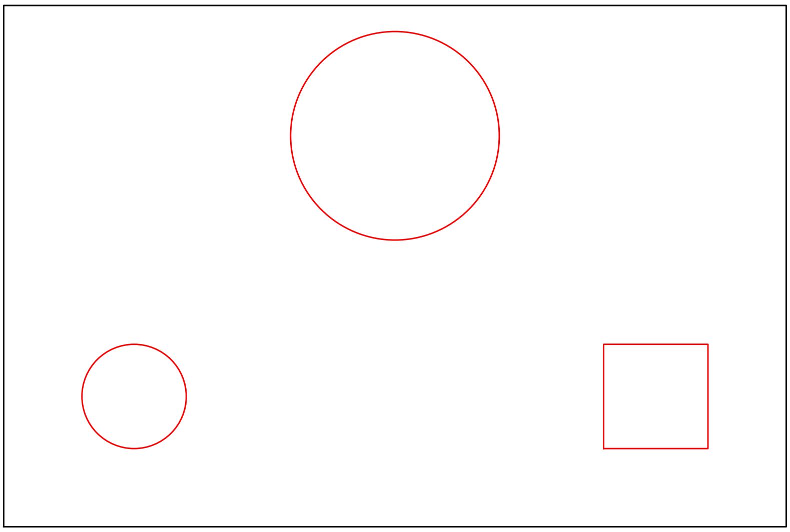
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y pequeños* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento rojo y circular* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño rojo cumple las condiciones.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.60.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos azules son circulares* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

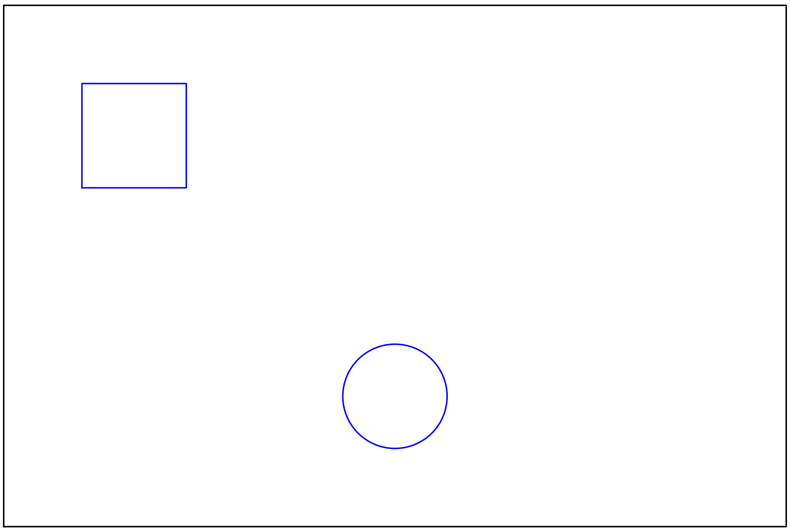
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.

3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Existe un elemento grande y rojo* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande rojo cumple las condiciones.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son grandes y rojos* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.61.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



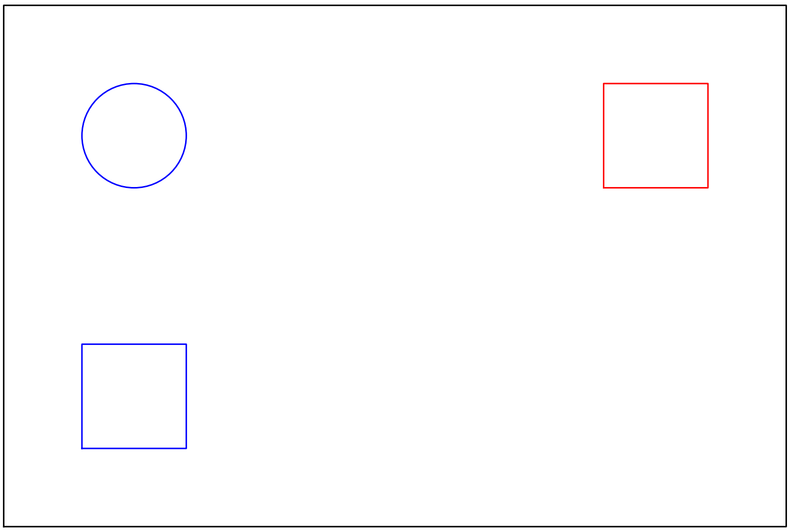
1. $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos son azules* . En este universo, la proposición es verdadera.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son rojos y circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.62.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



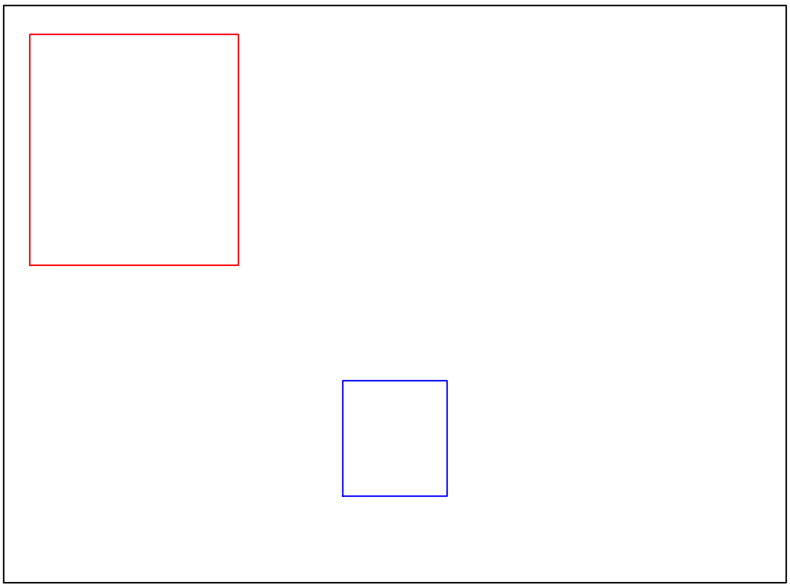
1. $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \land \mathsf{Circ}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \land \mathsf{Peq}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \land \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento rojo y circular* . En este universo, la proposición es falsa.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \land \mathsf{Peq}(x)$ es: *Existe un elemento circular y pequeño* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos cuadrados son grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.63.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$

2. $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son rojos* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

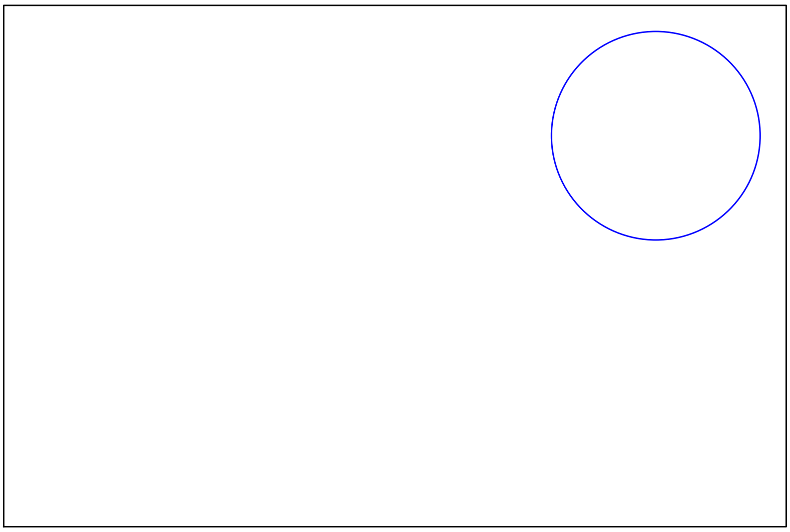
2. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$ es: *Existe un elemento pequeño y azul* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.

3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos grandes son rojos* . En este universo, la proposición es verdadera.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos son azules* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande rojo no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.64.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



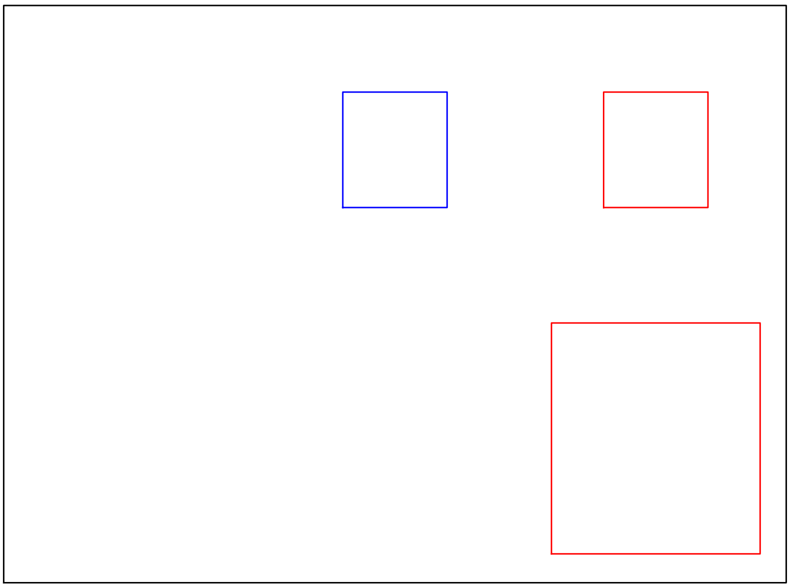
1. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Existe un elemento azul y cuadrado* . En este universo, la proposición es falsa.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos son azules y cuadrados* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos rojos son cuadrados* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares* . En este universo, la proposición es verdadera.

$\square$

**Ejercicio 5.65.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



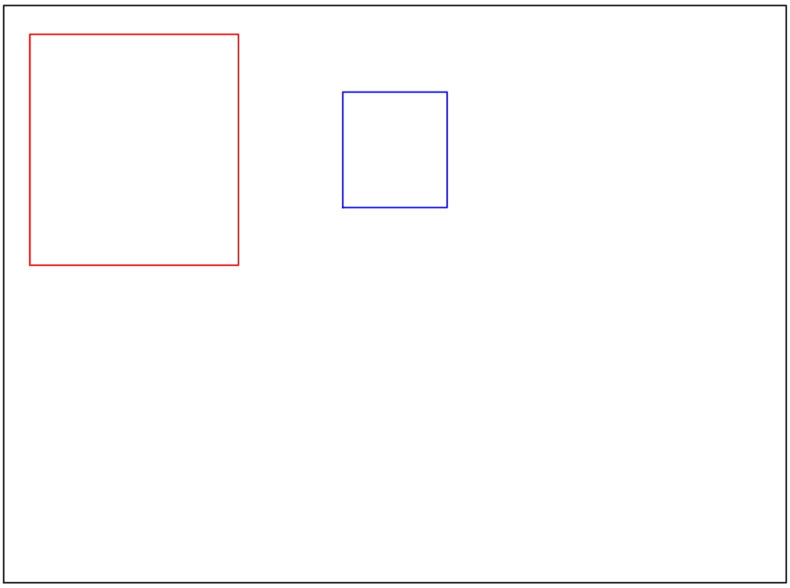
1. $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Existe un elemento cuadrado y pequeño* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos grandes son rojos* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$ es: *Existe un elemento circular y grande* . En este universo, la proposición es falsa.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos son pequeños y azules* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.66.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande rojo no cumple las condiciones.

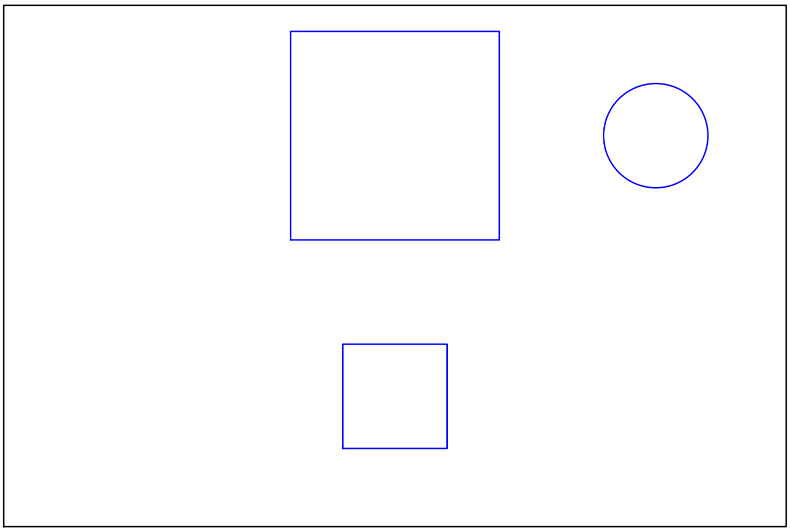
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos azules son cuadrados* . En este universo, la proposición es verdadera.

3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son grandes y rojos* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.67.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



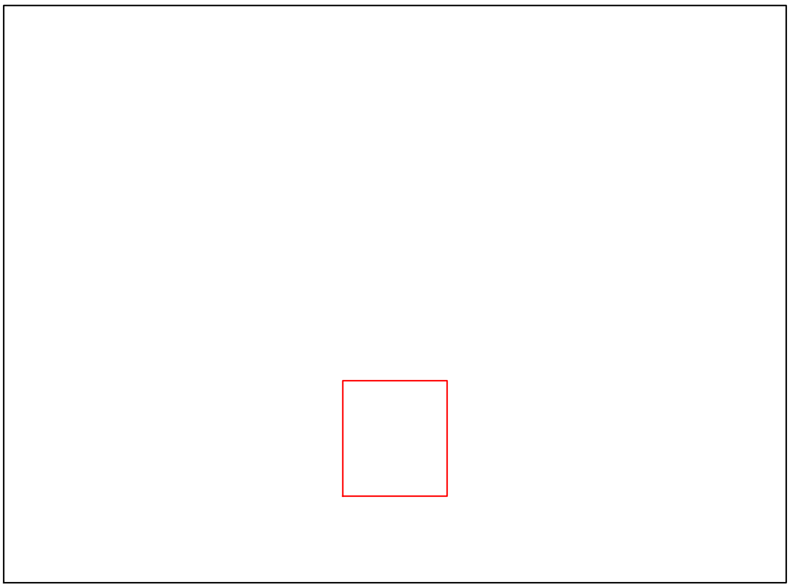
1. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos azules son cuadrados* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son rojos* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande azul no cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento azul y circular* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.68.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

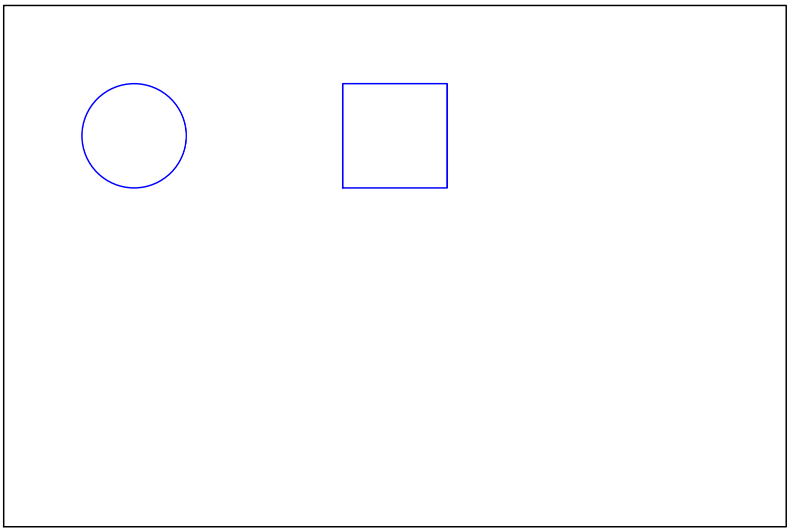
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y pequeños* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.

3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos azules son circulares* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son rojos y circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.69.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \textsf{Cuad}(x) \wedge \textsf{Grande}(x)$

2. $\forall x, \textsf{Grande}(x) \rightarrow \textsf{Rojo}(x)$

3. $\exists x, \textsf{Azul}(x) \wedge \textsf{Cuad}(x)$

4. $\forall x, \textsf{Cuad}(x) \rightarrow \textsf{Grande}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \textsf{Cuad}(x) \wedge \textsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos son cuadrados y grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

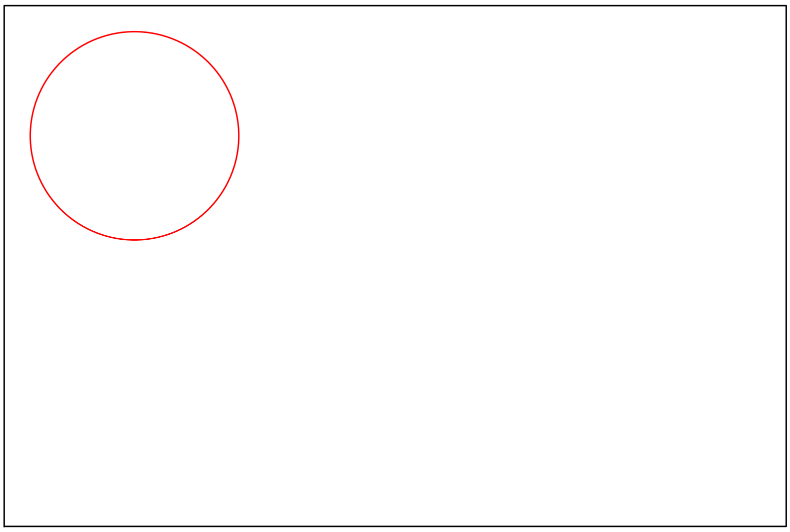
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \textsf{Grande}(x) \rightarrow \textsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos grandes son rojos* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \textsf{Azul}(x) \wedge \textsf{Cuad}(x)$ es: *Existe un elemento azul y cuadrado* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \textsf{Cuad}(x) \rightarrow \textsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos cuadrados son grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

**Ejercicio 5.70.** En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

*Solución.*

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son azules y circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande rojo no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son grandes y rojos* . En este universo, la proposición es verdadera.
4. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento azul y circular* . En este universo, la proposición es falsa.

$\square$

**Ejercicio 5.71.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 - 74n$, siendo $a_n = 2n - 75$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -73$ y $p(1) = -73$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 - 74n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 - 74n + a_{n+1} =$$

$$(n^2 - 74n) + (2n - 73) = n^2 - 72n - 73$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.72.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -15n^2$, siendo $a_n = -30n + 15$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -15$ y $p(1) = -15$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -15n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -15n^2 + a_{n+1} =$$

$$(-15n^2) + (-30n - 15) = -15n^2 - 30n - 15$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.73.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 - 2n$, siendo $a_n = -2n - 1$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -3$ y $p(1) = -3$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 - 2n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 - 2n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2 - 2n) + (-2n - 3) = -n^2 - 4n - 3$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

**Ejercicio 5.74.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 0$ y $p(1) = 0$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2 + n) + (-2n) = -n^2 - n$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

**Ejercicio 5.75.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 0$ y $p(1) = 0$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2 + n) + (-2n) = -n^2 - n$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.76.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 - 122n$, siendo $a_n = -2n - 121$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -123$ y $p(1) = -123$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 - 122n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 - 122n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2 - 122n) + (-2n - 123) = -n^2 - 124n - 123$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.77.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2$, siendo $a_n = -2n + 1$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -1$ y $p(1) = -1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 + a_{n+1} =$$

$$(-n^2) + (-2n - 1) = -n^2 - 2n - 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.78.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -5n^2 + n$, siendo $a_n = -10n + 6$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -4$ y $p(1) = -4$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -5n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -5n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-5n^2 + n) + (-10n - 4) = -5n^2 - 9n - 4$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.79.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + 2n$, siendo $a_n = 2n + 1$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 3$ y $p(1) = 3$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + 2n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 + 2n + a_{n+1} =$$

$$(n^2 + 2n) + (2n + 3) = n^2 + 4n + 3$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.80.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + n$, siendo $a_n = 2n$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 2$ y $p(1) = 2$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(n^2 + n) + (2n + 2) = n^2 + 3n + 2$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.81.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 0$ y $p(1) = 0$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2+n)+(-2n)=-n^2-n$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

**Ejercicio 5.82.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1+a_2+\cdots+a_n=n^2+n$, siendo $a_n=2n$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n=1$ la fórmula es cierta porque $a_1=2$ y $p(1)=2$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1+a_2+\cdots+a_n=n^2+n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1+a_2+\cdots+a_n+a_{n+1}=(a_1+a_2+\cdots+a_n)+a_{n+1}=n^2+n+a_{n+1}=$$

$$(n^2+n)+(2n+2)=n^2+3n+2$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

**Ejercicio 5.83.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1+a_2+\cdots+a_n=-n^2$, siendo $a_n=-2n+1$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n=1$ la fórmula es cierta porque $a_1=-1$ y $p(1)=-1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1+a_2+\cdots+a_n=-n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1+a_2+\cdots+a_n+a_{n+1}=(a_1+a_2+\cdots+a_n)+a_{n+1}=-n^2+a_{n+1}=$$

$$(-n^2)+(-2n-1)=-n^2-2n-1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

**Ejercicio 5.84.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2$, siendo $a_n = 2n - 1$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 1$ y $p(1) = 1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 + a_{n+1} =$$

$$(n^2) + (2n + 1) = n^2 + 2n + 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.85.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 3n^2 - 6n$, siendo $a_n = 6n - 9$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -3$ y $p(1) = -3$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 3n^2 - 6n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 3n^2 - 6n + a_{n+1} =$$

$$(3n^2 - 6n) + (6n - 3) = 3n^2 - 3$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.86.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 10n^2$, siendo $a_n = 20n - 10$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 10$ y $p(1) = 10$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 10n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 10n^2 + a_{n+1} =$$

$$(10n^2) + (20n + 10) = 10n^2 + 20n + 10$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.87.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 + n$, siendo $a_n = -4n + 3$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -1$ y $p(1) = -1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -2n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-2n^2 + n) + (-4n - 1) = -2n^2 - 3n - 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.88.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 - 2n$, siendo $a_n = 2n - 3$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -1$ y $p(1) = -1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 - 2n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 - 2n + a_{n+1} =$$

$$(n^2 - 2n) + (2n - 1) = n^2 - 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.89.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 5n^2 - n$, siendo $a_n = 10n - 6$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 4$ y $p(1) = 4$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 5n^2 - n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 5n^2 - n + a_{n+1} =$$

$$(5n^2 - n) + (10n + 4) = 5n^2 + 9n + 4$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.90.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 0$ y $p(1) = 0$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2 + n) + (-2n) = -n^2 - n$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.91.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 + 9n$, siendo $a_n = 4n + 7$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 11$ y $p(1) = 11$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 + 9n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 2n^2 + 9n + a_{n+1} =$$

$$(2n^2 + 9n) + (4n + 11) = 2n^2 + 13n + 11$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.92.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2$, siendo $a_n = 2n - 1$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 1$ y $p(1) = 1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 + a_{n+1} =$$

$$(n^2) + (2n + 1) = n^2 + 2n + 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.93.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 4n^2 + 6n$, siendo $a_n = 8n + 2$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 10$ y $p(1) = 10$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 4n^2 + 6n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 4n^2 + 6n + a_{n+1} =$$

$$(4n^2 + 6n) + (8n + 10) = 4n^2 + 14n + 10$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.94.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 77n^2 + n$, siendo $a_n = 154n - 76$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 78$ y $p(1) = 78$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 77n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 77n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(77n^2 + n) + (154n + 78) = 77n^2 + 155n + 78$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.95.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 + n$, siendo $a_n = 4n - 1$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 3$ y $p(1) = 3$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 2n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(2n^2 + n) + (4n + 3) = 2n^2 + 5n + 3$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.96.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 7n^2 - n$, siendo $a_n = 14n - 8$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 6$ y $p(1) = 6$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 7n^2 - n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 7n^2 - n + a_{n+1} =$$

$$(7n^2 - n) + (14n + 6) = 7n^2 + 13n + 6$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.97.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 - n$, siendo $a_n = -4n + 1$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -3$ y $p(1) = -3$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 - n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -2n^2 - n + a_{n+1} =$$

$$(-2n^2 - n) + (-4n - 3) = -2n^2 - 5n - 3$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.98.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 4n^2 + 52n$, siendo $a_n = 8n + 48$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 56$ y $p(1) = 56$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 4n^2 + 52n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 4n^2 + 52n + a_{n+1} =$$

$$(4n^2 + 52n) + (8n + 56) = 4n^2 + 60n + 56$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

**Ejercicio 5.99.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 13n^2 + 6n$, siendo $a_n = 26n - 7$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 19$ y $p(1) = 19$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 13n^2 + 6n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 13n^2 + 6n + a_{n+1} =$$

$$(13n^2 + 6n) + (26n + 19) = 13n^2 + 32n + 19$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

**Ejercicio 5.100.** Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 + n$, siendo $a_n = -4n + 3$

*Solución.* Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -1$ y $p(1) = -1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para $n$, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -2n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-2n^2 + n) + (-4n - 1) = -2n^2 - 3n - 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$