Números reales.

LOS NÚMEROS REALES.

Los números reales se pueden ordenar de la siguiente forma: se dice que a es menor que b si $b-a$ es un número positivo, y lo escribimos:

$$a < b \quad \text{si} \quad b-a \quad \text{es positivo.}$$

Se verifican las siguientes propiedades:

1. Si $a < b$ y $b < c$ entonces $a < c$ (propiedad transitiva).
2. Si $a < b$ y $c < d$ entonces $a + c < b + d$.
3. Si $a < b$ entonces $a + c < b + c$.
4. Si $a < b$ y $c > 0$ entonces $ac < bc$.
5. Si $a < b$ y $c < 0$ entonces $ac > bc$.

Propiedades similares se tienen para las desigualdades $>$, $\leq$ o $\geq$.

INTERVALOS:

Abierto $(a, b) = \{x : a < x < b\}$; cerrado $[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$; semiabierto o semicerrado $[a, b) = \{x : a \leq x < b\}$, $(a, b] = \{x : a < x \leq b\}$.

Intervalos no acotados (semirrectas) $(-\infty, b) = \{x : x < b\}$; $(-\infty, b] = \{x : x \leq b\}$; $(a, \infty) = \{x : x > a\}$; $[a, \infty) = \{x : x \geq a\}$ y $(infty, \infty) = \mathbb{R}$.

VALOR ABSOLUTO

Se define el valor absoluto de un número real x como: $|x| = \begin{cases} x & \text{si} \quad x \geq 0 \\ -x & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$.

Se verifican las propiedades siguientes:

1. $|x| \geq 0$.
2. $|x| = |-x|$.
3. $|x + y| \leq |x| + |y|$.
4. $|xy| = |x||y|$
5. $-|x| \leq x \leq |x|$.
6. $|x| \leq r$ si, y sólo si $-r \leq x \leq r$.
7. $|x| \geq r$ si, y sólo si $r \leq x$ o $x \leq r$.