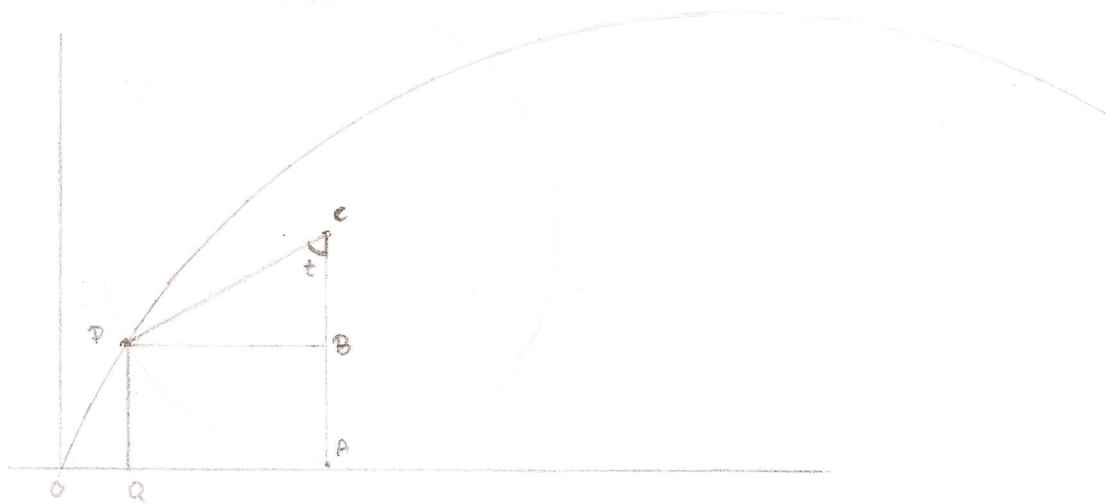


Cristian Gálvez Martínez

Un punto P de una circunferencia de radio r en el plano XY que rueda, sin deslizamiento sobre el eje X describe una curva que se llama cicloide. Obtenga una parametrización para la cicloide suponiendo que la circunferencia de radio r parte de la posición en que su centro es el punto $(0, r)$ y que la posición de partida de P es el origen.



En primer lugar, obtenemos la parametrización de la coordenada X del punto P . P_x se obtiene la distancia del origen al punto A menos la de A al punto Q , es decir $P_x = \overline{OA} - \overline{AQ}$.

La distancia \overline{OA} , corresponde al arco de circunferencia que ha recorrido desde el origen, es decir, el ángulo t por el radio, $\overline{OA} = t \cdot r$.

Para la distancia \overline{AQ} , podemos calcular \overline{BP} , ya que es la misma. Como sabemos el seno del ángulo t se obtiene como \overline{BP} , entre \overline{CP} , que es el radio r , $\text{sen } t = \frac{\overline{BP}}{r} \Leftrightarrow \overline{BP} = r \text{ sen } t$

Por lo cual: $P_x = \overline{OA} - \overline{AQ} = \overline{OA} - \overline{BP} = t \cdot r - r \cdot \text{sen } t = r(t - \text{sen } t)$

Ahora para P_y , viene dada por la distancia entre \overline{AC} menos la distancia \overline{CB} . $P_y = \overline{AC} - \overline{CB}$

La distancia \overline{AC} , corresponde con la de un punto de la circunferencia al centro, es decir, el radio. $\overline{AC} = r$.

Para la distancia \overline{CB} , sabemos que el coseno del ángulo t , viene dado por \overline{CB} entre \overline{CP} , siendo de nuevo \overline{CP} el radio.

$$\cos t = \frac{\overline{CB}}{r} \Leftrightarrow \overline{CB} = r \cdot \cos t$$

$$P_y = \overline{AC} - \overline{CB} = r - r \cdot \cos t = r(1 - \cos t)$$

Obtenemos la parametrización:

$$\alpha(t) = (r(t - \sin t), r(1 - \cos t))$$