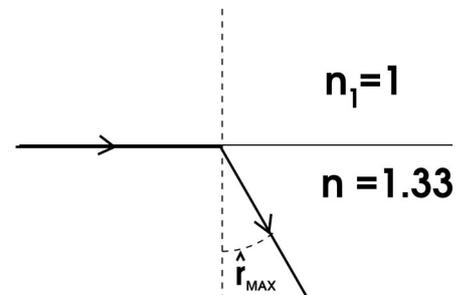


BLOQUE II. CUESTIONES

C1 Como en una suma los sumandos han de ser dimensionalmente homogéneos y el número 1 es adimensional, entonces v^2/c^b ha de ser adimensional. Por tanto **b=2**.

Por otro lado $[E]=[mc^a] \rightarrow M \frac{L^2}{T^2} = M \left(\frac{L}{T}\right)^a \rightarrow a=2$.



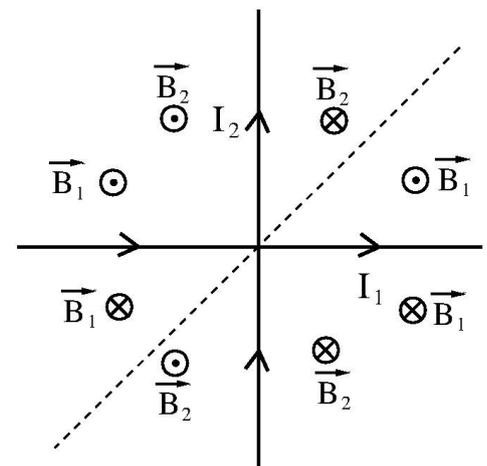
C2

El mayor ángulo de refracción ocurrirá cuando el ángulo de incidencia sea $i=90^\circ$.

Aplicando la ley de Snell:

$$\sin i n_1 = \sin r n_2 \rightarrow \sin r_{MAX} = \frac{n_1}{n_2} \sin 90^\circ = \frac{1}{1.33} \rightarrow r_{MAX} = \arcsin(1/1.33) = 0.85 = 48.8^\circ$$

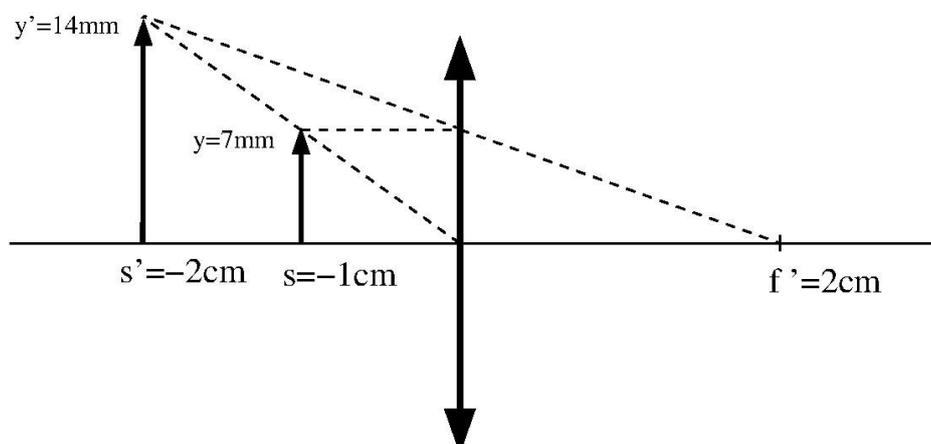
C3 Dibujando el sentido de los campos magnéticos creados por cada corriente vemos que solamente en el primer y tercer cuadrantes del plano xy se podrán anular, pues tienen sentidos opuestos. Además, como el módulo depende de la distancia al hilo, $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, y las corrientes son iguales, los B serán iguales en puntos equidistantes a los hilos en los cuadrantes 1 y 3, es decir, en la recta $y=x$.



C4 Aplicando la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = P \rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{s} + P} = \frac{1}{\frac{1}{-0.01m} + 50m^{-1}} = -0.02m = -2cm$$

y el aumento será: $A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0.02m}{-0.01m} = 2 \rightarrow y' = 2 \times 7mm = 14mm$



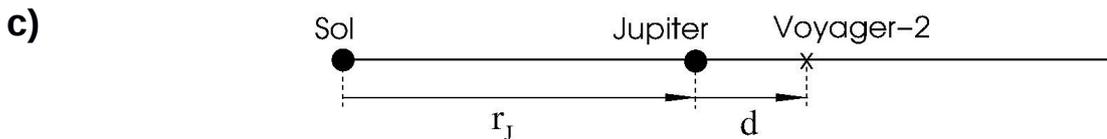
BLOQUE III. PROBLEMAS (ELIJA DOS) (3+3=6 PUNTOS)

P1 a) La aceleración de la gravedad es: $g = G \frac{M_s}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \times 2 \cdot 10^{30}}{(1.8 \cdot 10^{10} \cdot 10^3)^2} = 4.1 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}^2$

b) Para poder escapar su velocidad ha de ser tal que la energía cinética compense a la potencial (o, de otro modo, su energía total ha de ser nula: $E = E_c + E_p = 0$)

$$\frac{1}{2} m v^2 = G \frac{M_s m}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 G M_s}{r}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \cdot 10^{-11} \times 2 \cdot 10^{30}}{1.8 \cdot 10^{10} \cdot 10^3}} = 3849 \text{ m/s} = 3.8 \text{ km/s}$$

Como la velocidad que tiene la Voyager (15 km/s) es mayor que 3.8 m/s, escapará del sistema solar sin necesidad de comunicarle más energía.



El potencial creado por el Sol es: $V_s = -G \frac{M_s}{r_j + d}$

y el creado por Júpiter es: $V_j = -G \frac{M_j}{d}$

Igualando ambos potenciales y despejando d, tenemos:

$$\frac{M_s}{r_j + d} = \frac{M_j}{d} \rightarrow d = r_j \frac{1}{\frac{M_s}{M_j} - 1} = r_j \frac{1}{1000 - 1} \approx \frac{r_j}{1000} \approx 778000 \text{ km} \quad (\text{a la derecha de Júpiter})$$

Hay otra solución y es si se dibuja la Voyager entre el Sol y Júpiter, en ese caso:

$$V_s = -G \frac{M_s}{r_j - d}; V_j = -G \frac{M_j}{d} \quad (\text{con } d > 0)$$

$$\rightarrow d = r_j \frac{1}{\frac{M_s}{M_j} + 1} \approx \frac{r_j}{1000} \approx 778000 \text{ km} \quad (\text{a la izquierda de Júpiter})$$

P2 a) La ecuación de la onda es $y = A \cos(kx - \omega t) = A \cos(4.2x - 12.6t)$

De donde $k = 4.2 \text{ km}^{-1}; \omega = 12.6 \text{ s}^{-1}$

Por tanto $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4.2 \text{ km}^{-1}} = 1.5 \text{ km}$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{12.6}{4.2} = 3 \text{ km/s} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{12.6 \text{ s}^{-1}}{2\pi} = 2 \text{ Hz}$$

b) De la expresión de la aceleración máxima podemos despejar la amplitud:

$$a_{\max} = A \omega^2 \rightarrow A = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = \frac{0.2 \times 9.8}{12.6^2} = 0.012 \text{ m} = 1.2 \text{ cm} = 12 \text{ mm}$$

c) Utilizando la relación de la intensidad con la potencia de una onda esférica, tenemos que, en dos puntos distintos 1 y 2:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2}; I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \rightarrow I_2 = I_1 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 1.5 \times 10^6 \left(\frac{100}{20}\right)^2 = 37.5 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$$

P3 a) Como hay una cantidad igual de cargas positivas y negativas equidistantes del centro, el potencial es nulo en ese punto.

b) La componente vertical del campo eléctrico se anula pues se compensa el efecto de las cargas de arriba con las de abajo. Solo queda componente horizontal que será la suma de las cuatro cargas que contribuyen por igual en el sentido negativo del eje x:

$$E = 4 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|e|}{r^2} \cos 45^\circ, \text{ donde } r \text{ es la distancia de un vértice al centro, que viene dado por}$$

$$r^2 + r^2 = (1 \text{ nm})^2 \rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ nm} \cong 0.7071 \text{ nm}$$

$$\text{Por tanto: } E = 4 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|e|}{r^2} \cos 45^\circ = 4 \times 9 \cdot 10^9 \times \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{(1/\sqrt{2} \cdot 10^{-9})^2} \frac{1}{\sqrt{2}} = 8.15 \cdot 10^9 \text{ N/C con sentido } -\hat{i}$$

c) El trabajo necesario para llevar un protón al centro del cuadrado será la diferencia de energía potencial que tiene un protón, debida a las otras tres cargas, cuando está en el vértice (qV_1) y cuando está en el centro (qV_2): $W = |e|\Delta V = |e|(V_2 - V_1)$

En nuestro caso:

$$V_1 = -k \frac{|e|}{1 \text{ nm}} + k \frac{|e|}{1 \text{ nm}} - k \frac{|e|}{\sqrt{2} \text{ nm}} = -k \frac{|e|}{\sqrt{2} \text{ nm}} = -9 \cdot 10^9 \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{\sqrt{2} \cdot 10^{-9}} = -1.02 \text{ V}$$

$$V_2 = -k \frac{|e|}{\frac{\sqrt{2} \text{ nm}}{2}} = 2V_1 = -2.04 \text{ V}$$

$$\text{Por tanto: } W = |e|(V_2 - V_1) = |e|(2V_1 - V_1) = |e|V_1 = -1.02 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \times 1.02 = -1.632 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{P4 a) } f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{250 \cdot 10^{-9}} = 1.2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}; E_\gamma = hf = 6.63 \cdot 10^{-34} \times 1.2 \cdot 10^{15} = 7.96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b) La potencia que incide sobre la medalla es:

$$10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \times 10 \text{ cm}^2 = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \times 10 \cdot (10^{-4} \text{ m}^2) = 0.01 \text{ J/s} = 0.01 \text{ W}$$

Pero, según el apartado a), cada fotón lleva $7.96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

$$\text{Por tanto incidirán } \frac{0.01 \text{ J/s}}{7.96 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1.26 \cdot 10^{16} \text{ fotones/s}$$

c) Para arrancar electrones la energía de un fotón debe ser al menos igual al trabajo de extracción, W_0 . En eV, la energía de un fotón es $E_\gamma = \frac{7.96 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 4.975 \text{ eV}$,

que es menor que el trabajo de extracción del oro pero mayor que el de la plata. Por tanto solo se puede producir efecto fotoeléctrico en la plata.

La energía cinética de los electrones arrancados de la plata es

$$E_c = E_\gamma - W_0 = 4.975 - 4.73 = 0.245 \text{ eV} = 0.245 \times 1.6 \cdot 10^{-19} = 3.92 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$\text{Por tanto } E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.92 \cdot 10^{-20}}{9.1 \cdot 10^{-31}}} \cong 293 \text{ km/s}$$

Si se duplica la intensidad no cambian las conclusiones pues el hecho que se produzca o no el efecto fotoeléctrico y la velocidad de los electrones arrancados no dependen de la intensidad.