Leandro Marín Muñoz

MATEMÁTICAS Y SUS APLICACIONES: CURSO 0

LIBRO DE EJERCICIOS

UNIVERSIDAD DE
MURCIA

Capítulo 5. Lógica y Formalismo Matemático

Ejercicio 5.1. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$p \wedge \neg r \vee p$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

r	$\neg r$	p	$p \wedge \neg r$	$p \wedge \neg r \vee p$
0	1	0	0	0
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	1	0	1

□

Ejercicio 5.2. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \rightarrow \neg(q \wedge q)$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

$q \wedge q$	$\neg(q \wedge q)$	q	$q \rightarrow \neg(q \wedge q)$
0	1	0	1
1	0	1	0

□

Ejercicio 5.3. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \wedge (r \wedge r) \rightarrow \neg q$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

$\neg q$	r	$r \wedge r$	q	$q \wedge (r \wedge r)$	$q \wedge (r \wedge r) \to \neg q$
1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1
0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0

□

Ejercicio 5.4. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(r \to (r \to q))$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

q	$r \to q$	r	$r \to (r \to q)$	$\neg(r \to (r \to q))$
0	1	0	1	0
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

□

Ejercicio 5.5. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \to (r \to p)$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

p	r	$r \to p$	q	$q \to (r \to p)$
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1

□

Ejercicio 5.6. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$p \vee \neg r$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

r	$\neg r$	p	$p \vee \neg r$
0	1	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1

□

Ejercicio 5.7. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$r \wedge \neg(r \wedge r)$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

$r \wedge r$	$\neg(r \wedge r)$	r	$r \wedge \neg(r \wedge r)$
0	1	0	0
1	0	1	0

□

Ejercicio 5.8. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$(p \vee q) \wedge \neg q \vee \neg p$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

$\neg p$	$\neg q$	q	p	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \neg q$	$(p \vee q) \wedge \neg q \vee \neg p$
1	1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0

□

Ejercicio 5.9. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$(\neg p \to (q \to r)) \vee p$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

r	q	$q \to r$	p	$\neg p$	$\neg p \to (q \to r)$	$(\neg p \to (q \to r)) \vee p$
0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1

□

Ejercicio 5.10. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \to q) \to ((r \to q) \to q)$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

r	$r \to q$	$(r \to q) \to q$	q	p	$p \to q$	$\neg(p \to q)$	$\neg(p \to q) \to ((r \to q) \to q)$
0	1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	1

□

Ejercicio 5.11. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg p \vee (p \to r \wedge r)$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

r	$r \wedge r$	$p \to r \wedge r$	p	$\neg p$	$\neg p \vee (p \to r \wedge r)$
0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1

□

Ejercicio 5.12. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$q \vee (p \vee q \to q \vee r)$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

r	$q \vee r$	p	$p \vee q$	$p \vee q \to q \vee r$	q	$q \vee (p \vee q \to q \vee r)$
0	0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

□

Ejercicio 5.13. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$(p \wedge r) \wedge p$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

r	p	$p \wedge r$	$(p \wedge r) \wedge p$
0	0	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
1	1	1	1

□

Ejercicio 5.14. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \to p) \vee p$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

p	$p \to p$	$\neg(p \to p)$	$\neg(p \to p) \vee p$
0	1	0	0
1	1	0	1

□

Ejercicio 5.15. Calcula la tabla de verdad para la siguiente fórmula lógica:

$$((p \to r) \wedge p) \wedge q$$

Solución. Para hacer la tabla de verdad pondremos también las subfórmulas que nos permiten facilitar el cálculo.

q	r	p	$p \to r$	$(p \to r) \wedge p$	$((p \to r) \wedge p) \wedge q$
0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	0
1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1

□

Ejercicio 5.16. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$q \to \neg q$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

$\neg q$	q	$q \to \neg q$
1	0	1
0	1	0

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable q es falsa

□

Ejercicio 5.17. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg\neg(p \wedge r)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

r	p	$p \wedge r$	$\neg(p \wedge r)$	$\neg\neg(p \wedge r)$
0	0	0	1	0
1	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	1	1	0	1

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable p es verdadera

La variable r es verdadera □

Ejercicio 5.18. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg\neg\neg r$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

r	$\neg r$	$\neg\neg r$	$\neg\neg\neg r$
0	1	0	1
1	0	1	0

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable r es falsa □

Ejercicio 5.19. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$p \wedge (r \wedge q)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

q	r	$r \wedge q$	p	$p \wedge (r \wedge q)$
0	0	0	0	0
0	1	0	0	0
1	0	0	0	0
1	1	1	0	0
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable p es verdadera

La variable q es verdadera

La variable r es verdadera □

Ejercicio 5.20. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg\neg(q \wedge r)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

r	q	$q \wedge r$	$\neg(q \wedge r)$	$\neg\neg(q \wedge r)$
0	0	0	1	0
1	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	1	1	0	1

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable q es verdadera

La variable r es verdadera □

Ejercicio 5.21. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(q \vee r)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

r	q	$q \vee r$	$\neg(q \vee r)$
0	0	0	1
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	0

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable q es falsa

La variable r es falsa □

Ejercicio 5.22. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$(p \to q) \wedge ((p \wedge p) \wedge (q \to r))$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

r	$q \to r$	$p \wedge p$	$(p \wedge p) \wedge (q \to r)$	q	p	$p \to q$	$(p \to q) \wedge ((p \wedge p) \wedge (q \to r))$
0	1	0	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable p es verdadera

La variable q es verdadera

La variable r es verdadera □

Ejercicio 5.23. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$((p \to p) \wedge q) \wedge \neg(r \vee p)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

r	$r \vee p$	$\neg(r \vee p)$	q	p	$p \to p$	$(p \to p) \wedge q$	$((p \to p) \wedge q) \wedge \neg(r \vee p)$
0	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1	1	0

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable p es falsa

La variable q es verdadera

La variable r es falsa □

Ejercicio 5.24. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$(r \wedge r \to \neg p) \wedge ((p \vee r) \wedge p)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

$p \vee r$	$(p \vee r) \wedge p$	p	$\neg p$	r	$r \wedge r$	$r \wedge r \to \neg p$	$(r \wedge r \to \neg p) \wedge ((p \vee r) \wedge p)$
0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0	0

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable p es verdadera

La variable r es falsa □

Ejercicio 5.25. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \to q)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

q	p	$p \to q$	$\neg(p \to q)$
0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	0	1
1	1	1	0

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable p es verdadera

La variable q es falsa

□

Ejercicio 5.26. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg((q \vee r) \vee r \wedge q)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

$r \wedge q$	r	q	$q \vee r$	$(q \vee r) \vee r \wedge q$	$\neg((q \vee r) \vee r \wedge q)$
0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable q es falsa

La variable r es falsa □

Ejercicio 5.27. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(\neg p \to r)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

r	p	$\neg p$	$\neg p \to r$	$\neg(\neg p \to r)$
0	0	1	0	1
1	0	1	1	0
0	1	0	1	0
1	1	0	1	0

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable p es falsa

La variable r es falsa □

Ejercicio 5.28. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$(q \wedge (q \to r)) \wedge ((p \to q) \to p)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

p	$p \to q$	$(p \to q) \to p$	r	$q \to r$	q	$q \wedge (q \to r)$	$(q \wedge (q \to r)) \wedge ((p \to q) \to p)$
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable p es verdadera

La variable q es verdadera

La variable r es verdadera □

Ejercicio 5.29. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$p \vee p \to \neg(p \wedge p)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

$p \wedge p$	$\neg(p \wedge p)$	p	$p \vee p$	$p \vee p \to \neg(p \wedge p)$
0	1	0	0	1
1	0	1	1	0

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable p es falsa

□

Ejercicio 5.30. Determina los valores de las variables que hacen cierta la siguiente fórmula lógica:

$$\neg(p \to r)$$

Solución. Haremos una tabla de verdad que nos permita ver los casos que hacen cierta la fórmula.

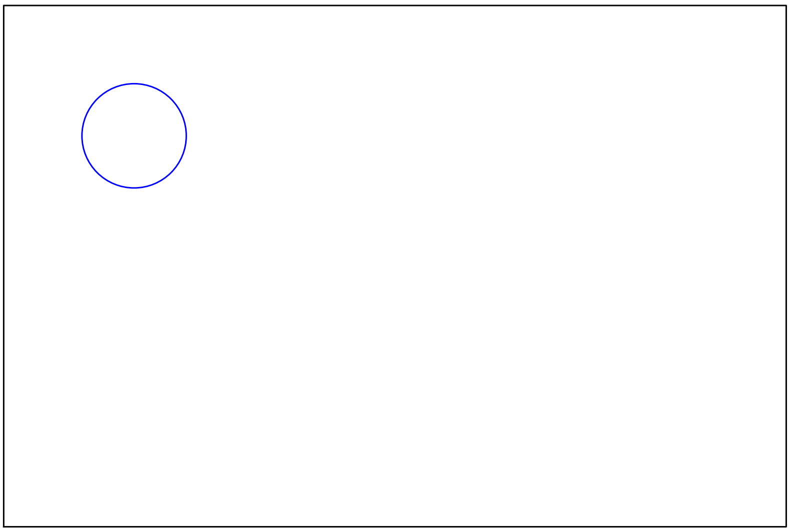
r	p	$p \to r$	$\neg(p \to r)$
0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	0	1
1	1	1	0

Como sólo hay un caso en el que esta fórmula sea cierta, podemos deducir los valores de verdad de las proposiciones.

La variable p es verdadera

La variable r es falsa □

Ejercicio 5.31. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Existe un elemento circular y pequeño
2. Todos los elementos son grandes
3. Existe un elemento pequeño y azul
4. Todos los elementos circulares son grandes

Solución.

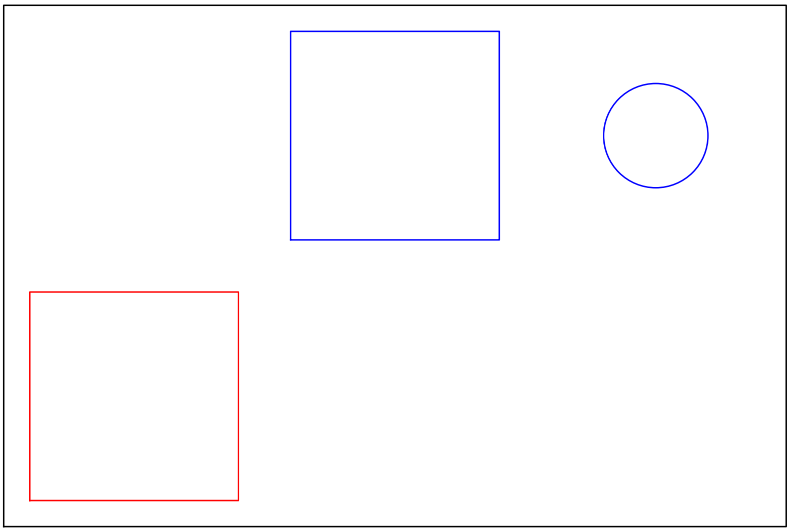
1. La formalización matemática de *Existe un elemento circular y pequeño* es $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son grandes* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Existe un elemento pequeño y azul* es $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.32. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son cuadrados y grandes
2. Todos los elementos son rojos
3. Existe un elemento cuadrado y grande
4. Existe un elemento rojo y cuadrado

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son cuadrados y grandes* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

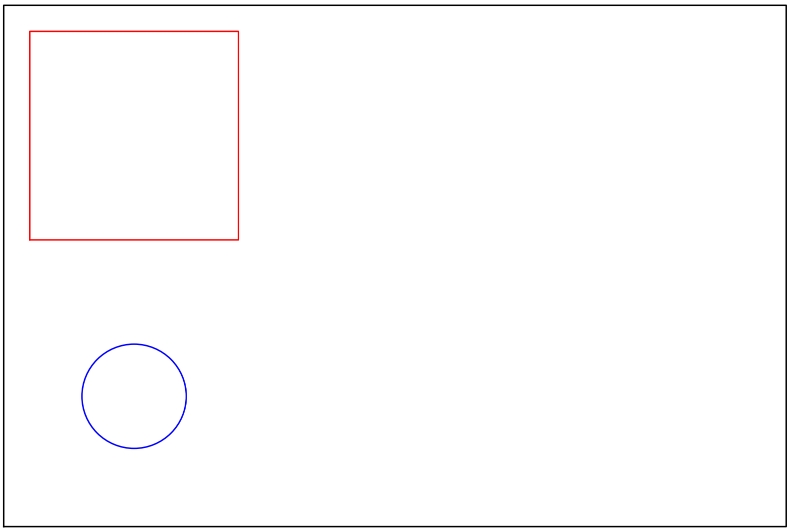
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son rojos* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande azul no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Existe un elemento cuadrado y grande* es $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado grande azul cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Existe un elemento rojo y cuadrado* es $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado grande rojo cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.33. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos cuadrados son grandes

2. Todos los elementos son pequeños y azules

3. Todos los elementos son rojos y cuadrados

4. Todos los elementos grandes son rojos

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos cuadrados son grandes* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

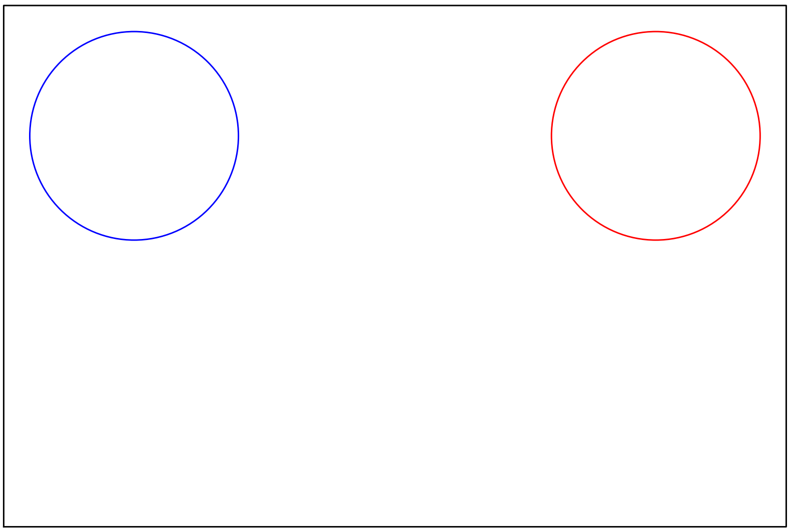
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son pequeños y azules* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande rojo no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Todos los elementos son rojos y cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos grandes son rojos* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

$\square$

Ejercicio 5.34. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Existe un elemento circular y grande
2. Todos los elementos son circulares y pequeños
3. Existe un elemento azul y circular
4. Todos los elementos son azules

Solución.

1. La formalización matemática de *Existe un elemento circular y grande* es $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.

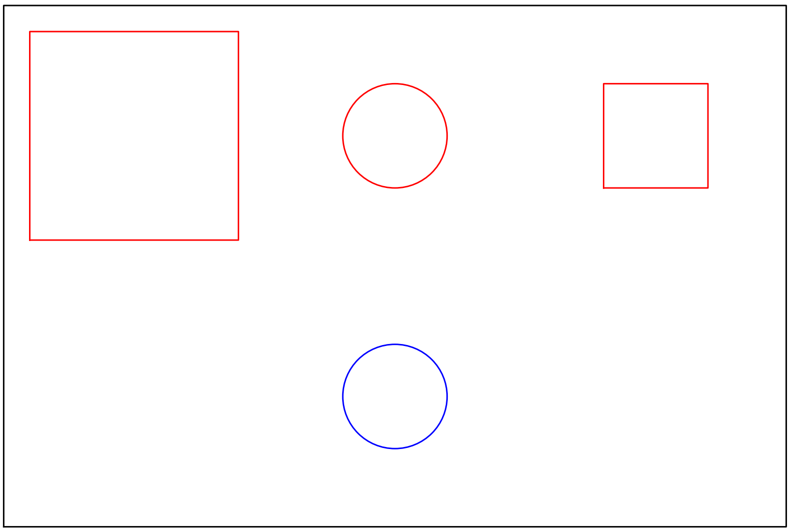
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares y pequeños* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y circular* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos son azules* es $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande rojo no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.35. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Existe un elemento rojo y cuadrado
2. Todos los elementos son rojos y circulares
3. Todos los elementos son azules y cuadrados
4. Todos los elementos azules son circulares

Solución.

1. La formalización matemática de *Existe un elemento rojo y cuadrado* es $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado grande rojo cumple las condiciones.

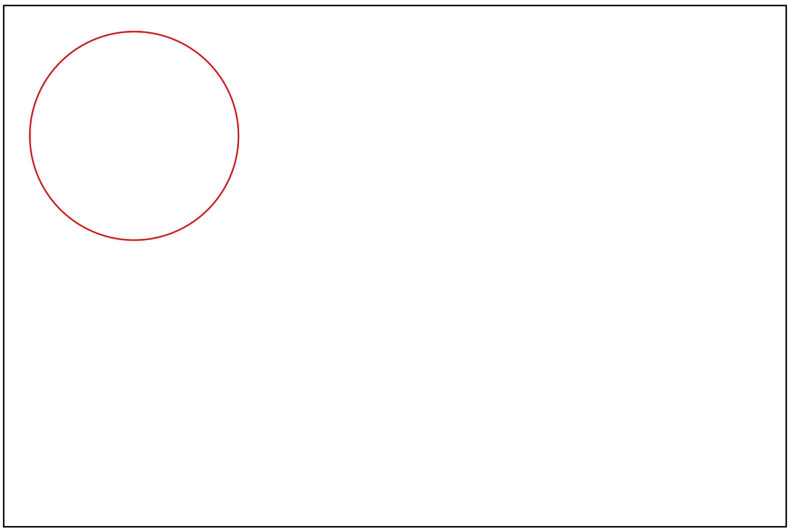
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son rojos y circulares* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande rojo no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Todos los elementos son azules y cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande rojo no cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos azules son circulares* es $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

□

Ejercicio 5.36. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son circulares
2. Existe un elemento grande y azul
3. Existe un elemento azul y circular
4. Existe un elemento circular y grande

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

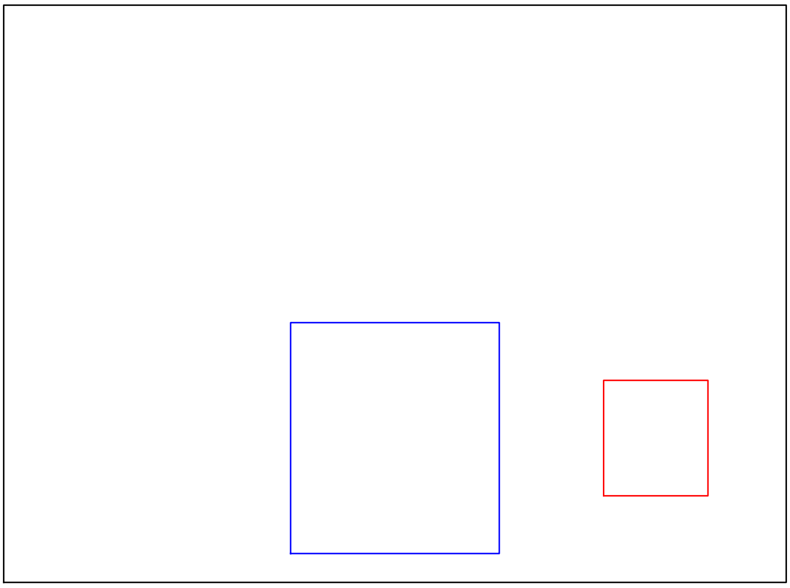
2. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y azul* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

3. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y circular* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

4. La formalización matemática de *Existe un elemento circular y grande* es $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande rojo cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.37. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Existe un elemento cuadrado y grande
2. Todos los elementos son grandes
3. Todos los elementos circulares son grandes
4. Existe un elemento grande y rojo

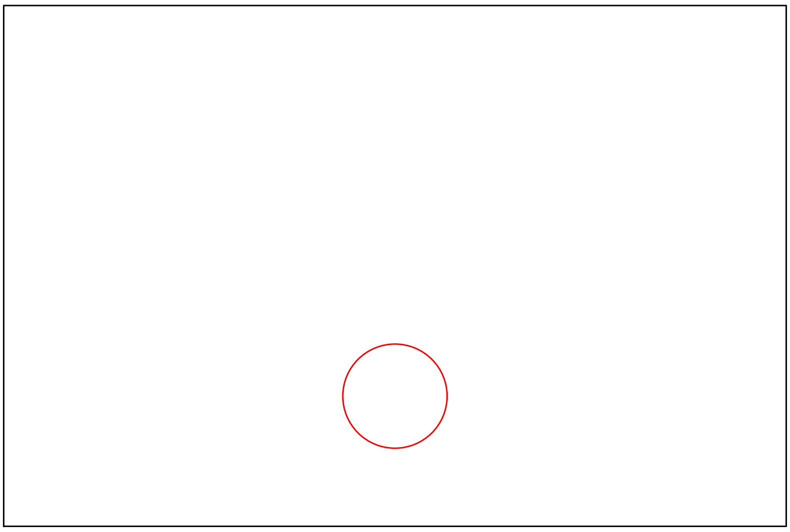
Solución.

1. La formalización matemática de *Existe un elemento cuadrado y grande* es $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado grande azul cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son grandes* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

4. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y rojo* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

$\square$

Ejercicio 5.38. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



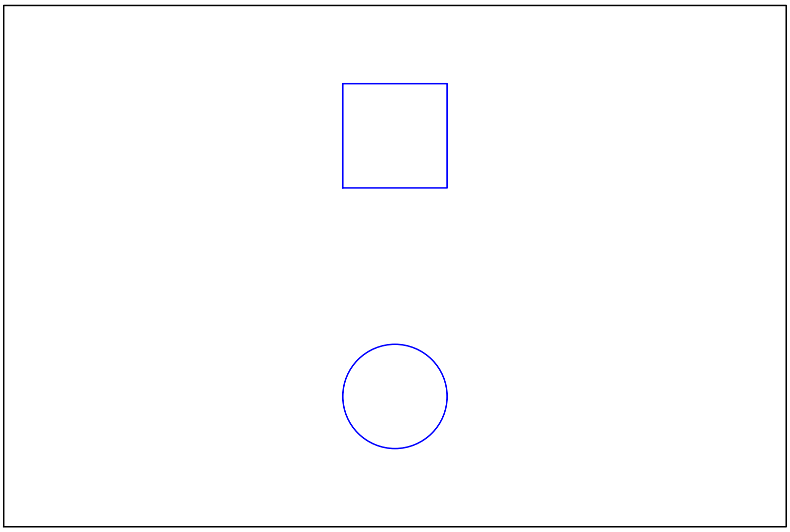
1. Existe un elemento grande y azul
2. Todos los elementos son pequeños y azules
3. Todos los elementos pequeños son rojos
4. Todos los elementos son pequeños

Solución.

1. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y azul* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son pequeños y azules* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos pequeños son rojos* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos son pequeños* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

□

Ejercicio 5.39. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son circulares y grandes
2. Todos los elementos rojos son cuadrados
3. Todos los elementos son pequeños
4. Todos los elementos son circulares y pequeños

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares y grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos rojos son cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos son pequeños* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares y pequeños* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.40. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

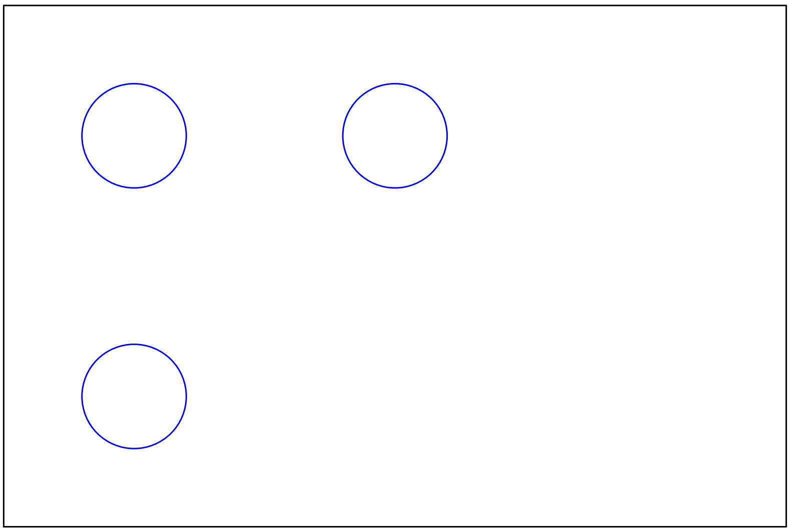
1. Todos los elementos son cuadrados
2. Todos los elementos son rojos y circulares
3. Todos los elementos pequeños son azules
4. Existe un elemento grande y azul

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande rojo no cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son rojos y circulares* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos pequeños son azules* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y azul* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

□

Ejercicio 5.41. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos cuadrados son pequeños
2. Todos los elementos pequeños son rojos
3. Existe un elemento azul y circular
4. Todos los elementos son cuadrados y grandes

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos cuadrados son pequeños* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

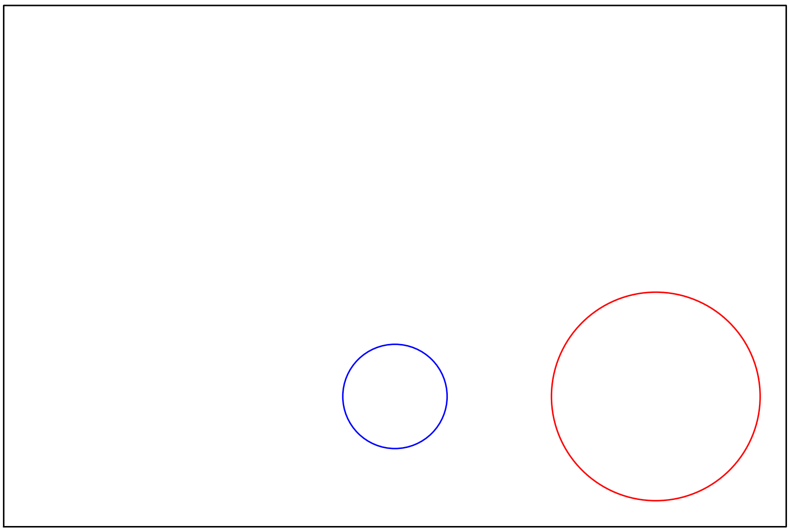
2. La formalización matemática de *Todos los elementos pequeños son rojos* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

3. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y circular* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.

4. La formalización matemática de *Todos los elementos son cuadrados y grandes* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.42. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



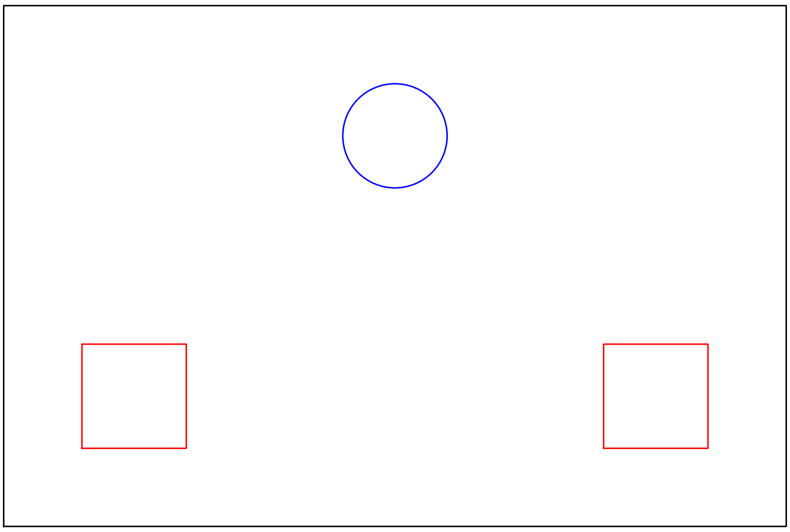
1. Todos los elementos rojos son cuadrados
2. Existe un elemento circular y grande
3. Existe un elemento pequeño y azul
4. Todos los elementos circulares son grandes

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos rojos son cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande rojo no cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Existe un elemento circular y grande* es $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande rojo cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento pequeño y azul* es $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.43. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



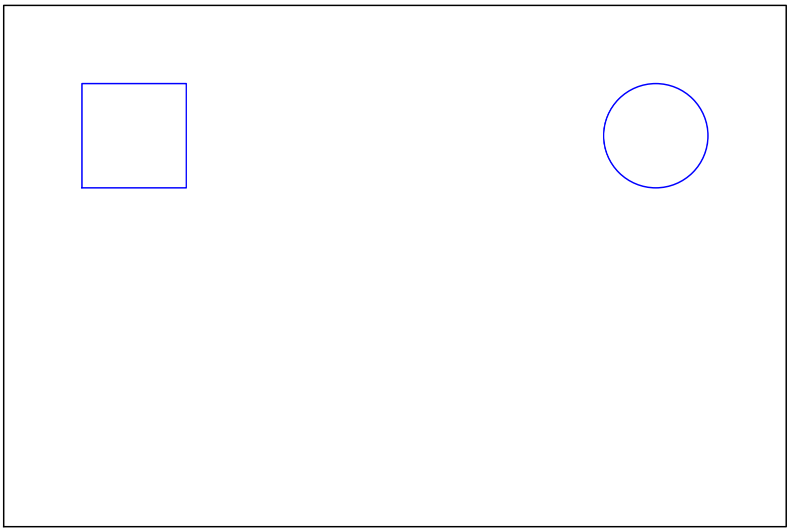
1. Todos los elementos cuadrados son pequeños
2. Existe un elemento rojo y cuadrado
3. Existe un elemento grande y rojo
4. Existe un elemento rojo y circular

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos cuadrados son pequeños* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
2. La formalización matemática de *Existe un elemento rojo y cuadrado* es $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño rojo cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y rojo* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
4. La formalización matemática de *Existe un elemento rojo y circular* es $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.

□

Ejercicio 5.44. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



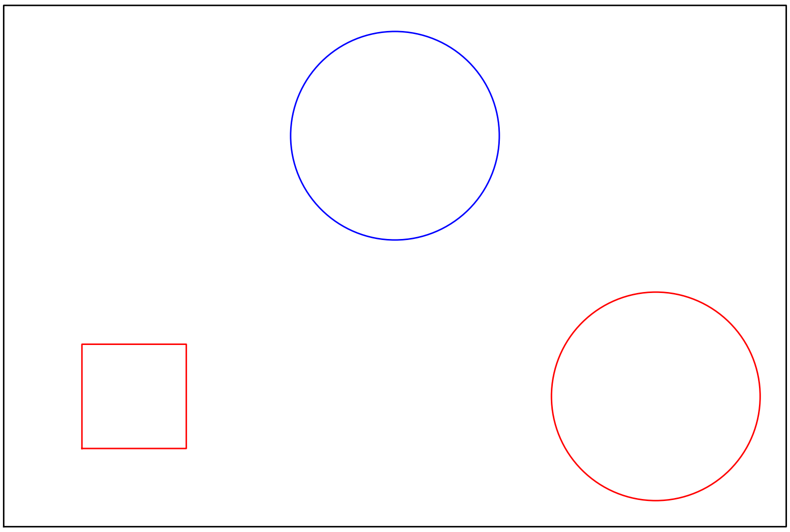
1. Existe un elemento grande y rojo
2. Todos los elementos son azules
3. Todos los elementos rojos son circulares
4. Todos los elementos son circulares y pequeños

Solución.

1. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y rojo* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son azules* es $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos rojos son circulares* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \rightarrow \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares y pequeños* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.45. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



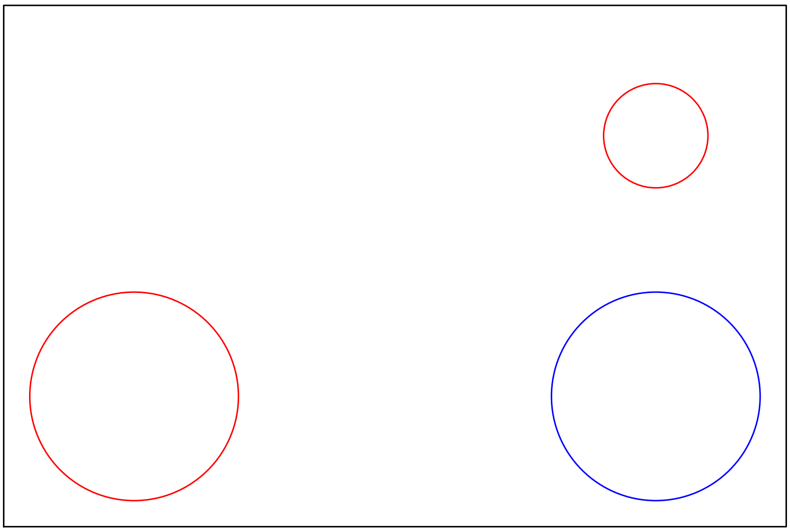
1. Todos los elementos circulares son pequeños
2. Todos los elementos grandes son azules
3. Todos los elementos circulares son grandes
4. Existe un elemento azul y circular

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son pequeños* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos grandes son azules* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande rojo no cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
4. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y circular* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.46. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



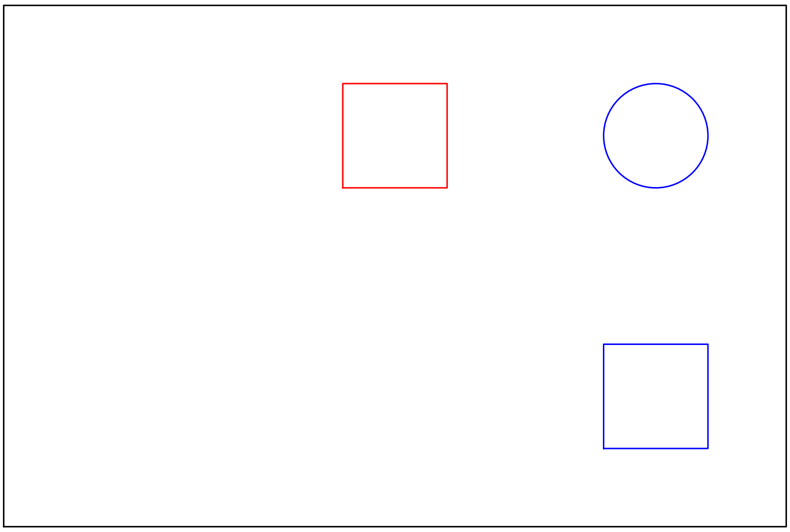
1. Todos los elementos son circulares
2. Todos los elementos son rojos y circulares
3. Existe un elemento grande y azul
4. Todos los elementos son grandes

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son rojos y circulares* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y azul* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos son grandes* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.47. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



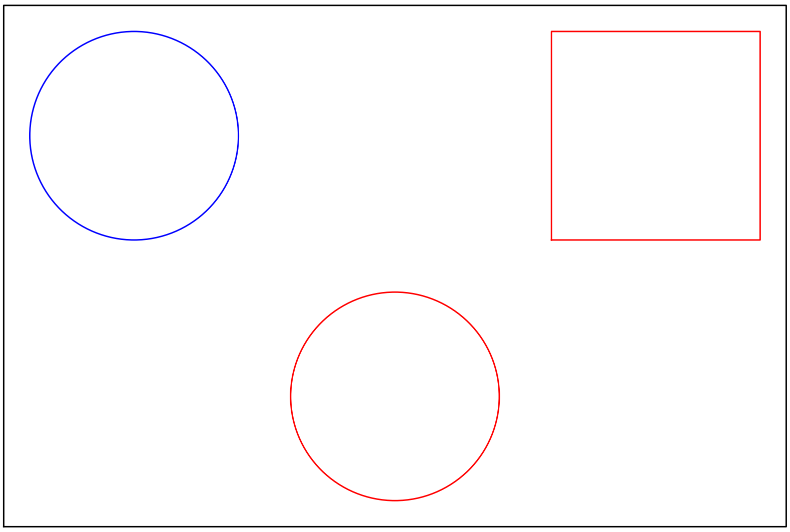
1. Existe un elemento azul y cuadrado
2. Todos los elementos son pequeños y azules
3. Existe un elemento pequeño y rojo
4. Todos los elementos son cuadrados y grandes

Solución.

1. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y cuadrado* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Todos los elementos son pequeños y azules* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento pequeño y rojo* es $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño rojo cumple las condiciones.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos son cuadrados y grandes* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.48. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. Todos los elementos son grandes y rojos
2. Existe un elemento azul y cuadrado
3. Existe un elemento grande y azul
4. Todos los elementos pequeños son rojos

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son grandes y rojos* es $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.
2. La formalización matemática de *Existe un elemento azul y cuadrado* es $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y azul* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos pequeños son rojos* es $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

$\square$

Ejercicio 5.49. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

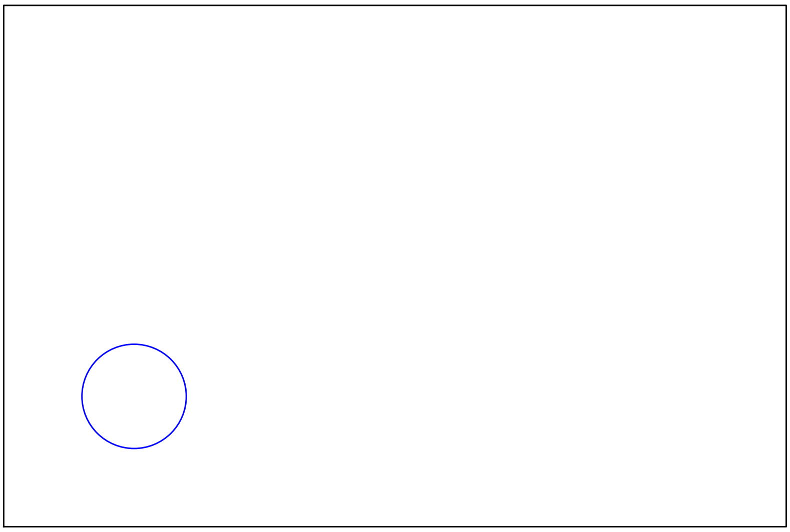
1. Todos los elementos son cuadrados y grandes
2. Existe un elemento pequeño y rojo
3. Existe un elemento grande y rojo
4. Todos los elementos circulares son grandes

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos son cuadrados y grandes* es $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.
2. La formalización matemática de *Existe un elemento pequeño y rojo* es $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
3. La formalización matemática de *Existe un elemento grande y rojo* es $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos circulares son grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

□

Ejercicio 5.50. En el siguiente universo, formaliza matemáticamente y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



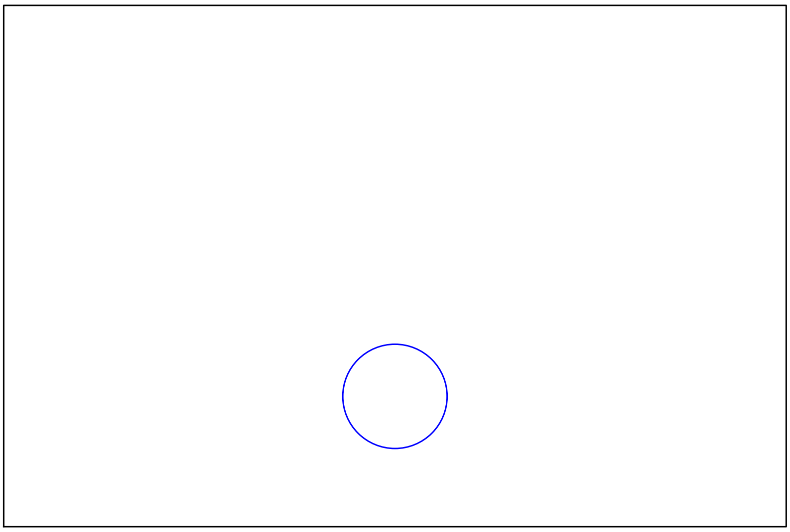
1. Todos los elementos rojos son cuadrados
2. Existe un elemento rojo y circular
3. Todos los elementos son circulares y grandes
4. Todos los elementos son circulares

Solución.

1. La formalización matemática de *Todos los elementos rojos son cuadrados* es $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
2. La formalización matemática de *Existe un elemento rojo y circular* es $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es falsa.
3. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares y grandes* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$. En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.
4. La formalización matemática de *Todos los elementos son circulares* es $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$. En este universo, la proposición es verdadera.

□

Ejercicio 5.51. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



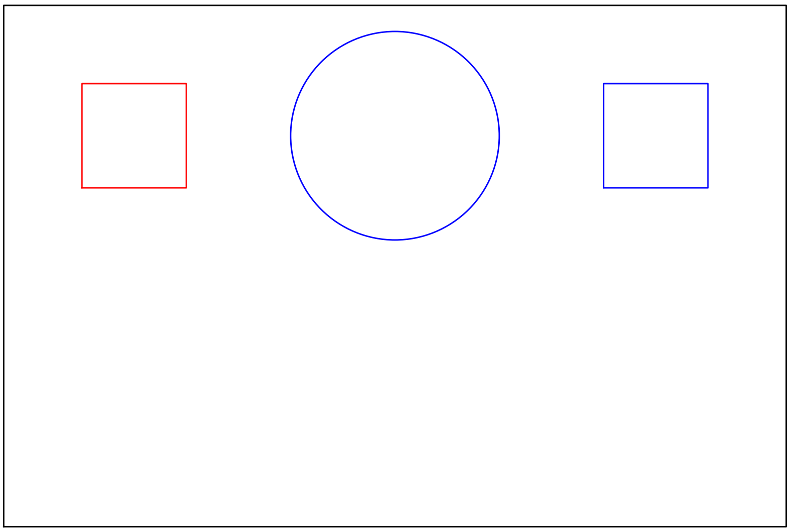
1. $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Existe un elemento grande y rojo* . En este universo, la proposición es falsa.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos cuadrados son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos son cuadrados y pequeños* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.52. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$

2. $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$

3. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.

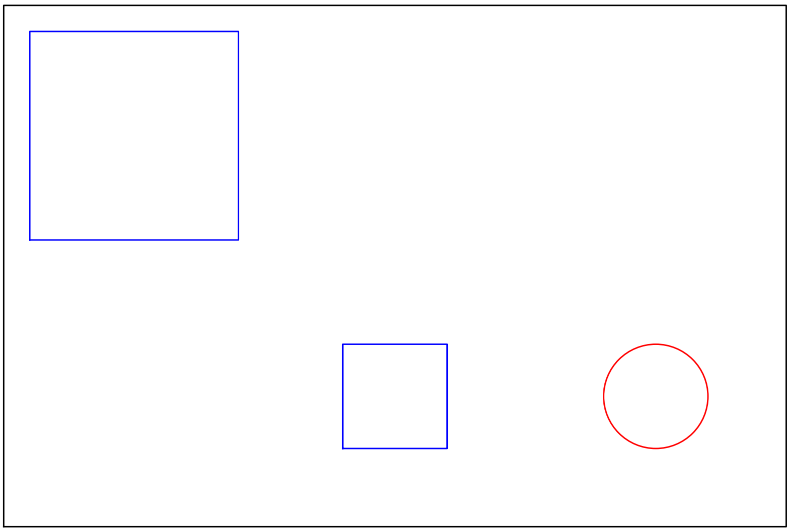
2. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Existe un elemento circular y pequeño* . En este universo, la proposición es falsa.

3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento azul y circular* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.

4. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Existe un elemento azul y cuadrado* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.53. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



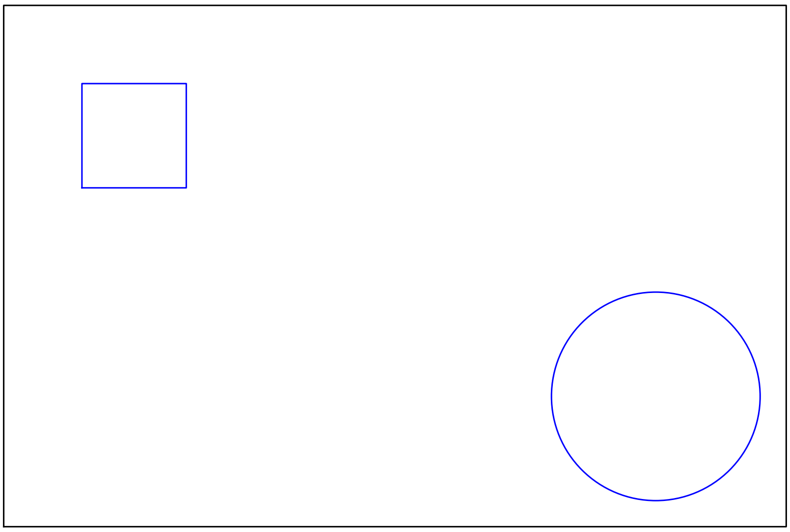
1. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Existe un elemento cuadrado y pequeño* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos azules son cuadrados* . En este universo, la proposición es verdadera.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande azul no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.54. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



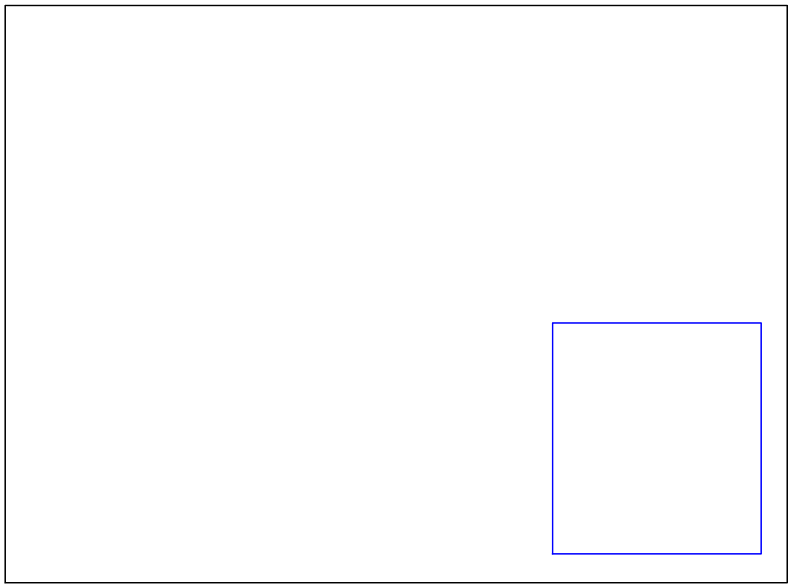
1. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos son pequeños y azules* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Existe un elemento pequeño y rojo* . En este universo, la proposición es falsa.
3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Existe un elemento cuadrado y pequeño* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento azul y circular* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande azul cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.55. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son grandes y rojos* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande azul no cumple las condiciones.

2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos azules son cuadrados* . En este universo, la proposición es verdadera.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son azules y circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande azul no cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.56. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Circ}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y grandes* . En este universo, la proposición es verdadera.
2. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento rojo y circular* . En este universo, la proposición es falsa.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos azules son circulares* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento azul y circular* . En este universo, la proposición es falsa.

$\square$

Ejercicio 5.57. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:

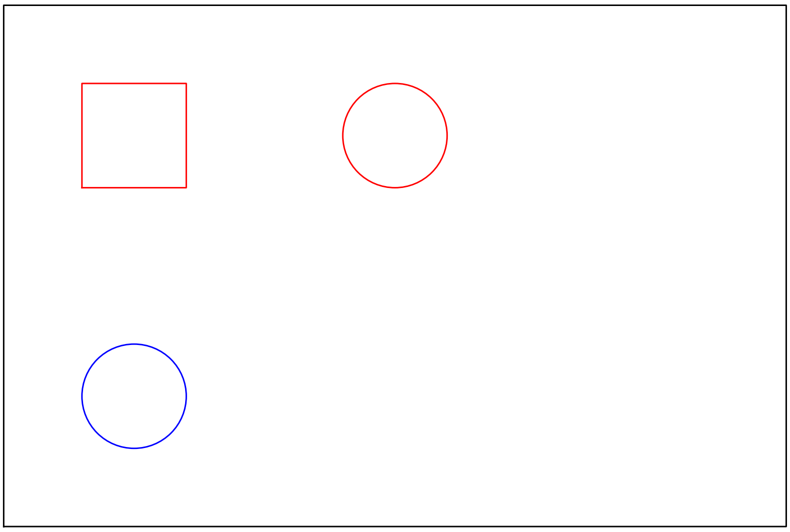
1. $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$ es: *Existe un elemento grande y azul* . En este universo, la proposición es falsa.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son pequeños y rojos* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos cuadrados son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.58. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



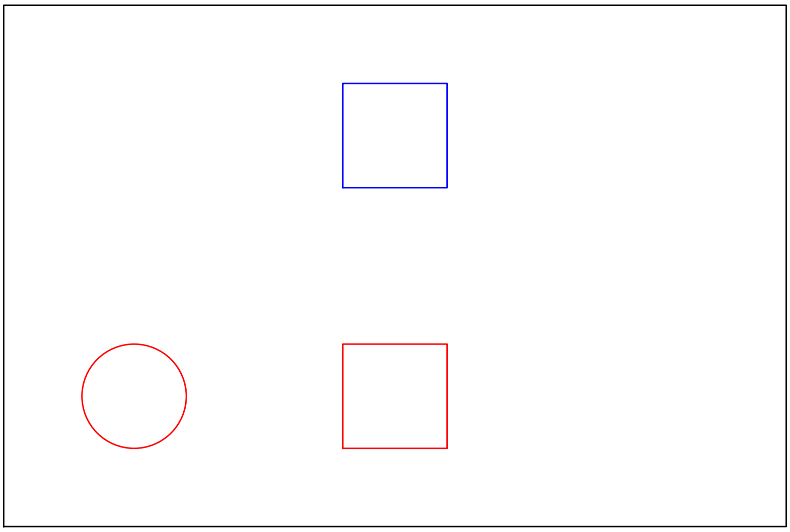
1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \to \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos grandes son rojos* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

□

Ejercicio 5.59. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$

3. $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$ es: *Existe un elemento pequeño y azul* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.

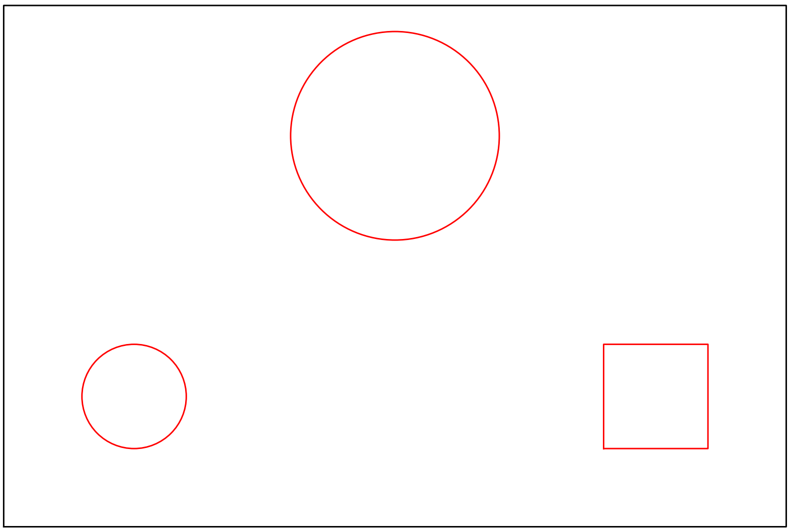
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y pequeños* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento rojo y circular* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño rojo cumple las condiciones.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.60. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



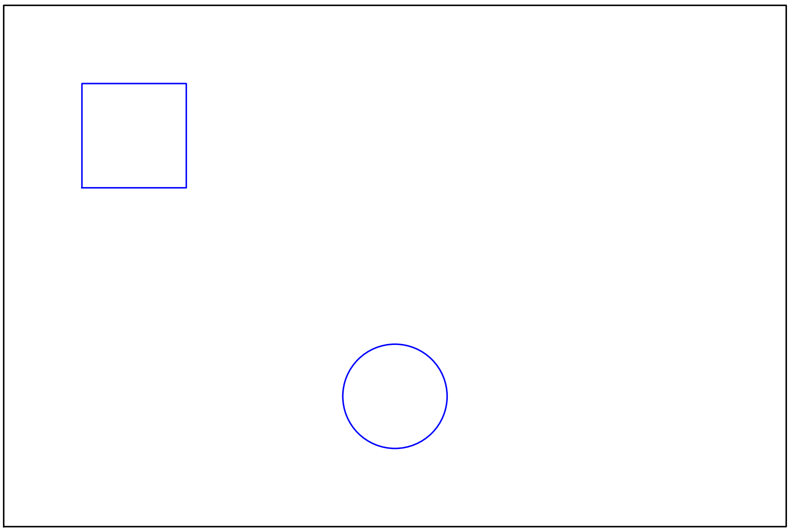
1. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \land \mathsf{Rojo}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \land \mathsf{Rojo}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos azules son circulares* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.
3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Grande}(x) \land \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Existe un elemento grande y rojo* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo grande rojo cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \land \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son grandes y rojos* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño rojo no cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.61. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



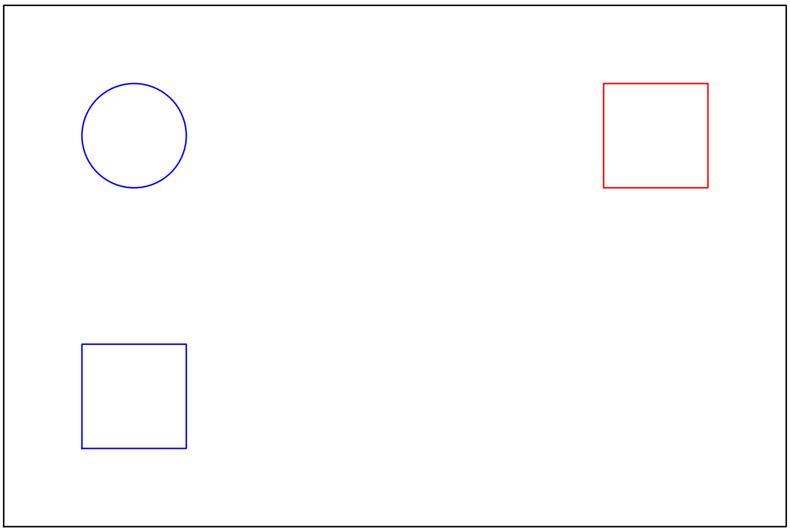
1. $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \land \mathsf{Grande}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \land \mathsf{Circ}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos son azules* . En este universo, la proposición es verdadera.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \land \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \land \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son rojos y circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.62. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



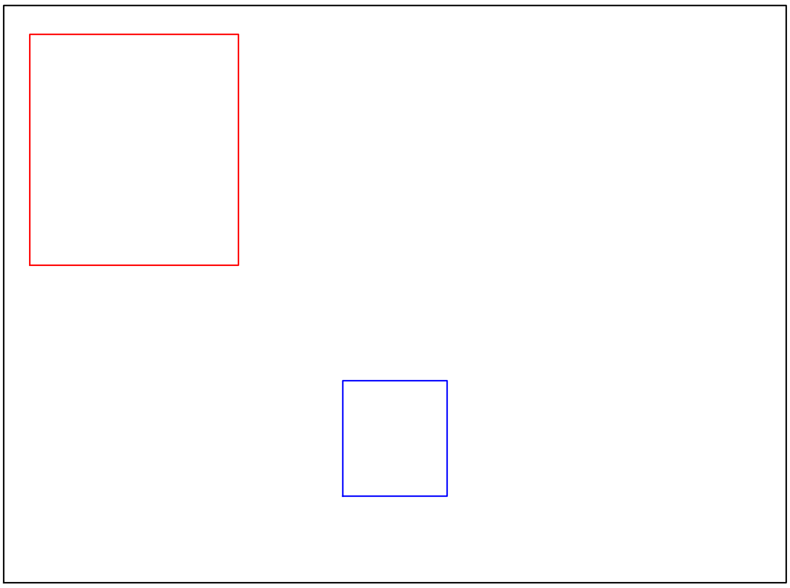
1. $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento rojo y circular* . En este universo, la proposición es falsa.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Existe un elemento circular y pequeño* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \to \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos cuadrados son grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.63. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



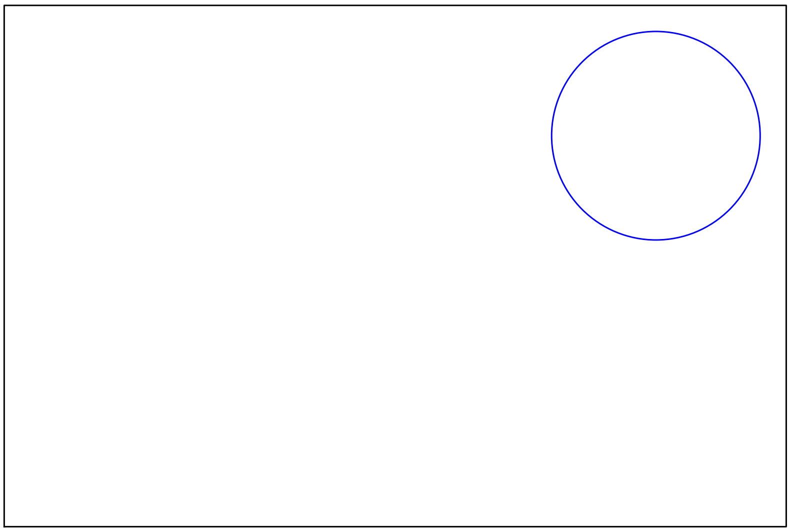
1. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$
2. $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son rojos* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$ es: *Existe un elemento pequeño y azul* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos grandes son rojos* . En este universo, la proposición es verdadera.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos son azules* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande rojo no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.64. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$

2. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$

3. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$

4. $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Existe un elemento azul y cuadrado* . En este universo, la proposición es falsa.

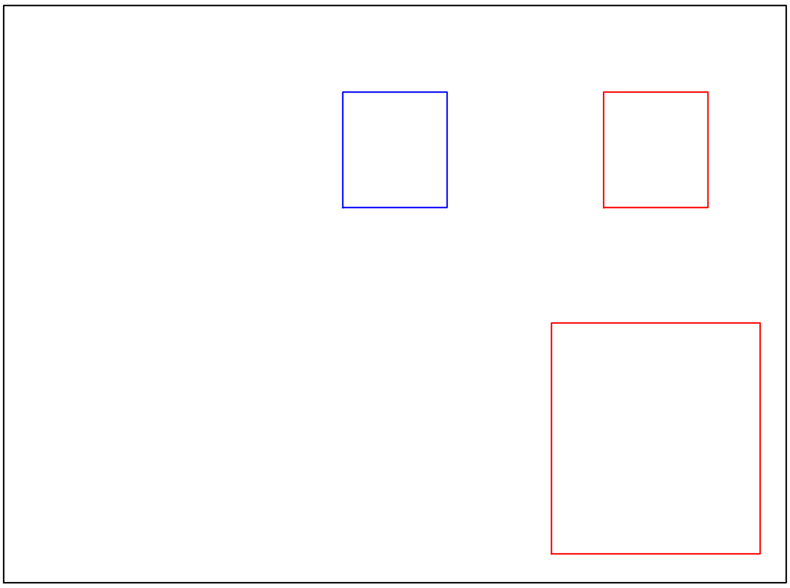
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos son azules y cuadrados* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande azul no cumple las condiciones.

3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos rojos son cuadrados* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares* . En este universo, la proposición es verdadera.

$\square$

Ejercicio 5.65. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



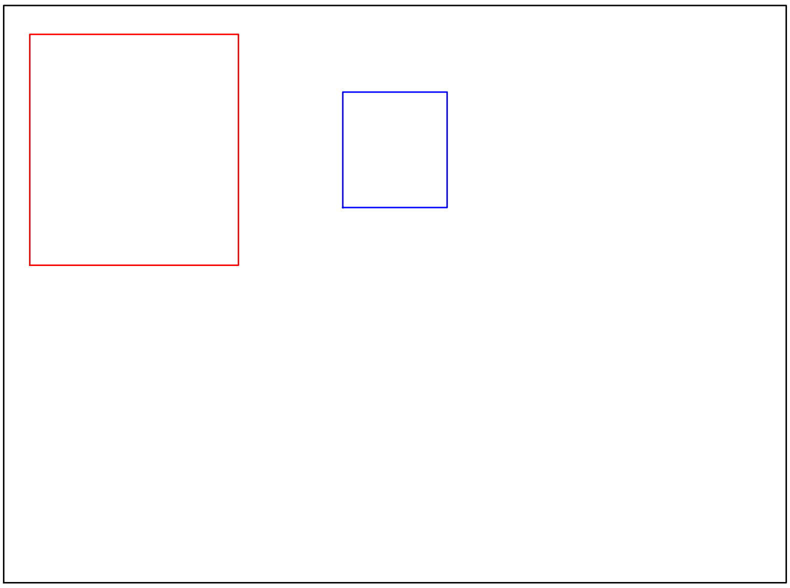
1. $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Existe un elemento cuadrado y pequeño* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos grandes son rojos* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$ es: *Existe un elemento circular y grande* . En este universo, la proposición es falsa.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \wedge \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos son pequeños y azules* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.66. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



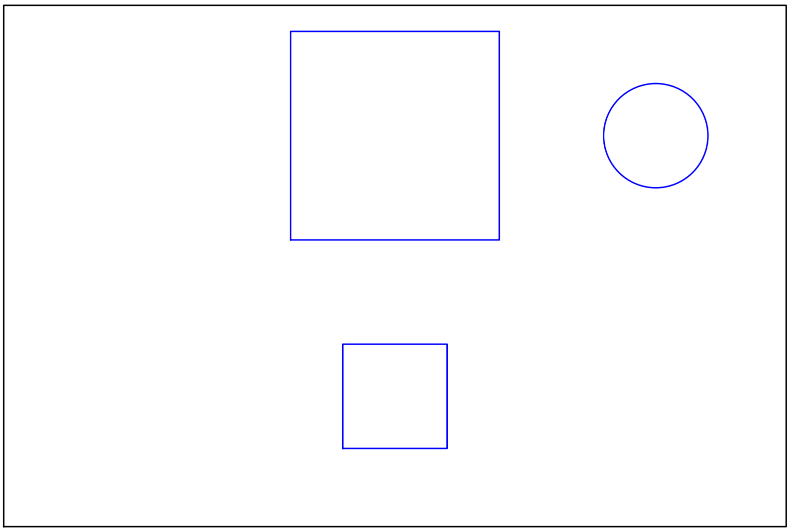
1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande rojo no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \rightarrow \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos azules son cuadrados* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \rightarrow \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son grandes y rojos* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.67. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



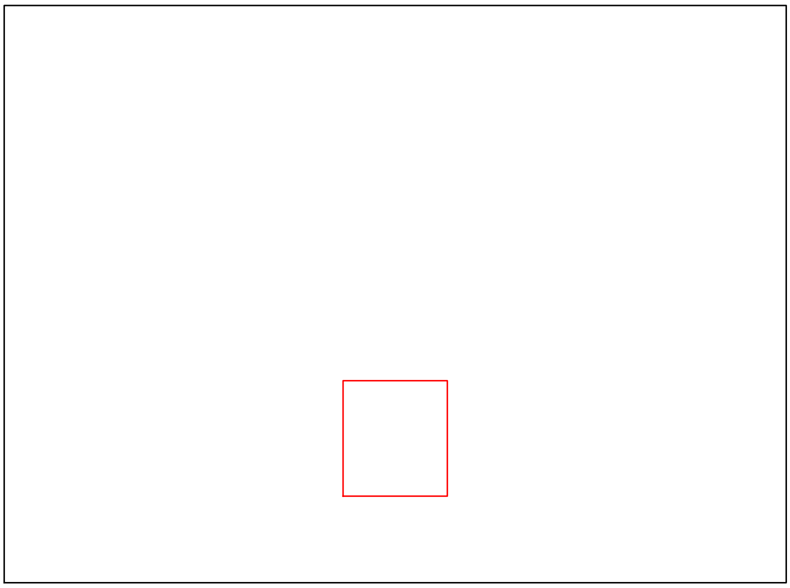
1. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Todos los elementos azules son cuadrados* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \to \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es verdadera.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son rojos* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado grande azul no cumple las condiciones.
4. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento azul y circular* . En este universo, la proposición es verdadera. El círculo pequeño azul cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.68. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \to \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos circulares son pequeños* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

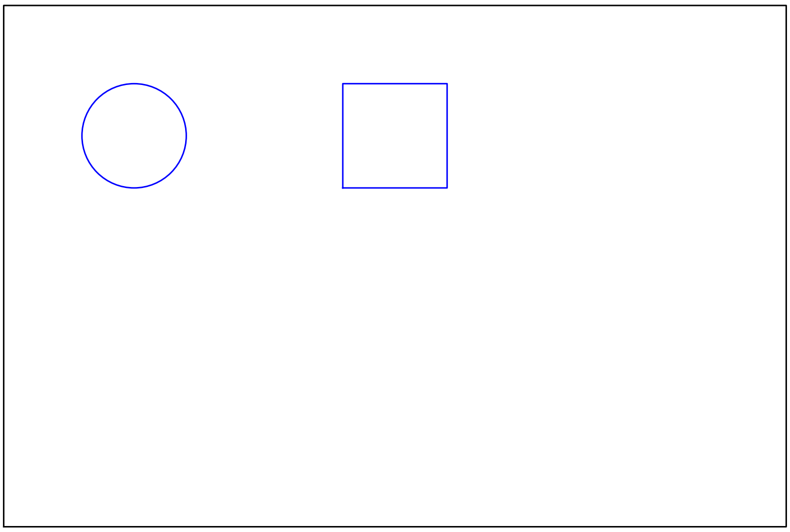
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Circ}(x) \wedge \mathsf{Peq}(x)$ es: *Todos los elementos son circulares y pequeños* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.

3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \to \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos azules son circulares* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Rojo}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son rojos y circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño rojo no cumple las condiciones.

$\square$

Ejercicio 5.69. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$
3. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$
4. $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Grande}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \wedge \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos son cuadrados y grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo pequeño azul no cumple las condiciones.

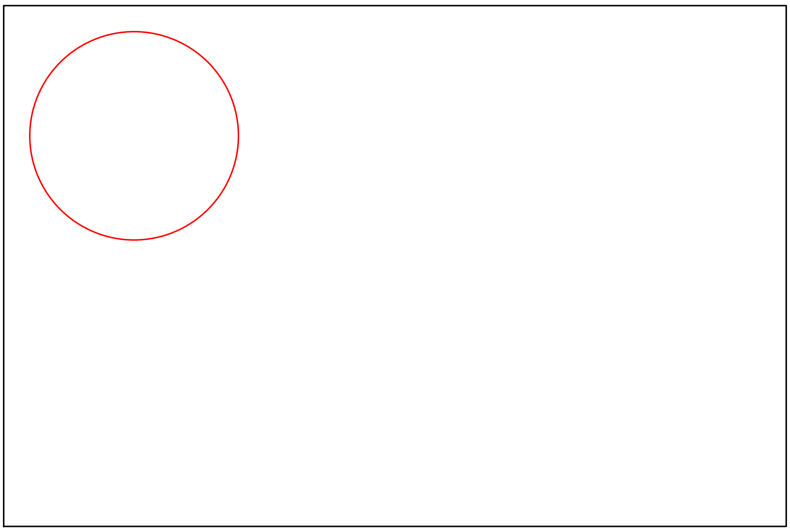
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \rightarrow \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos grandes son rojos* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.

3. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Cuad}(x)$ es: *Existe un elemento azul y cuadrado* . En este universo, la proposición es verdadera. El cuadrado pequeño azul cumple las condiciones.

4. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Cuad}(x) \rightarrow \mathsf{Grande}(x)$ es: *Todos los elementos cuadrados son grandes* . En este universo, la proposición es falsa. El cuadrado pequeño azul no cumple las condiciones.

□

Ejercicio 5.70. En el siguiente universo, describe en lenguaje natural y determina si son ciertas o falsas las proposiciones que se indican:



1. $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$
2. $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$
3. $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$
4. $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$

Solución.

1. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Todos los elementos son azules y circulares* . En este universo, la proposición es falsa. El círculo grande rojo no cumple las condiciones.
2. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Peq}(x) \rightarrow \mathsf{Azul}(x)$ es: *Todos los elementos pequeños son azules* . En este universo, la proposición es verdadera. Esta implicación es trivialmente cierta porque no hay ningún elemento en nuestro universo que cumpla la primera parte de la implicación, por lo tanto nunca puede ser falsa.
3. La descripción en lenguaje natural de $\forall x, \mathsf{Grande}(x) \wedge \mathsf{Rojo}(x)$ es: *Todos los elementos son grandes y rojos* . En este universo, la proposición es verdadera.
4. La descripción en lenguaje natural de $\exists x, \mathsf{Azul}(x) \wedge \mathsf{Circ}(x)$ es: *Existe un elemento azul y circular* . En este universo, la proposición es falsa.

□

Ejercicio 5.71. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 - 74n$, siendo $a_n = 2n - 75$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -73$ y $p(1) = -73$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 - 74n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 - 74n + a_{n+1} =$$

$$(n^2 - 74n) + (2n - 73) = n^2 - 72n - 73$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.72. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -15n^2$, siendo $a_n = -30n + 15$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -15$ y $p(1) = -15$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -15n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -15n^2 + a_{n+1} =$$

$$(-15n^2) + (-30n - 15) = -15n^2 - 30n - 15$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.73. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 - 2n$, siendo $a_n = -2n - 1$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -3$ y $p(1) = -3$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 - 2n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 - 2n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2 - 2n) + (-2n - 3) = -n^2 - 4n - 3$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.74. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 0$ y $p(1) = 0$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2 + n) + (-2n) = -n^2 - n$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.75. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 0$ y $p(1) = 0$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2 + n) + (-2n) = -n^2 - n$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.76. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 - 122n$, siendo $a_n = -2n - 121$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -123$ y $p(1) = -123$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 - 122n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 - 122n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2 - 122n) + (-2n - 123) = -n^2 - 124n - 123$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.77. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2$, siendo $a_n = -2n + 1$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -1$ y $p(1) = -1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 + a_{n+1} =$$

$$(-n^2) + (-2n - 1) = -n^2 - 2n - 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

Ejercicio 5.78. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -5n^2 + n$, siendo $a_n = -10n + 6$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -4$ y $p(1) = -4$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -5n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -5n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-5n^2 + n) + (-10n - 4) = -5n^2 - 9n - 4$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

Ejercicio 5.79. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + 2n$, siendo $a_n = 2n + 1$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 3$ y $p(1) = 3$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + 2n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 + 2n + a_{n+1} =$$

$$(n^2 + 2n) + (2n + 3) = n^2 + 4n + 3$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.80. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + n$, siendo $a_n = 2n$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 2$ y $p(1) = 2$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(n^2 + n) + (2n + 2) = n^2 + 3n + 2$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.81. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 0$ y $p(1) = 0$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2+n)+(-2n)=-n^2-n$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

Ejercicio 5.82. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1+a_2+\cdots+a_n=n^2+n$, siendo $a_n=2n$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n=1$ la fórmula es cierta porque $a_1=2$ y $p(1)=2$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1+a_2+\cdots+a_n=n^2+n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1+a_2+\cdots+a_n+a_{n+1}=(a_1+a_2+\cdots+a_n)+a_{n+1}=n^2+n+a_{n+1}=$$

$$(n^2+n)+(2n+2)=n^2+3n+2$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

Ejercicio 5.83. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1+a_2+\cdots+a_n=-n^2$, siendo $a_n=-2n+1$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n=1$ la fórmula es cierta porque $a_1=-1$ y $p(1)=-1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1+a_2+\cdots+a_n=-n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1+a_2+\cdots+a_n+a_{n+1}=(a_1+a_2+\cdots+a_n)+a_{n+1}=-n^2+a_{n+1}=$$

$$(-n^2)+(-2n-1)=-n^2-2n-1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. $\square$

Ejercicio 5.84. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2$, siendo $a_n = 2n - 1$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 1$ y $p(1) = 1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 + a_{n+1} =$$

$$(n^2) + (2n + 1) = n^2 + 2n + 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.85. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 3n^2 - 6n$, siendo $a_n = 6n - 9$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -3$ y $p(1) = -3$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 3n^2 - 6n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 3n^2 - 6n + a_{n+1} =$$

$$(3n^2 - 6n) + (6n - 3) = 3n^2 - 3$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.86. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 10n^2$, siendo $a_n = 20n - 10$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 10$ y $p(1) = 10$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 10n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 10n^2 + a_{n+1} =$$

$$(10n^2) + (20n + 10) = 10n^2 + 20n + 10$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.87. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 + n$, siendo $a_n = -4n + 3$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -1$ y $p(1) = -1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -2n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-2n^2 + n) + (-4n - 1) = -2n^2 - 3n - 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.88. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 - 2n$, siendo $a_n = 2n - 3$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -1$ y $p(1) = -1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 - 2n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 - 2n + a_{n+1} =$$

$$(n^2 - 2n) + (2n - 1) = n^2 - 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.89. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 5n^2 - n$, siendo $a_n = 10n - 6$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 4$ y $p(1) = 4$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 5n^2 - n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 5n^2 - n + a_{n+1} =$$

$$(5n^2 - n) + (10n + 4) = 5n^2 + 9n + 4$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.90. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$, siendo $a_n = -2n + 2$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 0$ y $p(1) = 0$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-n^2 + n) + (-2n) = -n^2 - n$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.91. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 + 9n$, siendo $a_n = 4n + 7$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 11$ y $p(1) = 11$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 + 9n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 2n^2 + 9n + a_{n+1} =$$

$$(2n^2 + 9n) + (4n + 11) = 2n^2 + 13n + 11$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.92. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2$, siendo $a_n = 2n - 1$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 1$ y $p(1) = 1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = n^2 + a_{n+1} =$$

$$(n^2) + (2n+1) = n^2 + 2n + 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.93. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 4n^2 + 6n$, siendo $a_n = 8n + 2$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 10$ y $p(1) = 10$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 4n^2 + 6n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 4n^2 + 6n + a_{n+1} =$$

$$(4n^2 + 6n) + (8n + 10) = 4n^2 + 14n + 10$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.94. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 77n^2 + n$, siendo $a_n = 154n - 76$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 78$ y $p(1) = 78$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 77n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n+1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 77n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(77n^2 + n) + (154n + 78) = 77n^2 + 155n + 78$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.95. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 + n$, siendo $a_n = 4n - 1$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 3$ y $p(1) = 3$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 2n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 2n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(2n^2 + n) + (4n + 3) = 2n^2 + 5n + 3$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.96. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 7n^2 - n$, siendo $a_n = 14n - 8$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 6$ y $p(1) = 6$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 7n^2 - n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 7n^2 - n + a_{n+1} =$$

$$(7n^2 - n) + (14n + 6) = 7n^2 + 13n + 6$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.97. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 - n$, siendo $a_n = -4n + 1$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -3$ y $p(1) = -3$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 - n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -2n^2 - n + a_{n+1} =$$

$$(-2n^2 - n) + (-4n - 3) = -2n^2 - 5n - 3$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.98. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 4n^2 + 52n$, siendo $a_n = 8n + 48$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 56$ y $p(1) = 56$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 4n^2 + 52n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 4n^2 + 52n + a_{n+1} =$$

$$(4n^2 + 52n) + (8n + 56) = 4n^2 + 60n + 56$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.99. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 13n^2 + 6n$, siendo $a_n = 26n - 7$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = 19$ y $p(1) = 19$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 13n^2 + 6n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = 13n^2 + 6n + a_{n+1} =$$

$$(13n^2 + 6n) + (26n + 19) = 13n^2 + 32n + 19$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □

Ejercicio 5.100. Demuestra por inducción matemática que la suma de los términos $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 + n$, siendo $a_n = -4n + 3$

Solución. Para hacer esta demostración por inducción matemática, lo que tenemos que hacer es comprobar el resultado para el primer término y luego probar la fórmula general a partir de la hipótesis de inducción.

Para $n = 1$ la fórmula es cierta porque $a_1 = -1$ y $p(1) = -1$.

Supongamos ahora por hipótesis de inducción que la fórmula es cierta para n, es decir, que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -2n^2 + n$$

y vamos a demotrar que la fórmula es cierta para $n + 1$ diciendo que

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + a_{n+1} = -2n^2 + n + a_{n+1} =$$

$$(-2n^2 + n) + (-4n - 1) = -2n^2 - 3n - 1$$

Comprobando esta última igualdad mediante operaciones algebraicas, el resultado estará probado. □