



Funciones reales de variable real

55. Calcule las derivadas de las siguientes funciones

$$\begin{array}{lll}
 (1) y = \frac{x-1}{x+1} & (2) y = \frac{1-x^3}{1+x^3} & (3) y = \frac{2x^2-x+1}{x^2+x-1} \\
 (4) y = x - 2\frac{1}{x} + x^{-2} + 5\frac{1}{x^3} & (5) y = (3-x^4)\left(1+\frac{3}{x^4}\right) & (6) y = \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt[3]{x}} \\
 (7) y = \ln(x^2 - 2x) & (8) y = \log_2(2x^3 + 3x^2) & (9) y = \sqrt{\ln x} \\
 (10) y = x^n \ln x & (11) y = \frac{\ln x}{x^n} & (12) y = \frac{x^n}{\ln x} \\
 (13) y = \left(\ln \frac{1+x}{1-x}\right)^2 & (14) y = \frac{e^x}{x+1} & (15) y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \\
 (16) y = 3^{\frac{x}{\ln x}} & (17) y = \frac{\operatorname{sen} x}{1+\cos x} & (18) y = \ln(\tan x) \\
 (19) y = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} & (20) y = \sqrt{1+2\tan x} & (21) y = \frac{x-\cos x}{\operatorname{sen} x} e^x \\
 (22) y = \frac{\operatorname{arc} \cos x}{\sqrt{1-x^2}} & (23) y = \arctan x - \frac{x}{1+x^2} & (24) y = \sqrt{x} \arctan x
 \end{array}$$

56. Estudie y represente gráficamente las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll}
 (1) f(x) = \frac{|x|-x}{2} & (2) f(x) = \frac{x^2+|x|}{2} & (3) f(x) = \frac{x^2-1}{x-2} \\
 (4) f(x) = \frac{x^2-x}{x-1} & (5) f(x) = x + \sqrt{x^2-1} & (6) f(x) = xe^{\frac{1}{x}} \\
 (7) f(x) = \ln(x^2-4) & (8) f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2} & (9) f(x) = |x^2-4x+3| \\
 (10) f(x) = \frac{e^x}{x^2} & (11) f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2} & (12) f(x) = \frac{(x+1)(x+2)x}{(x-1)(x+3)} \\
 (13) f(x) = \ln(|x+1|) & (14) f(x) = \operatorname{sen}^2 x & (15) f(x) = \cos x - \frac{1}{2} \cos 2x
 \end{array}$$

57. Estudie y represente gráficamente las funciones:

$$\begin{array}{l}
 a) f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ 1-x^2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x & \text{si } x > 1 \end{cases} \\
 b) f(x) = \begin{cases} \ln(-x) & \text{si } x < -2 \\ \operatorname{sen} \pi x & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{si } 2 < x < 4 \\ x^2 - 12 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}
 \end{array}$$

58. Estudie según los valores de los parámetros, la continuidad de las funciones siguientes:

$$a) f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} 3x & \text{si } x \leq \frac{\pi}{2} \\ 2k + \cos 2x & \text{si } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$b) \quad f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{si } -\pi \leq x \leq 0 \\ a + x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ \frac{b}{x} & \text{si } 1 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

Soluciones del ejercicio 79

$$(1) \quad y' = \frac{2}{(x+1)^2}$$

$$(2) \quad y' = -\frac{6x^2}{(x^3+1)^2}$$

$$(3) \quad y' = \frac{3x(x-2)}{(x^2+x-1)^2}$$

$$(4) \quad y' = \frac{2}{x^2} - \frac{2}{x^3} - \frac{15}{x^4} + 1$$

$$(5) \quad y' = -\frac{4(x^8+9)}{x^5}$$

$$(6) \quad y' = -\frac{3\sqrt[3]{x^2} - 4\sqrt{x} - 1}{6\sqrt[5]{x^6}(\sqrt[3]{x^2}+1)^2}$$

$$(7) \quad y' = \frac{2(x-1)}{x(x-2)}$$

$$(8) \quad y' = \frac{6(x+1)}{x(2x+3)\ln 2}$$

$$(9) \quad y' = \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}}$$

$$(10) \quad y' = x^{n-1}(1+n\ln x)$$

$$(11) \quad y' = \frac{1-n\ln x}{x^{n+1}}$$

$$(12) \quad y' = x^{n-1} \left(\frac{n}{\ln x} - \frac{1}{(\ln x)^2} \right)$$

$$(13) \quad y' = \frac{4\ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)}{1-x^2}$$

$$(14) \quad y' = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$$

$$(15) \quad y' = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$$

$$(16) \quad y' = 3^{\frac{x}{\ln x}} \ln 3 \frac{-1 + \ln x}{(\ln x)^2}$$

$$(17) \quad y' = \frac{1}{1+\cos x}$$

$$(18) \quad y' = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$(19) \quad y' = \frac{2\sin x}{\cos^3 x} - \frac{2\cos x}{\sin^3 x}$$

$$(20) \quad y' = \frac{1+\tan^2 x}{\sqrt{1+2\tan x}}$$

$$(21) \quad y' = \left(\frac{\sin x - x \cos x + 1}{\sin^2 x} + \frac{x - \cos x}{\sin x} \right) e^x$$

$$(22) \quad y' = \frac{-\sqrt{1-x^2} - x \arccos x}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$$

$$(23) \quad y' = \frac{2x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$(24) \quad y' = \frac{\arctan x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}$$