Solución EBAU Murcia. Junio 2023

CUESTIONES

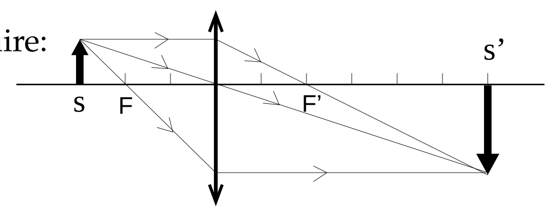
C1 El trabajo realizado por el campo gravitatorio es menos la variación de energía potencial:

$$W_G = -\Delta E_p = -(E_p^{\text{final}} - E_p^{\text{inicial}}) = -\left(-G\frac{m^2}{d/2} - G\frac{m^2}{d/2}\right) - 0 = 4G\frac{m^2}{d},$$

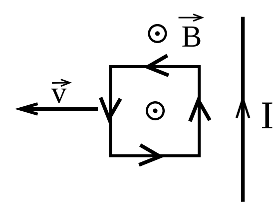
donde hemos tomando el origen de potenciales en el infinito.

C2 Apliquemos la ecuación de las lentes delgadas en aire:
$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = P \quad \Rightarrow \quad s' = \frac{1}{P+\frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{50}+\frac{1}{(-0.03)}} = 0.06\,m = 6\,cm$

Aumento: $A = \frac{s'}{s} = \frac{6}{-3} = -2$



C3 a) El campo magnético creado por la corriente I decae como $1/r$ al alejarse de hilo. Por tanto el flujo, $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$ disminuye. Por la ley de Lenz se induce una fuerza electromotriz $-d\Phi/dt$ que crea una corriente tal que genere un campo magnético que tienda a compensar la pérdida de flujo, en este caso la corriente inducida tendrá el sentido indicado en el dibujo para que tenga la misma dirección que tenía el campo magnético y compense así la pérdida del flujo.



b) Al no variar la distancia con el hilo, tampoco lo hace el campo magnético creado por I que atraviesa la espira y por ello tampoco el flujo. Luego no se induce fuerza electromotriz ni, por tanto, corriente.

C4

$^{216}_{84}Po \rightarrow ^{212}_{82}Pb + ^{4}_{2}He$ (desintegración **alfa**)

$^{212}_{82}Pb \rightarrow ^{212}_{83}Bi + e^- + \bar{\nu}_e$ (desintegración **beta**)

$^{212}_{83}Bi \rightarrow ^{212}_{84}Po + e^- + \bar{\nu}_e$ (desintegración **beta**)

PROBLEMAS

P1

a)
$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM_{Did}}{R_{Did}}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \cdot 10^{-11} \times 5 \cdot 10^{11}}{780/2}} = 0.41\, m/s = 41\, cm/s$$

---

b)
$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_{Did}} r^3 \Rightarrow r = \left(\frac{GM_{Did}}{4\pi^2} T^2\right)^{1/3} = \left(\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \times 5 \cdot 10^{11}}{4\pi^2} (12 \times 60 \times 60)^2\right)^{1/3} = 1164\, m$$

---

c) La energía mecánica antes del impacto (es la "orbital"): ($M \equiv$ masa Didymos, $m \equiv$ masa Dimorphos)

$$E_1 = E_{c_1} + E_{p_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = -\frac{GMm}{2r_1} = -5.73 \cdot 10^7\, J$$

Después del impacto: $T_2 = T_1 - 32$ minutos $= 12 \times 60 \times 60 - 32 \times 60 = 41280\, s$

$$r_2 = \left(\frac{GM}{4\pi^2} T_2^2\right)^{1/3} = \left(\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \times 5 \cdot 10^{11}}{4\pi^2} \times 41280^2\right)^{1/3} = 1129\, m$$

$$E_2 = E_{c_2} + E_{p_2} = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r_2} = -5.91 \cdot 10^7\, J$$

Por tanto: $\Delta E = E_2 - E_1 = -5.91 \cdot 10^7 - (-5.73 \cdot 10^7) = -0.18 \cdot 10^7 J = -1.8\, MJ$
(Dimorphos perdió energía)

P2 a) La distancia entre máximos consecutivos en la longitud de onda: $\lambda = 0.5\, m$, y el tiempo que tarda de pasar de un máximo a elongación nula es un cuarto del periodo: $T/4 = 1\, s \rightarrow T = 4\, s$.

Por tanto: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4} = 0.25\, s$; $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.5}{4} = 0.125\, m/s$

---

b) Ecuación del movimiento: $y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \delta)$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi = 12.75\, m^{-1} \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} = 1.57\, s^{-1}$$

Del dato de la velocidad de vibración máxima obtenemos la amplitud:

$$\dot{y}(x,t) = A\omega \sin(kx - \omega t + \delta) \Rightarrow \dot{y}_{\max} = A\omega \Rightarrow A = \frac{\dot{y}_{\max}}{\omega} = \frac{5\pi}{\pi/2} = 10\, cm.$$

Y el defasaje, δ, lo sacamos con la última información que nos da el enunciado:
$y(0,0) = A \quad \Rightarrow \quad \cos(\delta) = 1 \quad \Rightarrow \quad \delta = 0$

Luego la ecuación del movimiento ondulatorio queda:

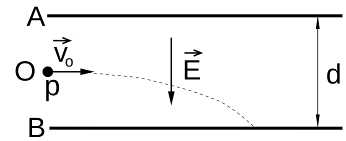
$$y(x,t) = 10\cos\left(4\pi x - \frac{\pi}{2} t\right)\, cm = 0.1\cos(12.6x - 1.57t)\, m, \quad \text{con } x \text{ en } m \text{ y } t \text{ en } s.$$

(Si se usa *seno* para la ecuación del movimiento entonces el defasaje sería $\pi/2$)

---

c) Diferencia de fase: $\Delta\phi = k\Delta x = 4\pi \times 0.375 = 4.71 rad \simeq 270^o \simeq \frac{3\pi}{2}$

P3 a) $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m} = \frac{1.6\cdot10^{-19}\times(-2)\cdot10^5\vec{j}}{1.7\cdot10^{-27}} = -1.88\cdot10^{13}\,\vec{j}\,m/s\,.$



Al ser la fuerza constante en el eje y la trayectoria es una parábola (análogo a un tiro parabólico).

---

b) METODO 1 (por cons. energía):

$$W_E = \Delta Ec = -\Delta E_p = qE\frac{d}{2} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_y^2$$

$$\Rightarrow \quad v_y = \sqrt{\frac{qEd}{m}} = \sqrt{\frac{1.6\cdot10^{-19}\times2\cdot10^5\times0.03}{1.7\cdot10^{-27}}} = 7.5\cdot10^5\,m/s$$

$$\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} = \left(5\cdot10^6\,\vec{i} - 7.5\cdot10^5\,\vec{j}\right)\,m/s$$

METODO 2 (por cinemática):

$$v_y = at \qquad ; \qquad y = y_o - \frac{1}{2}at^2$$

$\rightarrow$ Cuando alcanza la placa inferior: $0 = \frac{d}{2} - \frac{1}{2}at^2 \;\rightarrow\; t = \sqrt{\frac{d}{a}} \quad \rightarrow \quad v_y = a\sqrt{\frac{d}{a}} = \sqrt{ad} = \sqrt{\frac{qEd}{m}}$

y continuaría como en la última línea del METODO 1.

---

c) El campo magnético debe provocar una fuerza de Lorenz, $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$, hacia arriba ($\vec{j}$) que compense la eléctrica:

$$qv_0B = qE \quad \Rightarrow \quad B = \frac{E}{v_0}$$

y de sentido hacia dentro del papel, ($-\vec{k}$):

$$\vec{B} = -\frac{E}{v_0}\,\vec{k} = -\frac{2\cdot10^5}{5\cdot10^6}\,\vec{k} = -0.04\,T\,\vec{k}$$

P4 a) De la gráfica vemos que la frecuencia umbral vale $f_o = 1\cdot10^{15}\,Hz$. Por tanto

$$\lambda_o = \frac{c}{f_o} = \frac{3\cdot10^8}{10^{15}} = 3\cdot10^{-7}\,m = 300\,nm$$

$$W_o = hf_o = 6.63\cdot10^{-34}\times10^{15} = 6.63\cdot10^{-19}\,J = \frac{6.63\cdot10^{-19}}{1.6\cdot10^{-19}} = 4.1\,eV$$

(O directamente la ordenada en el origen es $-W_o \simeq -4\,eV \quad \Rightarrow \quad W_o \simeq 4\,eV$

---

b) $hf = W_o + E_c \;\Rightarrow\; E_c = hf - Wo = 6.63\cdot10^{-34}\times4\cdot10^{15} - 6.63\cdot10^{-19} = 2.0\cdot10^{-18}\,J$

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\times2\cdot10^{-18}}{9.1\cdot10^{-31}}} = 2.1\cdot10^6\,m/s$

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63\cdot10^{-34}}{9.1\cdot10^{-31}\times2.1\cdot10^6} = 3.5\cdot10^{-10}\,m = 0.35\,nm$

---

c) Relación de indeterminación de Heisenberg:

$$\Delta p\,\Delta x \geq \frac{h}{4\pi} \;\Rightarrow\; \Delta x \geq \frac{h}{4\pi m\times0.004\cdot v} = \frac{6.63\cdot10^{-34}}{4\pi\times9.1\cdot10^{-31}\times0.004\cdot2.1\cdot10^6} = 6.9\cdot10^{-9}\,m = 6.9\,nm$$

(la constante que multiplica a h depende de la definición de incertidumbre. La usada aquí es la más rigurosa en mecánica cuántica y es la "desviación estándar", pero otras definiciones de la incertidumbre pueden dar lugar a expresiones del principio de indeterminación como $\Delta p\Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$ o $\Delta p\Delta x \geq h$, que también se considerarían válidas en la EBAU)