UNIVERSIDAD DE MURCIA

Departamento de Matemáticas

Óptica y Optometría
Relación de Problemas n^{o}3
Curso 2008-2009

Vectores.

54. ¿Para qué valores de $\lambda \in \mathbb{R}$, el conjunto de vectores $\{(1,1,1);(1,\lambda,1);(1,1,\lambda)\}$ es una base de $\mathbb{R}^3$?

55. *a*) Pruebe que los vectores $\{(-1,1,1);(1,-1,1);(1,1,-1)\}$, son base de $\mathbb{R}^3$.

    b) Determine las coordenadas del vector $(2,4,-2)$ en la base anterior.

56. Dados los vectores $(1,1,0,m);(3,-1,n,-1);(-3,5,m,-4)$, halle los valores de m y n para que sean linealmente independientes.

57. Determine los valores de a y b para que el vector $(a,-2,1,b)$ sea linealmente dependiente de $(1,2,3,4)$ y $(-1,0,-2,3)$.

58. Dados los vectores $(1,4,m,10);(6,10,1,0);(n,2,1,1)$, encuentre un valor de m y otro de n de modo que sean linealmente independientes.

59. Simplifique:

    (a) $(3\vec{u}\cdot\vec{v})-(\vec{u}\cdot 2\vec{v})$, (b) $\vec{u}\cdot(\vec{u}-\vec{v})+\vec{v}\cdot(\vec{v}+\vec{u})$$(c)$ $\vec{u}\cdot(\vec{u}+2\vec{w})+(2\vec{v}-\vec{u})\cdot(\vec{u}+2\vec{w})-2\vec{v}\cdot(\vec{u}+2\vec{w})$

60. Sean $\vec{u}=(2,1,0)$, $\vec{v}=(3,-1,2)$ y $\vec{w}=(4,0,3)$.

    a) Calcule los productos escalares dos a dos.

    b) Calcule los ángulos que forman entre sí.

    c) Halle la proyección de $\vec{u}$ en la dirección de $\vec{v}$ y en la dirección de $\vec{w}$.

61. Halle un vector unitario con ángulos directores $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$ y $\frac{2\pi}{3}$. Halle otro con módulo 2 y los mismos ángulos.

62. Calcule los cosenos y los ángulos directores del vector $i-j+\sqrt{2}k$.

63. Demuestre que los vectores $\vec{u}=(2,1,-1);\vec{v}=(-1,4,2);\vec{w}=(2,-1,3)$ son ortogonales dos a dos.

64. Dados los vectores $\vec{u}=(-1,2,a)$ y $\vec{v}=(4,a,-3)$; ¿qué valor debe tener el parámetro a para que sean ortogonales?

65. Dados los vectores $\vec{u}=(1,5,0)$, $\vec{v}=(-3,0,2)$ y $\vec{w}=(0,1,-1)$; calcule los ángulos que forman dos a dos.

66. Obtenga un vector unitario y proporcional a $\vec{u}=(3,0,4)$.

67. Sean los vectores $\vec{u}=(x,3,6)$ y $\vec{v}=(3,y,4)$. Calcule x e y de modo que los vectores anteriores sean perpendiculares y $\|\vec{v}\|=13$.

68. Dados los vectores $\vec{u} = (1, 5, 3)$ y $\vec{v} = (-1, 0, 2)$; halle un vector unitario $\vec{w}$ que sea perpendicular a los dos anteriores.

69. Pruebe, usando el producto mixto, que los vectores $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{v} = (3, 1, -1)$ y $\vec{w} = (-4, 2, 8)$ son linealmente dependientes.

70. Encuentre un vector que sea ortogonal a $\vec{u} = (3, -2, 5)$ y que dependa linealmente de $\vec{v} = (1, -1, 3)$ y $\vec{w} = (-2, 2, 1)$.

71. Calcule algún valor del parámetro t para que el producto vectorial $(1, 2, t) \times (1, t, 0)$ tenga la dirección del eje OZ.

72. Dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son tales que $\|\vec{u}\| = 10$, $\|\vec{v}\| = 10$ y $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 20$. Halle el ángulo que forma $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

73. Calcule el área y el volumen del tetraedro determinado por los puntos $(0, 0, 0)$, $(0, a, a)$, $(a, 0, a)$ y $(a, a, 0)$.

74. Sabiendo que $ABCD$ es un cuadrado, con $A(2, 0, \sqrt{2}), B(1, 1, 0), C(0, y, z)$, encuentre las coordenadas que faltan en C.

75. Sea $ABCDA'B'C'D'$ un paralelepípedo, de modo que $A(0, 1, 1)$; $B(-2, 1, 0)$; $C(1, 1, 3)$ y $A'(2, 0, 1)$; calcule los restantes vértices y el volumen de dicho paralelepípedo.

76. Calcule el área del triángulo determinado por los puntos $A(1, 3, 0); B(3, 0, -3)$ y $C(0, 1, 2)$.

77. Calcule el volumen del tetraedro de vértices $(0, 2, -2); (2, 0, 1); (1, -2, 0)$ y $(2, 2, 1)$.