Curso 0: Matemáticas y sus Aplicaciones

Tema 1. Números, Polinomios y Funciones

Leandro Marín

Dpto. de Matemática Aplicada
Universidad de Murcia

2012

UNIVERSIDAD DE MURCIA

Contar ...

- Una de las primeras cosas que aprendemos es a contar.

Contar ...

- Una de las primeras cosas que aprendemos es a contar.
- De esta forma aparecen los números 1,2,3,...

Contar ...

- Una de las primeras cosas que aprendemos es a contar.
- De esta forma aparecen los números 1,2,3,...
- Pero, ¿hasta dónde podemos contar? ¿hay un límite?

Contar ...

- Una de las primeras cosas que aprendemos es a contar.
- De esta forma aparecen los números 1,2,3,...
- Pero, ¿hasta dónde podemos contar? ¿hay un límite?
- Seguro que nunca los hemos escrito todos.

Contar ...

- Una de las primeras cosas que aprendemos es a contar.
- De esta forma aparecen los números 1,2,3,...
- Pero, ¿hasta dónde podemos contar? ¿hay un límite?
- Seguro que nunca los hemos escrito todos.
- Pero la respuesta es sencilla: no hay límite porque dado cualquier número podemos calcular el siguiente.

Contar ...

- Una de las primeras cosas que aprendemos es a contar.
- De esta forma aparecen los números 1,2,3,...
- Pero, ¿hasta dónde podemos contar? ¿hay un límite?
- Seguro que nunca los hemos escrito todos.
- Pero la respuesta es sencilla: no hay límite porque dado cualquier número podemos calcular el siguiente.
- El concepto de siguiente es el fundamental para la definición de los número naturales.

Axiomas de Peano e Inducción

- La formalización matemática de los números naturales se hace mediante los Axiomas de Peano.

Axiomas de Peano e Inducción

- La formalización matemática de los números naturales se hace mediante los Axiomas de Peano.
- La idea fundamental es que el conjunto tiene al primer elemento y dado un elemento del conjunto podemos determinar el siguiente, entonces el conjunto tiene que contener a todos los naturales.

Axiomas de Peano e Inducción

- La formalización matemática de los números naturales se hace mediante los Axiomas de Peano.
- La idea fundamental es que el conjunto tiene al primer elemento y dado un elemento del conjunto podemos determinar el siguiente, entonces el conjunto tiene que contener a todos los naturales.
- Es la base del principio de inducción matemática.

Axiomas de Peano e Inducción

- La formalización matemática de los números naturales se hace mediante los Axiomas de Peano.
- La idea fundamental es que el conjunto tiene al primer elemento y dado un elemento del conjunto podemos determinar el siguiente, entonces el conjunto tiene que contener a todos los naturales.
- Es la base del principio de inducción matemática.
- El número 0 a veces se considera un número natural y a veces no, depende del autor. Nosotros consideraremos que sí es un número natural, aunque no habría ningún problema por considerar la otra opción.

Axiomas de Peano e Inducción

- La formalización matemática de los números naturales se hace mediante los Axiomas de Peano.
- La idea fundamental es que el conjunto tiene al primer elemento y dado un elemento del conjunto podemos determinar el siguiente, entonces el conjunto tiene que contener a todos los naturales.
- Es la base del principio de inducción matemática.
- El número 0 a veces se considera un número natural y a veces no, depende del autor. Nosotros consideraremos que sí es un número natural, aunque no habría ningún problema por considerar la otra opción.
- El conjunto de los números naturales se denota por $\mathbb{N}$.

Representación Decimal

- No debemos confundir un número natural con su representación.

Representación Decimal

- No debemos confundir un número natural con su representación.
- Pueden existir múltiples formas de representar un mismo número.

Representación Decimal

- No debemos confundir un número natural con su representación.
- Pueden existir múltiples formas de representar un mismo número.
- Habitualmente utilizamos la base 10 y la representación posicional.

Representación Decimal

- No debemos confundir un número natural con su representación.
- Pueden existir múltiples formas de representar un mismo número.
- Habitualmente utilizamos la base 10 y la representación posicional.
- Esto significa que tenemos 10 símbolos para representar las cifras, $0, 1, \cdots, 9$ y un número como por ejemplo 107 es realmente $1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

Representación Binaria

- La representación decimal no es la más habitual en informática.

Representación Binaria

- La representación decimal no es la más habitual en informática.
- Podemos elegir otras bases para representar los números, por ejemplo la base 2, también conocida como representación binaria.

Representación Binaria

- La representación decimal no es la más habitual en informática.
- Podemos elegir otras bases para representar los números, por ejemplo la base 2, también conocida como representación binaria.
- En este caso tendríamos dos cifras, 0 y 1, y la representación posicional nos diría que por ejemplo $1011 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 7$.

Representación Binaria

- La representación decimal no es la más habitual en informática.
- Podemos elegir otras bases para representar los números, por ejemplo la base 2, también conocida como representación binaria.
- En este caso tendríamos dos cifras, 0 y 1, y la representación posicional nos diría que por ejemplo $1011 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 7$.
- Cuando tenemos varias bases involucradas, a veces es utilizan símbolos especiales para indicar el tipo de representación, por ejemplo $1011_{(2}$ para indicar que estamos en binario. Otra representación habitual es $0b1011$

Paso de Binario a Decimal

- Para pasar un número escrito en binario a representación decimal no hay más que utilizar la representación posicional.

Paso de Binario a Decimal

- Para pasar un número escrito en binario a representación decimal no hay más que utilizar la representación posicional.
- Es necesario calcular las potencias de 2 sucesivas. En general es una buena idea conocer de memoria al menos las primeras:

$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$
$2^5 = 32$	$2^6 = 64$	$2^7 = 128$	$2^8 = 256$
$2^9 = 512$	$2^{10} = 1024$	$2^{11} = 2048$	$2^{12} = 4096$
$2^{13} = 8192$	$2^{14} = 16384$	$2^{15} = 32768$	$2^{16} = 65536$

Paso de Binario a Decimal

- Para pasar un número escrito en binario a representación decimal no hay más que utilizar la representación posicional.
- Es necesario calcular las potencias de 2 sucesivas. En general es una buena idea conocer de memoria al menos las primeras:

$$\begin{array}{cccc}
2^1 = 2 & 2^2 = 4 & 2^3 = 8 & 2^4 = 16 \\
2^5 = 32 & 2^6 = 64 & 2^7 = 128 & 2^8 = 256 \\
2^9 = 512 & 2^{10} = 1024 & 2^{11} = 2048 & 2^{12} = 4096 \\
2^{13} = 8192 & 2^{14} = 16384 & 2^{15} = 32768 & 2^{16} = 65536
\end{array}$$

- Dado un número en binario, sumaremos las potencias de 2 correspondientes a los bits con valor 1 saltando los bits con valor 0. La suma de las potencias de 2 indicadas será el número decimal que buscamos.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0			
1			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0			
1			
0			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0			
1			
0			
1			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0			
1			
0			
1			
1			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0			
1			
0			
1			
1			
1			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1		
1			
0			
1			
1			
1			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1		
1	2		
0			
1			
1			
1			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1		
1	2		
0	4		
1			
1			
1			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1		
1	2		
0	4		
1	8		
1			
1			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1		
1	2		
0	4		
1	8		
1	16		
1			

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1		
1	2		
0	4		
1	8		
1	16		
1	32		

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	
1	2		
0	4		
1	8		
1	16		
1	32		

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	
1	2	2	
0	4		
1	8		
1	16		
1	32		

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	
1	2	2	
0	4	0	
1	8		
1	16		
1	32		

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	
1	2	2	
0	4	0	
1	8	8	
1	16		
1	32		

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	
1	2	2	
0	4	0	
1	8	8	
1	16	16	
1	32		

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	
1	2	2	
0	4	0	
1	8	8	
1	16	16	
1	32	32	

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	0
1	2	2	
0	4	0	
1	8	8	
1	16	16	
1	32	32	

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.
- Finalmente sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar para las sumas parciales.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	0
1	2	2	2
0	4	0	
1	8	8	
1	16	16	
1	32	32	

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.
- Finalmente sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar para las sumas parciales.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	0
1	2	2	2
0	4	0	2
1	8	8	
1	16	16	
1	32	32	

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.
- Finalmente sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar para las sumas parciales.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	0
1	2	2	2
0	4	0	2
1	8	8	10
1	16	16	
1	32	32	

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.
- Finalmente sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar para las sumas parciales.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	0
1	2	2	2
0	4	0	2
1	8	8	10
1	16	16	26
1	32	32	

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.
- Finalmente sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar para las sumas parciales.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	0
1	2	2	2
0	4	0	2
1	8	8	10
1	16	16	26
1	32	32	58

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.
- Finalmente sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar para las sumas parciales.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	0
1	2	2	2
0	4	0	2
1	8	8	10
1	16	16	26
1	32	32	58

suma total: 58

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.
- Finalmente sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar para las sumas parciales.

Paso a decimal de 0b111010

b_i	2^i	$b_i \cdot 2^i$	suma
0	1	0	0
1	2	2	2
0	4	0	2
1	8	8	10
1	16	16	26
1	32	32	58

suma total: 58

$0b111010 = 58$

- Escribimos las cifras binarias hacia abajo, desde la menos significativa hasta la más significativa.
- Escribimos las sucesivas potencias de 2 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra binaria por la potencia de 2 correspondiente.
- Finalmente sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar para las sumas parciales.

Paso de Decimal a Binario

- Es el proceso inverso del anterior.

Paso de Decimal a Binario

- Es el proceso inverso del anterior.
- Para hacerlo tenemos que ir dividiendo sucesivamente el número por 2 y mirando los restos de la división.

Paso de Decimal a Binario

- Es el proceso inverso del anterior.
- Para hacerlo tenemos que ir dividiendo sucesivamente el número por 2 y mirando los restos de la división.
- El resto de la división por 2 es siempre 1 si el número es impar y 0 si es par.

Paso de Decimal a Binario

- Es el proceso inverso del anterior.
- Para hacerlo tenemos que ir dividiendo sucesivamente el número por 2 y mirando los restos de la división.
- El resto de la división por 2 es siempre 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Haremos el proceso con una tabla tal y como hicimos el anterior.

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	

- Escribimos el número.

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	1

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	1
9	

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	1
9	1

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	1
9	1
4	

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	1
9	1
4	0

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	1
9	1
4	0
2	

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	1
9	1
4	0
2	0

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	1
9	1
4	0
2	0
1	

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	1
9	1
4	0
2	0
1	1

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1

Paso a binario de 79

mitades	cifras
79	1
39	1
19	1
9	1
4	0
2	0
1	1

$79 = 0b1001111$

- Escribimos el número.
- A la derecha ponemos 1 si el número es impar y 0 si es par.
- Dividimos por 2 despreciando el resto de la división y escribimos el resultado debajo.
- Hacemos lo mismo que en el paso anterior hasta llegar a 1
- Cuando lleguemos a 1, el número ya lo tenemos en binario leyendo de abajo a arriba.

La notación hexadecimal.

- Existen otras bases aparte de la base 10 y la base 2 que tienen interés.

La notación hexadecimal.

- Existen otras bases aparte de la base 10 y la base 2 que tienen interés.
- Una base muy importante en informática es la base 16. Los números en base 16 se dice que están en notación hexadecimal.

La notación hexadecimal.

- Existen otras bases aparte de la base 10 y la base 2 que tienen interés.
- Una base muy importante en informática es la base 16. Los números en base 16 se dice que están en notación hexadecimal.
- Para escribir números en base 16 necesitamos 16 símbolos que sean las cifras. Para las primers utilizaremos los símbolos desde 0 hasta 9. Para las cifras 10, 11, 12, 13, 14 y 15 utilizaremos las letras `a`, `b`, `c`, `d`, `e` y `f` respectivamente.

La notación hexadecimal.

- Existen otras bases aparte de la base 10 y la base 2 que tienen interés.
- Una base muy importante en informática es la base 16. Los números en base 16 se dice que están en notación hexadecimal.
- Para escribir números en base 16 necesitamos 16 símbolos que sean las cifras. Para las primers utilizaremos los símbolos desde 0 hasta 9. Para las cifras 10, 11, 12, 13, 14 y 15 utilizaremos las letras `a`, `b`, `c`, `d`, `e` y `f` respectivamente.
- Así el número 1ef en hexadecimal corresponde a $1 \cdot 16^2 + \underbrace{14}_{e} \cdot 16^1 + \underbrace{15}_{f} \cdot 16^0 = 495$

La notación hexadecimal.

- Existen otras bases aparte de la base 10 y la base 2 que tienen interés.
- Una base muy importante en informática es la base 16. Los números en base 16 se dice que están en notación hexadecimal.
- Para escribir números en base 16 necesitamos 16 símbolos que sean las cifras. Para las primers utilizaremos los símbolos desde 0 hasta 9. Para las cifras 10, 11, 12, 13, 14 y 15 utilizaremos las letras `a`, `b`, `c`, `d`, `e` y `f` respectivamente.
- Así el número 1ef en hexadecimal corresponde a $1 \cdot 16^2 + \underbrace{14}_{e} \cdot 16^1 + \underbrace{15}_{f} \cdot 16^0 = 495$
- Para indicar que un número está en hexadecimal escribiremos `0x` delante del número, así tendremos que `0x1ef` $= 495$

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a			

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a			
5			

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a			
5			
7			

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a			
5			
7			
1			

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1		
5			
7			
1			

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1		
5	16		
7			
1			

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1		
5	16		
7	256		
1			

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1		
5	16		
7	256		
1	4096		

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1	10	
5	16		
7	256		
1	4096		

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra hexadecimal por la potencia de 16 correspondiente teniendo en cuenta la correspondencia de los valores a,b,c,d,e y f.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1	10	
5	16	80	
7	256		
1	4096		

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra hexadecimal por la potencia de 16 correspondiente teniendo en cuenta la correspondencia de los valores a,b,c,d,e y f.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1	10	
5	16	80	
7	256	1792	
1	4096		

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra hexadecimal por la potencia de 16 correspondiente teniendo en cuenta la correspondencia de los valores a,b,c,d,e y f.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1	10	
5	16	80	
7	256	1792	
1	4096	4096	

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra hexadecimal por la potencia de 16 correspondiente teniendo en cuenta la correspondencia de los valores a,b,c,d,e y f.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1	10	10
5	16	80	
7	256	1792	
1	4096	4096	

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra hexadecimal por la potencia de 16 correspondiente teniendo en cuenta la correspondencia de los valores a,b,c,d,e y f.
- Sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1	10	10
5	16	80	90
7	256	1792	
1	4096	4096	

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra hexadecimal por la potencia de 16 correspondiente teniendo en cuenta la correspondencia de los valores a,b,c,d,e y f.
- Sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1	10	10
5	16	80	90
7	256	1792	1882
1	4096	4096	

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra hexadecimal por la potencia de 16 correspondiente teniendo en cuenta la correspondencia de los valores a,b,c,d,e y f.
- Sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1	10	10
5	16	80	90
7	256	1792	1882
1	4096	4096	5978

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra hexadecimal por la potencia de 16 correspondiente teniendo en cuenta la correspondencia de los valores a,b,c,d,e y f.
- Sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1	10	10
5	16	80	90
7	256	1792	1882
1	4096	4096	5978

suma total: 5978

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra hexadecimal por la potencia de 16 correspondiente teniendo en cuenta la correspondencia de los valores a,b,c,d,e y f.
- Sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar.

Paso a decimal de 0x175a

h_i	16^i	$h_i \cdot 16^i$	suma
a	1	10	10
5	16	80	90
7	256	1792	1882
1	4096	4096	5978

suma total: 5978

0x175a = 5978

- Escribimos las cifras hacia abajo, empezando por la menos significativa.
- Luego las sucesivas potencias de 16 en la segunda columna.
- Multiplicamos cada cifra hexadecimal por la potencia de 16 correspondiente teniendo en cuenta la correspondencia de los valores a,b,c,d,e y f.
- Sumamos todos los elementos de la tercera columna utilizando la última como auxiliar.

Hexadecimal y Binario

- La representación binaria requiere un gran número de cifras para escribir números relativamente pequeños. Además es difícil recordar un número binario de cierta longitud.

Hexadecimal y Binario

- La representación binaria requiere un gran número de cifras para escribir números relativamente pequeños. Además es difícil recordar un número binario de cierta longitud.
- La base 16 permite escribir números grandes de una forma bastante compacta.

Hexadecimal y Binario

- La representación binaria requiere un gran número de cifras para escribir números relativamente pequeños. Además es difícil recordar un número binario de cierta longitud.
- La base 16 permite escribir números grandes de una forma bastante compacta.
- Al ser 16 una potencia de 2 ($16 = 2^4$) existe una fuerte relación entre la base 2 y la base 16.

Hexadecimal y Binario

- La representación binaria requiere un gran número de cifras para escribir números relativamente pequeños. Además es difícil recordar un número binario de cierta longitud.
- La base 16 permite escribir números grandes de una forma bastante compacta.
- Al ser 16 una potencia de 2 ($16 = 2^4$) existe una fuerte relación entre la base 2 y la base 16.
- Vamos a ver que realmente la base 16 se puede ver como una forma compactar la base 2.

Hexadecimal y Binario

- La representación binaria requiere un gran número de cifras para escribir números relativamente pequeños. Además es difícil recordar un número binario de cierta longitud.
- La base 16 permite escribir números grandes de una forma bastante compacta.
- Al ser 16 una potencia de 2 ($16 = 2^4$) existe una fuerte relación entre la base 2 y la base 16.
- Vamos a ver que realmente la base 16 se puede ver como una forma compactar la base 2.
- Para ello conviene conocer de memoria la representación binaria de todos los números entre 0 y 15.

Las Cifras Hexadecimales en Binario

$$
\begin{aligned}
0 &= 0b0000 & 1 &= 0b0001 \\
2 &= 0b0010 & 3 &= 0b0011 \\
4 &= 0b0100 & 5 &= 0b0101 \\
6 &= 0b0110 & 7 &= 0b0111 \\
8 &= 0b1000 & 9 &= 0b1001 \\
a = 10 &= 0b1010 & b = 11 &= 0b1011 \\
c = 12 &= 0b1100 & d = 13 &= 0b1101 \\
e = 14 &= 0b1110 & f = 15 &= 0b1111
\end{aligned}
$$

Supongamos que tenemos el número binario

$$0b1010010001101110$$

Este número lo podemos poner como suma de los siguientes números:

$$\begin{array}{rcrcrcr}
1010\ 0000\ 0000\ 0000 & = & 1010 \cdot 2^{12} & = & 10 \cdot 16^3 & = & a \cdot 16^3 \\
0100\ 0000\ 0000 & = & 0100 \cdot 2^{8} & = & 4 \cdot 16^2 & = & 4 \cdot 16^2 \\
0110\ 0000 & = & 0110 \cdot 2^{4} & = & 6 \cdot 16^1 & = & 6 \cdot 16^1 \\
1110 & = & 1110 \cdot 2^{0} & = & 14 \cdot 16^0 & = & e \cdot 16^0
\end{array}$$

Por lo tanto

$$0b\ \underbrace{1010}_{a}\ \underbrace{0100}_{4}\ \underbrace{0110}_{6}\ \underbrace{1110}_{e} = a\cdot 16^3 + 4\cdot 16^2 + 6\cdot 16^1 + e\cdot 16^0 = 0xa46e$$

De esta forma podemos leer un número binario en hexadecimal partiendo los bits en grupos de 4.

El proceso inverso es igualmente inmediato. Supongamos que tenemos el número hexadecimal

$$0x1fa8$$

y lo queremos pasar a binario. Entonces expandimos cada una de las cifras hexadecimales mediante cuatro cifras binarias y podemos poner

$$0x1fa8 = \underbrace{0001}_{1}\ \underbrace{1111}_{f}\ \underbrace{1010}_{a}\ \underbrace{1000}_{8}$$

$$= 0b1111110101000$$

La Resta

- Con los números naturales podemos realizar las operaciones de suma y multiplicación.

La Resta

- Con los números naturales podemos realizar las operaciones de suma y multiplicación.
- La resta, sin embargo, requiere que el minuendo sea mayor que el sustraendo.

La Resta

- Con los números naturales podemos realizar las operaciones de suma y multiplicación.
- La resta, sin embargo, requiere que el minuendo sea mayor que el sustraendo.
- Eso suele tener sentido en muchas ocasiones, *de donde no hay no se puede sacar.*

La Resta

- Con los números naturales podemos realizar las operaciones de suma y multiplicación.
- La resta, sin embargo, requiere que el minuendo sea mayor que el sustraendo.
- Eso suele tener sentido en muchas ocasiones, *de donde no hay no se puede sacar.*
- Supongamos que tenemos un saldo de 100 euros en nuestra cuenta y nos queremos gastar 40. Sacamos 40 euros, entonces nos quedarán $100 - 40 = 60$ euros de saldo.

La Resta

- Con los números naturales podemos realizar las operaciones de suma y multiplicación.
- La resta, sin embargo, requiere que el minuendo sea mayor que el sustraendo.
- Eso suele tener sentido en muchas ocasiones, *de donde no hay no se puede sacar.*
- Supongamos que tenemos un saldo de 100 euros en nuestra cuenta y nos queremos gastar 40. Sacamos 40 euros, entonces nos quedarán $100 - 40 = 60$ euros de saldo.
- El problema viene si queremos restar un número mayor.

Números Negativos: Caso Práctico

- Por ejemplo, supongamos que nuestra cuenta corriente está a 0. Tenemos 0 euros.

Números Negativos: Caso Práctico

- Por ejemplo, supongamos que nuestra cuenta corriente está a 0. Tenemos 0 euros.
- Pero nosotros nos queremos gastar cien mil millones de euros.

Números Negativos: Caso Práctico

- Por ejemplo, supongamos que nuestra cuenta corriente está a 0. Tenemos 0 euros.
- Pero nosotros nos queremos gastar cien mil millones de euros.
- La solución es fácil: Ponemos que tenemos un saldo de -100000000000 euros en nuestra cuenta y nos los gastamos.

Números Negativos: Caso Práctico

- Por ejemplo, supongamos que nuestra cuenta corriente está a 0. Tenemos 0 euros.
- Pero nosotros nos queremos gastar cien mil millones de euros.
- La solución es fácil: Ponemos que tenemos un saldo de -100000000000 euros en nuestra cuenta y nos los gastamos.
- Hemos inventado los números negativos.

Números Negativos: Caso Práctico

- Por ejemplo, supongamos que nuestra cuenta corriente está a 0. Tenemos 0 euros.
- Pero nosotros nos queremos gastar cien mil millones de euros.
- La solución es fácil: Ponemos que tenemos un saldo de -100000000000 euros en nuestra cuenta y nos los gastamos.
- Hemos inventado los números negativos.
- El conjunto de los números naturales junto con sus correspondientes negativos recibe el nombre de conjunto de los números enteros y se representa con la letra $\mathbb{Z}$ (primera letra de la palabra número en alemán, *Zahl*).

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- A lo largo de este tema, hablaremos de si tiene o no tiene sentido un número (eso no es matemáticamente muy importante).

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- A lo largo de este tema, hablaremos de si tiene o no tiene sentido un número (eso no es matemáticamente muy importante).
- La cuestión es sencilla: Tenemos unas operaciones matemáticas y nosotros queremos poder hacerlas en todos los casos de forma coherente. Si el conjunto de números que tenemos no lo permite, nosotros podemos ampliarlo introduciendo *formalmente* los resultados de dichas operaciones.

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- A lo largo de este tema, hablaremos de si tiene o no tiene sentido un número (eso no es matemáticamente muy importante).
- La cuestión es sencilla: Tenemos unas operaciones matemáticas y nosotros queremos poder hacerlas en todos los casos de forma coherente. Si el conjunto de números que tenemos no lo permite, nosotros podemos ampliarlo introduciendo *formalmente* los resultados de dichas operaciones.
- Si eso tiene sentido al aplicarlo a problemas reales es ajeno a las propiedades aritméticas de los números contruidos que es lo que formalmente interesa desde el punto de vista matemático.

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- A lo largo de este tema, hablaremos de si tiene o no tiene sentido un número (eso no es matemáticamente muy importante).
- La cuestión es sencilla: Tenemos unas operaciones matemáticas y nosotros queremos poder hacerlas en todos los casos de forma coherente. Si el conjunto de números que tenemos no lo permite, nosotros podemos ampliarlo introduciendo *formalmente* los resultados de dichas operaciones.
- Si eso tiene sentido al aplicarlo a problemas reales es ajeno a las propiedades aritméticas de los números contruidos que es lo que formalmente interesa desde el punto de vista matemático.
- Vamos a ver algunas de las propiedades más importantes de los números enteros:

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c = a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b = b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0 = a$ para cualquier a

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$
- Asociativa para el producto: $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$
- Asociativa para el producto: $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
- Conmutativa para el producto: $a\cdot b=b\cdot a$

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$
- Asociativa para el producto: $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
- Conmutativa para el producto: $a\cdot b=b\cdot a$
- Elemento neutro para el producto: Existe 1 tal que $a\cdot 1=a$

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$
- Asociativa para el producto: $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
- Conmutativa para el producto: $a\cdot b=b\cdot a$
- Elemento neutro para el producto: Existe 1 tal que $a\cdot 1=a$
- Distributiva: $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Las propiedades anteriores las cumple $\mathbb{Z}$, pero también muchos otros conjuntos.

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Las propiedades anteriores las cumple $\mathbb{Z}$, pero también muchos otros conjuntos.
- Una propiedad importante de $\mathbb{Z}$ no mencionada anteriormente es el hecho de tener un algoritmo de división con resto. No vamos a entrar en ello porque en este curso introductorio no podemos profundizar, pero el algoritmo de la división entera nos permitirá hacer construcciones muy interesantes en el futuro.

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Las propiedades anteriores las cumple $\mathbb{Z}$, pero también muchos otros conjuntos.
- Una propiedad importante de $\mathbb{Z}$ no mencionada anteriormente es el hecho de tener un algoritmo de división con resto. No vamos a entrar en ello porque en este curso introductorio no podemos profundizar, pero el algoritmo de la división entera nos permitirá hacer construcciones muy interesantes en el futuro.
- Otras propiedades son las relativas al orden: Dados dos números enteros a y b, diremos que $a \leq b$ si $b - a$ es un número natural.

Propiedades de $\mathbb{Z}$

- Las propiedades anteriores las cumple $\mathbb{Z}$, pero también muchos otros conjuntos.
- Una propiedad importante de $\mathbb{Z}$ no mencionada anteriormente es el hecho de tener un algoritmo de división con resto. No vamos a entrar en ello porque en este curso introductorio no podemos profundizar, pero el algoritmo de la división entera nos permitirá hacer construcciones muy interesantes en el futuro.
- Otras propiedades son las relativas al orden: Dados dos números enteros a y b, diremos que $a \leq b$ si $b - a$ es un número natural.
- Esto es lo que se conoce como una relación de orden (en este caso un orden total).

Relaciones de Orden

Dado un conjunto (por ejemplo $\mathbb{Z}$) y una relación entre sus elementos, que denotaremos $\leq$, diremos que es una relación de orden si cumple las siguientes propiedades:

- Reflexiva: Todo elemento es menor o igual que sí mismo $a \leq a$ para todo a.

Relaciones de Orden

Dado un conjunto (por ejemplo $\mathbb{Z}$) y una relación entre sus elementos, que denotaremos $\leq$, diremos que es una relación de orden si cumple las siguientes propiedades:

- Reflexiva: Todo elemento es menor o igual que sí mismo $a \leq a$ para todo a.
- Antisimétrica: Si $a \leq b$ y $b \leq a$ entonces necesariamente $a = b$.

Relaciones de Orden

Dado un conjunto (por ejemplo $\mathbb{Z}$) y una relación entre sus elementos, que denotaremos $\leq$, diremos que es una relación de orden si cumple las siguientes propiedades:

- Reflexiva: Todo elemento es menor o igual que sí mismo $a \leq a$ para todo a.
- Antisimétrica: Si $a \leq b$ y $b \leq a$ entonces necesariamente $a = b$.
- Transitiva: Si $a \leq b$ y $b \leq c$ entonces $a \leq c$.

Relaciones de Orden

Dado un conjunto (por ejemplo $\mathbb{Z}$) y una relación entre sus elementos, que denotaremos $\leq$, diremos que es una relación de orden si cumple las siguientes propiedades:

- Reflexiva: Todo elemento es menor o igual que sí mismo $a \leq a$ para todo a.
- Antisimétrica: Si $a \leq b$ y $b \leq a$ entonces necesariamente $a = b$.
- Transitiva: Si $a \leq b$ y $b \leq c$ entonces $a \leq c$.

Si además se cumple que dados dos elementos a y b del conjunto, o bien se cumple que $a \leq b$ o que $b \leq a$ se dice que el orden es total. El orden que tenemos en $\mathbb{Z}$ es total, pero existen multitud de ejemplos de relaciones de orden que no tienen un orden total.

Algunas Propiedades del Orden en $\mathbb{Z}$

Vamos a ver algunas propiedades interesantes del orden en $\mathbb{Z}$ (que pueden no cumplirse en otras relaciones de orden):

- Si $a \leq b$, entonces para todo c se tiene que $a + c \leq b + c$ (podemos sumar cualquier número a ambos lados de una desigualdad y se sigue cumpliendo)

Algunas Propiedades del Orden en $\mathbb{Z}$

Vamos a ver algunas propiedades interesantes del orden en $\mathbb{Z}$ (que pueden no cumplirse en otras relaciones de orden):

- Si $a \leq b$, entonces para todo c se tiene que $a + c \leq b + c$ (podemos sumar cualquier número a ambos lados de una desigualdad y se sigue cumpliendo)
- Si $a \leq b$ entonces $-b \leq -a$ (cambiar de signo nos cambia el orden de las desigualdades).

Algunas Propiedades del Orden en $\mathbb{Z}$

Vamos a ver algunas propiedades interesantes del orden en $\mathbb{Z}$ (que pueden no cumplirse en otras relaciones de orden):

- Si $a \leq b$, entonces para todo c se tiene que $a + c \leq b + c$ (podemos sumar cualquier número a ambos lados de una desigualdad y se sigue cumpliendo)
- Si $a \leq b$ entonces $-b \leq -a$ (cambiar de signo nos cambia el orden de las desigualdades).
- Si $a \leq b$ y c es un número natural, entonces $a \cdot c \leq b \cdot c$.

Algunas Propiedades del Orden en $\mathbb{Z}$

Vamos a ver algunas propiedades interesantes del orden en $\mathbb{Z}$ (que pueden no cumplirse en otras relaciones de orden):

- Si $a \leq b$, entonces para todo c se tiene que $a + c \leq b + c$ (podemos sumar cualquier número a ambos lados de una desigualdad y se sigue cumpliendo)
- Si $a \leq b$ entonces $-b \leq -a$ (cambiar de signo nos cambia el orden de las desigualdades).
- Si $a \leq b$ y c es un número natural, entonces $a \cdot c \leq b \cdot c$.

Utilizaremos las notaciones $a < b$ para indicar $a \leq b$ y $a \neq b$, así como las correspondientes $\geq$ y $>$ para indicar el orden en sentido contrario.

Algunas Propiedades del Orden en $\mathbb{Z}$

Vamos a ver algunas propiedades interesantes del orden en $\mathbb{Z}$ (que pueden no cumplirse en otras relaciones de orden):

- Si $a \leq b$, entonces para todo c se tiene que $a + c \leq b + c$ (podemos sumar cualquier número a ambos lados de una desigualdad y se sigue cumpliendo)
- Si $a \leq b$ entonces $-b \leq -a$ (cambiar de signo nos cambia el orden de las desigualdades).
- Si $a \leq b$ y c es un número natural, entonces $a \cdot c \leq b \cdot c$.

Utilizaremos las notaciones $a < b$ para indicar $a \leq b$ y $a \neq b$, así como las correspondientes $\geq$ y $>$ para indicar el orden en sentido contrario.

A los números $a > 0$ los llamaremos positivos y a los números $a < 0$ los llamaremos negativos.

La Divisón

- Los elementos de $\mathbb{Z}$ se pueden sumar y restar, sin embargo la operación de división no siempre tiene resultado.

La Divisón

- Los elementos de $\mathbb{Z}$ se pueden sumar y restar, sin embargo la operación de división no siempre tiene resultado.
- Si queremos dividir 4 entre 2 el resultado es fácil, dos para cada uno.

La Divisón

- Los elementos de $\mathbb{Z}$ se pueden sumar y restar, sin embargo la operación de división no siempre tiene resultado.
- Si queremos dividir 4 entre 2 el resultado es fácil, dos para cada uno.
- Si tenemos 3 y tenemos que dividirlos entre 2 tenemos la opción de que exista un resto (división entera) o de *formalmente* demos significado a esta operación permitiendo que el resultado sea *uno y medio*.

La Divisón

- Los elementos de $\mathbb{Z}$ se pueden sumar y restar, sin embargo la operación de división no siempre tiene resultado.
- Si queremos dividir 4 entre 2 el resultado es fácil, dos para cada uno.
- Si tenemos 3 y tenemos que dividirlos entre 2 tenemos la opción de que exista un resto (división entera) o de *formalmente* demos significado a esta operación permitiendo que el resultado sea *uno y medio*.
- Como antes con el ejemplo de los cien mil millones en negativo, el significado real de un número como $3/2$ no es un problema matemático.

La Divisón

- Los elementos de $\mathbb{Z}$ se pueden sumar y restar, sin embargo la operación de división no siempre tiene resultado.
- Si queremos dividir 4 entre 2 el resultado es fácil, dos para cada uno.
- Si tenemos 3 y tenemos que dividirlos entre 2 tenemos la opción de que exista un resto (división entera) o de *formalmente* demos significado a esta operación permitiendo que el resultado sea *uno y medio*.
- Como antes con el ejemplo de los cien mil millones en negativo, el significado real de un número como $3/2$ no es un problema matemático.
- El conjunto en el que se introducen formalmente todos los inversos de los elementos de $\mathbb{Z}$ (distintos de 0) y todas sus posibles sumas y restas recibe el nombre de conjunto de los números racionales y se denota por $\mathbb{Q}$.

Propiedades de la División Entera

- Cuando un número entero divide a otro con resto 0 decimos que es un divisor suyo.

Propiedades de la División Entera

- Cuando un número entero divide a otro con resto 0 decimos que es un divisor suyo.
- Un número mayor que 1 se dice compuesto cuando es producto de dos números estrictamente menores que él.

Propiedades de la División Entera

- Cuando un número entero divide a otro con resto 0 decimos que es un divisor suyo.
- Un número mayor que 1 se dice compuesto cuando es producto de dos números estrictamente menores que él.
- Cuando un número mayor que 1 no es compuesto se dice primo.

Propiedades de la División Entera

- Cuando un número entero divide a otro con resto 0 decimos que es un divisor suyo.
- Un número mayor que 1 se dice compuesto cuando es producto de dos números estrictamente menores que él.
- Cuando un número mayor que 1 no es compuesto se dice primo.
- Todo número mayor que 1 se puede descomponer como producto de factores primos.

Propiedades de la División Entera

- Cuando un número entero divide a otro con resto 0 decimos que es un divisor suyo.
- Un número mayor que 1 se dice compuesto cuando es producto de dos números estrictamente menores que él.
- Cuando un número mayor que 1 no es compuesto se dice primo.
- Todo número mayor que 1 se puede descomponer como producto de factores primos.
- Este proceso es el que se conoce como factorizar y para realizarlo, lo que tenemos que hacer es ir haciendo sucesivamente la división del número por los factores más pequeños.

Propiedades de la División Entera

- Cuando un número entero divide a otro con resto 0 decimos que es un divisor suyo.
- Un número mayor que 1 se dice compuesto cuando es producto de dos números estrictamente menores que él.
- Cuando un número mayor que 1 no es compuesto se dice primo.
- Todo número mayor que 1 se puede descomponer como producto de factores primos.
- Este proceso es el que se conoce como factorizar y para realizarlo, lo que tenemos que hacer es ir haciendo sucesivamente la división del número por los factores más pequeños.
- Si un número no tiene ningún factor más pequeño que su raiz cuadrada, entonces es primo.

Ejemplo

Vamos a factorizar el número 72. Para ello vamos buscando los divisores más pequeños hasta que no quedan más factores.

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

La factorización es pues $2^3 \cdot 3^2$.

Propiedades de $\mathbb{Q}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c = a+(b+c)$

Propiedades de $\mathbb{Q}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$

Propiedades de $\mathbb{Q}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a

Propiedades de $\mathbb{Q}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c = a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$

Propiedades de $\mathbb{Q}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$
- Asociativa para el producto: $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$

Propiedades de $\mathbb{Q}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$
- Asociativa para el producto: $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
- Conmutativa para el producto: $a\cdot b=b\cdot a$

Propiedades de $\mathbb{Q}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$
- Asociativa para el producto: $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
- Conmutativa para el producto: $a\cdot b=b\cdot a$
- Inverso para el producto: Para cualquier a distinto de 0 existe a^{-1} tal que $a\cdot a^{-1}=1$.

Propiedades de $\mathbb{Q}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$
- Asociativa para el producto: $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
- Conmutativa para el producto: $a\cdot b=b\cdot a$
- Inverso para el producto: Para cualquier a distinto de 0 existe a^{-1} tal que $a\cdot a^{-1}=1$.
- Elemento neutro para el producto: Existe 1 tal que $a\cdot 1=a$

Propiedades de $\mathbb{Q}$

- Asociativa para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Conmutativa para la suma: $a+b=b+a$
- Elemento neutro para la suma: Existe 0 tal que $a+0=a$ para cualquier a
- Inverso para la suma: Dado a existe un elemento $-a$ tal que $a+(-a)=0$
- Asociativa para el producto: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- Conmutativa para el producto: $a \cdot b = b \cdot a$
- Inverso para el producto: Para cualquier a distinto de 0 existe a^{-1} tal que $a \cdot a^{-1} = 1$.
- Elemento neutro para el producto: Existe 1 tal que $a \cdot 1 = a$
- Distributiva: $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$

Representación de los Números Racionales

- Para representar los números racionales podemos usar números decimales, por elemplo si tenemos un euro y lo dividimos entre 2, podemos decir que nos quedan 0.5 euros.

Representación de los Números Racionales

- Para representar los números racionales podemos usar números decimales, por elemplo si tenemos un euro y lo dividimos entre 2, podemos decir que nos quedan 0.5 euros.
- Esta representación decimal posicional, significa que, igual que las cifras tenían que multiplicarse por la potencia de 10 correspondiente, las cifras que están a la derecha del punto decimal, tienen que dividirse sucesivamente por 10, 10^2, 10^3 etc.

Representación de los Números Racionales

- Para representar los números racionales podemos usar números decimales, por elemplo si tenemos un euro y lo dividimos entre 2, podemos decir que nos quedan 0.5 euros.
- Esta representación decimal posicional, significa que, igual que las cifras tenían que multiplicarse por la potencia de 10 correspondiente, las cifras que están a la derecha del punto decimal, tienen que dividirse sucesivamente por 10, 10^2, 10^3 etc.
- Esta representación es muy conveniente para los casos en que el número de cifras decimales sea finito.

Representación de los Números Racionales

- Para representar los números racionales podemos usar números decimales, por elemplo si tenemos un euro y lo dividimos entre 2, podemos decir que nos quedan 0.5 euros.
- Esta representación decimal posicional, significa que, igual que las cifras tenían que multiplicarse por la potencia de 10 correspondiente, las cifras que están a la derecha del punto decimal, tienen que dividirse sucesivamente por 10, 10^2, 10^3 etc.
- Esta representación es muy conveniente para los casos en que el número de cifras decimales sea finito.
- Pero es posible que sea infinito, por ejemplo, si queremos dividir 1 entre 3 el resultado en notación decimal sería 0.3333333... con una cantidad infinita de 3.

Representación de los Números Racionales

- Para representar los números racionales podemos usar números decimales, por elemplo si tenemos un euro y lo dividimos entre 2, podemos decir que nos quedan 0.5 euros.
- Esta representación decimal posicional, significa que, igual que las cifras tenían que multiplicarse por la potencia de 10 correspondiente, las cifras que están a la derecha del punto decimal, tienen que dividirse sucesivamente por 10, 10^2, 10^3 etc.
- Esta representación es muy conveniente para los casos en que el número de cifras decimales sea finito.
- Pero es posible que sea infinito, por ejemplo, si queremos dividir 1 entre 3 el resultado en notación decimal sería 0.3333333... con una cantidad infinita de 3.
- En estos casos nos puede interesar utilizar la notación fraccionaria $1/3$ ó $\frac{1}{3}$.

Representación Fraccionaria

- Representaremos por $\frac{a}{b}$ al resultado formal de dividir a entre b. Llamaremos numerador al número a y denominador al número b.

Representación Fraccionaria

- Representaremos por $\frac{a}{b}$ al resultado formal de dividir a entre b. Llamaremos numerador al número a y denominador al número b.
- Esta representación no tendrá sentido en el caso en que b sea 0.

Representación Fraccionaria

- Representaremos por $\frac{a}{b}$ al resultado formal de dividir a entre b. Llamaremos numerador al número a y denominador al número b.
- Esta representación no tendrá sentido en el caso en que b sea 0.
- El problema de esta representación es que no es única.

Representación Fraccionaria

- Representaremos por $\frac{a}{b}$ al resultado formal de dividir a entre b. Llamaremos numerador al número a y denominador al número b.
- Esta representación no tendrá sentido en el caso en que b sea 0.
- El problema de esta representación es que no es única.
- Así $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son el mismo valor (en notación decimal 0.5)

Representación Fraccionaria

- Representaremos por $\frac{a}{b}$ al resultado formal de dividir a entre b. Llamaremos numerador al número a y denominador al número b.
- Esta representación no tendrá sentido en el caso en que b sea 0.
- El problema de esta representación es que no es única.
- Así $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son el mismo valor (en notación decimal 0.5)
- Para determinar si dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son iguales se aplica la siguiente regla:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si } a \cdot d = b \cdot c$$

Representación Fraccionaria

- Representaremos por $\frac{a}{b}$ al resultado formal de dividir a entre b. Llamaremos numerador al número a y denominador al número b.
- Esta representación no tendrá sentido en el caso en que b sea 0.
- El problema de esta representación es que no es única.
- Así $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son el mismo valor (en notación decimal 0.5)
- Para determinar si dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son iguales se aplica la siguiente regla:
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si } a \cdot d = b \cdot c$$
- De esta forma sabemos que $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b}$ para cualesquiera valores a y b, por lo tanto podemos considerar que siempre el signo está en el numerador y que el denominador es un número mayor que 0.

Simplificación de Fracciones

- Se suele considerar que cuanto más pequeños sean el numerador y el denominador, la representación es más simple.

Simplificación de Fracciones

- Se suele considerar que cuanto más pequeños sean el numerador y el denominador, la representación es más simple.
- Entonces, como $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot t}{b \cdot t}$ para cualquier t distinto de 0 (ya que $abt = bat$) entonces podemo aplicar la regla de que *siempre que tengamos un factor común en el numerador y el denominador podemos eliminarlo.*

Simplificación de Fracciones

- Se suele considerar que cuanto más pequeños sean el numerador y el denominador, la representación es más simple.
- Entonces, como $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot t}{b \cdot t}$ para cualquier t distinto de 0 (ya que $abt = bat$) entonces podemo aplicar la regla de que *siempre que tengamos un factor común en el numerador y el denominador podemos eliminarlo.*
- Así por ejemplo si tenemos la fracción $\frac{4}{6}$, vemos claramente que tanto el numerador como el denominador son números pares y los podemos dividir por 2, entonces podemos *simplificar la fracción*

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{3}.$$

Simplificación de Fracciones (II)

- Esto se puede hacer de forma sistemática siempre que tengamos factores comunes, el problema es que a veces no se ven a simple vista, $\frac{49}{56}$ tienen un factor común 7 que nos deja la fracción en $\frac{7}{8}$. Para garantizar la simplificación máxima podríamos utilizar el máximo común divisor, pero no vamos a entrar en ese tema.

Simplificación de Fracciones (II)

- Esto se puede hacer de forma sistemática siempre que tengamos factores comunes, el problema es que a veces no se ven a simple vista, $\frac{49}{56}$ tienen un factor común 7 que nos deja la fracción en $\frac{7}{8}$. Para garantizar la simplificación máxima podríamos utilizar el máximo común divisor, pero no vamos a entrar en ese tema.
- Lo fundamental es que tengamos presente que la representación fraccionaria puede no ser única y que dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son iguales si y sólo si $ad = bc$.

Simplificación de Fracciones (II)

- Esto se puede hacer de forma sistemática siempre que tengamos factores comunes, el problema es que a veces no se ven a simple vista, $\frac{49}{56}$ tienen un factor común 7 que nos deja la fracción en $\frac{7}{8}$. Para garantizar la simplificación máxima podríamos utilizar el máximo común divisor, pero no vamos a entrar en ese tema.
- Lo fundamental es que tengamos presente que la representación fraccionaria puede no ser única y que dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son iguales si y sólo si $ad = bc$.
- Lo que haremos es poner el signo en el numerador y quitar factores *evidentes*.

Simplificación de Fracciones (II)

- Esto se puede hacer de forma sistemática siempre que tengamos factores comunes, el problema es que a veces no se ven a simple vista, $\frac{49}{56}$ tienen un factor común 7 que nos deja la fracción en $\frac{7}{8}$. Para garantizar la simplificación máxima podríamos utilizar el máximo común divisor, pero no vamos a entrar en ese tema.
- Lo fundamental es que tengamos presente que la representación fraccionaria puede no ser única y que dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son iguales si y sólo si $ad = bc$.
- Lo que haremos es poner el signo en el numerador y quitar factores *evidentes*.
- Cuando el denominador sea 1 pondremos simplemente el numerador: $\frac{a}{1} = a$

Operaciones con Fracciones

Tenemos que aprender a hacer las operaciones con fracciones: Las operaciones binarias de suma y multiplicación y también el cálculo del negativo y del inverso.

- Suma: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

Operaciones con Fracciones

Tenemos que aprender a hacer las operaciones con fracciones: Las operaciones binarias de suma y multiplicación y también el cálculo del negativo y del inverso.

- Suma: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$
- Multiplicación: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Operaciones con Fracciones

Tenemos que aprender a hacer las operaciones con fracciones: Las operaciones binarias de suma y multiplicación y también el cálculo del negativo y del inverso.

- Suma: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$
- Multiplicación: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
- Inverso para la suma: $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$ (Si a es negativo se aplica la regla de los signos $-(-x) = x$)

Operaciones con Fracciones

Tenemos que aprender a hacer las operaciones con fracciones: Las operaciones binarias de suma y multiplicación y también el cálculo del negativo y del inverso.

- Suma: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$
- Multiplicación: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
- Inverso para la suma: $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$ (Si a es negativo se aplica la regla de los signos $-(-x) = x$)
- Inverso para la multiplicación: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ (Siempre que $a \neq 0$).

Operaciones con Fracciones

Tenemos que aprender a hacer las operaciones con fracciones: Las operaciones binarias de suma y multiplicación y también el cálculo del negativo y del inverso.

- Suma: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$
- Multiplicación: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
- Inverso para la suma: $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$ (Si a es negativo se aplica la regla de los signos $-(-x) = x$)
- Inverso para la multiplicación: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ (Siempre que $a \neq 0$).

Todos estos resultados puede que se puedan simplificar al final.

Propiedades de orden en $\mathbb{Q}$

- Dada una fracción $\frac{a}{b}$ con $b > 0$, diremos que es positiva sin también $a > 0$. En ese caso diremos que $\frac{a}{b} > 0$. Si el numerador es cero, entonces $\frac{0}{b} = 0$.

Propiedades de orden en $\mathbb{Q}$

- Dada una fracción $\frac{a}{b}$ con $b > 0$, diremos que es positiva sin también $a > 0$. En ese caso diremos que $\frac{a}{b} > 0$. Si el numerador es cero, entonces $\frac{0}{b} = 0$.
- Dadas dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, diremos que $\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d}$ si $\frac{c}{d} - \frac{a}{b} \geq 0$. Suponiendo los dos denominadores positivos, eso significa que $cb - da \geq 0$ o lo que es lo mismo $cb \geq da$.

Propiedades de orden en $\mathbb{Q}$

- Dada una fracción $\frac{a}{b}$ con $b > 0$, diremos que es positiva sin también $a > 0$. En ese caso diremos que $\frac{a}{b} > 0$. Si el numerador es cero, entonces $\frac{0}{b} = 0$.
- Dadas dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, diremos que $\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d}$ si $\frac{c}{d} - \frac{a}{b} \geq 0$. Suponiendo los dos denominadores positivos, eso significa que $cb - da \geq 0$ o lo que es lo mismo $cb \geq da$.
- La relación de orden en $\mathbb{Q}$ tiene las mismas propiedades que hemos mencionado antes para el orden en $\mathbb{Z}$.

Definición

- Un polinomio es una expresión de la forma $p(x) = a_k x^k + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ donde x es un símbolo que representa un valor variable y los a_i son valores constantes a los que se llama coeficientes.

Definición

- Un polinomio es una expresión de la forma $p(x) = a_k x^k + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ donde x es un símbolo que representa un valor variable y los a_i son valores constantes a los que se llama coeficientes.
- Los coeficientes tiene que estar dentro de un conjunto que permita la suma y la multiplicación, por ejemplo en $\mathbb{Q}$.

Definición

- Un polinomio es una expresión de la forma $p(x) = a_k x^k + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ donde x es un símbolo que representa un valor variable y los a_i son valores constantes a los que se llama coeficientes.
- Los coeficientes tiene que estar dentro de un conjunto que permita la suma y la multiplicación, por ejemplo en $\mathbb{Q}$.
- A los polinomios que sólo tienen un coeficiente distinto de 0 se les llama monomios.

Definición

- Un polinomio es una expresión de la forma $p(x) = a_k x^k + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ donde x es un símbolo que representa un valor variable y los a_i son valores constantes a los que se llama coeficientes.
- Los coeficientes tiene que estar dentro de un conjunto que permita la suma y la multiplicación, por ejemplo en $\mathbb{Q}$.
- A los polinomios que sólo tienen un coeficiente distinto de 0 se les llama monomios.
- Un polinomio se puede considerar una suma de monomios.

Definición

- Un polinomio es una expresión de la forma $p(x) = a_k x^k + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ donde x es un símbolo que representa un valor variable y los a_i son valores constantes a los que se llama coeficientes.
- Los coeficientes tiene que estar dentro de un conjunto que permita la suma y la multiplicación, por ejemplo en $\mathbb{Q}$.
- A los polinomios que sólo tienen un coeficiente distinto de 0 se les llama monomios.
- Un polinomio se puede considerar una suma de monomios.
- Llamaremos grado de un monomio $a_k x^k$ al número natural k que se pone como exponente de x. El grado de un polinimio es el mayor de los grados de sus monomios.

Definición

- Un polinomio es una expresión de la forma $p(x) = a_k x^k + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ donde x es un símbolo que representa un valor variable y los a_i son valores constantes a los que se llama coeficientes.
- Los coeficientes tiene que estar dentro de un conjunto que permita la suma y la multiplicación, por ejemplo en $\mathbb{Q}$.
- A los polinomios que sólo tienen un coeficiente distinto de 0 se les llama monomios.
- Un polinomio se puede considerar una suma de monomios.
- Llamaremos grado de un monomio $a_k x^k$ al número natural k que se pone como exponente de x. El grado de un polinimio es el mayor de los grados de sus monomios.
- El polinomio con todos los coeficientes 0 es el polinimio 0 y se considera que tiene coeficiente $-\infty$.

Ejemplo:

Consideremos el polinimio $x^3 + 3x - 1$

- Este polinimio tiene 3 monomios con coeficiente no nulo.

Ejemplo:

Consideremos el polinimio $x^3 + 3x - 1$

- Este polinimio tiene 3 monomios con coeficiente no nulo.
- El monomio x^3 tiene coeficiente 1. El monomio $3x$ tiene coeficiente 3 y -1 tiene coeficiente -1.

Ejemplo:

Consideremos el polinimio $x^3 + 3x - 1$

- Este polinimio tiene 3 monomios con coeficiente no nulo.
- El monomio x^3 tiene coeficiente 1. El monomio $3x$ tiene coeficiente 3 y -1 tiene coeficiente -1.
- El grado del polinimio es 3.

Operaciones con Polinimios

Los polinimios se pueden sumar, multiplicar por constantes y entre sí. Empecemos viendo las reglas para los monomios:

- $ax^k + bx^k = (a+b)x^k$

Operaciones con Polinimios

Los polinimios se pueden sumar, multiplicar por constantes y entre sí. Empecemos viendo las reglas para los monomios:

- $ax^k + bx^k = (a+b)x^k$
- $-(ax^k) = (-a)x^k$

Operaciones con Polinimios

Los polinimios se pueden sumar, multiplicar por constantes y entre sí. Empecemos viendo las reglas para los monomios:

- $ax^k + bx^k = (a+b)x^k$
- $-(ax^k) = (-a)x^k$
- $ax^k \cdot bx^l = (a \cdot b)x^{k+l}$

Operaciones con Polinimios

Los polinimios se pueden sumar, multiplicar por constantes y entre sí. Empecemos viendo las reglas para los monomios:

- $ax^k + bx^k = (a+b)x^k$
- $-(ax^k) = (-a)x^k$
- $ax^k \cdot bx^l = (a \cdot b)x^{k+l}$
- Si $k \neq l$ entonces la suma $ax^k + bx^l$ se deja tal cual como polinimio.

Operaciones con Polinimios

Los polinimios se pueden sumar, multiplicar por constantes y entre sí. Empecemos viendo las reglas para los monomios:

- $ax^k + bx^k = (a+b)x^k$
- $-(ax^k) = (-a)x^k$
- $ax^k \cdot bx^l = (a \cdot b)x^{k+l}$
- Si $k \neq l$ entonces la suma $ax^k + bx^l$ se deja tal cual como polinimio.

Para extender la definición de las operaciones con polinimios, estendemos por la distributividad, por ejemplo

$$(a_k x^k + \cdots + a_1 x + a_0) \cdot bx^l = a_k bx^{k+l} + \cdots + a_1 bx^{1+l} + a_0 bx^l$$

Factorización de Polinomios

- Casi más importante que multiplicar polinomios, es encontrar la forma de descomponer un polinimio en producto de otros más pequeños.

Factorización de Polinomios

- Casi más importante que multiplicar polinomios, es encontrar la forma de descomponer un polinimio en producto de otros más pequeños.
- Eso no siempre es fácil. Aquí vamos a verlo en casos muy sencillos.

Factorización de Polinomios

- Casi más importante que multiplicar polinomios, es encontrar la forma de descomponer un polinimio en producto de otros más pequeños.
- Eso no siempre es fácil. Aquí vamos a verlo en casos muy sencillos.
- Empecemos con los polinomios de grado 2, es decir, polinomios $ax^2 + bx + c$.

Factorización de Polinomios

- Casi más importante que multiplicar polinomios, es encontrar la forma de descomponer un polinimio en producto de otros más pequeños.
- Eso no siempre es fácil. Aquí vamos a verlo en casos muy sencillos.
- Empecemos con los polinomios de grado 2, es decir, polinomios $ax^2 + bx + c$.
- Un polinomio de este tipo siempre se puede descomponer como $a(x - \alpha)(x - \beta)$ siendo α y β los valores que hacen 0 dicho polinomio. Esos valore reciben el nombre de raices.

Factorización de Polinomios

- Casi más importante que multiplicar polinomios, es encontrar la forma de descomponer un polinimio en producto de otros más pequeños.
- Eso no siempre es fácil. Aquí vamos a verlo en casos muy sencillos.
- Empecemos con los polinomios de grado 2, es decir, polinomios $ax^2 + bx + c$.
- Un polinomio de este tipo siempre se puede descomponer como $a(x - \alpha)(x - \beta)$ siendo α y β los valores que hacen 0 dicho polinomio. Esos valore reciben el nombre de raices.
- Se calculan con la famosa fórmula de la ecuación de segundo grado: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ siendo los dos valores α y β los que resultan de poner el signo positivo o negativo en esa fórmula.

Factorización de Polinomios

- Se pueden dar distintos casos.

Factorización de Polinomios

- Se pueden dar distintos casos.
- Un caso posible es que $b^2 - 4ac = 0$, en ese caso $\alpha = \beta$, es lo que se conoce como una raiz doble. En ese caso el polinomio se factoriza como $a(x-\alpha)^2$.

Factorización de Polinomios

- Se pueden dar distintos casos.
- Un caso posible es que $b^2 - 4ac = 0$, en ese caso $\alpha = \beta$, es lo que se conoce como una raiz doble. En ese caso el polinomio se factoriza como $a(x - \alpha)^2$.
- También podría ser que $b^2 - 4ac$ fuese negativo y la raiz no se pudiera calcular (dentro de los números reales). Las raices siempre se pueden calcular aunque sean imaginarias, pero en ese caso el polinimio se podría factorizar en los números complejos pero no en los reales.

Factorización de Polinomios

- Se pueden dar distintos casos.
- Un caso posible es que $b^2 - 4ac = 0$, en ese caso $\alpha = \beta$, es lo que se conoce como una raiz doble. En ese caso el polinomio se factoriza como $a(x-\alpha)^2$.
- También podría ser que $b^2 - 4ac$ fuese negativo y la raiz no se pudiera calcular (dentro de los números reales). Las raices siempre se pueden calcular aunque sean imaginarias, pero en ese caso el polinimio se podría factorizar en los números complejos pero no en los reales.
- Si las dos raices son reales y distintas, entonces la factorización es $a(x-\alpha)(x-\beta)$.

Factorización de Polinomios de Grado 3

- Cuando tenemos un polinomio de grado 3 podríamos utilizar una fórmula que existe para este caso, pero suele ser difícil de recordar.

Factorización de Polinomios de Grado 3

- Cuando tenemos un polinomio de grado 3 podríamos utilizar una fórmula que existe para este caso, pero suele ser difícil de recordar.
- Lo más habitual es buscar, por tanteo, un valor α que haga cero el polinomio, entonces ya tenemos un factor $x - \alpha$. El resto del polinomio (que ya tiene grado 2). Lo descomponemos con la fórmula de segundo grado.

Factorización de Polinomios de Grado 3

- Cuando tenemos un polinomio de grado 3 podríamos utilizar una fórmula que existe para este caso, pero suele ser difícil de recordar.
- Lo más habitual es buscar, por tanteo, un valor α que haga cero el polinomio, entonces ya tenemos un factor $x - \alpha$. El resto del polinomio (que ya tiene grado 2). Lo descomponemos con la fórmula de segundo grado.
- Si el polinimio tiene coeficientes en $\mathbb{Z}$ y una raiz en $\mathbb{Z}$, esta será un divisor del coeficiente de grado 0 (el término independiente), así que es entre esos valores entre los que nos conviene buscar raices.

Factorización de Polinomios de Grado 3

- Cuando tenemos un polinomio de grado 3 podríamos utilizar una fórmula que existe para este caso, pero suele ser difícil de recordar.
- Lo más habitual es buscar, por tanteo, un valor α que haga cero el polinomio, entonces ya tenemos un factor $x - \alpha$. El resto del polinomio (que ya tiene grado 2). Lo descomponemos con la fórmula de segundo grado.
- Si el polinimio tiene coeficientes en $\mathbb{Z}$ y una raiz en $\mathbb{Z}$, esta será un divisor del coeficiente de grado 0 (el término independiente), así que es entre esos valores entre los que nos conviene buscar raices.
- Vamos a ver el método de división por polinomios de grado 1 (de la forma $x - \alpha$), lo que se suele denominar, *Ruffini*.

Ruffini

- Lo más sencillo es ver directamente un ejemplo.

Ruffini

- Lo más sencillo es ver directamente un ejemplo.
- Vamos a calcular el cociente y el resto de dividir el polinomio $-3x^3 - 2x - 1$ por $x + 1$.

Ruffini

- Lo más sencillo es ver directamente un ejemplo.
- Vamos a calcular el cociente y el resto de dividir el polinomio $-3x^3 - 2x - 1$ por $x + 1$.
- Este método considera que hacemos la división por $x - a$, así que nos referiremos a $a = -1$ en este caso.

Ruffini

- Lo más sencillo es ver directamente un ejemplo.
- Vamos a calcular el cociente y el resto de dividir el polinomio $-3x^3 - 2x - 1$ por $x + 1$.
- Este método considera que hacemos la división por $x - a$, así que nos referiremos a $a = -1$ en este caso.
- Para realizar esta divisi'on ponemos los coeficientes del polinomio en la parte superior y el valor -1 en la parte izquierda.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 0 & -2 & -1 \\ -1 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

Ruffini (II)

Bajamos el coeficiente de mayor grado

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 0 & -2 & -1 \\ -1 & & & & \\ \hline & -3 & & & \end{array}$$

Lo multiplicamos por -1 y lo ponemos debajo del coeficiente de grado 2

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 0 & -2 & -1 \\ -1 & & 3 & & \\ \hline & -3 & & & \end{array}$$

Ruffini (III)

y lo sumamos con el coeficiente de grado 2.

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & -3 & 0 & -2 & -1 \\
-1 & & 3 & & \\
\hline
 & -3 & 3 & &
\end{array}
$$

multiplicamos esta suma por 0 y lo ponemos debajo del siguiente coeficiente para sumarlo.

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & -3 & 0 & -2 & -1 \\
-1 & & 3 & -3 & \\
\hline
 & -3 & 3 & -5 &
\end{array}
$$

Ruffini (IV)

Los coeficientes que hemos calculado hasta ahora son los correspondientes al cociente. Repetimos el proceso con la última columna para obtener el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrr} & -3 & 0 & -2 & -1 \\ -1 & & 3 & -3 & 5 \\ \hline & -3 & 3 & -5 & 4 \end{array}$$

El cociente es pues $-3x^2 + 3x - 5$ y el resto 4. En este caso el resto no es 0, por lo que $x + 1$ no es un divisor del polinomio.

Divisiones por Polinimios Generales

- Para hacer una división general entre un polinomio $p(x)$ y un polinomio $q(x)$ podemo utilizar un algoritmo similar al que hacemos para dividir números.

Divisiones por Polinimios Generales

- Para hacer una división general entre un polinomio $p(x)$ y un polinomio $q(x)$ podemo utilizar un algoritmo similar al que hacemos para dividir números.
- Empezamos dividiendo los términos de mayor grado, eso nos deja un monomio del tipo ax^t. Multiplicamos este monomio por todo el divisor y lo restamos al dividendo.

Divisiones por Polinimios Generales

- Para hacer una división general entre un polinomio $p(x)$ y un polinomio $q(x)$ podemo utilizar un algoritmo similar al que hacemos para dividir números.
- Empezamos dividiendo los términos de mayor grado, eso nos deja un monomio del tipo ax^t. Multiplicamos este monomio por todo el divisor y lo restamos al dividendo.
- Esto nos deja el dividendo con un grado estrictamente menor. A ese dividendo le aplicamos de nuevo el método para sacar el siguiente monomio.

Divisiones por Polinimios Generales

- Para hacer una división general entre un polinomio $p(x)$ y un polinomio $q(x)$ podemo utilizar un algoritmo similar al que hacemos para dividir números.
- Empezamos dividiendo los términos de mayor grado, eso nos deja un monomio del tipo ax^t. Multiplicamos este monomio por todo el divisor y lo restamos al dividendo.
- Esto nos deja el dividendo con un grado estrictamente menor. A ese dividendo le aplicamos de nuevo el método para sacar el siguiente monomio.
- Esto lo hacemos mientras que el grado del dividendo sea mayor o igual que el del divisor, en cuyo caso habremos llegado al resto y terminado la división.

Divisiones por Polinimios Generales

- Para hacer una división general entre un polinomio $p(x)$ y un polinomio $q(x)$ podemo utilizar un algoritmo similar al que hacemos para dividir números.
- Empezamos dividiendo los términos de mayor grado, eso nos deja un monomio del tipo ax^t. Multiplicamos este monomio por todo el divisor y lo restamos al dividendo.
- Esto nos deja el dividendo con un grado estrictamente menor. A ese dividendo le aplicamos de nuevo el método para sacar el siguiente monomio.
- Esto lo hacemos mientras que el grado del dividendo sea mayor o igual que el del divisor, en cuyo caso habremos llegado al resto y terminado la división.
- Es más sencillo con un ejemplo.

División de Polinomios

- Vamos a calcular el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 - 2x$ por el polinomio $x^2 + 3x + 3$

División de Polinomios

- Vamos a calcular el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 - 2x$ por el polinomio $x^2 + 3x + 3$
- Empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 1/1 = 1$ que multipicará a $x^{3-2} = x$.

División de Polinomios

- Vamos a calcular el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 - 2x$ por el polinomio $x^2 + 3x + 3$
- Empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 1/1 = 1$ que multipicará a $x^{3-2} = x$.
- Vamos a restar $x(x^2 + 3x + 3) = x^3 + 3x^2 + 3x$ al dividendo, con lo que obtenemos $-3x^2 - 5x$.

División de Polinomios

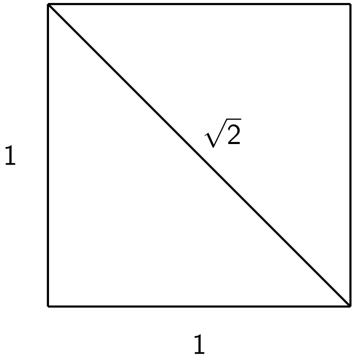
- Vamos a calcular el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 - 2x$ por el polinomio $x^2 + 3x + 3$
- Empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 1/1 = 1$ que multipicará a $x^{3-2} = x$.
- Vamos a restar $x(x^2 + 3x + 3) = x^3 + 3x^2 + 3x$ al dividendo, con lo que obtenemos $-3x^2 - 5x$.
- Repetimos el proceso y obtenemos el siguiente coeficiente que será $-3/2 = -3$ multiplicado por $x^{2-2} = 1$. El conciente va a ser pues $x - 3$.

División de Polinomios

- Vamos a calcular el cociente y el resto de dividir el polinomio $x^3 - 2x$ por el polinomio $x^2 + 3x + 3$
- Empezamos dividiendo los términos de mayor grado de los dos polinomios $q = 1/1 = 1$ que multipicará a $x^{3-2} = x$.
- Vamos a restar $x(x^2 + 3x + 3) = x^3 + 3x^2 + 3x$ al dividendo, con lo que obtenemos $-3x^2 - 5x$.
- Repetimos el proceso y obtenemos el siguiente coeficiente que será $-3/2 = -3$ multiplicado por $x^{2-2} = 1$. El conciente va a ser pues $x - 3$.
- Para calcular el resto ponemos $-3x^2 - 5x - (-3)(x^2 + 3x + 3) = 4x + 9$.

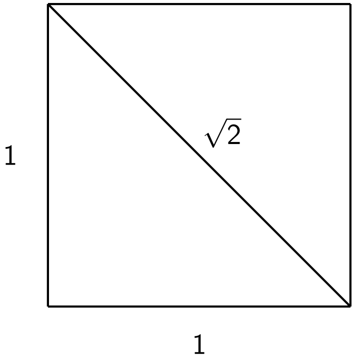
Con los números racionales ya tenemos todas las operaciones suma, resta, multiplicación y división, sin embargo hay operaciones que no pueden hacer.

Con los números racionales ya tenemos todas las operaciones suma, resta, multiplicación y división, sin embargo hay operaciones que no pueden hacer.



- Si hacemos un cuadrado de lado 1, la diagonal tiene longitud $\sqrt{2}$

Con los números racionales ya tenemos todas las operaciones suma, resta, multiplicación y división, sin embargo hay operaciones que no pueden hacer.



- Si hacemos un cuadrado de lado 1, la diagonal tiene longitud $\sqrt{2}$
- Este resultado ya era conocido desde la antigüedad, y también que $\sqrt{2}$ no puede ser igual a ninguna fracción $\frac{a}{b}$

$\sqrt{2}$ es irracional

Vamos a ver la demostración de este hecho:

- Supongamos que $\sqrt{2}$ se pudiera poner como una fracción $\frac{a}{b}$.

$\sqrt{2}$ es irracional

Vamos a ver la demostración de este hecho:

- Supongamos que $\sqrt{2}$ se pudiera poner como una fracción $\frac{a}{b}$.
- Podemos suponer que no pueden ser al mismo tiempo a y b números pares. Si lo fueran simplificaríamos la fracción dividiendo numerador y denominador por 2.

$\sqrt{2}$ es irracional

Vamos a ver la demostración de este hecho:

- Supongamos que $\sqrt{2}$ se pudiera poner como una fracción $\frac{a}{b}$.
- Podemos suponer que no pueden ser al mismo tiempo a y b números pares. Si lo fueran simplificaríamos la fracción dividiendo numerador y denominador por 2.
- Si $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ entonces tenemos $a^2 = 2b^2$.

$\sqrt{2}$ es irracional

Vamos a ver la demostración de este hecho:

- Supongamos que $\sqrt{2}$ se pudiera poner como una fracción $\frac{a}{b}$.
- Podemos suponer que no pueden ser al mismo tiempo a y b números pares. Si lo fueran simplificaríamos la fracción dividiendo numerador y denominador por 2.
- Si $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ entonces tenemos $a^2 = 2b^2$.
- Como $2b^2$ es par, entonces $a^2 = 2b^2$ tiene que ser par y a tiene que ser par (porque el cuadrado de un número impar es impar).

$\sqrt{2}$ es irracional

Vamos a ver la demostración de este hecho:

- Supongamos que $\sqrt{2}$ se pudiera poner como una fracción $\frac{a}{b}$.
- Podemos suponer que no pueden ser al mismo tiempo a y b números pares. Si lo fueran simplificaríamos la fracción dividiendo numerador y denominador por 2.
- Si $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ entonces tenemos $a^2 = 2b^2$.
- Como $2b^2$ es par, entonces $a^2 = 2b^2$ tiene que ser par y a tiene que ser par (porque el cuadrado de un número impar es impar).
- Entonces podemos poner $a = 2c$ para algún c y decir que $4c^2 = a^2 = 2b^2$.

$\sqrt{2}$ es irracional

Vamos a ver la demostración de este hecho:

- Supongamos que $\sqrt{2}$ se pudiera poner como una fracción $\frac{a}{b}$.
- Podemos suponer que no pueden ser al mismo tiempo a y b números pares. Si lo fueran simplificaríamos la fracción dividiendo numerador y denominador por 2.
- Si $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ entonces tenemos $a^2 = 2b^2$.
- Como $2b^2$ es par, entonces $a^2 = 2b^2$ tiene que ser par y a tiene que ser par (porque el cuadrado de un número impar es impar).
- Entonces podemos poner $a = 2c$ para algún c y decir que $4c^2 = a^2 = 2b^2$.
- Pero entonces $2c^2 = b^2$ y del mismo modo deducimos que b tiene que ser par, lo cual es imposible porque habíamos supuesto que como máximo uno de los dos podía ser par.

$\sqrt{2}$ es irracional

Vamos a ver la demostración de este hecho:

- Supongamos que $\sqrt{2}$ se pudiera poner como una fracción $\frac{a}{b}$.
- Podemos suponer que no pueden ser al mismo tiempo a y b números pares. Si lo fueran simplificaríamos la fracción dividiendo numerador y denominador por 2.
- Si $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ entonces tenemos $a^2 = 2b^2$.
- Como $2b^2$ es par, entonces $a^2 = 2b^2$ tiene que ser par y a tiene que ser par (porque el cuadrado de un número impar es impar).
- Entonces podemos poner $a = 2c$ para algún c y decir que $4c^2 = a^2 = 2b^2$.
- Pero entonces $2c^2 = b^2$ y del mismo modo deducimos que b tiene que ser par, lo cual es imposible porque habíamos supuesto que como máximo uno de los dos podía ser par.

Este es un ejemplo de demostración por reducción al absurdo que veremos al final del curso.

Construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$

- Podemos construir un conjunto de números que contenga a $\mathbb{Q}$ y que contenta también a $\sqrt{2}$. Para ello no tenemos más que tomar los números de la forma $r + s\sqrt{2}$ con $r, s \in \mathbb{Q}$.

Construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$

- Podemos construir un conjunto de números que contenga a $\mathbb{Q}$ y que contenta también a $\sqrt{2}$. Para ello no tenemos más que tomar los números de la forma $r + s\sqrt{2}$ con $r, s \in \mathbb{Q}$.
- La suma de dos elementos de este tipo está en el conjunto.

Construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$

- Podemos construir un conjunto de números que contenga a $\mathbb{Q}$ y que contenta también a $\sqrt{2}$. Para ello no tenemos más que tomar los números de la forma $r + s\sqrt{2}$ con $r, s \in \mathbb{Q}$.
- La suma de dos elementos de este tipo está en el conjunto.
- Todos los elementos de $\mathbb{Q}$ están tomando $s = 0$.

Construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$

- Podemos construir un conjunto de números que contenga a $\mathbb{Q}$ y que contenta también a $\sqrt{2}$. Para ello no tenemos más que tomar los números de la forma $r + s\sqrt{2}$ con $r, s \in \mathbb{Q}$.
- La suma de dos elementos de este tipo está en el conjunto.
- Todos los elementos de $\mathbb{Q}$ están tomando $s = 0$.
- Si multiplicamos $(r + s\sqrt{2})(u + v\sqrt{2}) = (ru + 2sv) + (rv + su)\sqrt{2}$ el producto también pertenece al conjunto.

Construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$

- Podemos construir un conjunto de números que contenga a $\mathbb{Q}$ y que contenta también a $\sqrt{2}$. Para ello no tenemos más que tomar los números de la forma $r + s\sqrt{2}$ con $r, s \in \mathbb{Q}$.
- La suma de dos elementos de este tipo está en el conjunto.
- Todos los elementos de $\mathbb{Q}$ están tomando $s = 0$.
- Si multiplicamos $(r + s\sqrt{2})(u + v\sqrt{2}) = (ru + 2sv) + (rv + su)\sqrt{2}$ el producto también pertenece al conjunto.
- Incluso la división, si tenemos $\frac{r+s\sqrt{2}}{u+v\sqrt{2}}$ podemos multiplicar numerador y denominador por $u - v\sqrt{2}$ y obtener

$$\frac{r + s\sqrt{2}}{u + v\sqrt{2}} = \frac{(r + s\sqrt{2})(u - v\sqrt{2})}{(u + v\sqrt{2})(u - v\sqrt{2})} = \frac{(ru - sv) + (su - rv)\sqrt{2}}{u^2 - 2v^2} = \frac{ru - sv}{u^2 - 2v^2} + \frac{su - rv}{u^2 - 2v^2}\sqrt{2}$$

que es un número del conjunto.

Números Transcendentes

- La construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ es interesante, tiene todas las buenas propiedades que buscamos, pero siguen faltándonos números, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.

Números Transcendentes

- La construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ es interesante, tiene todas las buenas propiedades que buscamos, pero siguen faltándonos números, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.
- Luego nos faltarían las combinaciones de ellos, y la posibilidad de hacer raíces cúbicas, etc.

Números Transcendentes

- La construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ es interesante, tiene todas las buenas propiedades que buscamos, pero siguen faltándonos números, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.
- Luego nos faltarían las combinaciones de ellos, y la posibilidad de hacer raíces cúbicas, etc.
- Con esta técnica podemos añadir todas las soluciones que queramos de ecuaciones polinimiales.

Números Transcendentes

- La construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ es interesante, tiene todas las buenas propiedades que buscamos, pero siguen faltándonos números, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.
- Luego nos faltarían las combinaciones de ellos, y la posibilidad de hacer raíces cúbicas, etc.
- Con esta técnica podemos añadir todas las soluciones que queramos de ecuaciones polinimiales.
- Si incluimos todas las soluciones posibles de polinimos con coeficientes en $\mathbb{Q}$ llegamos a los números algebráicos, pero todavía no están todos.

Números Transcendentes

- La construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ es interesante, tiene todas las buenas propiedades que buscamos, pero siguen faltándonos números, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.
- Luego nos faltarían las combinaciones de ellos, y la posibilidad de hacer raíces cúbicas, etc.
- Con esta técnica podemos añadir todas las soluciones que queramos de ecuaciones polinimiales.
- Si incluimos todas las soluciones posibles de polinimos con coeficientes en $\mathbb{Q}$ llegamos a los números algebráicos, pero todavía no están todos.
- Hay números famosos que no pueden ponerse como solución de una ecuación polinomial con coeficientes en $\mathbb{Q}$, por ejemplo el número π o el número e, base de los logaritmos neperianos.

Números Transcendentes

- La construcción de $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ es interesante, tiene todas las buenas propiedades que buscamos, pero siguen faltándonos números, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.
- Luego nos faltarían las combinaciones de ellos, y la posibilidad de hacer raíces cúbicas, etc.
- Con esta técnica podemos añadir todas las soluciones que queramos de ecuaciones polinimiales.
- Si incluimos todas las soluciones posibles de polinimos con coeficientes en $\mathbb{Q}$ llegamos a los números algebráicos, pero todavía no están todos.
- Hay números famosos que no pueden ponerse como solución de una ecuación polinomial con coeficientes en $\mathbb{Q}$, por ejemplo el número π o el número e, base de los logaritmos neperianos.
- Esos números se llaman transcendentes, y para llegar a ellos necesitamos la continuidad y las sucesiones.

Operaciones con Números Irracionales

- Es importante que sepamos manejar los números del tipo $\sqrt{n}$ y operar con ellos.

Operaciones con Números Irracionales

- Es importante que sepamos manejar los números del tipo $\sqrt{n}$ y operar con ellos.
- La regla básica es que cuando tenemos un cuadrado dentro de la raiz, podemos sacarlo fuera, así si tenemos por ejemplo $\sqrt{3^2 \cdot 5}$ nos conviene sacar el 3 y poner $3\sqrt{5}$.

Operaciones con Números Irracionales

- Es importante que sepamos manejar los números del tipo $\sqrt{n}$ y operar con ellos.
- La regla básica es que cuando tenemos un cuadrado dentro de la raiz, podemos sacarlo fuera, así si tenemos por ejemplo $\sqrt{3^2 \cdot 5}$ nos conviene sacar el 3 y poner $3\sqrt{5}$.
- Cuando tenemos fracciones del tipo $\frac{a+b\sqrt{n}}{c+d\sqrt{n}}$ podemos simplificarlas multiplicando el numerador y el denominador por $-c+d\sqrt{n}$ (o por $c-d\sqrt{n}$, siempre que multipliquemos el numerador y el denominador por el mismo número, el resultado de la fracción no cambia).

Operaciones con Números Irracionales

- Es importante que sepamos manejar los números del tipo $\sqrt{n}$ y operar con ellos.
- La regla básica es que cuando tenemos un cuadrado dentro de la raiz, podemos sacarlo fuera, así si tenemos por ejemplo $\sqrt{3^2 \cdot 5}$ nos conviene sacar el 3 y poner $3\sqrt{5}$.
- Cuando tenemos fracciones del tipo $\frac{a+b\sqrt{n}}{c+d\sqrt{n}}$ podemos simplificarlas multiplicando el numerador y el denominador por $-c+d\sqrt{n}$ (o por $c-d\sqrt{n}$, siempre que multipliquemos el numerador y el denominador por el mismo número, el resultado de la fracción no cambia).
- Este producto (y las manipulaciones algebraicas asociadas) nos permite eliminar las raices del denominador.

Aproximando Números

- En muchas ocasiones no necesitamos valores totalmente exactos, podemos admitir márgenes de error.

Aproximando Números

- En muchas ocasiones no necesitamos valores totalmente exactos, podemos admitir márgenes de error.
- Si por ejemplo tenemos que hacer un pastel y la receta dice que hay que poner 1kg de harina, es poco probable que poner unos gramos más o menos sea significativo.

Aproximando Números

- En muchas ocasiones no necesitamos valores totalmente exactos, podemos admitir márgenes de error.
- Si por ejemplo tenemos que hacer un pastel y la receta dice que hay que poner 1kg de harina, es poco probable que poner unos gramos más o menos sea significativo.
- Sin embargo en otros temas la precisión necesaria puede ser mayor.

Aproximando Números

- En muchas ocasiones no necesitamos valores totalmente exactos, podemos admitir márgenes de error.
- Si por ejemplo tenemos que hacer un pastel y la receta dice que hay que poner 1kg de harina, es poco probable que poner unos gramos más o menos sea significativo.
- Sin embargo en otros temas la precisión necesaria puede ser mayor.
- Es raro que en un problema real sea necesaria una precisión infinita.

Aproximando Números

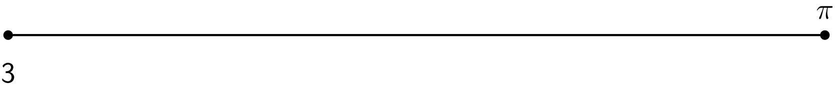
- En muchas ocasiones no necesitamos valores totalmente exactos, podemos admitir márgenes de error.
- Si por ejemplo tenemos que hacer un pastel y la receta dice que hay que poner 1kg de harina, es poco probable que poner unos gramos más o menos sea significativo.
- Sin embargo en otros temas la precisión necesaria puede ser mayor.
- Es raro que en un problema real sea necesaria una precisión infinita.
- Entonces nos importa poco que π sea un número trascendente, si en la práctica, probablemente utilizemos 3.1416 como valor aproximado (que es racional) en lugar de la sucesión infinita 3.1415926535...

Aproximando Números

Cuando tenemos un número dado en términos de su representación decimal, como por ejemplo $\pi = 3.1415926535\ldots$, lo que esto significa es que tenemos aproximaciones sucesivas:

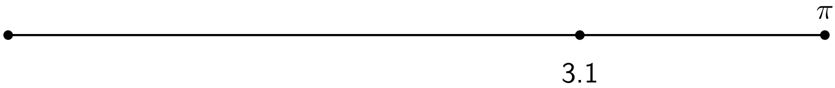
Aproximando Números

Cuando tenemos un número dado en términos de su representación decimal, como por ejemplo $\pi = 3.1415926535...$, lo que esto significa es que tenemos aproximaciones sucesivas:



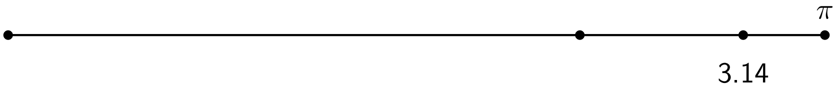
Aproximando Números

Cuando tenemos un número dado en términos de su representación decimal, como por ejemplo $\pi = 3.1415926535\ldots$, lo que esto significa es que tenemos aproximaciones sucesivas:



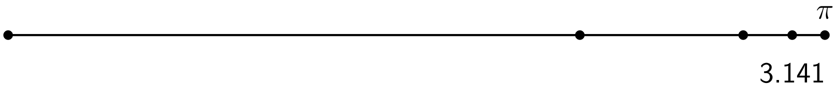
Aproximando Números

Cuando tenemos un número dado en términos de su representación decimal, como por ejemplo $\pi = 3.1415926535...$, lo que esto significa es que tenemos aproximaciones sucesivas:



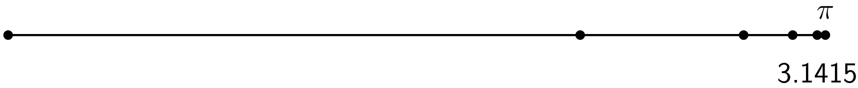
Aproximando Números

Cuando tenemos un número dado en términos de su representación decimal, como por ejemplo $\pi = 3.1415926535...$, lo que esto significa es que tenemos aproximaciones sucesivas:



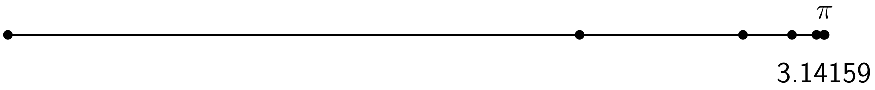
Aproximando Números

Cuando tenemos un número dado en términos de su representación decimal, como por ejemplo $\pi = 3.1415926535...$, lo que esto significa es que tenemos aproximaciones sucesivas:



Aproximando Números

Cuando tenemos un número dado en términos de su representación decimal, como por ejemplo $\pi = 3.1415926535...$, lo que esto significa es que tenemos aproximaciones sucesivas:



Aproximando Números

Cuando tenemos un número dado en términos de su representación decimal, como por ejemplo $\pi = 3.1415926535...$, lo que esto significa es que tenemos aproximaciones sucesivas:

Hemos utilizado una sucesión de números racionales que se aproximan hacia π todo lo que queramos.

Números Reales

- El conjunto de los números reales, denotado por $\mathbb{R}$ es el formado por todos aquellos números que se pueden aproximar mediante sucesiones convergentes de números racionales.

Números Reales

- El conjunto de los números reales, denotado por $\mathbb{R}$ es el formado por todos aquellos números que se pueden aproximar mediante sucesiones convergentes de números racionales.
- Aunque la construcción es muy interesante, lo que mas nos importa a este nivel es saber que nos podemos aproximar todo lo que queramos a los números reales mediantes números racionales.

Números Reales

- El conjunto de los números reales, denotado por $\mathbb{R}$ es el formado por todos aquellos números que se pueden aproximar mediante sucesiones convergentes de números racionales.
- Aunque la construcción es muy interesante, lo que mas nos importa a este nivel es saber que nos podemos aproximar todo lo que queramos a los números reales mediantes números racionales.
- Como habitualmente no requeriremos precisión infinita en nuestros cálculos, en ejemplos prácticos aproximaremos los resultados a valores con un número finito de cifras decimales.

Definición:

- Una función real de variable real es una asignación f que dado un número real x le asigna un valor $f(x)$.

Definición:

- Una función real de variable real es una asignación f que dado un número real x le asigna un valor $f(x)$.
- Se suele denotar $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

Definición:

- Una función real de variable real es una asignación f que dado un número real x le asigna un valor $f(x)$.
- Se suele denotar $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
- Se puede hablar muchísimo de funciones. Excede completamente lo que podemos explicar en este curso cero, así que nos centraremos exclusivamente en funciones muy sencillas, como polinomios o fracciones racionales.

Derivada de un Polinomio

- Dada una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y en ciertas condiciones, se puede calcular una función asociada que se llama derivada y se suele denotar f'.

Derivada de un Polinomio

- Dada una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y en ciertas condiciones, se puede calcular una función asociada que se llama derivada y se suele denotar f'.
- La derivada tiene una serie de propiedades muy importantes que en este curso cero sólo vamos a introducir brevemente.

Derivada de un Polinomio

- Dada una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y en ciertas condiciones, se puede calcular una función asociada que se llama derivada y se suele denotar f'.
- La derivada tiene una serie de propiedades muy importantes que en este curso cero sólo vamos a introducir brevemente.
- La derivada es lineal, eso significa que si tenemos una función de la forma $af + bg$ donde $a, b \in \mathbb{R}$ y $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, entonces la derivada $(af + bg)' = af' + bg'$.

Derivada de un Polinomio

- Dada una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y en ciertas condiciones, se puede calcular una función asociada que se llama derivada y se suele denotar f'.
- La derivada tiene una serie de propiedades muy importantes que en este curso cero sólo vamos a introducir brevemente.
- La derivada es lineal, eso significa que si tenemos una función de la forma $af + bg$ donde $a, b \in \mathbb{R}$ y $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, entonces la derivada $(af + bg)' = af' + bg'$.
- En el caso de los polinomios, esto nos dice que la derivada de un polinomio es la suma de la derivada de sus monomios y en los monomios del tipo x^n la derivada se calcula directamente como nx^{n-1} (si $n > 1$). Para el caso $n = 0$, es decir, los polinomios constantes tienen derivada 0.

Derivada de un Polinomio

- Dada una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y en ciertas condiciones, se puede calcular una función asociada que se llama derivada y se suele denotar f'.
- La derivada tiene una serie de propiedades muy importantes que en este curso cero sólo vamos a introducir brevemente.
- La derivada es lineal, eso significa que si tenemos una función de la forma $af + bg$ donde $a, b \in \mathbb{R}$ y $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, entonces la derivada $(af + bg)' = af' + bg'$.
- En el caso de los polinomios, esto nos dice que la derivada de un polinomio es la suma de la derivada de sus monomios y en los monomios del tipo x^n la derivada se calcula directamente como nx^{n-1} (si $n > 1$). Para el caso $n = 0$, es decir, los polinomios constantes tienen derivada 0.
- Así por ejemplo, la derivada de $2x^2 + 5x - 1$ es $2 \cdot 2x + 5 = 4x + 5$.

Derivada de un Cociente

- Si $f(x)$ y $g(x)$ son funciones derivables, entonces $f(x)/g(x)$ es derivable y su derivada es $(f/g)'(x) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$.

Derivada de un Cociente

- Si $f(x)$ y $g(x)$ son funciones derivables, entonces $f(x)/g(x)$ es derivable y su derivada es $(f/g)'(x) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$.
- Con estas sencillas reglas podremos calcular las derivadas de las funciones que vamos a tratar aquí, que serán polinomios o cocientes de polinomios.

Derivada de un Cociente

- Si $f(x)$ y $g(x)$ son funciones derivables, entonces $f(x)/g(x)$ es derivable y su derivada es $(f/g)'(x) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$.
- Con estas sencillas reglas podremos calcular las derivadas de las funciones que vamos a tratar aquí, que serán polinomios o cocientes de polinomios.
- Podríamos extender esta parte enormemente, probablemente conozcas reglas de derivabilidad para funciones mucho más complejas, pero eso merecería un curso cero completo dedicado exclusivamente a ello.

Derivada de un Cociente

- Si $f(x)$ y $g(x)$ son funciones derivables, entonces $f(x)/g(x)$ es derivable y su derivada es $(f/g)'(x) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$.
- Con estas sencillas reglas podremos calcular las derivadas de las funciones que vamos a tratar aquí, que serán polinomios o cocientes de polinomios.
- Podríamos extender esta parte enormemente, probablemente conozcas reglas de derivabilidad para funciones mucho más complejas, pero eso merecería un curso cero completo dedicado exclusivamente a ello.
- Ahora vamos a centrarnos en lo más simple, que es utilizar la derivabilidad para representar funciones sencillas.

Máximos y Mínimos

- Una función derivable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ alcanza sus valores máximo y mínimo en valores en los cuales su derivada es 0.

Máximos y Mínimos

- Una función derivable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ alcanza sus valores máximo y mínimo en valores en los cuales su derivada es 0.
- Por eso es importante ver los puntos que anulan la derivada para ver si son máximos o mínimos (o puntos de inflexión).

Máximos y Mínimos

- Una función derivable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ alcanza sus valores máximo y mínimo en valores en los cuales su derivada es 0.
- Por eso es importante ver los puntos que anulan la derivada para ver si son máximos o mínimos (o puntos de inflexión).
- Para ver si son máximos o mínimos se calcula también la segunda derivada de la función. Si en ese punto la segunda derivada es positiva, entonces la función alcanza un mínimo.

Máximos y Mínimos

- Una función derivable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ alcanza sus valores máximo y mínimo en valores en los cuales su derivada es 0.
- Por eso es importante ver los puntos que anulan la derivada para ver si son máximos o mínimos (o puntos de inflexión).
- Para ver si son máximos o mínimos se calcula también la segunda derivada de la función. Si en ese punto la segunda derivada es positiva, entonces la función alcanza un mínimo.
- Si la segunda derivada en ese punto alcanza un valor negativo, entonces ese punto es un máximo de la función.

Máximos y Mínimos

- Una función derivable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ alcanza sus valores máximo y mínimo en valores en los cuales su derivada es 0.
- Por eso es importante ver los puntos que anulan la derivada para ver si son máximos o mínimos (o puntos de inflexión).
- Para ver si son máximos o mínimos se calcula también la segunda derivada de la función. Si en ese punto la segunda derivada es positiva, entonces la función alcanza un mínimo.
- Si la segunda derivada en ese punto alcanza un valor negativo, entonces ese punto es un máximo de la función.
- Si la segunda derivada se anula, entonces tenemos que calcular derivadas adicionales. Calculamos todas las derivadas hasta que se alcanza un valor distinto de 0 (si siempre fuese 0 es porque nuestra función original era el polinomio constante 0).

Máximos y Mínimos

- Una función derivable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ alcanza sus valores máximo y mínimo en valores en los cuales su derivada es 0.
- Por eso es importante ver los puntos que anulan la derivada para ver si son máximos o mínimos (o puntos de inflexión).
- Para ver si son máximos o mínimos se calcula también la segunda derivada de la función. Si en ese punto la segunda derivada es positiva, entonces la función alcanza un mínimo.
- Si la segunda derivada en ese punto alcanza un valor negativo, entonces ese punto es un máximo de la función.
- Si la segunda derivada se anula, entonces tenemos que calcular derivadas adicionales. Calculamos todas las derivadas hasta que se alcanza un valor distinto de 0 (si siempre fuese 0 es porque nuestra función original era el polinomio constante 0).
- Si el primer valor en el que no se anula es la derivada n-ésima y n es impar, entonces estamos ante un punto de inflexión. Si es par, utilizamos la misma regla que en el caso de la segunda derivada (si es positivo, mínimo y si es negativo máximo).

Ejemplo

- Vamos a representar gráficamente la función

$$f(x) = 2x^2 + x - 1$$

Ejemplo

- Vamos a representar gráficamente la función

$$f(x) = 2x^2 + x - 1$$

- Lo primero que vamos a hacer es ver los puntos que anulan la función, es decir, las raices del polinomio, que son -1 y 0.5.

Ejemplo

- Vamos a representar gráficamente la función

$$f(x) = 2x^2 + x - 1$$

- Lo primero que vamos a hacer es ver los puntos que anulan la función, es decir, las raices del polinomio, que son -1 y 0.5.
- La derivada es $f'(x) = -4x - 1$. Esta función se anula en el punto -0.25

Ejemplo

- Vamos a representar gráficamente la función

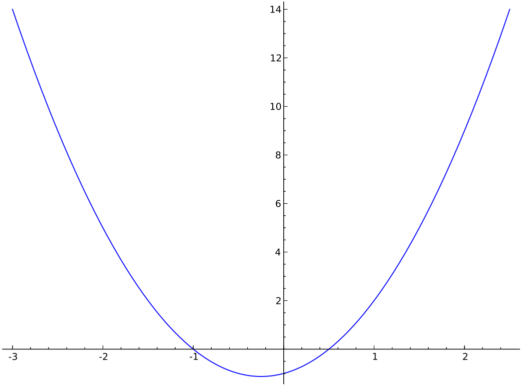
$$f(x) = 2x^2 + x - 1$$

- Lo primero que vamos a hacer es ver los puntos que anulan la función, es decir, las raices del polinomio, que son -1 y 0.5.
- La derivada es $f'(x) = -4x - 1$. Esta función se anula en el punto -0.25
- La segunda derivada es -4 por lo que este punto terá un máximo.

Ejemplo

- Vamos a representar gráficamente la función
$$f(x) = 2x^2 + x - 1$$
- Lo primero que vamos a hacer es ver los puntos que anulan la función, es decir, las raices del polinomio, que son -1 y 0.5.
- La derivada es $f'(x) = -4x - 1$. Esta función se anula en el punto -0.25
- La segunda derivada es -4 por lo que este punto terá un máximo.
- Esto nos da una idea bastante clara de cómo es la función.

$$f(x) = 2x^2 + x - 1$$



Ejemplo (II)

- Vamos a representar

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 12x$$

Ejemplo (II)

- Vamos a representar

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 12x$$

- Ahora el polinomio tiene grado 3 y lo primero que hacemos es ver en qué puntos se anula, que son -3,-4 y 0.

Ejemplo (II)

- Vamos a representar

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 12x$$

- Ahora el polinomio tiene grado 3 y lo primero que hacemos es ver en qué puntos se anula, que son -3,-4 y 0.
- La derivada es $3x^2 + 14x + 12$ y se anula en los puntos -3.53518375848800 y -1.13148290817867

Ejemplo (II)

- Vamos a representar

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 12x$$

- Ahora el polinomio tiene grado 3 y lo primero que hacemos es ver en qué puntos se anula, que son $-3, -4$ y 0.
- La derivada es $3x^2 + 14x + 12$ y se anula en los puntos -3.53518375848800 y -1.13148290817867
- La segunda derivada es $6x + 14$

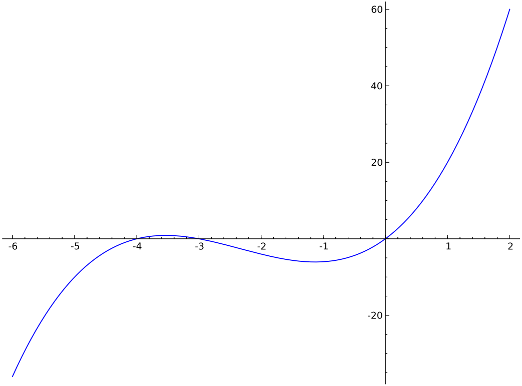
Ejemplo (II)

- Vamos a representar

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 12x$$

- Ahora el polinomio tiene grado 3 y lo primero que hacemos es ver en qué puntos se anula, que son -3,-4 y 0.
- La derivada es $3x^2 + 14x + 12$ y se anula en los puntos -3.53518375848800 y -1.13148290817867
- La segunda derivada es $6x + 14$
- En el punto -3.53518375848800 la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa. En el punto -1.13148290817867 la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva.

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 12x$$



Ejemplo (III)

- Vamos a representar

$$f(x) = \frac{x+6}{x^2 - 7x + 10}$$

Ejemplo (III)

- Vamos a representar
$$f(x) = \frac{x+6}{x^2 - 7x + 10}$$
- Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente 2 y 5.

Ejemplo (III)

- Vamos a representar
$$f(x) = \frac{x+6}{x^2 - 7x + 10}$$
- Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente 2 y 5.
- Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de 2, la que hay entre 2 y 5 y la que hay a la derecha de 5.

Ejemplo (III)

- Vamos a representar
$$f(x) = \frac{x+6}{x^2 - 7x + 10}$$
- Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente 2 y 5.
- Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de 2, la que hay entre 2 y 5 y la que hay a la derecha de 5.
- El numerador (y por lo tanto la función) se anula en -6.

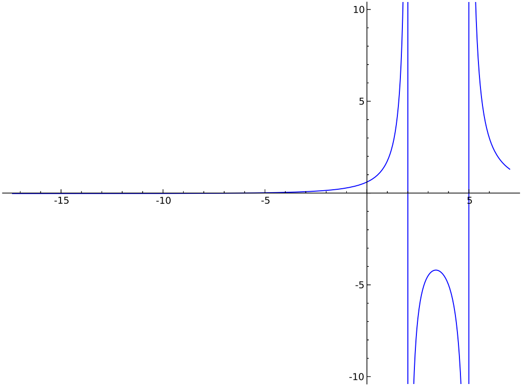
Ejemplo (III)

- Vamos a representar
$$f(x) = \frac{x+6}{x^2-7x+10}$$
- Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente 2 y 5.
- Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de 2, la que hay entre 2 y 5 y la que hay a la derecha de 5.
- El numerador (y por lo tanto la función) se anula en -6.
- La derivada se anula en -15.3808315196469 y 3.38083151964686.

Ejemplo (III)

- Vamos a representar
$$f(x) = \frac{x+6}{x^2 - 7x + 10}$$
- Lo primero que tenemos que calcular son los puntos en los cuales no está definida la función, porque el denominador se anula. Son la raices del polinomio de segundo grado que nos da el denominador, que son concretamente 2 y 5.
- Esto divide la gráfica en tres zonas. La que hay antes de 2, la que hay entre 2 y 5 y la que hay a la derecha de 5.
- El numerador (y por lo tanto la función) se anula en -6.
- La derivada se anula en -15.3808315196469 y 3.38083151964686.
- En el punto -15.3808315196469 la función alcanza un mínimo porque la segunda derivada en ese punto es positiva. En el punto 3.38083151964686 la función alcanza un máximo porque la segunda derivada en ese punto es negativa.

$$f(x) = \frac{x+6}{x^2 - 7x + 10}$$



Funciones más complejas

- Al calcular las derivadas, no nos hemos preocupado de tema de si las funciones son o no derivables, puesto que los polinomios lo son.

Funciones más complejas

- Al calcular las derivadas, no nos hemos preocupado de tema de si las funciones son o no derivables, puesto que los polinomios lo son.
- Es un tema muy amplio y si no lo dominas, probablemente requiera que busques información adicional.

Funciones más complejas

- Al calcular las derivadas, no nos hemos preocupado de tema de si las funciones son o no derivables, puesto que los polinomios lo son.
- Es un tema muy amplio y si no lo dominas, probablemente requiera que busques información adicional.
- En estos temas, el software científico te puede resultar de gran ayuda.