UNIVERSIDAD DE MURCIA

Departamento de Matemáticas

Óptica y Optometría
Relación de Problemas n^{o}9
Curso 2008-2009

Cálculo integral en varias variables

201. Calcule las integrales dobles siguientes en los recintos que se indican:

   a) $\displaystyle\iint_\Omega (x^2-y)dxdy;\;\; \Omega=\{(x,y): -1\le x\le 1; -x^2\le y\le x^2\}.$

   b) $\displaystyle\iint_\Omega (xy-y^2)dxdy;\;\; \Omega=\{(x,y): 0\le y\le 1; -1\le x\le y\}.$

   c) $\displaystyle\iint_R (y-2x)dxdy;\;\; R=\{(x,y): 1\le x\le 2; 3\le y\le 5\}.$

   d) $\displaystyle\iint_\Omega (\sqrt{x}-y^2)dxdy;\;\; \Omega=\{(x,y): x\in[0,1], x^2\le y\le x^{1/4}\}.$

   e) $\displaystyle\iint_\Omega (x^4+y^2)dxdy$ en el recinto limitado por $y=x^3$ e $y=x^2$.

202. Calcule el área de las superficies que se indican:

   a) Región comprendida entre $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$ y $x+y=a$.

   b) Región comprendida entre $x^2=4y$ y $2y-x-4=0$.

   c) Región comprendida entre $x^2+y^2=4x$, $x^2+y^2=8x$, $y=x$ y $x\sqrt{3}=y$.

203. Calcule el volumen de la parte del cilindro $x^2+y^2=b^2$ comprendida entre los planos $y+z=a^2$ y $z=0$.

204. Halle el volumen del sólido limitado superiormente por $z=x+y$ e inferiormente por el triángulo de vértices $(0,0)$ $(0,1)$ y $(1,0)$.

205. Halle el volumen del sólido limitado superiormente por $z=2x+1$ e inferiormente por $\{(x,y): (x-1)^2+y^2\le 1\}$.

206. Deduzca la fórmula del volumen de la esfera de radio R utilizando integrales dobles y coordenadas polares.

207. Calcule las siguientes integrales haciendo un cambio a coordenadas polares:

   a) $\displaystyle\iint_\Omega \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$; siendo $\Omega=\{(x,y): 0\le x\le 1; x^2\le y\le x\}$.

   b) $\displaystyle\iint_\Omega xy\sqrt{x^2+y^2}dxdy$; con $\Omega=\{(x,y): 0\le x\le \sqrt{1-y^2}, 0\le y\le \frac{1}{2}\}$.

208. Calcule la integral $\displaystyle\iint_\Omega \frac{1}{(1+x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}dxdy$, donde Ω es el triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,0)$ y $(1,1)$.