Leandro Marín Muñoz

MATEMÁTICAS Y SUS APLICACIONES: CURSO 0

LIBRO DE EJERCICIOS

UNIVERSIDAD DE MURCIA

Capítulo 2. Matrices y Sistemas de Ecuaciones

Ejercicio 2.1. Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -29 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -29 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -28 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.2. Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.3. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & -1 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = -1$ y $b = 1$, calcula la combinación $aM + bN$

Solución. Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$-1 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -3 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.4. Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 20 & 2 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 20 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 21 & 4 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.5. Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 130 & 14 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 130 & 14 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 132 & 13 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.6. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = -1$, calcula la combinación $aM + bN$

Solución. Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$0 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} + -1 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.7. Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -25 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -25 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -23 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.8. Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.9. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = -3$, calcula la combinación $aM + bN$

Solución. Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + -3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.10. Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -12 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 0 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -11 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.11. Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.12. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = -1$ y $b = 1$, calcula la combinación $aM + bN$

Solución. Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$-1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.13. Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.14. Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 7 & -3 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 1 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.15. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 0$ y $b = 3$, calcula la combinación $aM + bN$

Solución. Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$0 \cdot \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -9 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.16. Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.17. Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 16 & -3 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.18. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -290 \end{pmatrix}$ y los coeficientes $a = 1$ y $b = 5$, calcula la combinación $aM + bN$

Solución. Para realizar esta operación de matrices hacemos la operación de cada componente de forma individual, con lo que obtenemos:

$$1 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -290 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ -6 & -1450 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.19. Calcula la suma de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 2 & 10 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la suma de las matrices hacemos la suma componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 10 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.20. Calcula la resta de las siguientes matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 11 & -8 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Solución. Para realizar la resta de las matrices hacemos la resta componente a componente, con lo que obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 11 & -8 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -8 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.21. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 56 & -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(2,\ -7) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} = 26$$

$$(56,\ -1) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} = -52$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 26 \\ -52 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.22. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -17 & -2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(-1,\ 8) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -17 \end{pmatrix} = -134$$

$$(-1,\ 8) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = -17$$

$$(-2,\ 0) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -17 \end{pmatrix} = 4$$

$$(-2,\ 0) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = -2$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} -134 & -17 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.23. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -51 \\ 2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(0,\ 0) \cdot \begin{pmatrix} -51 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

$$(4,\ 3) \cdot \begin{pmatrix} -51 \\ 2 \end{pmatrix} = -198$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 0 \\ -198 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.24. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -18 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -19 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(-2,\ 2) \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = 2$$

$$(-2,\ 2) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -19 \end{pmatrix} = -40$$

$$(-1,\ -18) \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = 39$$

$$(-1,\ -18) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -19 \end{pmatrix} = 341$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 2 & -40 \\ 39 & 341 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.25. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 13 & 1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(1) \cdot \begin{pmatrix} 13 \end{pmatrix} = 13$$

$$(1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = 1$$

$$(-3) \cdot \begin{pmatrix} 13 \end{pmatrix} = -39$$

$$(-3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = -3$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 13 & 1 \\ -39 & -3 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.26. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(1,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$$

$$(1,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 5$$

$$(-2,\ -1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = -2$$

$$(-2,\ -1) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = -7$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.27. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(0,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = -1$$

$$(0,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = -2$$

$$(2,\ 0) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = 6$$

$$(2,\ 0) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 2$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.28. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -3 & -17 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -13 \\ 0 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(-3,\ -17) \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 0 \end{pmatrix} = 39$$

$$(1,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 0 \end{pmatrix} = -13$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 39 \\ -13 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.29. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(1,\,8)\cdot\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = -1$$

$$(1,\,8)\cdot\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = -9$$

$$(-1,\,9)\cdot\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$$

$$(-1,\,9)\cdot\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = -8$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} -1 & -9 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.30. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(1)\cdot\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$(1)\cdot\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$(-1)\cdot\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$(-1)\cdot\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} = 0$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.31. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(0,\,1)\cdot\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$(0,\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = 6$$

$$(3,\ -2) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = 12$$

$$(3,\ -2) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} = -6$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 12 & -6 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.32. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(-1) \cdot \begin{pmatrix} -1 \end{pmatrix} = 1$$

$$(-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = -1$$

$$(0) \cdot \begin{pmatrix} -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$(0) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = 0$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.33. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(1) \cdot \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} = 2$$

$$(1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = 1$$

$$(-2) \cdot \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} = -4$$

$$(-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = -2$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.34. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -29 & 1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(0,\, -4) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 4$$

$$(0,\, -4) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 8$$

$$(-29,\, 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = -30$$

$$(-29,\, 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = -31$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -30 & -31 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.35. Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \end{pmatrix}$ calcula el producto de matrices $M \cdot N$.

Solución. El producto de dos matrices es una nueva matriz cuya posición (i, j) es el producto de la fila i de la primera matriz por la columna j de la segunda matriz. Vamos a hacer estos productos y luego los ponemos en la matriz resultado:

$$(-6,\, 0) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \end{pmatrix} = 6$$

$$(-3,\, 2) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \end{pmatrix} = -13$$

El resultado es pues: $\begin{pmatrix} 6 \\ -13 \end{pmatrix}$ □

Ejercicio 2.36. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$ es 40

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{40} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}^t = \frac{1}{40} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.37. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ es -2

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{t} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.38. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ es 9

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.39. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ es 1

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}^{t} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.40. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ es 4

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.41. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ es 6

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.42. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -3 & -285 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -3 & -285 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ es 282

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 285 & -3 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -3 & -285 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{282} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 285 & -3 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{282} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 285 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.43. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ es -2

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}^{t} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.44. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 0 & -49 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 0 & -49 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ es -49

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 49 & 0 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 0 & -49 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{49} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 49 & 0 \end{pmatrix}^t = -\frac{1}{49} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 49 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.45. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ es -18

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{18} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}^t = -\frac{1}{18} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.46. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ es 3

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^t = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.47. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ es 11

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.48. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ es -3

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}^{t} = -\frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.49. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 20 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 20 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ es -2

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 20 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 20 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 20 \end{pmatrix}^{t} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 20 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.50. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, calcula su inversa utilizando el método de la conjugada traspuesta.

Solución. La fórmula para calcular la inversa de una matriz M con la conjugada traspuesta es $M^{-1} = \frac{1}{det(M)} N^t$ siendo N la matriz conjugada de M. Vamos a calcular cada uno de estos elementos:

El determinante de una matriz 2×2 se puede hacer directamente como producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria, por tanto, el determinante de $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ es 3

La posición (i, j) de la matriz conjugada de M se calcula como el producto de $M_{i,j}$ por el determinante de la matriz resultante de eliminar la fila i y la columna j de M (como en este caso la matriz es 2×2 el determinante es simplemente el valor que queda al eliminar esta fila y columna). Este valor se tiene que multiplicar por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. En nuestro caso, esto significa que en la diagonal principal mantenemos el signo y en la secundaria lo cambiamos. El resultado es el siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ahora juntamos todos los elementos para calcular la inversa que es

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{t} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

□

Ejercicio 2.51. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2y = 0$$

$$x + y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2y = 0$$

$$x + y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable y:

$$y = 0$$
$$x + y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y = 0$$
$$x = 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 1$$

$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 1$$

$$y = 0$$

$\square$

Ejercicio 2.52. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$0 = 1$$

$$-\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$0 = 1$$

$$-\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

Si nos fijamos en la ecuación 1, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. $\square$

Ejercicio 2.53. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - y = 0$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - y = 0$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - y = 0$$

$$-y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1 para despejar la variable y:

$$x = y$$

$$y = -1$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -1$$

$$y = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$

$$y = -1$$

□

Ejercicio 2.54. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x - y = 1$$

$$\frac{1}{2}x - 2y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - y = 1$$

$$\frac{1}{2}x - 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1 para despejar la variable x:

$$x + y = -1$$
$$\frac{1}{2}x - 2y = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x + y = -1$$
$$-\frac{5}{2}y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{2}{5}$ para despejar la variable y:

$$x = -y - 1$$
$$y = -\frac{1}{5}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{4}{5}$$

$$y = -\frac{1}{5}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{4}{5}$$
$$y = -\frac{1}{5}$$

□

Ejercicio 2.55. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + y = \frac{1}{2}$$
$$-x + y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x + y = \frac{1}{2}$$
$$-x + y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -2 para despejar la variable x:

$$x - 2y = -1$$
$$-x + y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - 2y = -1$$
$$-y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1 para despejar la variable y:

$$x = 2y - 1$$
$$y = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -1$$
$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$
$$y = 0$$

□

Ejercicio 2.56. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y = 0$$

$$2x + y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = 0$$

$$2x + y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y = 0$$
$$2x = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$y = 0$$
$$x = \frac{1}{2}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = 0$$

□

Ejercicio 2.57. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2y = 1$$

$$x + y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2y = 1$$

$$x + y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable y:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$x + y = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$x = -\frac{1}{2}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.58. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x = 0$$

$$0 = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x = 0$$

$$0 = -1$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.59. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x = 0$$

$$-2y = -2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x = 0$$

$$-2y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable y:

$$x = 0$$

$$y = 1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 1$$

□

Ejercicio 2.60. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 0$$

$$-\frac{1}{2}x = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 0$$

$$-\frac{1}{2}x = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -2 para despejar la variable x:

$$x - y = 0$$
$$-\frac{1}{2}x = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - y = 0$$

$$-\frac{1}{2}y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -2 para despejar la variable y:

$$x = y$$

$$y = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

□

Ejercicio 2.61. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x = 0$$

$$-2x = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x = 0$$

$$-2x = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$x = 0$$

$$-2x = -1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x = 0$$

$$0 = -1$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.62. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x = -\frac{1}{2}$$

$$-y = \frac{1}{2}$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x = -\frac{1}{2}$$

$$-y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1 para despejar la variable x:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$-y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1 para despejar la variable y:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.63. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$\frac{1}{2}x - y = 0$$

$$y = -2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$\frac{1}{2}x - y = 0$$

$$y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por 2 para despejar la variable x:

$$x = 2y$$
$$y = -2$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -4$$
$$y = -2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -4$$
$$y = -2$$

□

Ejercicio 2.64. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x + y = 0$$
$$-x + y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x + y = 0$$
$$-x + y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x + y = 0$$
$$2y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable y:

$$x = -y$$
$$y = \frac{1}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

$\square$

Ejercicio 2.65. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2y = 1$$
$$-2x = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y = 1$$
$$-2x = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable y:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$-2x = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$x = 0$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 0$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

$\square$

Ejercicio 2.66. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$-2x - z = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}z = 0$$

$$-2x - z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -2 para despejar la variable x:

$$x + 2y - z = 0$$

$$-2x - z = -1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x + 2y - z = 0$$

$$4y - 3z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{4}$ para despejar la variable y:

$$x = -2y + z$$

$$y - \frac{3}{4}z = -\frac{1}{4}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{1}{2}z + \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{3}{4}z - \frac{1}{4}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z + \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{3}{4}z - \frac{1}{4}$$

□

Ejercicio 2.67. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}z = -2$$

$$-2x - 2y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}z = -2$$

$$-2x - 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -2 para despejar la variable z:

$$z = 4$$

$$-2x - 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$z = 4$$

$$x = -y$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -y$$

$$z = 4$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -y$$

$$z = 4$$

□

Ejercicio 2.68. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-y + 2z = -\frac{1}{2}$$

$$2x - 2y = \frac{1}{2}$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y + 2z = -\frac{1}{2}$$

$$2x - 2y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1 para despejar la variable y:

$$y - 2z = \frac{1}{2}$$

$$2x - 2y = \frac{1}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y - 2z = \frac{1}{2}$$
$$2x - 4z = \frac{3}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$y = 2z + \frac{1}{2}$$
$$x = 2z + \frac{3}{4}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 2z + \frac{3}{4}$$
$$y = 2z + \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2z + \frac{3}{4}$$
$$y = 2z + \frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.69. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x = -1$$
$$-2x = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x = -1$$
$$-2x = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x = -1$$
$$0 = -1$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.70. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + y = 0$$
$$-x - 2y + z = 2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x + y = 0$$
$$-x - 2y + z = 2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -2 para despejar la variable x:

$$x - 2y = 0$$
$$-x - 2y + z = 2$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - 2y = 0$$
$$-4y + z = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{4}$ para despejar la variable y:

$$x = 2y$$
$$y - \frac{1}{4}z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = \frac{1}{2}z - 1$$
$$y = \frac{1}{4}z - \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}z - 1$$
$$y = \frac{1}{4}z - \frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.71. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2z = 0$$
$$-2y = -2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2z = 0$$

$$-2y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable z:

$$z = 0$$

$$-2y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable y:

$$z = 0$$

$$y = 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$y = 1$$

$$z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$y = 1$$

$$z = 0$$

□

Ejercicio 2.72. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x + z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = -2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x + z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$x + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = -2$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}z = -\frac{9}{4}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -2 para despejar la variable y:

$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}z + \frac{9}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}z + \frac{9}{2}$$

□

Ejercicio 2.73. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y + \frac{1}{2}z = 2$$

$$-\frac{1}{2}y + 2z = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y + \frac{1}{2}z = 2$$

$$-\frac{1}{2}y + 2z = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y + \frac{1}{2}z = 2$$
$$\frac{9}{4}z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{4}{9}$ para despejar la variable z:

$$y = -\frac{1}{2}z + 2$$
$$z = \frac{4}{9}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 2:

$$y = \frac{16}{9}$$

$$z = \frac{4}{9}$$

Nos queda como resultado final:

$$y = \frac{16}{9}$$

$$z = \frac{4}{9}$$

□

Ejercicio 2.74. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}y + z = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}y + z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable y:

$$y + z = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}y + z = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y + z = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}z = \frac{1}{8}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2 para despejar la variable z:

$$y = -z - \frac{1}{4}$$

$$z = \frac{1}{4}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 2:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$z = \frac{1}{4}$$

Nos queda como resultado final:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$z = \frac{1}{4}$$

□

Ejercicio 2.75. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - z = -2$$
$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - z = -2$$
$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 2$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - z = -2$$
$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2 para despejar la variable y:

$$x = z - 2$$
$$y = z + 2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = z - 2$$
$$y = z + 2$$

□

Ejercicio 2.76. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x = 0$$
$$x + y = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x = 0$$

$$x + y = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1 para despejar la variable x:

$$x = 0$$

$$x + y = -1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x = 0$$

$$y = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = -1$$

□

Ejercicio 2.77. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x + y = -1$$

$$2x + \frac{1}{2}y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x + y = -1$$

$$2x + \frac{1}{2}y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1 para despejar la variable x:

$$x - y = 1$$

$$2x + \frac{1}{2}y = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - y = 1$$

$$\frac{5}{2}y = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{2}{5}$ para despejar la variable y:

$$x = y + 1$$
$$y = -\frac{2}{5}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = \frac{3}{5}$$
$$y = -\frac{2}{5}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{5}$$
$$y = -\frac{2}{5}$$

□

Ejercicio 2.78. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y + z = 0$$

$$-2x - y - 2z = -2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y + z = 0$$

$$-2x - y - 2z = -2$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y + z = 0$$
$$-2x - z = -2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$y = -z$$
$$x = -\frac{1}{2}z + 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -\frac{1}{2}z + 1$$

$$y = -z$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z + 1$$
$$y = -z$$

□

Ejercicio 2.79. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$2x + y + z = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = \frac{1}{2}$$
$$2x + y + z = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$2x + z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{4}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{4}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{4}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.80. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$x - y + 2z = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$x - y + 2z = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-y + 4z = \frac{3}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1 para despejar la variable y:

$$x = 2z - \frac{1}{2}$$
$$y = 4z - \frac{3}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2z - \frac{1}{2}$$
$$y = 4z - \frac{3}{2}$$

□

Ejercicio 2.81. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$y - z = -1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$
$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y - z = -1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y - z = -1$$
$$-\frac{3}{2}z = \frac{1}{2}$$
$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{2}{3}$ para despejar la variable z:

$$y = z - 1$$
$$z = -\frac{1}{3}$$
$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 2:

$$y = -\frac{4}{3}$$
$$z = -\frac{1}{3}$$
$$2x + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 2:

$$y = -\frac{4}{3}$$
$$z = -\frac{1}{3}$$
$$2x = \frac{1}{6}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$y = -\frac{4}{3}$$
$$z = -\frac{1}{3}$$
$$x = \frac{1}{12}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 3:

$$x = \frac{1}{12}$$

$$z = -\frac{1}{3}$$
$$y = -\frac{4}{3}$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = \frac{1}{12}$$
$$y = -\frac{4}{3}$$
$$z = -\frac{1}{3}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{12}$$
$$y = -\frac{4}{3}$$
$$z = -\frac{1}{3}$$

□

Ejercicio 2.82. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2y - z = 0$$
$$z = 2$$
$$x - y = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y - z = 0$$
$$z = 2$$
$$x - y = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable y:

$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$z = 2$$
$$x - y = -1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y = -\frac{1}{2}z$$
$$z = 2$$
$$x + \frac{1}{2}z = -1$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 2:

$$y = -1$$
$$z = 2$$
$$x + \frac{1}{2}z = -1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 2:

$$y = -1$$
$$z = 2$$
$$x = -2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 3:

$$x = -2$$
$$z = 2$$
$$y = -1$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = -2$$
$$y = -1$$
$$z = 2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$
$$y = -1$$
$$z = 2$$

□

Ejercicio 2.83. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x - y + z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - 2y = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x - y + z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - 2y = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - 2y = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$-\frac{7}{4}y - \frac{1}{4}z = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{4}{7}$ para despejar la variable y:

$$x = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z$$
$$y + \frac{1}{7}z = -\frac{4}{7}$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{4}{7}z - \frac{2}{7}$$

$$y + \frac{1}{7}z = -\frac{4}{7}$$
$$-\frac{1}{2}y - z = 1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{4}{7}z - \frac{2}{7}$$
$$y + \frac{1}{7}z = -\frac{4}{7}$$
$$-\frac{13}{14}z = \frac{5}{7}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-\frac{14}{13}$ para despejar la variable z:

$$x = -\frac{4}{7}z - \frac{2}{7}$$
$$y = -\frac{1}{7}z - \frac{4}{7}$$
$$z = -\frac{10}{13}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = \frac{2}{13}$$
$$y = -\frac{1}{7}z - \frac{4}{7}$$
$$z = -\frac{10}{13}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = \frac{2}{13}$$
$$y = -\frac{6}{13}$$
$$z = -\frac{10}{13}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{2}{13}$$
$$y = -\frac{6}{13}$$
$$z = -\frac{10}{13}$$

□

Ejercicio 2.84. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x - y + 2z = \frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}y = \frac{1}{2}$$
$$-y + 2z = -2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - y + 2z = \frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}y = \frac{1}{2}$$
$$-y + 2z = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1 para despejar la variable x:

$$x + y - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}y = \frac{1}{2}$$
$$-y + 2z = -2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -2 para despejar la variable y:

$$x = -y + 2z - \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$
$$-y + 2z = -2$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = 2z + \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$
$$-y + 2z = -2$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = 2z + \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$
$$2z = -3$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable z:

$$x = 2z + \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = -\frac{5}{2}$$
$$y = -1$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{5}{2}$$
$$y = -1$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

□

Ejercicio 2.85. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x + 2y = 0$$

$$x - 2y - z = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x + 2y = 0$$

$$x - 2y - z = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$x + y = 0$$

$$x - 2y - z = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x + y = 0$$
$$-3y - z = 0$$
$$2x + 2y = 0$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x + y = 0$$
$$-3y - z = 0$$
$$0 = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{3}$ para despejar la variable y:

$$x = -y$$
$$y + \frac{1}{3}z = 0$$
$$0 = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = \frac{1}{3}z$$
$$y = -\frac{1}{3}z$$
$$0 = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{3}z$$
$$y = -\frac{1}{3}z$$
$$0 = 0$$

□

Ejercicio 2.86. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2z = 1$$
$$x + y + 2z = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2z = 1$$

$$x + y + 2z = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable z:

$$z = -\frac{1}{2}$$
$$x + y + 2z = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = -1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 1:

$$z = -\frac{1}{2}$$
$$x + y = 1$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = -1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 1:

$$z = -\frac{1}{2}$$
$$x + y = 1$$
$$-\frac{1}{2}x = -\frac{5}{4}$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 2:

$$z = -\frac{1}{2}$$
$$x + y = 1$$
$$\frac{1}{2}y = -\frac{3}{4}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por 2 para despejar la variable y:

$$z = -\frac{1}{2}$$
$$x = -y + 1$$
$$y = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 3:

$$z = -\frac{1}{2}$$
$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = -\frac{3}{2}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$z = -\frac{1}{2}$$
$$y = -\frac{3}{2}$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = -\frac{3}{2}$$
$$z = -\frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = -\frac{3}{2}$$
$$z = -\frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.87. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$x - \frac{1}{2}y + 2z = 0$$
$$x - 2y + z = 0$$
$$-2x + 2y - z = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - \frac{1}{2}y + 2z = 0$$

$$x - 2y + z = 0$$

$$-2x + 2y - z = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - \frac{1}{2}y + 2z = 0$$
$$-\frac{3}{2}y - z = 0$$
$$-2x + 2y - z = 0$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - \frac{1}{2}y + 2z = 0$$
$$-\frac{3}{2}y - z = 0$$
$$y + 3z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{2}{3}$ para despejar la variable y:

$$x = \frac{1}{2}y - 2z$$
$$y + \frac{2}{3}z = 0$$
$$y + 3z = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{7}{3}z$$
$$y + \frac{2}{3}z = 0$$
$$y + 3z = 0$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -\frac{7}{3}z$$
$$y + \frac{2}{3}z = 0$$
$$\frac{7}{3}z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{3}{7}$ para despejar la variable z:

$$x = -\frac{7}{3}z$$
$$y = -\frac{2}{3}z$$
$$z = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = 0$$
$$y = -\frac{2}{3}z$$
$$z = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 0$$

□

Ejercicio 2.88. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x + 2y - 2z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x - y = \frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x + 2y - 2z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x - y = \frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1 para despejar la variable x:

$$x - 2y + 2z = 1$$
$$-\frac{1}{2}x - y = \frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - 2y + 2z = 1$$
$$-2y + z = 1$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable y:

$$x = 2y - 2z + 1$$
$$y - \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -z$$
$$y - \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$-2y + 2z = -\frac{1}{2}$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -z$$
$$y = \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = \frac{3}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = \frac{3}{2}$$
$$y = -\frac{5}{4}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{2}$$
$$y = -\frac{5}{4}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

□

Ejercicio 2.89. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$2x - 2y - 2z = 0$$
$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + \frac{1}{2}y + z = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x - 2y - 2z = 0$$
$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + \frac{1}{2}y + z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$ para despejar la variable x:

$$x - y - z = 0$$
$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + \frac{1}{2}y + z = -1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x - y - z = 0$$

$$-2y-\frac{1}{2}z=1$$
$$\frac{3}{2}y+2z=-1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable y:

$$x=y+z$$
$$y+\frac{1}{4}z=-\frac{1}{2}$$
$$\frac{3}{2}y+2z=-1$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x=\frac{3}{4}z-\frac{1}{2}$$
$$y+\frac{1}{4}z=-\frac{1}{2}$$
$$\frac{3}{2}y+2z=-1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x=\frac{3}{4}z-\frac{1}{2}$$
$$y+\frac{1}{4}z=-\frac{1}{2}$$
$$\frac{13}{8}z=-\frac{1}{4}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{8}{13}$ para despejar la variable z:

$$x=\frac{3}{4}z-\frac{1}{2}$$
$$y=-\frac{1}{4}z-\frac{1}{2}$$
$$z=-\frac{2}{13}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x=-\frac{8}{13}$$
$$y=-\frac{1}{4}z-\frac{1}{2}$$
$$z=-\frac{2}{13}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = -\frac{8}{13}$$
$$y = -\frac{6}{13}$$
$$z = -\frac{2}{13}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{8}{13}$$
$$y = -\frac{6}{13}$$
$$z = -\frac{2}{13}$$

□

Ejercicio 2.90. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-2z = -2$$
$$y = 2$$
$$-x - 2y = -2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2z = -2$$
$$y = 2$$
$$-x - 2y = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable z:

$$z = 1$$
$$y = 2$$
$$-x - 2y = -2$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$z = 1$$
$$y = 2$$
$$-x = 2$$

Multiplicamos la ecuación 3 por -1 para despejar la variable x:

$$z = 1$$
$$y = 2$$
$$x = -2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$y = 2$$
$$z = 1$$
$$x = -2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 3:

$$x = -2$$
$$z = 1$$
$$y = 2$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = -2$$
$$y = 2$$
$$z = 1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$
$$y = 2$$
$$z = 1$$

□

Ejercicio 2.91. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$0 = 0$$
$$x - \frac{1}{2}z = 1$$
$$2x + y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$0 = 0$$
$$x - \frac{1}{2}z = 1$$
$$2x + y = 0$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 2:

$$0 = 0$$
$$x = \frac{1}{2}z + 1$$
$$y = -z - 2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = \frac{1}{2}z + 1$$
$$0 = 0$$
$$y = -z - 2$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = \frac{1}{2}z + 1$$
$$y = -z - 2$$
$$0 = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}z + 1$$
$$y = -z - 2$$
$$0 = 0$$

□

Ejercicio 2.92. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x + \frac{1}{2}y + 2z = -1$$
$$y - 2z = \frac{1}{2}$$
$$-2x + y + 2z = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x+\frac{1}{2}y+2z=-1$$
$$y-2z=\frac{1}{2}$$
$$-2x+y+2z=1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1 para despejar la variable x:

$$x-\frac{1}{2}y-2z=1$$
$$y-2z=\frac{1}{2}$$
$$-2x+y+2z=1$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x=\frac{1}{2}y+2z+1$$
$$y-2z=\frac{1}{2}$$
$$-2z=3$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x=3z+\frac{5}{4}$$
$$y-2z=\frac{1}{2}$$
$$-2z=3$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-\frac{1}{2}$ para despejar la variable z:

$$x=3z+\frac{5}{4}$$
$$y=2z+\frac{1}{2}$$
$$z=-\frac{3}{2}$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x=-\frac{13}{4}$$
$$y=2z+\frac{1}{2}$$

$$z = -\frac{3}{2}$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = -\frac{13}{4}$$
$$y = -\frac{5}{2}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{13}{4}$$
$$y = -\frac{5}{2}$$
$$z = -\frac{3}{2}$$

□

Ejercicio 2.93. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-x - y - z = -1$$
$$\frac{1}{2}x + y - z = -1$$
$$y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - y - z = -1$$
$$\frac{1}{2}x + y - z = -1$$
$$y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1 para despejar la variable x:

$$x + y + z = 1$$
$$\frac{1}{2}x + y - z = -1$$
$$y = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de x despejado en la ecuación 1:

$$x + y + z = 1$$

$$\frac{1}{2}y - \frac{3}{2}z = -\frac{3}{2}$$

$$y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2 para despejar la variable y:

$$x = -y - z + 1$$

$$y - 3z = -3$$

$$y = 0$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -4z + 4$$

$$y - 3z = -3$$

$$y = 0$$

En la ecuación 3 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 2:

$$x = -4z + 4$$

$$y - 3z = -3$$

$$3z = 3$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{3}$ para despejar la variable z:

$$x = -4z + 4$$

$$y = 3z - 3$$

$$z = 1$$

En la ecuación 1 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = 0$$

$$y = 3z - 3$$

$$z = 1$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de z despejado en la ecuación 3:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 1$$

□

Ejercicio 2.94. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-y = 1$$

$$-y = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y = 1$$

$$-y = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1 para despejar la variable y:

$$y = -1$$

$$-y = 0$$

$$2x + 2y = 0$$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de y despejado en la ecuación 1:

$$y = -1$$

$$0 = -1$$

$$2x + 2y = 0$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.95. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones despejando las variables y sustituyendo dichos valores en las otras ecuaciones, hasta que queden despejadas todas las variables:

$$-\frac{1}{2}x + 2z = 1$$

$$y + z = 0$$

$$0 = 2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x + 2z = 1$$

$$y + z = 0$$

$$0 = 2$$

Si nos fijamos en la ecuación 3, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.96. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y = -2$$
$$-\frac{1}{2}y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y = -2$$

$$-\frac{1}{2}y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$y = 1$$
$$-\frac{1}{2}y = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$y = 1$$
$$0 = \frac{3}{2}$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.97. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - 2y = 1$$
$$\frac{1}{2}x + y = 2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - 2y = 1$$
$$\frac{1}{2}x + y = 2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x - 2y = 1$$
$$2y = \frac{3}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x - 2y = 1$$
$$y = \frac{3}{4}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 2:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = \frac{3}{4}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = \frac{3}{4}$$

□

Ejercicio 2.98. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$
$$-2x = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$
$$-2x = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$

$$y = -1$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$

$\square$

Ejercicio 2.99. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$2x - 2y = 0$$
$$2y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x - 2y = 0$$
$$2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$:

$$x - y = 0$$
$$2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x - y = 0$$
$$y = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = 0$$
$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = 0$$

$\square$

Ejercicio 2.100. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$\frac{1}{2}x + 2y = 0$$
$$x + y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$\frac{1}{2}x + 2y = 0$$
$$x + y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por 2:

$$x + 4y = 0$$
$$x + y = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -1:

$$x + 4y = 0$$
$$-3y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{3}$:

$$x + 4y = 0$$
$$y = -\frac{1}{3}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por -4:

$$x = \frac{4}{3}$$
$$y = -\frac{1}{3}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{4}{3}$$
$$y = -\frac{1}{3}$$

□

Ejercicio 2.101. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y = 2$$
$$-2x + 2y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y = 2$$

$$-2x + 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$y = -1$$

$$-2x + 2y = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -2:

$$y = -1$$

$$-2x = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$:

$$y = -1$$

$$x = -1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -1$$

$$y = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$

$$y = -1$$

□

Ejercicio 2.102. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}x = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}x = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2}x = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2:

$$y = \frac{1}{2}$$
$$x = -2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -2$$
$$y = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$
$$y = \frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.103. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$0 = -1$$
$$0 = 2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$0 = -1$$

$$0 = 2$$

Si nos fijamos en la ecuación 1, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.104. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = 0$$
$$2x + \frac{1}{2}y = 2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = 0$$

$$2x + \frac{1}{2}y = 2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$y = 0$$

$$2x = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$y = 0$$

$$x = 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 1$$

$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 1$$

$$y = 0$$

□

Ejercicio 2.105. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x + y = 0$$

$$-2x = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x + y = 0$$

$$-2x = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x + y = 0$$

$$2y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x + y = 0$$
$$y = \frac{1}{2}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por -1:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.106. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - \frac{1}{2}y = 1$$
$$-2x = -2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - \frac{1}{2}y = 1$$
$$-2x = -2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1:

$$x + \frac{1}{2}y = -1$$
$$-2x = -2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x + \frac{1}{2}y = -1$$
$$y = -4$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 1$$
$$y = -4$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 1$$

$$y = -4$$

$\square$

Ejercicio 2.107. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = 2$$

$$2x + y = -2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = 2$$

$$2x + y = -2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -1:

$$y = 2$$

$$2x = -4$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$y = 2$$

$$x = -2$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -2$$

$$y = 2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$

$$y = 2$$

$\square$

Ejercicio 2.108. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x = -2$$

$$0 = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x = -2$$

$$0 = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$

$$0 = 0$$

□

Ejercicio 2.109. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y = 0$$

$$x + 2y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y = 0$$

$$x + 2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1:

$$y = 0$$

$$x + 2y = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -2:

$$y = 0$$

$$x = 0$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

□

Ejercicio 2.110. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x = -2$$
$$-x + \frac{1}{2}y = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x = -2$$

$$-x + \frac{1}{2}y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1:

$$x = 2$$
$$-x + \frac{1}{2}y = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$x = 2$$
$$\frac{1}{2}y = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2:

$$x = 2$$

$$y = 4$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2$$

$$y = 4$$

□

Ejercicio 2.111. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x + 2y + 2z = -1$$

$$-2x = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x + 2y + 2z = -1$$

$$-2x = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x + 2y + 2z = -1$$

$$4y + 4z = -3$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{4}$:

$$x + 2y + 2z = -1$$

$$y + z = -\frac{3}{4}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por -2:

$$x = \frac{1}{2}$$

$$y + z = -\frac{3}{4}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}$$

$$y = -z - \frac{3}{4}$$

□

Ejercicio 2.112. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y = -1$$

$$-x + z = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y = -1$$

$$-x + z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1:

$$y = 1$$

$$-x + z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1:

$$y = 1$$

$$x - z = 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x - z = 1$$

$$y = 1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = z + 1$$

$$y = 1$$

□

Ejercicio 2.113. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - z = 0$$

$$-2x + 2z = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - z = 0$$

$$-2x + 2z = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x - z = 0$$

$$0 = -1$$

Si nos fijamos en la ecuación 2, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.114. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + \frac{1}{2}y = 1$$

$$-x = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x + \frac{1}{2}y = 1$$

$$-x = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x - \frac{1}{4}y = -\frac{1}{2}$$

$$-x = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$x - \frac{1}{4}y = -\frac{1}{2}$$
$$-\frac{1}{4}y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -4:

$$x - \frac{1}{4}y = -\frac{1}{2}$$
$$y = -2$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $\frac{1}{4}$:

$$x = -1$$

$$y = -2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$

$$y = -2$$

□

Ejercicio 2.115. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + 2y = 1$$

$$2x = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x + 2y = 1$$

$$2x = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x - y = -\frac{1}{2}$$
$$2x = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -2:

$$x - y = -\frac{1}{2}$$
$$2y = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x - y = -\frac{1}{2}$$
$$y = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = 0$$

□

Ejercicio 2.116. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y + 2z = 0$$
$$2x - y + z = 2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y + 2z = 0$$

$$2x - y + z = 2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$y + 2z = 0$$
$$2x + 3z = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$y + 2z = 0$$
$$x + \frac{3}{2}z = 1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x + \frac{3}{2}z = 1$$
$$y + 2z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{3}{2}z + 1$$
$$y = -2z$$

□

Ejercicio 2.117. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + 2y = 2$$
$$-2y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x + 2y = 2$$
$$-2y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x - y = -1$$
$$-2y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$:

$$x - y = -1$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = -\frac{3}{2}$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{3}{2}$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.118. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x + y - 2z = \frac{1}{2}$$
$$x = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x + y - 2z = \frac{1}{2}$$
$$x = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1:

$$x - y + 2z = -\frac{1}{2}$$
$$x = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -1:

$$x - y + 2z = -\frac{1}{2}$$
$$y - 2z = -\frac{1}{2}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = -1$$
$$y - 2z = -\frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$
$$y = 2z - \frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.119. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y - \frac{1}{2}z = 2$$
$$-2y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y - \frac{1}{2}z = 2$$
$$-2y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$y + \frac{1}{4}z = -1$$
$$-2y = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$y + \frac{1}{4}z = -1$$
$$\frac{1}{2}z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2:

$$y + \frac{1}{4}z = -1$$
$$z = -2$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{4}$:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$z = -2$$

Nos queda como resultado final:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$z = -2$$

□

Ejercicio 2.120. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - y + z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x + 2y + 2z = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - y + z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x + 2y + 2z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1:

$$x + y - z = 1$$
$$-\frac{1}{2}x + 2y + 2z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$x + y - z = 1$$
$$\frac{5}{2}y + \frac{3}{2}z = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{2}{5}$:

$$x + y - z = 1$$
$$y + \frac{3}{5}z = \frac{1}{5}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por -1:

$$x - \frac{8}{5}z = \frac{4}{5}$$
$$y + \frac{3}{5}z = \frac{1}{5}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{8}{5}z + \frac{4}{5}$$
$$y = -\frac{3}{5}z + \frac{1}{5}$$

□

Ejercicio 2.121. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-y + 2z = 1$$
$$-\frac{1}{2}x = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-y + 2z = 1$$
$$-\frac{1}{2}x = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1:

$$y - 2z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -2:

$$y - 2z = -1$$
$$x = 0$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = 0$$
$$y - 2z = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 2z - 1$$

□

Ejercicio 2.122. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x - y = 0$$

$$-y + z = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x - y = 0$$

$$-y + z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$

$$-y + z = -1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1:

$$x + \frac{1}{2}y = 0$$

$$y - z = 1$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$

$$y - z = 1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$$

$$y = z + 1$$

□

Ejercicio 2.123. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$2x - 2y = 0$$

$$\frac{1}{2}x + 2y + z = -\frac{1}{2}$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$2x - 2y = 0$$

$$\frac{1}{2}x + 2y + z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $\frac{1}{2}$:

$$x - y = 0$$

$$\frac{1}{2}x + 2y + z = -\frac{1}{2}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x - y = 0$$

$$\frac{5}{2}y + z = -\frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{2}{5}$:

$$x - y = 0$$

$$y + \frac{2}{5}z = -\frac{1}{5}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x + \frac{2}{5}z = -\frac{1}{5}$$

$$y + \frac{2}{5}z = -\frac{1}{5}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{2}{5}z - \frac{1}{5}$$

$$y = -\frac{2}{5}z - \frac{1}{5}$$

□

Ejercicio 2.124. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - y + \frac{1}{2}z = 2$$

$$\frac{1}{2}x = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - y + \frac{1}{2}z = 2$$

$$\frac{1}{2}x = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x - y + \frac{1}{2}z = 2$$
$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por 2:

$$x - y + \frac{1}{2}z = 2$$
$$y - \frac{1}{2}z = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = 2$$
$$y - \frac{1}{2}z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2$$
$$y = \frac{1}{2}z$$

□

Ejercicio 2.125. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$\frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$-x + y - z = 2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$\frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$

$$-x + y - z = 2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por 2:

$$z = -1$$

$$-x + y - z = 2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$z = -1$$

$$-x + y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1:

$$z = -1$$

$$x - y = -1$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x - y = -1$$

$$z = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = y - 1$$

$$z = -1$$

□

Ejercicio 2.126. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x = 0$$

$$x - 2y + z = 0$$

$$-x - 2y + 2z = -2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x = 0$$

$$x - 2y + z = 0$$

$$-x - 2y + 2z = -2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -1:

$$x = 0$$

$$-2y + z = 0$$

$$-x - 2y + 2z = -2$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$x = 0$$
$$-2y + z = 0$$
$$-2y + 2z = -2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$y - \frac{1}{2}z = 0$$
$$-2y + 2z = -2$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 2:

$$x = 0$$
$$y - \frac{1}{2}z = 0$$
$$z = -2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$y = -1$$
$$z = -2$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = -1$$
$$z = -2$$

□

Ejercicio 2.127. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y - z = 2$$
$$\frac{1}{2}y = 1$$
$$2x - 2y = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y - z = 2$$

$$\frac{1}{2}y = 1$$

$$2x - 2y = -1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$\frac{1}{2}y = 1$$

$$2x - 2y = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$-\frac{1}{4}z = \frac{3}{2}$$

$$2x - 2y = -1$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$-\frac{1}{4}z = \frac{3}{2}$$

$$2x + z = -3$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -4:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$z = -6$$

$$2x + z = -3$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$y = 2$$

$$z = -6$$

$$2x + z = -3$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por -1:

$$y = 2$$
$$z = -6$$
$$2x = 3$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{2}$:

$$y = 2$$
$$z = -6$$
$$x = \frac{3}{2}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 3:

$$x = \frac{3}{2}$$
$$z = -6$$
$$y = 2$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = \frac{3}{2}$$
$$y = 2$$
$$z = -6$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{2}$$
$$y = 2$$
$$z = -6$$

□

Ejercicio 2.128. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$
$$-\frac{1}{2}x + y = 2$$
$$-x - \frac{1}{2}y + 2z = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x + y = 2$$

$$-x - \frac{1}{2}y + 2z = 1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -1:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = 3$$

$$-x - \frac{1}{2}y + 2z = 1$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z = 3$$

$$-x + \frac{9}{4}z = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -2:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$x + z = -6$$

$$-x + \frac{9}{4}z = \frac{1}{2}$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$x + z = -6$$

$$\frac{13}{4}z = -\frac{11}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{4}{13}$:

$$y + \frac{1}{2}z = -1$$

$$x + z = -6$$

$$z = -\frac{22}{13}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$y = -\frac{2}{13}$$
$$x + z = -6$$
$$z = -\frac{22}{13}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por -1:

$$y = -\frac{2}{13}$$
$$x = -\frac{56}{13}$$
$$z = -\frac{22}{13}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -\frac{56}{13}$$
$$y = -\frac{2}{13}$$
$$z = -\frac{22}{13}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{56}{13}$$
$$y = -\frac{2}{13}$$
$$z = -\frac{22}{13}$$

□

Ejercicio 2.129. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = -2$$
$$-x - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-x + y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = -2$$
$$-x - 2z = -\frac{1}{2}$$

$$-x + y = 1$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -1:

$$y = -2$$
$$-x - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-x = 3$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1:

$$y = -2$$
$$x + 2z = \frac{1}{2}$$
$$-x = 3$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$y = -2$$
$$x + 2z = \frac{1}{2}$$
$$2z = \frac{7}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{2}$:

$$y = -2$$
$$x + 2z = \frac{1}{2}$$
$$z = \frac{7}{4}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por -2:

$$y = -2$$
$$x = -3$$
$$z = \frac{7}{4}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -3$$
$$y = -2$$
$$z = \frac{7}{4}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -3$$
$$y = -2$$
$$z = \frac{7}{4}$$

□

Ejercicio 2.130. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2y = 0$$
$$-2y + 2z = \frac{1}{2}$$
$$-y = \frac{1}{2}$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2y = 0$$
$$-2y + 2z = \frac{1}{2}$$
$$-y = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$y = 0$$
$$-2y + 2z = \frac{1}{2}$$
$$-y = \frac{1}{2}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$y = 0$$
$$2z = \frac{1}{2}$$
$$-y = \frac{1}{2}$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$y = 0$$
$$2z = \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2}$$

Si nos fijamos en la ecuación 3, podemos ver que hay una contradicción, porque tenemos por un lado un valor igual a 0 y por otro un valor distinto de 0, lo cual es imposible, por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.131. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - 2y - 2z = 0$$

$$-2x - z = 0$$

$$-x - y + 2z = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - 2y - 2z = 0$$

$$-2x - z = 0$$

$$-x - y + 2z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1:

$$x + 2y + 2z = 0$$

$$-2x - z = 0$$

$$-x - y + 2z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x + 2y + 2z = 0$$

$$4y + 3z = 0$$

$$-x - y + 2z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$x + 2y + 2z = 0$$

$$4y + 3z = 0$$

$$y + 4z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{4}$:

$$x + 2y + 2z = 0$$

$$y + \frac{3}{4}z = 0$$
$$y + 4z = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por -2:

$$x + \frac{1}{2}z = 0$$
$$y + \frac{3}{4}z = 0$$
$$y + 4z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por -1:

$$x + \frac{1}{2}z = 0$$
$$y + \frac{3}{4}z = 0$$
$$\frac{13}{4}z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{4}{13}$:

$$x + \frac{1}{2}z = 0$$
$$y + \frac{3}{4}z = 0$$
$$z = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$y + \frac{3}{4}z = 0$$
$$z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{3}{4}$:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 0$$

□

Ejercicio 2.132. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x - z = -\frac{1}{2}$$
$$2z = 1$$
$$-2y = 2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x - z = -\frac{1}{2}$$
$$2z = 1$$
$$-2y = 2$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{1}{2}z = \frac{1}{4}$$
$$2z = 1$$
$$-2y = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{1}{2}z = \frac{1}{4}$$
$$z = \frac{1}{2}$$
$$-2y = 2$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$z = \frac{1}{2}$$
$$-2y = 2$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$z = \frac{1}{2}$$
$$y = -1$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = 0$$
$$y = -1$$
$$z = \frac{1}{2}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = -1$$
$$z = \frac{1}{2}$$

$\square$

Ejercicio 2.133. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x + y = 0$$
$$2y + z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - z = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x + y = 0$$
$$2y + z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x - \frac{1}{2}y = 0$$
$$2y + z = 0$$
$$\frac{1}{2}x - z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x - \frac{1}{2}y = 0$$
$$2y + z = 0$$
$$\frac{1}{4}y - z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x - \frac{1}{2}y = 0$$
$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$\frac{1}{4}y - z = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{1}{4}z = 0$$
$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$\frac{1}{4}y - z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{4}$:

$$x + \frac{1}{4}z = 0$$
$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$-\frac{9}{8}z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-\frac{8}{9}$:

$$x + \frac{1}{4}z = 0$$
$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$z = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{1}{4}$:

$$x = 0$$
$$y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 0$$

□

Ejercicio 2.134. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$y = 1$$

$$-x - 2y = 0$$

$$-x = 2$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$y = 1$$

$$-x - 2y = 0$$

$$-x = 2$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$y = 1$$

$$-x = 2$$

$$-x = 2$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1:

$$y = 1$$

$$x = -2$$

$$-x = 2$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$y = 1$$

$$x = -2$$

$$0 = 0$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = -2$$

$$y = 1$$

$$0 = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$

$$y = 1$$

$$0 = 0$$

□

Ejercicio 2.135. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}$$

$$y + 2z = 2$$

$$-y = 1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}$$

$$y + 2z = 2$$

$$-y = 1$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -2:

$$x = 1$$

$$y + 2z = 2$$

$$-y = 1$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = 1$$

$$y + 2z = 2$$

$$2z = 3$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{1}{2}$:

$$x = 1$$

$$y + 2z = 2$$
$$z = \frac{3}{2}$$
A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por -2:

$$x = 1$$
$$y = -1$$
$$z = \frac{3}{2}$$
Nos queda como resultado final:
$$x = 1$$
$$y = -1$$
$$z = \frac{3}{2}$$
□

Ejercicio 2.136. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:
$$0 = 0$$
$$-y = 1$$
$$-2x + \frac{1}{2}y = 0$$
Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$0 = 0$$
$$-y = 1$$
$$-2x + \frac{1}{2}y = 0$$
Multiplicamos la ecuación 2 por -1:

$$0 = 0$$
$$y = -1$$
$$-2x + \frac{1}{2}y = 0$$
A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$0 = 0$$
$$y = -1$$

$$-2x = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $-\frac{1}{2}$:

$$0 = 0$$
$$y = -1$$
$$x = -\frac{1}{4}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$y = -1$$
$$0 = 0$$
$$x = -\frac{1}{4}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 3:

$$x = -\frac{1}{4}$$
$$0 = 0$$
$$y = -1$$

Intercambiamos la ecuación 2 con la ecuación 3:

$$x = -\frac{1}{4}$$
$$y = -1$$
$$0 = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{4}$$
$$y = -1$$
$$0 = 0$$

□

Ejercicio 2.137. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$\frac{1}{2}y + z = 2$$
$$x - z = -1$$
$$2x - \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$\frac{1}{2}y + z = 2$$

$$x - z = -1$$

$$2x - \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 1 por 2:

$$y + 2z = 4$$

$$x - z = -1$$

$$2x - \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por -2:

$$y + 2z = 4$$

$$x - z = -1$$

$$\frac{3}{2}z = \frac{5}{2}$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{2}{3}$:

$$y + 2z = 4$$

$$x - z = -1$$

$$z = \frac{5}{3}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por -2:

$$y = \frac{2}{3}$$

$$x - z = -1$$

$$z = \frac{5}{3}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por 1:

$$y = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$z = \frac{5}{3}$$

Intercambiamos la ecuación 1 con la ecuación 2:

$$x = \frac{2}{3}$$
$$y = \frac{2}{3}$$
$$z = \frac{5}{3}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{2}{3}$$
$$y = \frac{2}{3}$$
$$z = \frac{5}{3}$$

□

Ejercicio 2.138. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-2x = 1$$
$$2x + 2y + z = 2$$
$$z = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-2x = 1$$
$$2x + 2y + z = 2$$
$$z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por $-\frac{1}{2}$:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$2x + 2y + z = 2$$
$$z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -2:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$2y + z = 3$$
$$z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por $\frac{1}{2}$:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y + \frac{1}{2}z = \frac{3}{2}$$
$$z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{1}{2}$:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{3}{2}$$
$$z = 0$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{3}{2}$$
$$z = 0$$

$\square$

Ejercicio 2.139. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$x - \frac{1}{2}y + z = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = -2$$
$$-2x + y - \frac{1}{2}z = -1$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$x - \frac{1}{2}y + z = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = -2$$
$$-2x + y - \frac{1}{2}z = -1$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 2:

$$x - \frac{1}{2}y + z = 1$$
$$-\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = -2$$

$$\frac{3}{2}z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -2:

$$x - \frac{1}{2}y + z = 1$$
$$y + z = 4$$
$$\frac{3}{2}z = 1$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por $\frac{1}{2}$:

$$x + \frac{3}{2}z = 3$$
$$y + z = 4$$
$$\frac{3}{2}z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 3 por $\frac{2}{3}$:

$$x + \frac{3}{2}z = 3$$
$$y + z = 4$$
$$z = \frac{2}{3}$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por $-\frac{3}{2}$:

$$x = 2$$
$$y + z = 4$$
$$z = \frac{2}{3}$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por -1:

$$x = 2$$
$$y = \frac{10}{3}$$
$$z = \frac{2}{3}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2$$
$$y = \frac{10}{3}$$
$$z = \frac{2}{3}$$

$\square$

Ejercicio 2.140. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones combinando las ecuaciones hasta despejar las variables:

$$-x - y - z = 0$$

$$-x - 2y - 2z = -1$$

$$x - z = 0$$

Solución. Partimos del sistema de ecuaciones :

$$-x - y - z = 0$$

$$-x - 2y - 2z = -1$$

$$x - z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 1 por -1:

$$x + y + z = 0$$

$$-x - 2y - 2z = -1$$

$$x - z = 0$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por 1:

$$x + y + z = 0$$

$$-y - z = -1$$

$$x - z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 1 multiplicada por -1:

$$x + y + z = 0$$

$$-y - z = -1$$

$$-y - 2z = 0$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1:

$$x + y + z = 0$$

$$y + z = 1$$

$$-y - 2z = 0$$

A la ecuación 1 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por -1:

$$x = -1$$

$$y + z = 1$$

$$-y - 2z = 0$$

A la ecuación 3 le sumamos la ecuación 2 multiplicada por 1:

$$x = -1$$

$$y + z = 1$$

$$-z = 1$$

Multiplicamos la ecuación 3 por -1:

$$x = -1$$

$$y + z = 1$$

$$z = -1$$

A la ecuación 2 le sumamos la ecuación 3 multiplicada por -1:

$$x = -1$$

$$y = 2$$

$$z = -1$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$

$$y = 2$$

$$z = -1$$

□

Ejercicio 2.141. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x = 0$$

$$y = 2$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 2$$

$\square$

Ejercicio 2.142. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$y - z = \frac{1}{2}$$

$$2y = -2$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$y = -1$$

$$z = -\frac{3}{2}$$

$\square$

Ejercicio 2.143. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$0 = 0$$

$$x + 2y - z = 1$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2y + z + 1$$

$$0 = 0$$

$\square$

Ejercicio 2.144. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = -1$$
$$x - \frac{1}{2}y - z = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -\frac{3}{2} & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{2} & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{2}z - 1$$
$$y = z - 2$$

□

Ejercicio 2.145. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + \frac{1}{2}z = 0$$
$$\frac{1}{2}x + y - z = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}z$$
$$y = \frac{5}{4}z$$

□

Ejercicio 2.146. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$\frac{1}{2}z = 0$$
$$-2x + y = -\frac{1}{2}$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -2 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}$$
$$z = 0$$

□

Ejercicio 2.147. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = -\frac{1}{2}$$
$$2x = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$z = \frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.148. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = 0$$
$$-x + y + z = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = y$$
$$z = 0$$

□

Ejercicio 2.149. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-y + \frac{1}{2}z = -1$$
$$x = -1$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$
$$y = \frac{1}{2}z + 1$$

□

Ejercicio 2.150. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = -1$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$y = -\frac{1}{2}$$
$$z = 1$$

□

Ejercicio 2.151. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - 2z = 0$$
$$x = 1$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 1$$

$$y = 2z - 1$$

$\square$

Ejercicio 2.152. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - 2z = 1$$

$$-z = -2$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_1=2F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -y + 5$$

$$z = 2$$

$\square$

Ejercicio 2.153. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$0 = 0$$

$$-\frac{1}{2}x - z = 2$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2z - 4$$

$$0 = 0$$

$\square$

Ejercicio 2.154. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x - y = 1$$

$$-x = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1=1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = -1$$

□

Ejercicio 2.155. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-x + 2y - 2z = 0$$

$$2y = -\frac{1}{2}$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \overset{F_1=2F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2z - \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{4}$$

□

Ejercicio 2.156. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2z = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2z - \frac{1}{2}$$

$$y = -2z - \frac{1}{2}$$

$\square$

Ejercicio 2.157. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$2y - 2z = 0$$

$$-x + 2y = 1$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2z - 1$$

$$y = z$$

$\square$

Ejercicio 2.158. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-y = 1$$

$$-x + \frac{1}{2}y = -2$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{2}$$

$$y = -1$$

$\square$

Ejercicio 2.159. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2z = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x + y = -\frac{1}{2}$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 2y + 1$$

$$z = \frac{1}{4}$$

□

Ejercicio 2.160. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = 1$$

$$\frac{1}{2}x - 2y - z = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ \frac{1}{2} & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 4y - 2$$

$$z = -1$$

□

Ejercicio 2.161. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$0 = -2$$

$$-x = -1$$

$$-2x + y = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Si nos fijamos en la fila 1, podemos ver que la última columna no es cero, pero la parte izquierda sí lo es, por lo tanto el rango de la matriz de los coeficientes es estrictamente menor que el rango de la ampliada y por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.162. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - z = 0$$

$$-2x + z = 0$$

$$2x + y + z = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-2F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=\frac{2}{5}F_3}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 0$$

□

Ejercicio 2.163. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-x - z = 2$$

$$-z = -2$$

$$-y = 1$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -4$$

$$y = -1$$

$$z = 2$$

□

Ejercicio 2.164. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2z = 1$$

$$-x + 2y = -1$$

$$\frac{1}{2}y - z = -2$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_2+F_3}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{2}{3}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{pmatrix} \overset{F_1=-2F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_3+F_2}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{5}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

$$z = \frac{4}{3}$$

□

Ejercicio 2.165. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y - z = 1$$

$$-2z = -2$$

$$-x - \frac{1}{2}y = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=1F_2+F_1}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_3=2F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_3+F_1}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \overset{F_2 \leftrightarrow F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$

$$y = 4$$

$$z = 1$$

□

Ejercicio 2.166. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-\frac{1}{2}x - 2y + z = -1$$

$$-2x + 2y = 0$$

$$-x + y + 2z = -1$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-2F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 10 & -4 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_3=1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 10 & -4 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{10}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-4F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_3=-5F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{1}{2}F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{2}{5}F_3+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_2=\frac{2}{5}F_3+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{5}$$

$$y = \frac{1}{5}$$

$$z = -\frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.167. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-x + z = 0$$

$$-z = 2$$

$$-\frac{1}{2}x - y - z = -\frac{1}{2}$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-1F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{1}{2}F_1+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_2=-1F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=1F_2+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{3}{2}F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_3=-1F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{7}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -2$$

$$y = \frac{7}{2}$$

$$z = -2$$

□

Ejercicio 2.168. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y + \frac{1}{2}z = 2$$

$$\frac{1}{2}x - 2y + z = -1$$

$$x + 2y - z = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ \frac{1}{2} & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{4} & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{4} & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=-\frac{2}{5}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_2+F_3}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{14}{5} \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{5}{6}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{4}{5}F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_2=\frac{3}{10}F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$z = \frac{7}{3}$$

□

Ejercicio 2.169. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x + \frac{1}{2}z = 1$$

$$x - 2z = 2$$

$$-2x + z = -2$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{7}{4} & \frac{5}{2} \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_3=2F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{7}{4} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -3 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{4}{7}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{10}{7} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -3 \end{pmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{4}F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{10}{7} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -3 \end{pmatrix}$$

$$\overset{F_3=-\frac{1}{2}F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{10}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{16}{7} \end{pmatrix}$$

Si nos fijamos en la fila 3, podemos ver que la última columna no es cero, pero la parte izquierda sí lo es, por lo tanto el rango de la matriz de los coeficientes es estrictamente menor que el rango de la ampliada y por lo tanto este sistema es incompatible. □

Ejercicio 2.170. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + y + \frac{1}{2}z = 0$$

$$-2y - \frac{1}{2}z = 1$$

$$-2y = -1$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_3=2F_2+F_3}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -2 \end{pmatrix} \overset{F_3=2F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{4}F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{4}F_3+F_2}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$z = -4$$

□

Ejercicio 2.171. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x + 2y - z = -\frac{1}{2}$$
$$x = \frac{1}{2}$$
$$-2z = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=1F_2+F_1}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{4}$$
$$z = 0$$

□

Ejercicio 2.172. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = 1$$
$$2x + y - \frac{1}{2}z = 2$$
$$0 = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}y + \frac{3}{4}$$
$$z = -1$$
$$0 = 0$$

□

Ejercicio 2.173. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$z = -2$$
$$-x - y - 2z = -\frac{1}{2}$$
$$-y = 2$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & -2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 0 & -\frac{9}{2} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & \frac{9}{2} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_3}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{13}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{13}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{13}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{13}{2}$$
$$y = -2$$
$$z = -2$$

□

Ejercicio 2.174. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2y - z = 1$$
$$x - \frac{1}{2}z = 1$$
$$x + y = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_1=-2F_2+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_3=1F_2+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & -1 \end{pmatrix} \overset{F_3=\frac{4}{3}F_3}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} \end{pmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{4}F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{1}{3}$$
$$y = -\frac{1}{3}$$
$$z = -\frac{4}{3}$$

□

Ejercicio 2.175. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$y - \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$$
$$x + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$$
$$y + 2z = \frac{1}{2}$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & 0 \end{pmatrix} \overset{F_3=\frac{2}{5}F_3}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_3+F_1}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -\frac{1}{2}$$
$$y = \frac{1}{2}$$
$$z = 0$$

□

Ejercicio 2.176. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-z = -1$$
$$x + y - z = 0$$
$$0 = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{F_1 \leftrightarrow F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -y + 1$$
$$z = 1$$
$$0 = 0$$

□

Ejercicio 2.177. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$x + 2z = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - y - \frac{1}{2}z = 0$$
$$-2z = -1$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_1+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_3}{\longrightarrow}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_1=-2F_3+F_1}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_3+F_2}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = -1$$
$$y = \frac{1}{4}$$
$$z = \frac{1}{2}$$

□

Ejercicio 2.178. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x + y = 0$$
$$-x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0$$
$$x - 2z = 0$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=1F_1+F_2} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{F_3=-1F_1+F_3} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_2} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{1}{2}F_2+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -2 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{F_3=-\frac{1}{2}F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{7}{4} & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-\frac{4}{7}F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{1}{4}F_3+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{F_2=\frac{1}{2}F_3+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = 0$$
$$y = 0$$
$$z = 0$$

□

Ejercicio 2.179. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x - \frac{1}{2}y + z = -2$$
$$y + z = -1$$
$$\frac{1}{2}x - y + z = -\frac{1}{2}$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{2} & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & -1 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & -1 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-\frac{1}{2}F_1+F_3} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -\frac{9}{8} & \frac{5}{4} & -1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_1=-\frac{1}{4}F_2+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -\frac{9}{8} & \frac{5}{4} & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{9}{8}F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{19}{8} & -\frac{17}{8} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=\frac{8}{19}F_3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{19} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{3}{4}F_3+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{11}{19} \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{19} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_3+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{11}{19} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{19} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{19} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{11}{19}$$

$$y = -\frac{2}{19}$$

$$z = -\frac{17}{19}$$

□

Ejercicio 2.180. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones realizando operaciones elementales en la matriz asociada:

$$-2x - y - \frac{1}{2}z = -1$$

$$2y + 2z = -1$$

$$2y = -\frac{1}{2}$$

Solución. Partimos de la matriz asociada al sistema y realizamos operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_1} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=\frac{1}{2}F_2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=-\frac{1}{2}F_2+F_1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-2F_2+F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3=-\frac{1}{2}F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1=\frac{1}{4}F_3+F_1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{11}{16} \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=-1F_3+F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{11}{16} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Nos queda como resultado final:

$$x = \frac{11}{16}$$

$$y = -\frac{1}{4}$$

$$z = -\frac{1}{4}$$

□

Ejercicio 2.181. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 2×2.

Solución. El determinante de una matriz 2×2 se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

□

Ejercicio 2.182. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 2×2.

Solución. El determinante de una matriz 2×2 se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = -5/2$$

□

Ejercicio 2.183. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 2×2.

Solución. El determinante de una matriz 2×2 se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

□

Ejercicio 2.184. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 2×2.

Solución. El determinante de una matriz 2×2 se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

□

Ejercicio 2.185. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 2×2.

Solución. El determinante de una matriz 2×2 se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

□

Ejercicio 2.186. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 2×2.

Solución. El determinante de una matriz 2×2 se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

□

Ejercicio 2.187. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 2×2.

Solución. El determinante de una matriz 2×2 se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -1$$

□

Ejercicio 2.188. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 2×2.

Solución. El determinante de una matriz 2×2 se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = 2$$

□

Ejercicio 2.189. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 2×2.

Solución. El determinante de una matriz 2×2 se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

□

Ejercicio 2.190. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 2×2.

Solución. El determinante de una matriz 2×2 se puede calcular como el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Aplicándolo a este caso obtenemos:

$$det \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 7/4$$

□

Ejercicio 2.191. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 3×3.

Solución. El determinante de una matriz 3×3 se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ obtenemos 1. □

Ejercicio 2.192. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 3×3.

Solución. El determinante de una matriz 3×3 se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ obtenemos 0. □

Ejercicio 2.193. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 3×3.

Solución. El determinante de una matriz 3×3 se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ obtenemos -8. □

Ejercicio 2.194. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 3×3.

Solución. El determinante de una matriz 3×3 se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ obtenemos 0. □

Ejercicio 2.195. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 3×3.

Solución. El determinante de una matriz 3×3 se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ obtenemos -1. □

Ejercicio 2.196. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 3×3.

Solución. El determinante de una matriz 3×3 se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ obtenemos 1. □

Ejercicio 2.197. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 3×3.

Solución. El determinante de una matriz 3×3 se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ obtenemos 0. □

Ejercicio 2.198. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 3×3.

Solución. El determinante de una matriz 3×3 se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ obtenemos 0. □

Ejercicio 2.199. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 3×3.

Solución. El determinante de una matriz 3×3 se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ obtenemos 1. □

Ejercicio 2.200. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ aplicando la fórmula del determinante 3×3.

Solución. El determinante de una matriz 3×3 se puede calcular como:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32})$$

Aplicándolo a la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ obtenemos -4. □

Ejercicio 2.201. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 1/2$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos 1/2. □

Ejercicio 2.202. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 3.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 3 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1/2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = -1/8$$

$$0 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

$$1 \cdot (-1)^6 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos $-1/8$. □

Ejercicio 2.203. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$0 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$-2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 2$$

Sumando todos estos valores obtenemos 2. □

Ejercicio 2.204. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} = -1$$

$$0 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos -1. □

Ejercicio 2.205. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$0 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 1/2$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos 1/2. □

Ejercicio 2.206. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1/2 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = -1/2$$

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = -1$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos $-3/2$. $\square$

Ejercicio 2.207. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 1.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = -1$$

$$-1 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = 6$$

Sumando todos estos valores obtenemos 7. $\square$

Ejercicio 2.208. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} = -2$$

$$-2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos -2. $\square$

Ejercicio 2.209. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = 4$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$-2 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = 2$$

Sumando todos estos valores obtenemos 6. $\square$

Ejercicio 2.210. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la fila 2.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la fila 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la fila por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$-2 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos 0. $\square$

Ejercicio 2.211. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 3$$

$$-2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = -2$$

$$1 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = -2$$

Sumando todos estos valores obtenemos -1. □

Ejercicio 2.212. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 3.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 3 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 0$$

$$2 \cdot (-1)^6 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos 0. □

Ejercicio 2.213. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$0 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$1 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = -4$$

Sumando todos estos valores obtenemos -4. □

Ejercicio 2.214. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = 2$$

$$-2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -2$$

$$-1 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = 1$$

Sumando todos estos valores obtenemos 1. □

Ejercicio 2.215. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-1/2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = -1$$

$$-1/2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = -1/4$$

$$-2 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

Sumando todos estos valores obtenemos 3/4. □

Ejercicio 2.216. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 3.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 3 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 4$$

$$0 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$-1 \cdot (-1)^6 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = -2$$

Sumando todos estos valores obtenemos 2. □

Ejercicio 2.217. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-1 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos 0. □

Ejercicio 2.218. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1/2 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$2 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 4$$

Sumando todos estos valores obtenemos 4. □

Ejercicio 2.219. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & 2 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 2 & 0 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 2.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 2 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$-1/2 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$2 \cdot (-1)^5 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = -4$$

Sumando todos estos valores obtenemos -4. □

Ejercicio 2.220. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ desarrollándolo por la columna 1.

Solución. Para desarrollar el determinante de esta matriz por la columna 1 tenemos que multiplicar cada elemento de la columna por el determinante de la matriz que resulta de eliminar de la matriz original, la fila y la columna del elemento que estamos considerando. Ese producto tiene que multiplicarse por $(-1)^{i+j}$ para ajustar el signo. Vamos a calcular cada uno de estos sumandos:

$$1 \cdot (-1)^2 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = 2$$

$$-1 \cdot (-1)^3 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = 4$$

$$0 \cdot (-1)^4 \cdot det \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

Sumando todos estos valores obtenemos 6. □

Ejercicio 2.221. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -6 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{6}F_2}{=} -6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-3F_3}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 2. □

Ejercicio 2.222. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & \frac{3}{4} \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & \frac{3}{4} \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-\frac{3}{4}F_2+F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{1}{2}F_3}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 2. □

Ejercicio 2.223. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{1}{2}F_1+F_3}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & -\frac{1}{4} \end{vmatrix} \overset{F_2=2F_2}{=} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -\frac{1}{4} \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-2F_2+F_3}{=} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{7}{4} \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{4}{7}F_3}{=} \frac{7}{8} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $\frac{7}{8}$. □

Ejercicio 2.224. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \overset{F_3=-2F_3}{=} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{=} -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{=} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $\frac{1}{2}$. □

Ejercicio 2.225. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_2=1F_1+F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_3=2F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 1. □

Ejercicio 2.226. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} -2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 2 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{=} -4 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -4 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{4}{3}F_3}{=} -3 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues -3. □

Ejercicio 2.227. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_1+F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-1F_3}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues -2. $\square$

Ejercicio 2.228. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 2 & 2 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 2 & 2 \end{vmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{=} 2\begin{vmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 2 & 2 \end{vmatrix} \overset{F_3=-2F_1+F_3}{=} 2\begin{vmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_2}{=} -1\begin{vmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=\frac{1}{2}F_2+F_3}{=} -1\begin{vmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1\leftrightarrow F_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 1. $\square$

Ejercicio 2.229. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{=} 2\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-2F_1+F_2}{=} 2\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{3}F_2}{=} -6\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -6\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues -6. $\square$

Ejercicio 2.230. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{=} \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_2}{=} -2\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix} \overset{F_3=\frac{1}{2}F_2+F_3}{=} -2\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=\frac{4}{3}F_3}{=} -\frac{3}{2}\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $-\frac{3}{2}$. $\square$

Ejercicio 2.231. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \stackrel{F_3=-1F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \stackrel{F_1 \leftrightarrow F_2}{=} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \stackrel{F_1 \leftrightarrow F_3}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \stackrel{F_2 \leftrightarrow F_3}{=}$
$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 0. □

Ejercicio 2.232. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \stackrel{F_1=-1F_1}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \stackrel{F_2=-2F_1+F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \stackrel{F_3=\frac{1}{2}F_1+F_3}{=}$
$-1 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \stackrel{F_2=\frac{1}{2}F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \stackrel{F_3=2F_2+F_3}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \stackrel{F_3=-2F_3}{=} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 1. □

Ejercicio 2.233. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \stackrel{F_2=-1F_1+F_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \stackrel{F_2=-2F_2}{=} -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \stackrel{F_2 \leftrightarrow F_3}{=} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $\frac{1}{2}$. □

Ejercicio 2.234. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \stackrel{F_1=\frac{1}{2}F_1}{=} 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \stackrel{F_2=1F_1+F_2}{=} 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \stackrel{F_1 \leftrightarrow F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 0. □

Ejercicio 2.235. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_2=2F_1+F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=1F_1+F_3}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$

$\overset{F_2=\frac{1}{2}F_2}{=} -4 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_2+F_3}{=} -4 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_3}{=} 8 \begin{vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 8. □

Ejercicio 2.236. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_2=-1F_1+F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_3=-1F_1+F_3}{=}$

$-1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_2=2F_2}{=} -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-2F_2+F_3}{=} -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{5}F_3}{=} \frac{5}{2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $\frac{5}{2}$. □

Ejercicio 2.237. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-2F_2+F_3}{=} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 1. □

Ejercicio 2.238. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_1=-1F_1}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_2=-\frac{1}{2}F_1+F_2}{=} -1 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=1F_1+F_3}{=}$

$-1 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 \end{vmatrix} \overset{F_2=\frac{4}{3}F_2}{=} -\frac{3}{4} \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{3}{2}F_2+F_3}{=} -\frac{3}{4} \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{3}F_3}{=} \frac{9}{4} \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues $\frac{9}{4}$. □

Ejercicio 2.239. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_1=\frac{1}{2}F_1}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{F_3=2F_1+F_3}{=} 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \overset{F_2=-1F_2}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
$\overset{F_3=\frac{1}{2}F_3}{=} -4 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

El determinante es pues -4. □

Ejercicio 2.240. Calcula el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ haciendo operaciones elementales de reducción de Gauss.

Solución. $\begin{vmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_1=-\frac{1}{2}F_1}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} \overset{F_3=-\frac{1}{2}F_3}{=} 4 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{F_2\leftrightarrow F_3}{=} -4 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

El determinante es pues 0. □