Solución EBAU Murcia. Junio 2022

CUESTIONES

C1

Podemos sacar las dimensiones de G de la ley de la gravitación universal:

$$[F] = \frac{[G]M^2}{L^2} \Rightarrow ML/T^2 = \frac{[G]M^2}{L^2} \Rightarrow [G] = \frac{L^3}{T^2 M}$$

Por tanto, la ecuación dimensional pedida será:

$$L = \frac{M^a L^3/(T^2 M)}{(L/T)^b} \Rightarrow \left(\frac{L}{T}\right)^b = M^{a-1}\left(\frac{L}{T}\right)^2$$

Para que concuerden las dimensiones $\Rightarrow \boxed{a = 1,\ b = 2}$

C2

Un mismo saltador se impulsará con la misma velocidad inicial, o la misma energía cinética. Por conservación de la energía:

$$\left.\begin{array}{rl} \text{En la Tierra:} & E_c = m\, g_T\, h_T \\ \text{En Marte:} & E_c = m\, g_M\, h_M \end{array}\right\} \Rightarrow \quad h_M = h_T \frac{g_T}{g_M} = 2 \times 2.6 = 5.2\, m$$

C3

Las partículas sufrirán la fuerza de Lorentz dada por $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, que tiene dirección perpendicular a la velocidad por lo que provocará que cambien de sentido la velocidad sin cambiar el módulo describiendo un movimiento circular uniforme de radio R. En un punto de la trayectoria la fuerza de Lorentz ha de ser igual en módulo a la centrífuga:

$$qvB = m\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{mv}{qB}$$

por tanto, cuanto mayor masa, mayor radio. Así pues, por orden de radio decreciente, es decir, masa decreciente, son: $\quad m_3 > m_1 > m_2$.

El vector $\vec{v} \times \vec{B}$ tiene el sentido hacia la parte inferior del dibujo, por tanto, como la fuerza de Lorentz es $\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$, la fuerza apunta inicialmente hacia abajo para las cargas positivas y hacia arriba para la negativas, por tanto $\quad \Rightarrow \quad q_1 < 0 \qquad q_2,\, q_3 > 0$.

C4

La <u>verdadera</u> es la opción <u>**b)**</u>. La a) es falsa porque un fotón arranca un único electrón, por tanto si no se aumenta el número de fotones no puede aumentar el número de electrones arrancados. La b) es verdadera porque la energía cinética de un electrón arrancado, si $hf > W_o$, es: $E_c = hf - W_o$, por tanto si aumentamos f, entonces aumenta E_c y por tanto la velocidad.

PROBLEMAS

P1

a) El radio del planeta lo sabemos conociendo su densidad y su masa:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad \Rightarrow \quad R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{1/3} = \left(\frac{3\times 6\cdot 10^{24}}{4\pi\times 2\times 5500}\right)^{1/3} = 5.068\cdot 10^6\, m = 5068\, km$$

$$v_{\rm esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2\times 6.67\cdot 10^{-11}\times 6\cdot 10^{24}}{5.068\cdot 10^6}} = 12.6\, km/s$$

b) El campo total en el planeta (p) será el creado por A más el creado por B:

$$\vec{G} = -\frac{GM_A}{d^2}\hat{r}_{Ap} - \frac{GM_B}{d^2}\hat{r}_{Bp} = -\frac{GM_A}{d^2}(\cos(60^o),\sin(60^o)) - \frac{GM_B}{d^2}(-\cos(60^o),\sin(60^o))$$
$$= -\frac{G}{d^2}\Big(\cos(60^o)(M_A - M_B)\hat{\imath} + \sin(60^o)(M_A+M_B)\hat{\jmath}\Big)$$
$$= -\frac{6.67\cdot 10^{-11}}{(3\times 10^{12})^2}\left(\frac{1}{2}(2-1)\hat{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{2}(2+1)\hat{\jmath}\right)\times 2\cdot 10^{30} = \quad (-7.4\cdot 10^{-6}\hat{\imath} - 38.5\cdot 10^{-6}\hat{\jmath})\, N/kg$$

c) La energía potencial total, U, será la suma de las de todas las parejas:

$$U = U_{AB} + U_{Ap} + U_{Bp} = -\frac{G}{d}(M_A M_B + M_A M_p + M_B M_p)$$
$$-\frac{6.67\cdot 10^{-11}}{3\times 10^{12}}\Big(2\times 1\times (2\cdot 10^{30})^2 + (2+1)\times 2\cdot 10^{30}\times 6\cdot 10^{24}\Big) = \quad -1.8\cdot 10^{38}\, J$$

P2

a) $\lambda_{\min} = \frac{v}{f_{\max}} = \frac{340}{1000} = 0.34\, m = 34\, cm \quad ; \quad T_{\max} = \frac{1}{f_{\min}} = \frac{1}{100} = 0.01\, s$

b) Vemos que el nivel de intensidad de dolor a 100 Hz es 120 dB, que corresponde justo a una intensidad $120 = 10\log(I/I_o) \quad \Rightarrow \quad I = 1\, W/m^2$.

Por otro lado $I = \frac{P}{4\pi d^2} \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{2}{4\pi\times 1}} = 0.40\, m = 40\, cm$

c) Para el altavoz A, su umbral de audición es justamente 0 dB, lo que implica una intensidad $I_A = I_o$, pues $0 = 10\log(I_A/I_o) \Rightarrow I_A = I_o$. Para el altavoz B, su umbral de audición son 40dB que corresponde a un intensidad: $40 = 10\log(I_B/I_o) \Rightarrow I_B = 10^4 I_o$. Por tanto, para que la distancia, d, sea la misma:

$$\left.\begin{array}{r} P_A = I_A 4\pi d^2 \\ P_B = I_B 4\pi d^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad P_B = P_A\frac{I_B}{I_A} = 2\times\frac{10^4 I_o}{I_o} = 20000\, W$$

P3 a) Longitud de onda (de Broglie): $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.6\cdot 10^{-34}}{9.1\cdot 10^{-31}\times 200\cdot 10^{3}} = 3.6\times 10^{-9}\,m = 3.6\,nm$

b) La intensidad de corriente eléctrica en un puntio del haz es el número de partículas que pasan por unidad de tiempo por la carga de una partícula:

$$|I| = \frac{dQ}{dt} = 5\cdot 10^{19}\times 1.6\cdot 10^{-19} = 8\,A$$

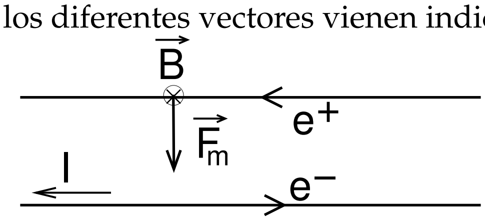
(y de sentido contrario a la velocidad del electrón, pues tiene carga negativa). Esa corriente crea, a una distancia r, un campo magnético:

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\times 8}{2\pi\times 0.08} = 2\cdot 10^{-5}\,T$$

Y teniendo en cuenta que ese campo es perpendicular a la velocidad de un positrón, la fuerza magnética que este siente viene dad por la ley de Lorentz:

$$|\vec{F}_m| = |e||\vec{v}\times\vec{B}| = 1.6\cdot 10^{-19}\times 200000\times 2\cdot 10^{-5} = 6.4\cdot 10^{-19}\,N$$

Las direcciones y sentidos de los diferentes vectores vienen indicados en la figura.



c) El trabajo realizado por el campo, $W = q\Delta V$, ha de ser igual a la energía cinética que tenía el electrón, $mv^2/2$. Por otro lado, como $E = \Delta V/d$ tenemos:

$$\frac{mv^2}{2} = q\Delta V = qEd \quad\Rightarrow\quad E = \frac{mv^2}{2qd} = \frac{9.1\cdot 10^{-31}\times 200000^2}{2\times 1.6\cdot 10^{-19}\times 0.02} = 5.7\,N/C$$

<u>Otro método:</u> Movimiento uniformemente acelerado con aceleración $a = -qE/m$:

$$\left.\begin{array}{l} v = v_o + at = 0 \\ d = v_o t + \frac{at^2}{2} \end{array}\right\} \quad\Rightarrow\quad t = -\frac{v_o}{a} \quad\Rightarrow\quad d = -\frac{v_o^2}{a} + \frac{av_o^2}{2a^2} = -\frac{v_o^2}{2a} \quad\Rightarrow\quad E = -\frac{ma}{q} = E = \frac{mv_o^2}{2qd}$$

P4 a) Aplicando la ecuación del fabricante de lentes:

$$P = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \left(\frac{c}{v} - 1\right)\frac{2}{R} = (2-1)\frac{2}{28} = 0.0714\,mm^{-1} = 71.4\,D \quad\Rightarrow\quad f' = \frac{1}{P} = 14\,mm$$

b) $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = P \quad\Rightarrow\quad s' = \frac{1}{P+\frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{14}+\frac{1}{(-70)}} = 17.5\,mm$; Aumento: $A = \frac{s'}{s} = \frac{17.5}{-70} = -0.25$

c) Como $s > f$, la imagen es real e invertida, y, por ser $|A| < 1$, de menor tamaño que el objeto. Gráficamente: