

Curso 0: Matemáticas y sus Aplicaciones
Vectores, Bases y Distancias
Aplicaciones

Juan de la Cruz González Férez

IES Salvador Sandoval
Las Torres de Cotillas (Murcia)

2012

UNIVERSIDAD DE
MURCIA



Composición de movimientos

- Los vectores son de gran utilidad para resolver y modelizar problemas de física.

Composición de movimientos

- Los vectores son de gran utilidad para resolver y modelizar problemas de física.
- Las situaciones en las que intervienen de forma simultánea dos movimientos constituyen un primer acercamiento de las aplicaciones de los vectores al mundo de la física.

Composición de movimientos

- Los vectores son de gran utilidad para resolver y modelizar problemas de física.
- Las situaciones en las que intervienen de forma simultánea dos movimientos constituyen un primer acercamiento de las aplicaciones de los vectores al mundo de la física.
- Para simplificar los cálculos y quede más clara la utilidad de los vectores nos centraremos en ejemplos que ocurren en dos dimensiones.

Composición de movimientos

- Utilizaremos el hecho de que *si un punto está sometido simultáneamente a varios movimientos elementales, el movimiento resultante se obtiene al sumar vectorialmente los movimientos componentes.*

Composición de movimientos

- Utilizaremos el hecho de que *si un punto está sometido simultáneamente a varios movimientos elementales, el movimiento resultante se obtiene al sumar vectorialmente los movimientos componentes.*
- Por lo que *la velocidad resultante es la suma vectorial de las velocidades componentes,*

Composición de movimientos

- Utilizaremos el hecho de que *si un punto está sometido simultáneamente a varios movimientos elementales, el movimiento resultante se obtiene al sumar vectorialmente los movimientos componentes.*
- Por lo que *la velocidad resultante es la suma vectorial de las velocidades componentes,*
- *la aceleración resultante es la suma vectorial de las aceleraciones componentes*

Composición de movimientos

- Utilizaremos el hecho de que *si un punto está sometido simultáneamente a varios movimientos elementales, el movimiento resultante se obtiene al sumar vectorialmente los movimientos componentes.*
- Por lo que *la velocidad resultante es la suma vectorial de las velocidades componentes,*
- *la aceleración resultante es la suma vectorial de las aceleraciones componentes*
- *y la posición resultante es la suma vectorial de las posiciones componentes.*

Direcciones perpendiculaes: el tiro horizontal. Un ejemplo.

- EL tiro horizontal se caracteriza por dos tipos de movimientos de la forma:

Direcciones perpendiculaes: el tiro horizontal. Un ejemplo.

- EL tiro horizontal se caracteriza por dos tipos de movimientos de la forma:
- uno horizontal, rectilíneo y uniforme.

Direcciones perpendiculares: el tiro horizontal. Un ejemplo.

- EL tiro horizontal se caracteriza por dos tipos de movimientos de la forma:
- uno horizontal, rectilíneo y uniforme.
- uno vertical, rectilíneo y uniformemente variado.

Direcciones perpendiculares: el tiro horizontal. Un ejemplo.

- EL tiro horizontal se caracteriza por dos tipos de movimientos de la forma:
- uno horizontal, rectilíneo y uniforme.
- uno vertical, rectilíneo y uniformemente variado.
- El movimiento horizontal, producido por un móvil que se mueve de forma uniforme, es de avance, y el movimiento vertical, producido por la gravedad y sin velocidad inicial, es de caída.

El tiro horizontal

- El móvil tendrá una posición de la forma (x_0, y_0) , siendo y_0 la altura sobre la superficie.

El tiro horizontal

- El móvil tendrá una posición de la forma (x_0, y_0) , siendo y_0 la altura sobre la superficie.
- Podemos considerar que en el instante inicial $x_0 = 0$.

El tiro horizontal

- El móvil tendrá una posición de la forma (x_0, y_0) , siendo y_0 la altura sobre la superficie.
- Podemos considerar que en el instante inicial $x_0 = 0$.
- Suponemos que el móvil tras el instante inicial el móvil se mueve con una velocidad horizontal v_x .

El tiro horizontal

- El móvil tendrá una posición de la forma (x_0, y_0) , siendo y_0 la altura sobre la superficie.
- Podemos considerar que en el instante inicial $x_0 = 0$.
- Suponemos que el móvil tras el instante inicial el móvil se mueve con una velocidad horizontal v_x .
- Podemos obviar como ha adquirido el móvil esta velocidad, así como si se encontraba en reposo o ya tenía esa velocidad.

El tiro horizontal

- El móvil tendrá una posición de la forma (x_0, y_0) , siendo y_0 la altura sobre la superficie.
- Podemos considerar que en el instante inicial $x_0 = 0$.
- Suponemos que el móvil tras el instante inicial el móvil se mueve con una velocidad horizontal v_x .
- Podemos obviar como ha adquirido el móvil esta velocidad, así como si se encontraba en reposo o ya tenía esa velocidad.
- Tras el instante inicial, sobre el móvil actúa la gravedad con una aceleración de $-g$ en el sentido vertical.

Descomponiendo el movimiento

- La velocidad horizontal del móvil puede escribirse como $(v_x, 0)$, por lo que transcurrido un tiempo t , el móvil se encontrará en una posición $(x_0, y_0) + (v_x, 0) \cdot t$.

Descomponiendo el movimiento

- La velocidad horizontal del móvil puede escribirse como $(v_x, 0)$, por lo que transcurrido un tiempo t , el móvil se encontrará en una posición $(x_0, y_0) + (v_x, 0) \cdot t$.
- La aceleración vertical del móvil puede escribirse como $(0, -g)$. Utilizando que $v = a \cdot t$, entonces la velocidad vertical del móvil es tras un instante t igual a $(0, -g) \cdot t$.

Descomponiendo el movimiento

- La velocidad horizontal del móvil puede escribirse como $(v_x, 0)$, por lo que transcurrido un tiempo t , el móvil se encontrará en una posición $(x_0, y_0) + (v_x, 0) \cdot t$.
- La aceleración vertical del móvil puede escribirse como $(0, -g)$. Utilizando que $v = a \cdot t$, entonces la velocidad vertical del móvil es tras un instante t igual a $(0, -g) \cdot t$.
- Utilizando que la velocidad vertical inicial es cero y que el movimiento es uniformemente acelerado, tras un instante t el móvil recorrerá una espacio vertical de $(0, -g) \cdot \frac{t^2}{2}$.

- En un instante t la posición de la partícula será

$$(x_t, y_t) = (x_0, y_0) + (v_x, 0) \cdot t + (0, -g) \cdot \frac{t^2}{2} = (x_0 + v_x \cdot t, y_0 - g \frac{t^2}{2})$$

- En un instante t la posición de la partícula será

$$(x_t, y_t) = (x_0, y_0) + (v_x, 0) \cdot t + (0, -g) \cdot \frac{t^2}{2} = (x_0 + v_x \cdot t, y_0 - g \frac{t^2}{2})$$

- En este momento interesará calcular cuando $y_0 - g \frac{t^2}{2} = 0$, ya que el movimiento finaliza para el instante de tiempo que cumple esa condición.

Direcciones cualesquiera: el tiro oblicuo

- El tiro oblicuo se produce cuando un objeto es lanzado con una cierta velocidad y un ángulo sobre la horizontal.

Direcciones cualesquiera: el tiro oblicuo

- El tiro oblicuo se produce cuando un objeto es lanzado con una cierta velocidad y un ángulo sobre la horizontal.
- La velocidad de salida del objeto se descompone en dos componentes:

Direcciones cualesquiera: el tiro oblicuo

- El tiro oblicuo se produce cuando un objeto es lanzado con una cierta velocidad y un ángulo sobre la horizontal.
- La velocidad de salida del objeto se descompone en dos componentes:
- una vertical, afectada por la acción de la gravedad, que será un movimiento rectilíneo uniformemente variado de subida y bajada;

Direcciones cualesquiera: el tiro oblicuo

- El tiro oblicuo se produce cuando un objeto es lanzado con una cierta velocidad y un ángulo sobre la horizontal.
- La velocidad de salida del objeto se descompone en dos componentes:
- una vertical, afectada por la acción de la gravedad, que será un movimiento rectilíneo uniformemente variado de subida y bajada;
- una horizontal, que será un movimiento rectilíneo y uniforme de avance.

El tiro oblicuo

- Tomaremos como posición inicial $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

El tiro oblicuo

- Tomaremos como posición inicial $(x_0, y_0) = (0, 0)$.
- La velocidad inicial es (v_x, v_y) , que se puede escribir para un cierto ángulo α como $(v_x, v_y) = (v \cos \alpha, v \sin \alpha)$.

El tiro oblicuo

- Tomaremos como posición inicial $(x_0, y_0) = (0, 0)$.
- La velocidad inicial es (v_x, v_y) , que se puede escribir para un cierto ángulo α como $(v_x, v_y) = (v \cos \alpha, v \sin \alpha)$.
- Para un cierto instante t la velocidad del objeto es $(v \cos \alpha, v \sin \alpha - g \cdot t)$

El tiro oblicuo

- Tomaremos como posición inicial $(x_0, y_0) = (0, 0)$.
- La velocidad inicial es (v_x, v_y) , que se puede escribir para un cierto ángulo α como $(v_x, v_y) = (v \cos \alpha, v \sin \alpha)$.
- Para un cierto instante t la velocidad del objeto es $(v \cos \alpha, v \sin \alpha - g \cdot t)$
- En este momento interesa conocer cuando $v \sin \alpha - g \cdot t = 0$, pues en ese instante el movimiento deja de ser de subida para convertirse en movimiento de bajada.

Descomponiendo el movimiento

- La posición del objeto para un instante t es

$$(x_t, y_t) = (v \cos \alpha, 0)t + (0, v \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2) =$$
$$(v \cos \alpha t, v \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2)$$

Casos prácticos

Con los razonamientos de las transparencias anteriores intenta resolver los siguientes problemas:

- Se lanza desde la azotea de un edificio de 20 metros de altura una pelota de tenis con una velocidad de $v = 15 \text{ m/s}$ en dirección hacia la calle. Teniendo en cuenta que el lanzamiento sale de forma horizontal a la superficie y que la calle tiene una anchura de veinticinco metros hasta el otro edificio, ¿dónde se encontrará la pelota una vez acabado el movimiento?

Casos prácticos

Con los razonamientos de las transparencias anteriores intenta resolver los siguientes problemas:

- Se lanza desde la azotea de un edificio de 20 metros de altura una pelota de tenis con una velocidad de $v = 15 \text{ m/s}$ en dirección hacia la calle. Teniendo en cuenta que el lanzamiento sale de forma horizontal a la superficie y que la calle tiene una anchura de veinticinco metros hasta el otro edificio, ¿dónde se encontrará la pelota una vez acabado el movimiento?
- Calcula qué distancia alcanzará una pelota de tenis que se lanza con un ángulo de 30 grados y con una velocidad de $v = 30 \text{ m/s}$.