

Curso 0: Matemáticas y sus Aplicaciones
Transformaciones del Plano y el Espacio
Aplicaciones

Juan de la Cruz González Férez

IES Salvador Sandoval
Las Torres de Cotillas (Murcia)

2012

UNIVERSIDAD DE
MURCIA



Gráficos por ordenador

- Los gráficos por ordenador son imágenes que aparecen en una pantalla.

Gráficos por ordenador

- Los gráficos por ordenador son imágenes que aparecen en una pantalla.
- Mostraremos las matemáticas básicas que se usan para manejar y mostrar imágenes en el ordenador mediante un ejemplo sencillo en dos dimensiones.

Gráficos por ordenador

- Una imagen o dibujo de este tipo consiste en:

Gráficos por ordenador

- Una imagen o dibujo de este tipo consiste en:
- varios puntos con líneas o curvas conectadas;

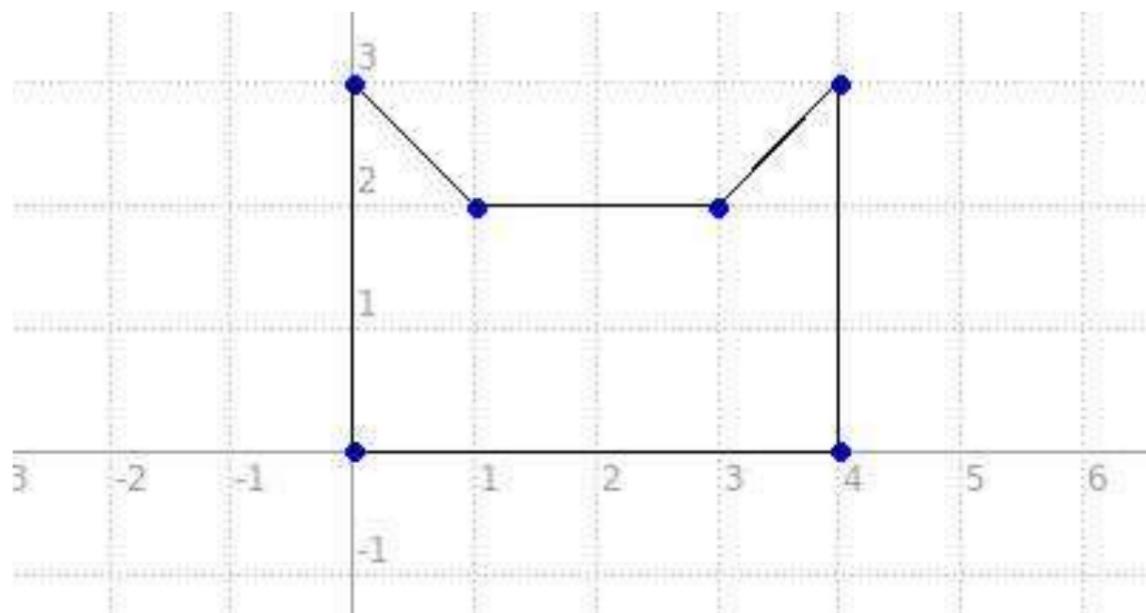
Gráficos por ordenador

- Una imagen o dibujo de este tipo consiste en:
- varios puntos con líneas o curvas conectadas;
- información sobre cómo llenar las regiones delimitadas por las líneas y las curvas.

Gráficos por ordenador

- Una imagen o dibujo de este tipo consiste en:
- varios puntos con líneas o curvas conectadas;
- información sobre cómo llenar las regiones delimitadas por las líneas y las curvas.
- Nos limitaremos al caso de varios puntos conectados por rectas que forman una figura cerrada.

Por ejemplo, la figura:



Un caso práctico

- puede modelizarse mediante una matriz que contenga las coordenadas de los distintos puntos:

Un caso práctico

- puede modelizarse mediante una matriz que contenga las coordenadas de los distintos puntos:



$$\begin{array}{l} \text{Coordenada } x \\ \text{Coordenada } Y \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Un caso práctico

- puede modelizarse mediante una matriz que contenga las coordenadas de los distintos puntos:



$$\begin{array}{l} \text{Coordenada } X \\ \text{Coordenada } Y \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- También sería necesario especificar qué vértices están conectados y cómo, pero nos limitaremos al caso en que los vértices están conectados en orden de izquierda a derecha mediante segmentos.

Transformando la figura

- Definida así la figura, mediante sus vértices, cualquier transformación de la misma vendrá determinada por la transformación de sus vértices.

Transformando la figura

- Definida así la figura, mediante sus vértices, cualquier transformación de la misma vendrá determinada por la transformación de sus vértices.
- Esto es así porque los segmentos que unen los vértices también se transforman en segmentos en la nueva figura.

Transformando la figura

- Definida así la figura, mediante sus vértices, cualquier transformación de la misma vendrá determinada por la transformación de sus vértices.
- Esto es así porque los segmentos que unen los vértices también se transforman en segmentos en las nueva figura.
- La imagen completa del objeto original tras la transformación vendrá determinada por una nueva matriz con las coordenadas de los nuevos vértices.

Transformando la figura

- Consideramos la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,2 & 1 \end{pmatrix}$, y queremos aplicar la transformación $x \mapsto Ax$ sobre la matriz de puntos de la figura.

Transformando la figura

- Consideramos la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,2 & 1 \end{pmatrix}$, y queremos aplicar la transformación $x \mapsto Ax$ sobre la matriz de puntos de la figura.
- El resultado será:

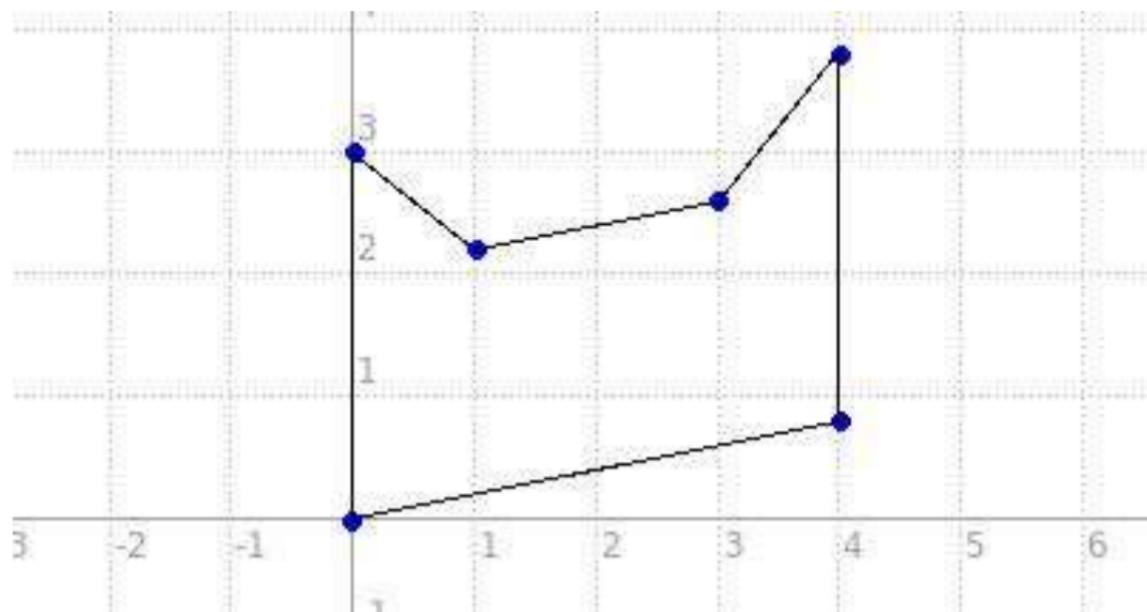
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} =$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0,8 & 3,8 & 2,6 & 2,2 & 3 \end{pmatrix}$$

Transformando la figura

- Consideramos la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,2 & 1 \end{pmatrix}$, y queremos aplicar la transformación $x \mapsto Ax$ sobre la matriz de puntos de la figura.
- El resultado será:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} =$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0,8 & 3,8 & 2,6 & 2,2 & 3 \end{pmatrix}$$

- Gráficamente



Composición de transformaciones

- La matriz de una transformación es de la forma $\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$ y la matriz que multiplica la coordenada x es $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Composición de transformaciones

- La matriz de una transformación es de la forma $\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$ y la matriz que multiplica la coordenada x es $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- La composición de dos movimientos de este tipo sería el resultado de multiplicar las matrices.

Composición de transformaciones

- La matriz de una transformación es de la forma $\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$ y la matriz que multiplica la coordenada x es $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- La composición de dos movimientos de este tipo sería el resultado de multiplicar las matrices.
- El orden de multiplicación de estas dos matrices determinará el orden de las transformaciones aplicadas a la figura.

Composición de transformaciones

- La matriz de una transformación es de la forma $\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$ y la matriz que multiplica la coordenada x es $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- La composición de dos movimientos de este tipo sería el resultado de multiplicar las matrices.
- El orden de multiplicación de estas dos matrices determinará el orden de las transformaciones aplicadas a la figura.
- Calculamos la transformación dada porque

$$\begin{pmatrix} 0,8 & -0,6 \\ 0,6 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,8 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,64 & -0,6 \\ 0,48 & 0,8 \end{pmatrix}$$

Composición de transformaciones

- Entonces

$$\begin{pmatrix} 0,64 & -0,6 \\ 0,48 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0,8 & 3,8 & 2,6 & 2,2 & 3 \end{pmatrix} =$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 2,08 & 0,28 & 0,36 & -0,68 & -1,8 \\ 0 & 2,56 & 4,96 & 3,52 & 2,24 & 2,4 \end{pmatrix}$$

