Solución EBAU Murcia. Julio 2021

CUESTIONES

C1 Sustituyendo en las ecuaciones cada magnitud por sus dimensiones, tenemos:

$$\frac{L}{T^2} = \frac{M/L^3}{M}(L^2)^x(L/T)^y = \frac{L^{2x+y-3}}{T^y}$$

Igualando las potencias de L y T, tenemos:

$$\left.\begin{array}{c} 1 = 2x + y - 3 \\ 2 = y \end{array}\right\} \Rightarrow \quad y = 2 \quad ; \quad x = 1$$

C2 El ańgulo pedido es el *ángulo límite*, es decir, el ángulo de incidencia, θ_1, a partir del cual el ángulo refractado, θ_2, es 90^o. Usando la ley de Snell $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ tenemos

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \quad \Rightarrow \quad \theta_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1.77}\right) = 0.6 = 34.4^o$$

C3 El campo magnético creado por una corriente rectilínea infinita a una distancia r es $B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$ y el creado por una espira de radio R en su centro es $B = \frac{\mu_o I}{2R}$. Igualando ambas expresiones nos queda que $r = R/\pi$.

C4 Un fotón de luz solar tendrá una energía

$$E_\gamma = hf = h\frac{c}{\lambda} = 6.63 \cdot 10^{-34}\frac{3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} = 3.978 \cdot 10^{-19}\ J$$

Como la intensidad, I, representa la energía que llega por unidad de superficie y por unidad de tiempo, entonces el número de fotones por segundo y por metro cuadrado será la intensidad dividido entre la energía que lleva un fotón.

$$\frac{I}{E_\gamma} = \frac{1300}{3.978 \cdot 10^{-19}} = 3.27 \cdot 10^{21}\ \text{fotones}/m^2/s$$

PROBLEMAS

P1 a)

$$g = \frac{GM_T}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \times 5.97 \cdot 10^{24}}{((6371 + 315) \cdot 10^3)^2} = 8.9\ m/s^2$$

b) Podemos obtener el tiempo que tarda en dar una vuelta a la Tierra, periodo orbital, T, de la tercera ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_T} r^3 \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{((6371 + 315) \cdot 10^3)^3}{6.67 \cdot 10^{-11} \times 5.97 \cdot 10^{24}}} = 5444\ s = 1.51\ horas$$

Por tanto, si estuvo en órbita durante solo 90 s, habrá dado $90/5444 = 0.016\ vueltas$ (aproximadamente un sesentavo de vuelta).

c) La energía mecánica de la nave estando en órbita es

$$E_1 = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2} m \frac{GM}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r}$$

Si la nave se acerca hasta infinito, al menos con velocidad cero en ese límite, su energía en infinito será $E_c + E_P = 0$. Por tanto hay que aportar una energá extra $E = \frac{1}{2} \frac{GMm}{r}$ para que la energía total sea cero:

$$E = \frac{1}{2} \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2} \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \times 5.97 \cdot 10^{24} \times 2500}{(6371 + 315) \cdot 10^3} = 7.44 \times 10^{10}\ J$$

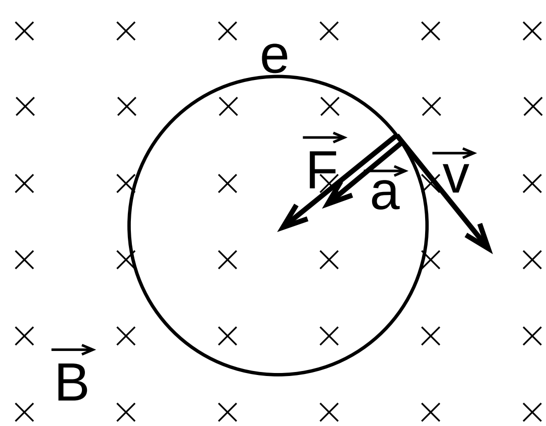
P2 a) Usando la expresión de la energía cinética para el electrón:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times (5 \times 1.6 \cdot 10^{-19})}{9.1 \cdot 10^{-31}}} = 1326\ km/s$$

b) La aceleración será toda normal y debida a la fuerza de Lorentz:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qvB}{m} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \times 1326 \cdot 10^3 \times 0.8}{9.1 \cdot 10^{-31}} = 1.865 \cdot 10^{17}\ m/s^2.$$

La velocidad será tangente a la trayectoria, la fuerza y la acelereación perpendicular, y teniendo cuenta el sentido que determina la fuerza de Lorentz $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, los vectores pedidos se representan en la figura:



c) Una partícula de carga q y masa m que entra con velocidad $\vec{v}$ en una campo magnético perpendicular a $\vec{v}$ experimenta una fuerza de Lorentz de módulo qvB que provoca una aceleración normal mv^2/R que hace describir un círculo de radio R. Por tanto

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \quad \Rightarrow \quad R = \frac{mv}{qB} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \times (1326 \cdot 10^3)}{1.6 \cdot 10^{-19} \times 0.8} = 9.4 \cdot 10^{-6}\ m = 9.4\ \mu m$$

El tiempo que tarda en dar una vuelta es

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \times 9.4 \cdot 10^{-6}\ m}{1326 \cdot 10^3} = 4.46 \cdot 10^{-11}\ s.$$

Por tanto en un nanosengundo dará

$$\frac{10^{-9} s}{4.46 \cdot 10^{-11}\ s/vuelta} = 22.4\ vueltas$$

P3 a) Leyendo de la figura: $A = 2\ cm$, $\lambda = 4\ cm$, y la frecuencia es $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{2\ cm/s}{4\ cm} = 0.5\ Hz$, y el periodo $T = 1/f = 2\ s$.

b) La ecuación general de la onda es

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \delta)$$

(Por supuesto, vale cualquier otra expresión equivalente: usando la función *seno*, y/o usando $\omega t - kx$ en vez de $kx - \omega t$, etc.)

En nuestro caso:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4\ cm} = \frac{\pi}{2}\ cm^{-1} = 1.57\ cm^{-1} \quad ; \quad \omega = 2\pi f = 2\pi 0.5 = \pi = 3.14 s^{-1}$$

Para obtener el defasaje, δ, podemos usar, por ejemplo, que en $t = 3\ s$ y $x = 0$, el valor de y es $y = 2\ cm$. Por tanto:

$$2 = 2\cos(0 - \pi \times 3 + \delta) \quad \Rightarrow \quad \cos(\delta - 3\pi) = 1 \quad \Rightarrow \quad \delta - 3\pi = n \cdot 2\pi \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, ...$$

Tomando, por ejemplo, $n = 0$ tenemos que $\delta = 3\pi$, que equivale a $\delta = \pi$ porque el coseno es una función de periodo 2π. Por tanto la ecuación de la onda, o función de onda, queda

$$y(x,t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}x - \pi t + \pi\right)\ cm = 2\cos(1.57x - 3.14t + 3.14)\ cm \quad , \quad \text{con } x \text{ en } cm \text{ y } t \text{ en } s.$$

c) La aceleración máxima es $a_{\max} = A\omega^2 = 2\ cm \times (\pi s^{-1})^2 = 6.28\ cm/s^2 = 0.0628\ m/s^2$.

La velocidad de vibración es

$$\dot{y}(x,t) \equiv \frac{dy(x,t)}{dt} = -A\omega \sin(kx - \omega t + \delta)$$

En el punto que nos piden, $x = 0$, $t = 1\ s$:

$$\dot{y}(0, 1\ s) = -2 \times 3.14 \sin(0 - 3.14 \times 1 + 3.14) = 0$$

P4 a) Una persona hipermétrope usa lentes convergentes.

$$f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{6} = 0.167\ m = 16.7\ cm$$

b) De la "ecuación del fabricante de lentes" podemos obtener el índice de refracción, n:

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = (n-1)\frac{2}{R} \quad \Rightarrow \quad n = 1 + \frac{R}{2f'} = 1 + \frac{0.1}{2 \times 0.167} = 1.3.$$

Por tanto, la velocidad de la luz en el interior será:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.3} = 2.3 \cdot 10^8\ m/s$$

c) Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{16.7\ cm} + \frac{1}{-40\ cm} = 0.0349\ cm^{-1} \quad \Rightarrow \quad s' = 28.7\ cm$$