

LOGFOR1: MANUAL DE ASIGNATURA CON EL MÉTODO LEPREX

LÓGICA FORMAL I

Lógica proposicional

GUSTAVO PICAZO
picazo@um.es

MANUAL DISPONIBLE EN:
webs.um.es/picazo

Curso 2026–2027
Versión 1 (03.09.2026)

CRONOGRAMA

SEM	LUNES			MARTES	
37	7 SEPTIEMBRE			8 SEPTIEMBRE	
	1135-1225 JUNTA	1135-1225 TEMA 1	1325-1430 TEMA 2	0830-0925 TEMA 3	0935-1025 TEMA 4 E
38	14 SEPTIEMBRE			15 SEPTIEMBRE	
	1135-1225 TEMA 5	1135-1225 TEMA 6	1325-1430 JUNTA	FESTIVO	
39	21 SEPTIEMBRE			22 SEPTIEMBRE	
	1135-1225 H-Z CONTROL 1	1135-1225 A-G CONTROL 1	1325-1430 TEMA 7	0830-0925 TEMA 8	0935-1025 TEMA 9 E
40	28 SEPTIEMBRE			29 SEPTIEMBRE	
	1135-1225 H-Z CONTROL 2	1135-1225 A-G CONTROL 2	1325-1430 JUNTA	0830-0925 TEMA 10	0935-1025 TEMA 11 E
41	5 OCTUBRE			6 OCTUBRE	
	1135-1225 H-Z CONTROL 3	1135-1225 A-G CONTROL 3	1325-1430 TEMA 12	0830-0925 TEMA 13	0935-1025 TEMA 14 E
42	12 OCTUBRE			13 OCTUBRE	
	FESTIVO			0830-0925 TEMA 15	0935-1025 TEMA 16 E
43	19 OCTUBRE			20 OCTUBRE	
	1135-1225 H-Z CONTROL 4	1135-1225 A-G CONTROL 4	1325-1430 JUNTA	0830-0925 TEMA 17	0935-1025 TEMA 18 E
44	26 OCTUBRE			27 OCTUBRE	
	1135-1225 H-Z CONTROL 5	1135-1225 A-G CONTROL 5	1325-1430 TEMA 19	0830-0925 TEMA 20	0935-1025 TEMA 21 E
45	2 NOVIEMBRE			3 NOVIEMBRE	
	1135-1225 A-G CONTROL 6	1135-1225 H-Z CONTROL 6	1325-1430 JUNTA	0830-0925 TEMA 22	0935-1025 TEMA 23 E
46	9 NOVIEMBRE			10 NOVIEMBRE	
	1135-1225 A-G CONTROL 7	1135-1225 H-Z CONTROL 7	1325-1430 TEMA 24	0830-0925 TEMA 25	0935-1025 TEMA 26 E

SEM	LUNES			MARTES	
47	16 NOVIEMBRE			17 NOVIEMBRE	
	1135-1225 A-G CONTROL 8	1135-1225 H-Z CONTROL 8	1325-1430 JUNTA	0830-0925 TEMA 27	0935-1025 TEMA 28 E
48	23 NOVIEMBRE			24 NOVIEMBRE	
	1135-1225 A-G CONTROL 9	1135-1225 H-Z CONTROL 9	1325-1430 JUNTA	0830-0925 TEMA 29	0935-1025 TEMA 30 E
49	30 NOVIEMBRE			1 DICIEMBRE	
	1135-1225 A-G CONTROL 10	1135-1225 H-Z CONTROL 10	1325-1430 JUNTA	0830-1025 EXAMEN ANTICIPADO OPCIONAL DE LA CONV. 1	
50	7 DICIEMBRE			8 DICIEMBRE	
	FESTIVO			FESTIVO	

PAUTAS GENERALES

- Para realizar **temas** y **controles**, debes traer al aula **folios blancos**, **material** para **escribir**, y una **copia** del **manual Lógica formal 1**, ya sea en **papel**, o en un dispositivo (en **pdf**).
- Dicho manual está disponible para libre descarga en **webs.um.es/picazo**.
- Todas las respuestas recogidas en clase se suben al aula virtual. Si lo deseas, puedes firmar con un nickname (por ejemplo, “Mozart”), salvo en los temas que realices en equipo.
- Tutorías presenciales: jueves, de 10 a 13 horas (Edif. Luis Vives, Planta 3ª, despacho 3.065).
- Consultas online: escribiendo al prof. de la asignatura (Gustavo Picazo), a **picazo@um.es**.

TEMAS

- Por cada tema, puedes alcanzar **hasta 1 punto**, sobre **100** puntos totales en la asignatura.
- Los temas marcados con **E** los puedes realizar, opcionalmente, en **equipos** de **2/3 pax**.

CONTROLES

- Les estudiantes con apellidos de “H” a “Z” realizarán los controles 1–5 en horario de 1135 a 1225 hs, y los controles 6–10 en horario de 1235 a 1325 hs.
- Les estudiantes con apellidos de “A” a “G” realizarán los controles 1–5 en horario de 1235 a 1325 horas, y los controles 6–10 en horario de 1135 a 1225 hs.
- Para pedir una excepción a esta distribución por apellidos, debes solicitarlo a Gustavo Picazo.
- Por cada control, puedes alcanzar **hasta 3 puntos**, sobre **100** puntos totales en la asignatura.
- En cada control, habrá preguntas sobre los temas tratados la semana anterior:

Control 1: temas 5 y 6.

Control 2: temas 7, 8 y 9.

Control 3: temas 10 y 11.

Control 4: temas 15 y 16.

Control 5: temas 17 y 18.

Control 6: temas 19, 20 y 21.

Control 7: temas 22 y 23.

Control 8: temas 24, 25 y 26.

Control 9: temas 27 y 28.

Control 10: temas 29 y 30.

JUNTAS

- Para asistir a las juntas, no es necesario traer ningún material.

ÍNDICE

Cronograma	2
-------------------------	----------

Temas:

1. Estructura del manual y otros preliminares – Temas – Jerga propia – Controles	6
2. Juntas – Meditación – Tareas online – Calificación del bloque de curso	18
3. Secciones premium – Examen – Evaluación global – Máster de Profesorado	28
4. Manuales robustos – Método leprex – Dedicación – Técnicas de estudio	40
5. Autoconcepto – Desigualdad – Grietas – Publicidad engañosa – Banderas rojas	53
6. Lennat – Uso y mención – Oraciones – Propositiones – Argumentos	66
7. Consecuencia lógica – Propositiones indécicas – Argumentos no deductivos	77
8. La lógica formal – Sistemas lógicos – Bivalencia – Formalización	86
9. Lenprop – Simprops - Propositiones atómicas y complejas - La negación material	98
10. Tablas de verdad – Pasos en la formalización – Grados de fuerza de la negación	108
11. La conjunción material – Conjunciones adversativas	117
12. La disyunción material – El condicional material	125
13. Más sobre el condicional material: tabla, paradojas y variantes expresivas	136
14. El bicondicional material – El método del baile, aplicado a las tablas básicas ...	148
15. Fórmulas complejas – Arquitectura	157
16. Formalización de propositiones y argumentos – Intprops – Tablas globales	167
17. Cinco diagnósticos – Consecuencia entre fórmulas y en argumentos	180
18. Equivalencia – Verdades lógicas	189
19. Consistencia – Contingencia – Espacio lógico – Sintaxis y semántica	201
20. Cálculos deductivos – N1 – Banderas – La regla PR – Derivabilidad en N1	212

21. Reglas e-s y reglas secas – Las reglas MP, MT y DN	222
22. Las reglas PC, I&, E& e Iv	231
23. Las reglas EV, I $\leftrightarrow$, E $\leftrightarrow$ y RA	241
24. Reglas primarias y secundarias – Las reglas SC y TR	255
25. Las reglas CM, PNC, PEX, PTE, SD e ID – El método del baile, aplicado a ID	264
26. A1 – Las reglas PR, NC y de Cierre – Derivabilidad en A1	276
27. Reglas para Doble Negación, para la Conjunción y para la Conjunción negada .	286
28. Reglas para la Disyunción, Condicional, Bicondicional y sus negaciones	297
29. Metateoría – Corrección, completud y decidibilidad	309
30. Lógicas no clásicas – Inteligencia artificial – Más allá de este manual	323

Apéndices:

31. Ejemplos adicionales	336
32. Ejemplos adicionales - Soluciones	360
33. Modelo de examen y solucionario	466
34. Compendio de recordatorios	474

Tema 1

Estructura del manual y otros preliminares – Temas – Jerga propia – Controles

§ 1.1. PRELIMINARES

El contenido de este manual está dividido en **30 temas**, que serán trabajados en el aula, en las fechas y horas recogidas en el Cronograma (págs. 2–3).

En los temas 1–5, trataremos del marco organizativo de la asignatura y otras cuestiones preliminares. A partir del tema 6, comenzaremos a explicar la materia propiamente dicha.

Merece la pena pertrechar el barco a conciencia antes de zarpar, para asegurar un rumbo firme durante la travesía.

§ 1.2. EMAIL UMU

Si no consultas regularmente tu email UMU, es muy recomendable configurar la cuenta, para que te reenvíe automáticamente

los correos a tu dirección habitual.

Para ello, sigue estos pasos:

1. Entra en tu cuenta de correo UMU.
2. Ve a **Configuración** (icono de engranaje).
3. Desde allí, ve a **Correo > Reenvío**.
4. Activa el reenvío a la dirección de correo que tú elijas.

§ 1.3. CUESTIONES

Si no tienes inconveniente, indica si crees que te acostumbrarás a consultar regularmente tu email UMU, o te limitarás a configurar el reenvío de mensajes a tu correo habitual.

§ 1.4. NOTIFICACIONES

Por razones similares, **también es muy recomendable que actives las notificaciones del Aula virtual.**

Para ello, sigue estos pasos:

1. Entra en el Aula Virtual.
2. Ve a **Mi sitio**.
3. Desde allí, ve a **Preferencias**.
4. Activa las notificaciones de, al menos, **Anuncios y Mensajes**.

§ 1.5. CUESTIONES

Si no tienes inconveniente, indica si ya tienes acceso al Aula virtual, y si has entrado en las Preferencias de Notificaciones.

§ 1.6. TEMAS

En esta asignatura, las clases dedicadas a los temas se organizarán de la siguiente manera:

1. En los temas realizados de forma individual, cada estudiante leerá los contenidos del manual, y contestará por escrito, en papel, a las cuestiones planteadas.
2. A estos efectos, cada estudiante debe acudir a estas clases con su propia copia del manual, ya sea en papel, o en un dispositivo (en pdf).
3. Además, cada estudiante debe traer sus propios folios, aunque puntualmente el profesor entregará papel a quien lo necesite. No se admite la entrega de páginas arrancadas de cuadernos, ni cualquier otro formato que no sea el habitual DIN A4, para facilitar el escaneo del pack de respuestas.
4. En los temas marcados en el Cronograma con **E**, les estudiantes podrán decidir si responder de forma individual, o bien en equipos 2/3 pax (es decir, en equipos de 2 o 3 personas). Quien quiera responder en equipo y no sepa con quién, puede pedirle al profesor que le asigne con alguien.
5. Tanto si se responde a las cuestiones de forma individual, como si se responde en equipo, es importante contestar sin prisa, sin correr. Si una persona (o un equipo) trabaja a fondo las cuestiones de un tema, y a consecuencia de ello no le da tiempo a responderlas todas, no se le penalizará en la puntuación.

6. Asimismo, es importante dejar un centímetro en blanco respecto al borde superior del papel. La razón es que si el texto está totalmente pegado al borde superior, se corta en el escaneo.
7. En cuestiones que pidan dar ejemplos, **hay que inventar ejemplos propios, diferentes a los que aparecen en el manual.**
8. Durante las clases dedicadas a los temas, cada estudiante o equipo podrá plantearle al profesor las preguntas que les surjan, sobre el tema o las cuestiones a responder. Para ello, tendrán dos opciones:
 - a) levantar la mano (y, si es necesario, decir “¡profesor!”), para que este se acerque a su mesa en cuanto le sea posible;
 - b) acercarse directamente a la mesa del profesor, junto a la cual habrá una silla colocada al efecto.
9. En los casos en que el profesor lo considere conveniente, responderá a la pregunta en la pizarra, para beneficio de la clase entera.
10. **Regla de los 15 minutos***. A fin de potenciar el ambiente de trabajo en el aula, y la sensación de acompañamiento en la tarea de estudio, **se establece un mínimo de permanencia de 15 minutos, antes de entregar las respuestas a los temas.** Pasado ese tiempo, cada estudiante o equipo podrá entregar sus respuestas cuando haya terminado, y abandonar el aula si así lo desea.
11. Al poco de realizar cada tema en el aula, el profesor subirá un pdf a la herramienta de Recursos (en el sitio web de esta asignatura en el Aula Virtual), con todas las respuestas escaneadas.
12. Quien no quiera que su nombre sea visible en dicho pdf de respuestas, podrá firmar los temas realizados individualmente con un nickname (por ejemplo, “Mozart”), comunicándoselo al profesor.

13. Los pdf con las respuestas de los temas serán eliminados del Aula Virtual tras unas semanas, debido a la restricción de espacio de almacenamiento permitido por el servidor. No obstante, el profesor guardará esos archivos en su ordenador, además de los originales en papel, para poder resolver cualquier incidencia al respecto.
14. Por cada tema respondido con esmero, cada estudiante recibirá 1 punto, sobre 100 puntos totales en la calificación final de la asignatura.
15. El profesor subirá la nota de cada tema a la herramienta de Calificaciones (en el sitio web de esta asignatura en el Aula Virtual), en un máximo de 3 días naturales tras su realización en el aula.

§ 1.7. CUESTIONES

Indica qué es lo que más te ha llamado la atención de la sección anterior.

§ 1.8. JERGA PROPIA

La locución “Regla de los 15 minutos”, en el sentido que acabamos de describir, me la he inventado yo (no la he tomado de ningún sitio).

Otra locución inventada por mí es **logfor1***, como abreviatura de **Lógica Formal 1**.

Del mismo modo, a lo largo del manual aparecerán numerosas abreviaturas acuñadas por mí, y locuciones a las que yo les doy un significado especial, que no cabe encontrar en otros sitios.

Tales locuciones conforman la **jerga propia de este manual**. Cuando aparezca una de estas locuciones por primera vez en el cuerpo del texto, la resaltaremos en azul, y le pondremos un asterisco al final, para subrayar su carácter peculiar o idiosincrático.

§ 1.9. CUESTIONES

Indica una forma abreviada para denominar a los patinetes eléctricos. (Vale cualquier abreviatura o locución libremente inventada por ti, que se te ocurra en este momento.)

§ 1.10. APÉNDICES

Tras los temas, este manual contiene cuatro apéndices, numerados correlativamente como continuación de los temas:

- **Apéndice 31: Ejemplos adicionales.** Este apéndice propone buscar ejemplos adicionales a los que aparecen en los temas. A lo largo del manual, hay llamadas que nos remiten a las distintas secciones de este apéndice, allí donde resultan relevantes.
- **Apéndice 32: Ejemplos adicionales - Soluciones.** Este apéndice contiene soluciones a los ejemplos propuestos en el Apéndice 31.
- **Apéndice 33: Modelo de examen y solucionario.** Este apéndice contiene un ejemplo de examen final (junto con su correspondiente solucionario), para dar idea de su estructura, el tipo de preguntas y su nivel de dificultad.
- **Apéndice 34: Compendio de recordatorios.** Este apéndice contiene una recopilación de los recordatorios esparcidos a lo largo

del manual, para facilitar el aprendizaje. Se hablará de ellos en § 6.12 .

§ 1.11. CUESTIONES

Indica, si se te ocurre, algún otro apéndice que podría figurar en el manual, en tu opinión.

§ 1.12. TUTORÍAS

El profesor atenderá consultas por los siguientes medios:

- durante las clases;
- a la salida de clase, fuera del aula;
- a través de la herramienta de Mensajes del Aula Virtual;
- por email, en `picazo@um.es`;
- en su despacho, en el horario de tutorías indicado en el Cronograma (pág. 3).

§ 1.13. ERRATAS Y SUGERENCIAS

Es muy importante para mí detectar erratas en este manual, así como recabar sugerencias de mejora.

De hecho, es posible que durante el cuatrimestre suba versiones sucesivas del manual, con erratas corregidas u otros cambios. En caso de hacerlo así, en la portada del nuevo pdf indicaré el número de

la nueva versión, y su fecha; y en la página 4, indicaré los cambios realizados y las secciones afectadas.

Si considero que las erratas detectadas (u otras sugerencias) no son lo bastante apremiantes como para subir una nueva versión del manual, me limitaré a comunicarlas en el **Foro de detección de erratas y sugerencias de mejora**, habilitado al efecto en el sitio web de esta asignatura en el Aula Virtual.

Para comunicarme erratas y sugerencias de mejora, podéis utilizar cualquiera de los medios de consulta señalados en la sección anterior.

Además, también podéis comunicarme erratas y sugerencias de mejora por estos dos medios adicionales:

1. Al contestar a las **Cuestiones fin de tema**, en las que se pregunta específicamente sobre ello.
2. Contribuyendo en vuestro propio nombre al **Foro de detección de erratas**, que se acaba de mencionar.

§ 1.14. CUESTIONES

Indica, si se te ocurre, algún otro Foro que se podría añadir, en tu opinión, al sitio web de esta asignatura en el Aula Virtual.

§ 1.15. CONTROLES

Además de las clases dedicadas a los temas, el Cronograma contempla **10 controles**, que se organizarán de la siguiente manera:

1. Cada estudiante deberá acudir con sus propios folios y con su copia del manual, y deberá dejar un centímetro blanco respecto al borde superior del papel. En definitiva, se aplican las mismas indicaciones **(2)**, **(3)** y **(6)** de § 1.6 .
2. Cada control cubrirá los temas indicados en el Cronograma para ese control, y contendrá preguntas teóricas y prácticas sobre esos temas.
3. Conforme se detalla en el Cronograma, la clase se dividirá en dos grupos, por apellidos, y cada grupo realizará los controles a una hora distinta (y con preguntas distintas).
4. Si alguien necesita solicitar una excepción al grupo que le toca por apellidos (ya sea para alguna ocasión puntual, o de forma permanente), le pedirá permiso al profesor.
5. **Regla de los 15 minutos.** En los controles también se aplica la regla de permanencia mínima de 15 minutos en el aula, pero de forma distinta a los temas. En los controles, se dedicarán los primeros 15 minutos de clase a repasar individualmente los temas correspondientes al control a realizar.
6. Durante esos 15 minutos iniciales, cada estudiante podrá plantear al profesor las preguntas que le surjan, siguiendo las mismas indicaciones **(8)** y **(9)** de § 1.6 .
7. Pasados los 15 minutos iniciales, los estudiantes guardarán el manual, y dejarán sobre las mesas únicamente folios blancos y material para escribir.
8. A partir de ese momento, el profesor repartirá las cuestiones del control, y comenzará la prueba de evaluación propiamente dicha.

9. Durante la realización de la prueba de evaluación, les estudiantes podrán seguir formulando preguntas al profesor, el cual contestará de una de estas dos maneras:
 - a) dando respuestas muy escuetas a cuestiones puntuales (“pequeñas pistas”);
 - b) dando explicaciones generales en la pizarra, si procede esclarecer algún aspecto del control que no está suficientemente claro en las preguntas planteadas.
10. A partir del instante en que el profesor reparta las cuestiones del control, les estudiantes podrán entregar sus respuestas y salir del aula en el momento que deseen.
11. Al poco de realizar cada control, el profesor subirá a la herramienta de Recursos sendos pdfs, con las respuestas escaneadas de cada grupo.
12. Quien no quiera que su nombre sea visible en dichos pdfs, podrá firmar con un nickname, al igual que en los temas (siempre el mismo nickname, preferentemente).
13. Tras la realización de cada control, el profesor subirá un tercer pdf, con las preguntas del control en cada uno de los grupos, y su solucionario orientativo.
14. Cada control se calificará con un máximo de 3 puntos, sobre 100 puntos totales en la calificación final de la asignatura.
15. La calificación de 3 puntos en un control, significa que las respuestas han sido perfectas o prácticamente perfectas (con pequeños despistes o fallos muy poco significativos).
16. La calificación de 2 puntos en un control, significa que las respuestas contienen aciertos muy valorables, pero también omisiones o errores significativos, aunque pesan más los aciertos.

17. La calificación de 1 punto en un control, significa que las respuestas contienen algunos aciertos valorables, pero también importantes omisiones o errores, que pesan más que los aciertos.
18. La calificación de 0 puntos en un control realizado, significa que no hay nada valorable en las respuestas, o prácticamente nada.
19. El profesor subirá la nota de cada control a la herramienta de Calificaciones, en un máximo de 3 días naturales tras su realización en el aula.

§ 1.16. CUESTIONES

Indica qué es lo que más te ha llamado la atención de la sección anterior.

§ 1.17. EXCESO DE INFORMACIÓN EN LAS RESPUESTAS

En las cuestiones de temas, controles y exámenes, **solo se valorará la respuesta a aquello que se pregunta** exactamente.

Si en la respuesta hay **información adicional** (es decir, información que va más allá de lo que se pregunta), **no se penalizará** por ello, pero tampoco servirá para **mejorar la puntuación**.

En resumidas cuentas:

**EN ESTA ASIGNATURA,
EL EXCESO DE INFORMACIÓN
EN UNA CONTESTACIÓN,
NI PENALIZA NI SUMA.**

Si tienes dudas respecto a qué se pregunta exactamente en una cuestión (ya sea de un tema, de un control, o de un examen), pregunta al profesor de la asignatura.

§ 1.18. **CUESTIONES FIN DE TEMA**

Opcionalmente, si te sobra tiempo, indica:

1. Qué es lo que más te ha interesado de este tema.
2. Qué es lo que más te ha costado entender.
3. Cualquier errata o desajuste que hayas detectado.
4. Cualquier otra sugerencia de mejora, o comentario relevante, sobre el manual o sobre la asignatura.

Estas cuestiones finales son relevantes en todos los temas que siguen. Por eso, la última entrada de cada tema se titulará **Cuestiones fin de tema**, y remitirá a esta, donde se encuentran los enunciados de dichas cuestiones.

Tema 2

Juntas – Meditación – Tareas online – Calificación del bloque de curso

§ 2.1. JUNTAS

El tercer tipo de clase son las **juntas***, cuya asistencia es totalmente opcional, y no se recompensa en la calificación de ninguna manera.

En esta asignatura, las juntas se entienden como **sesiones libres** de **docencia a demanda***. Ello significa que durante esas horas, el profesor se pone a disposición de la clase, para hacer cualquiera de estas cosas:

- repasar o explicar en la pizarra cualquier parte del manual que le soliciten;
- resolver dudas;
- ampliar contenidos;
- tratar cuestiones organizativas;
- discutir cualquier tema que la clase considere conveniente.

Si consideras que necesitas refuerzo para seguir la asignatura, entonces es muy recomendable que acudas a las juntas, y expongas tus dudas.

Por el contrario, si consideras que estás asimilando la asignatura correctamente, y no necesitas refuerzo (ni tienes curiosidad por ampliar contenidos o discutir otros temas), entonces puedes omitir las juntas tranquilamente, sin sentirte culpable por ello.

§ 2.2. CUESTIONES

Indica algún tema filosófico que se te ocurra en este momento, y que te gustaría que se discutiera en alguna de las juntas de esta asignatura.

§ 2.3. MEDITACIÓN

En algunas ocasiones a lo largo del cuatrimestre — preferentemente al comienzo de las juntas — realizaremos una **micromeditación** de 30–90 segundos. Esta actividad será totalmente opcional, solo para quien quiera participar.

Sobre los beneficios de la práctica de la meditación, pueden consultarse:

- “The neuroscience of mindfulness meditation” (*Nature*, 2015).
- *Los beneficios de la meditación* (Goleman y Davidson, 2017).
- *Kairos zen* (G. Picazo, 2018).
- *Introducción al zen* (A. Poraj-Zakiej, 2025).

§ 2.4. CUESTIONES

Indica qué sabes acerca de la meditación, y si tienes alguna opinión al respecto de su utilidad, su beneficio para la salud, o su pertinencia como herramienta educativa.

§ 2.5. TAREAS ONLINE: AUTORIZACIÓN

Quien no pueda asistir a temas o controles por motivos justificados, podrá entregar tareas online sustitutivas, **pero solo después de recabar la autorización correspondiente.**

Para recabar dicha autorización, hay dos procedimientos:

1. **Hablar directamente** con el **profesor** de la **asignatura**, y exponerle la circunstancia que sea.

A la vista de los motivos expuestos, el profesor autorizará la entrega online de las actividades correspondientes a unas fechas determinadas, o bien a todo el cuatrimestre, y tomará nota de ello.

2. **Solicitar una Exención de Prácticas del Departamento de Filosofía.**

A estos efectos, las **Clases prácticas** de esta asignatura coinciden con los **Controles**, cuyo calendario está incluido en el **Cronograma** de pp. 2–3.

Para formalizar dicha solicitud, hay que dirigirse a la administrativa del departamento, María Dolores Gómez Giménez, en la Planta 0 del Edificio Luis Vives (Despacho 0.030).

Quien obtenga la **Exención del Departamento**, tendrá autorización para entregar tareas online de **todos los temas y controles**, sin más trámites.

Algunos de los motivos que justifican la ausencia a clase, a estos efectos, son los siguientes:

- trabajo;
- enfermedad;
- atención a familiares;
- fecha de matrícula tardía;
- solapamiento del horario con otras asignaturas.

§ 2.6. CUESTIONES

1. Indica a partir de cuántos controles de ausencia justificada, debes solicitar la exención de prácticas al Departamento de Filosofía.
2. Indica otro motivo — si se te ocurre alguno — que podría justificar la ausencia a clase, distinto a los que se acaban de señalar.

§ 2.7. TAREAS ONLINE: ACTIVIDADES A REALIZAR

1. **Formato.** Las actividades sustitutivas de temas y controles se pueden realizar en dos formatos:

- a) a mano** (es decir, de forma manuscrita, sobre papel blanco);
- b) a ordenador** (es decir, usando un procesador de textos).

En los temas y controles de carácter técnico (que contengan símbolos especiales, tablas, etc), **se recomienda realizar estas actividades a mano.**

2. **Temas.** La actividad sustitutiva a la realización de un tema en el aula, consiste en contestar a las preguntas del tema tal cual están formuladas en el manual, exactamente igual que si se realizase en clase.
3. **Controles.** La actividad sustitutiva a la realización de un control en el aula, comprende dos acciones:
 - a) **Inventar cuestiones alternativas a las del control realizado en el aula.** Tales cuestiones deben ser distintas a las que ha realizado la clase, en los dos grupos, pero relativas a los mismos temas, y de un nivel similar de dificultad.
 - b) Contestar a dichas cuestiones

§ 2.8. CUESTIONES

1. Indica si, en tu opinión — en este momento de la lectura del manual, sin más datos — consideras que es más fácil realizar los temas en el aula, o las tareas online sustitutivas.
2. Responde a la misma pregunta, pero relativa a los controles.
3. Indica cualquier otro aspecto que te haya llamado la atención respecto a las actividades a realizar como tareas online.

§ 2.9. TAREAS ONLINE: FORMA DE ENTREGA

1. Las tareas sustitutivas de temas y controles se entregarán obligatoriamente en la herramienta de Tareas, en el sitio

web de esta asignatura en el Aula Virtual. Ahí quedarán depositados los archivos, de forma transparente a profesor y estudiante, junto con su fecha y hora de entrega.

2. En consonancia con lo anterior, **no se admite la entrega de tareas sustitutivas en mano, ni por email, ni por mensaje del Aula Virtual**. Estas formas de entrega me obligan a mí a recepcionar y archivar las entregas una por una, lo cual es un trabajo excesivo, dado el tamaño del grupo.
3. Solo se admite la entrega de archivos en formato pdf o jpeg/jpg. Es perfectamente válido enviar fotos hechas con el móvil de las respuestas, siempre que el texto se vea con nitidez, y el formato de imagen sea jpeg/jpg.
4. Los nombres de los archivos entregados deben seguir obligatoriamente el modelo de estos ejemplos:
 - a) para etiquetar un archivo jpg con la primera hoja de respuestas al Tema 19, pondremos **t19.1.jpg**;
 - b) para etiquetar un archivo jpg con la segunda hoja de respuestas al Tema 19, pondremos **t19.2.jpg**;
 - c) para etiquetar un archivo jpg con las respuestas al Control 4 en una única hoja, pondremos **c4.jpg**;
 - d) para etiquetar archivos pdf, podremos **t19.pdf**, **c4.pdf**, etc.
5. Una vez preparados los archivos para su entrega, debes entrar en la herramienta de Tareas del sitio web de esta asignatura en el Aula Virtual.
6. Allí verás una única tarea, titulada **“Entrega online de temas y controles sustitutivos”**. Debes hacer clic en ella, para proceder a la entrega.

7. Dicha tarea está configurada para admitir un número ilimitado de archivos.
8. Para proceder a la entrega de cada archivo, debes seleccionar el archivo en cuestión en tu dispositivo. A continuación, tienes que hacer clic en “Continuar envío”. Y por último, tienes que hacer clic en “Enviar”.
9. **Ojo, porque no basta con “guardar el borrador”.** Si la herramienta de Tareas dice “Estado: En proceso”, es que falta un paso. En ese caso, tienes que seleccionar el archivo y darle al botón de “Enviar”, para que se complete el envío y el archivo sea accesible al profesor.
10. Cuando el envío se ha completado correctamente, te aparece arriba un letrero verde, que dice “Su trabajo se ha enviado con éxito”.
11. Para tener total seguridad de que el archivo está entregado, puedes salir de la herramienta de Tareas, volver a entrar a continuación, y verificar que junto al nombre del archivo dice “Estado: Enviada ...”, tras lo cual aparece la fecha y hora de envío.
12. **La fecha tope para la entrega de tareas online es de 7 días naturales desde la realización del tema o control correspondiente en el aula.** Quien necesite un plazo mayor, le explicará las circunstancias al profesor, que lo autorizará si ve motivos justificados para ello.
13. **En el caso de los controles, no se puede entregar la actividad sustitutiva antes de que el profesor haya subido las preguntas del control realizado en el aula.** Esto es así porque resulta necesario contar con esas preguntas, para poder inventar cuestiones alternativas a las mismas.

14. **Los temas y controles online entregados con autorización, y que cumplan todos los requisitos anteriores, serán calificados sobre la misma escala que los realizados en el aula.**
15. El profesor subirá las notas de cada tarea online a la herramienta de Calificaciones, en un máximo de 7 días naturales desde su entrega.
16. **Es importante no retirar de la plataforma las tareas entregadas, aunque ya hayan sido calificadas.** Ello ayudará a resolver cualquier incidencia que pueda surgir posteriormente al respecto.

§ 2.10. CUESTIONES

Indica qué cambiarías — si de ti dependiera — del procedimiento que se acaba de describir.

§ 2.11. REVISIÓN DE CALIFICACIONES

Si estás disconforme con tu calificación en un tema o control (tanto si ha sido entregado online, como si ha sido realizado en el aula), **se lo debes comunicar al profesor.** Para ello, te puedes dirigir a él en clase, o en sus horas de tutoría, o a través de email, o mensaje del Aula Virtual. No hay plazo para hacer esto — cualquier momento es bueno.

Hay tres motivos por los que tu calificación en un tema o control puede estar equivocada:

1. Dado el tamaño de la clase, y el volumen de datos a subir a la plataforma, el profesor puede cometer **errores humanos de mecanización**.
2. La herramienta de Calificaciones es inestable. En ocasiones, una nota que parece haber sido introducida correctamente, desaparece a los pocos segundos.
3. El profesor se puede haber equivocado al valorar una respuesta, y el contraste de pareceres le puede dar pie a una rectificación.

Por todo ello, como profesor de la asignatura, **te ruego encarecidamente que revises tus calificaciones de forma periódica, y me comuniques cualquier cosa que no te cuadre en ellas**. Tengo el máximo interés en que nadie pierda puntos que le corresponden, si puedo evitarlo.

§ 2.12. CUESTIONES

Opcionalmente, si no tienes inconveniente, indica qué calificación esperas obtener en esta asignatura, al final de la misma.

§ 2.13. CALIFICACIÓN DEL BLOQUE DE CURSO

Llamaremos **bloque de curso*** al conjunto de temas y controles realizados durante el cuatrimestre. La calificación de este bloque se realiza del modo siguiente:

- La realización de los 30 temas, evaluados sobre 1 punto cada uno, permite obtener hasta 30 puntos en la calificación final.

- La realización de los 10 controles, evaluados sobre 3 puntos cada uno, permite obtener otros 30 puntos en la calificación final.

Por consiguiente, la realización de temas y controles permite obtener hasta 60 puntos (sobre un total de 100) en la calificación final de esta asignatura. Ello equivale a una nota en el acta de **6,0 Aprobado**.

En definitiva, **es posible aprobar esta asignatura (hasta con un 6) por la realización de las actividades de curso, sin necesidad de presentarse al examen.**

§ 2.14. **CUESTIONES**

Indica si es posible aprobar esta asignatura sin realizar el examen final, y con qué nota.

§ 2.15. **CUESTIONES FIN DE TEMA**

(VER § 1.18)

Tema 3

Secciones premium – Examen – Evaluación global – Máster de Profesorado

§ 3.1. DOS VELOCIDADES

El presente manual está escrito **a dos velocidades***:

1. **Velocidad de crucero***. Esta velocidad comprende la gran mayoría de secciones del manual, a las cuales llamaremos **secciones esenciales***.

Las secciones esenciales están explicadas de forma más lenta y desmenuzada, y contienen los contenidos y habilidades básicas que hay que adquirir para una correcta asimilación de la asignatura.

2. **Velocidad punta***. Esta velocidad comprende una porción reducida de secciones del manual, a las cuales llamaremos **secciones premium***.

Las secciones premium contienen contenidos de un nivel más avanzado, explicados a un ritmo más rápido, y con un lenguaje más abstracto.

Los títulos de estas secciones llevarán la marca inicial “[PREMIUM]”, e irán resaltados en color **crema**. La primera sección premium es la **§ 19.12**.

Ni en los temas ni en los controles habrá preguntas relacionadas con las secciones premium. En el examen final, habrá exactamente una pregunta relacionada con las secciones premium, como se detalla en **§ 3.6**.

§ 3.2. CUESTIONES

Opcionalmente — si no tienes inconveniente — indica si crees que solo te vas a interesar por las secciones esenciales de este manual, o también por las secciones premium.

§ 3.3. EXAMEN: ESTRUCTURA

Los exámenes de esta asignatura constarán de dos partes bien diferenciadas:

I: Reevaluación del bloque de curso

- a)** Esta parte contendrá dos preguntas teóricas (las preguntas 1 y 2), y dos preguntas prácticas (las preguntas 3 y 4).
- b)** Cada una de esas preguntas se valorará sobre 15 puntos, permitiendo alcanzar hasta 60 puntos por esta parte del examen.
- c)** Esta parte del examen solo debe realizarla quien desee mejorar la puntuación obtenida por el bloque de curso (es decir, por los temas y controles).

- d)* La puntuación obtenida en esta parte del examen **no se sumará a la del bloque de curso, sino que será alternativa a la misma**, aplicándose la más alta de las dos (60 puntos como máximo).

II: Prueba final de evaluación

- a)* Esta parte contendrá también dos preguntas teóricas (las preguntas 5 y 6), y dos preguntas prácticas (las preguntas 7 y 8).
- b)* Cada una de estas preguntas se valorará sobre 10 puntos, permitiendo alcanzar hasta 40 puntos por esta parte del examen.

Por consiguiente, es **posible** obtener la **máxima puntuación** en esta asignatura por la realización del **examen**, sin necesidad de haber llevado a cabo **ninguna** de las **actividades del bloque de curso**.

§ 3.4. CUESTIONES

1. Indica si es posible sumar la puntuación obtenida en el Bloque de curso, con la puntuación obtenida en las partes I y II del examen, alcanzando un total de $60 + 60 + 40 = 160$ puntos.
2. Si has respondido “No” al apartado anterior, indica por qué.

§ 3.5. SISTEMA DE PUNTUACIÓN ASIMÉTRICO

Como acabamos de ver, cada pregunta de la parte **I** del examen vale 15 puntos, mientras que las preguntas de la parte **II** valen 10 puntos.

Sin embargo, las preguntas de la parte **I** será más **sencillas**, en términos generales, que las preguntas de la parte **II**.

Ello es así, porque en esta asignatura se utiliza un sistema de puntuación **asimétrico**, al hilo de las **dos velocidades** del manual. Se trata de una variante del método **easy A, hard A+**.

Este sistema de puntuación combina dos criterios:

1. El criterio de **inclusión**. De acuerdo con este criterio, obtener una calificación entre 5 y 7 puntos debe ser relativamente sencillo (para que **nadie se quede atrás**).
2. El criterio de **promoción** de la **excelencia**. De acuerdo con este criterio, obtener una calificación de 10 puntos debe exigir un esfuerzo comparativamente mayor (más del doble que para obtener 5 puntos), a fin de estimular las cotas más altas de mérito y perfección.

§ 3.6. EXAMEN: OBSERVACIONES ADICIONALES

En cuanto a la estructura del examen, además de lo dicho en § 3.3, hay que tener en cuenta lo siguiente:

1. En el examen no habrá ninguna pregunta sobre los aspectos organizativos o marginales de la asignatura (temas 1–5, así como § 8.3, § 8.10, § 30.19 y § 30.20).
2. La pregunta 6 tratará sobre una sección premium. El resto de preguntas (es decir, las preguntas 1, 2, 3, 4, 5, 7 y 8) tratarán sobre secciones esenciales, excepto los temas y secciones que se acaban de excluir.

3. El Apéndice 33 (p. 466) contiene un modelo de examen, junto con su solucionario, para dar idea del mismo.
4. Tras la realización de cada examen, el profesor compartirá por el Aula Virtual un pdf, con el escaneo de todas las respuestas recibidas y sus anotaciones de corrección, pero con los nombres borrados.

§ 3.7. CUESTIONES

Indica cuál es la máxima puntuación — sobre 100 puntos — que puede obtener alguien que no ha leído las secciones premim, y explica por qué.

§ 3.8. CONVOCATORIA 1: EXÁMENES

- En el Cronograma hay programado un **Examen anticipado opcional** de la **Convocatoria 1**.
- Posteriormente, en la fecha y hora indicadas en el *Calendario de exámenes de la Facultad de Filosofía*, tendrá lugar el **Examen oficial en Convocatoria 1**.
- Cada estudiante puede elegir libremente si presentarse a uno de estos exámenes, a los dos, o a ninguno de ellos.
- La estructura de ambos exámenes se ajustará a lo indicado en § 3.3 y § 3.6.
- Al realizarse en el horario de clases, el examen anticipado tiene una duración de 1 hora y 55 minutos, frente a las 3 horas del examen oficial. Sin embargo, la experiencia me demuestra que la

práctica totalidad de estudiantes terminan el examen en menos de 1 hora y 30 minutos.

§ 3.9. CONVOCATORIA 1: CALIFICACIONES

La calificación final en Convocatoria 1 se calculará por el siguiente procedimiento:

1. A quien haya aprobado la asignatura por el Bloque de curso, y no se presente al examen anticipado, ni tampoco se presente al examen oficial, se le asignará la calificación obtenida por el Bloque de curso, dividida por 10. Ello significa que **60 puntos equivalen a un 6,0 en el acta**.
2. A quien no haya aprobado la asignatura por el Bloque de curso, y no se presente a ninguno de estos dos exámenes, se le calificará en acta con **NP** (“**No Presentade**”).
3. A quien se presente al examen anticipado, y también al oficial, se le asignará la nota más alta de los dos, dividida por 10. Ello significa que **100 puntos equivalen a un 10 en el acta**. A este respecto, hay que tener en cuenta que la nota de los exámenes lleva ya incorporada la nota de Bloque de curso, o una mejora sobre la misma.
4. A quien únicamente se presente al examen anticipado oficial, y obtenga 50 puntos o más, se le asignará la nota obtenida, dividida por 10.
5. A quien únicamente se presente al examen anticipado oficial, pero obtenga menos de 50 puntos, se le calificará en acta con **NP**. Esto significa que **el examen anticipado no corre convocatoria** (es decir, que si no lo aprobamos, cuenta como si no nos hubiéramos presentado).

6. A quien únicamente se presente al examen oficial, se le asignará la nota obtenida, dividida por 10.

§ 3.10. FILOSOFÍA DE EVALUACIÓN

La filosofía subyacente subyacente a este procedimiento de evaluación se resume en dos ideas principales:

1. El profesor está más interesado en premiar tus aciertos, que en penalizar tus errores.
2. En esta asignatura, todo suma.

§ 3.11. CUESTIONES

1. En la Convocatoria 1, ¿como se calificará en acta a una persona que solo se ha presentado al examen anticipado opcional, y ha obtenido 35 puntos?
2. En la Convocatoria 1, ¿como se calificará en acta a una persona que solo se ha presentado al examen anticipado opcional, y ha obtenido 75 puntos?

§ 3.12. CONVOCATORIAS 2 Y 3

- En las fechas y horas indicadas en el *Calendario de exámenes de la Facultad de Filosofía*, tendrán lugar el **Examen oficial en Convocatoria 2** y el **Examen oficial en Convocatoria 3**.

- La estructura de estos exámenes también se ajustará a lo indicado en § 3.3 y § 3.6.
- La calificación en estas convocatorias será la obtenida en el examen (divida por 10), o bien **NP**, en el caso de estudiantes que no se hayan presentado.

§ 3.13. MATRÍCULAS DE HONOR

En esta asignatura, la adjudicación de la **mencción especial MH (Matrícula de Honor)** se realizará por el siguiente procedimiento:

1. Conforme a la normativa vigente, solo se puede asignar la mencción MH a estudiantes que hayan obtenido una calificación igual o superior a **9,0**.
2. Además, solo se puede adjudicar una mencción MH, como máximo, por cada 20 estudiantes o fracción. Ello significa que se puede adjudicar una mencción MH para una clase de 1 a 20 estudiantes; se pueden adjudicar dos menciones MH para una clase de entre 21 y 40 estudiantes; tres menciones MH para una clase de entre 41 y 60 estudiantes; etc.
3. En esta asignatura, se adjudicarán todas las menciones MH que sea posible en Convocatoria 1. A continuación, si hubiera menciones libres, se adjudicarían las que fuera posible en Convocatoria 2. Y a continuación, si hubiera menciones libres, se adjudicarían las que fuera posible en Convocatoria 3.
4. Entre los estudiantes que reúnan los requisitos, se adjudicará la mencción MH a quienes hayan obtenido la nota numérica más alta.

5. En caso de igualdad en la nota numérica, se utilizará como criterio de desempate el valor de las erratas y sugerencias de mejora comunicadas a lo largo del cuatrimestre.

§ 3.14. ESTUDIANTES PLUS

Vamos a llamar **estudiantes plus*** a quienes ya se hayan matriculado de esta asignatura con anterioridad, y la estén cursando por segunda vez (o tercera, etc).

Los estudiantes plus pueden estar en una de estas dos situaciones:

1. Si ya han realizado las actividades del Bloque de curso (temas y controles) en un año anterior, pueden solicitar que se les aplique directamente la nota que obtuvieron entonces, para no tener que repetirlas.
2. Si no han realizado las actividades del Bloque de curso con anterioridad, o quieren optar a mejorar su calificación en este bloque, entonces pueden hacer los temas y controles este año, como el resto de estudiantes de la clase. En ese caso, se les aplicará la nota más alta que hayan obtenido en este bloque (ya sea la de este año, o la mayor que hubieran obtenido en un año anterior).

§ 3.15. ESTUDIANTES SUP

Vamos a llamar **estudiantes sup*** a quienes estén cursando la asignatura **Lógica I**, perteneciente al **Grado en Filosofía del Plan de estudios 2009**.

Este grupo de estudiantes debe tener en cuenta lo siguiente:

1. Los estudiantes sup tienen las dos opciones señaladas en la sección anterior, exactamente igual que los estudiantes plus.
2. El sitio de asignatura del Aula Virtual que les corresponde oficialmente a los estudiantes sup, se denomina **Lógica I**.
3. El sitio de asignatura que corresponde al resto de estudiantes de la clase (incluyendo los estudiantes plus) se denomina **Lógica Formal I**, y es distinto al anterior.
4. El profesor facilitará a cada estudiante sup una invitación, para que puedan acceder al sitio de asignatura **Lógica Formal I** en calidad de **invitados**. En ese sitio, deberán consultar los anuncios relativos a esta asignatura, así como acceder al Foro y a la herramienta de Recursos.
5. Paralelamente, deberán utilizar el sitio de asignatura **Lógica I** (en el que figuran como estudiantes oficiales) para depositar las tareas online, en su caso, y para consultar sus calificaciones.

§ 3.16. MÁSTER DE PROFESORADO

Para poder enseñar Filosofía en educación secundaria, tanto en centros públicos como privados, no basta con terminar el grado: **es obligatorio cursar, a continuación, el Máster de Formación del Profesorado**.

Ahora bien, las universidades públicas (incluida la UMU) ofrecen bastantes menos plazas de este máster, que personas se han graduado el año anterior.

Ello aboca a muchos estudiantes a cursar el Máster de Profesorado en universidades privadas.

Por ejemplo, en el Curso 23.24, terminaron el Grado en Filosofía en la UMU **26 estudiantes**; mientras que el curso siguiente (24.25), la UMU ofertó **15 plazas** para la Especialidad de Filosofía de este máster.

§ 3.17. FASES DE ADMISIÓN DEL MÁSTER

En la UMU, la admisión al Máster de Profesorado se produce en dos fases:

- 1. Preinscripción en 1ª Fase:** tiene lugar sobre principios de junio de cada año, y está abierta a estudiantes que acaban de terminar el Grado en ese momento, o lo terminaron en cursos previos.
- 2. Preinscripción en 2ª Fase:** tiene lugar sobre principios de julio de cada año, y está abierta a estudiantes que acaban de terminar el Grado en ese momento, o lo terminaron en cursos previos.
- 3.** El criterio de admisión, en cada fase, es la nota media del Grado (independientemente del año de finalización o la universidad de procedencia).
- 4.** En el Curso 24.25, en 1ª Fase, todo el mundo que solicitó la Especialidad de Filosofía obtuvo plaza en este máster.
- 5.** Sin embargo, en ese mismo Curso 24.25, en 2ª Fase, hubo 11 personas que solicitaron plaza en este máster, en la Especialidad de Filosofía, y se quedaron sin plaza (la nota de corte en esta fase fue un 7,4).

§ 3.18. MEJORA TUS OPCIONES

Hay tres cosas que puedes hacer para mejorar tus opciones de acceder al Máster de Profesorado en la UMU, en la Especialidad de Filosofía:

1. Puedes esforzarte por sacar las mejores notas posibles en el Grado.
2. Cuando llegue el momento, puedes intentar defender tu TFG en la primera convocatoria disponible (en mayo), a fin de entrar en la preinscripción del Máster de Profesorado en Primera Fase.
3. Si no llegas a tiempo de la Primera Fase, y no obtienes plaza en la Segunda Fase, puedes esperar un año, para solicitar la preinscripción en Primera Fase al curso siguiente.

§ 3.19. LA LÓGICA EN LAS OPOSICIONES

En las oposiciones a Profesorado de Educación Secundaria, en la especialidad de Filosofía, el ejercicio práctico suele ser un dilema ético o un **problema de lógica**.

Ahí tienes una motivación **pragmática**, para aplicarte al **estudio** de esta asignatura con aprovechamiento.

§ 3.20. CUESTIONES

Si no tienes inconveniente, indica si te gustaría ser docente de Filosofía en secundaria algún día, o tienes otros planes.

§ 3.21. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 4

Manuales robustos – Método leprex – Dedicación – Técnicas de estudio

§ 4.1. MANUALES ROBUSTOS

Un buen manual (o libro de texto) debe estar escrito con mimo, y cuidando a su auditorio.

Para ello, hay que tener en cuenta el perfil del **target**, es decir, las personas a las que el manual va dirigido. Y a partir de ahí, hay que hacer un gran esfuerzo para optimizar el canal de comunicación que supone el texto escrito, a fin de facilitar la tarea de aprendizaje.

Más específicamente, vamos a decir que un manual es **robusto*** cuando cumple las siguientes condiciones:

1. El manual sigue un ritmo de explicación bien calibrado en relación a su target (es decir, que el target lo puede entender con fluidez); y además se reajusta periódicamente, a partir de la experiencia acumulada.
2. El conjunto de conceptos introducido por el manual es de tipo Occam (**Occam concept kit***). Ello significa que los conceptos

explicados son los justos — ni uno más, ni uno menos — que se necesitan para introducirse en la materia.

3. El manual no presupone conceptos, conocimientos, ni habilidades, que no sea razonable atribuir al target, en el momento de iniciar la lectura del texto.
4. El manual traza un desarrollo rectilíneo y bien ordenado del aprendizaje de nuevos conceptos, conocimientos y habilidades, para facilitar su asimilación. Ello significa que una cosa va detrás de otra, en la secuencia debida — el manual no “juega al despistado”.
5. El manual está cuajado de ejemplos y ejercicios para afianzar los contenidos, convenientemente escalonados, y con un capítulo aparte de soluciones, allí donde sea relevante.
6. A fin de facilitar la lectura, el manual está redactado mediante frases cortas, párrafos cortos, secciones cortas (numeradas y bien rotuladas), y capítulos cortos (numerados y bien rotulados).
7. Cada frase está escrita con la máxima claridad posible.
8. La maquetación y el diseño han sido cuidados con esmero, pero no buscando el atractivo visual, sino para facilitar el aprendizaje.

§ 4.2. MANUALES ENDEBLES

Hay pocos manuales que resistan el **análisis al microscopio** de las condiciones anteriores. El análisis al microscopio significa que dichas condiciones se cumplan rigurosamente, frase a frase, desde el minuto uno. En la medida en que un manual no satisface esto, diremos que es **endeble***.

La mayoría de libros de texto, en los tres niveles de enseñanza (primaria, secundaria y universitaria), son marcadamente endebles; es decir, que no cumplen los criterios que acabamos de señalar, por muy atractivos que sean visualmente, y muchas ilustraciones que contengan.

A este respecto, hay que tener en cuenta que confeccionar un manual robusto resulta mucho más arduo (exige muchas más horas), que confeccionar un manual endeble sobre la misma materia. Elaborar este manual, por ejemplo, me ha llevado unas 800 horas de trabajo (y otras tantas para logfor2). De hecho, he pausado completamente mi labor de investigación durante dos años, para dedicarme a esta tarea.

§ 4.3. CUESTIONES

1. Indica un libro de texto que hayas tenido (de cualquier asignatura) y que recuerdes como especialmente útil.
2. Indica un aspecto de dicho manual que te parezca encomiable (es decir, digno de elogio).
3. Indica un libro de texto que hayas tenido (de cualquier asignatura) y que te recuerdes como especialmente ineficaz.
4. Indica un aspecto de este último manual que te parezca particularmente desacertado

§ 4.4. EL MÉTODO LEPREX

La metodología docente de esta asignatura ha sido diseñada por mí, y la puse en práctica por primera vez, de forma experimental, en el curso 25.26

El sustrato de esta metodología se basa principalmente en tres pautas:

1. **Estudio guiado:** el aula se concibe como un espacio de estudio guiado, en el cual los estudiantes están en actividad en todo momento, y reparten su tiempo en tres actividades: *leer* un texto, *preguntar* dudas sobre el mismo, y *responder* a un listado de cuestiones planteadas al respecto.

En función de ello, he bautizado esta metodología como **Leo-pre-gunto-respondo*** (abreviadamente, **método Leprex***).

2. **Recompensa:** cada entrega de actividades en el aula es diligentemente evaluada, y computa para la calificación final.

De hecho, **resulta posible aprobar la asignatura solamente por la correcta realización de las actividades en el aula, sin necesidad de presentarse al examen final.**

3. **No lectio:** la tradicional “lectio” o clase magistral (consistente en que el docente imparte lecciones desde el estrado, y el alumnado atiende pasivamente desde sus mesas), está totalmente ausente de esta metodología docente.

De forma puntual, el docente dará explicaciones en la pizarra, pero solo en respuesta a preguntas concretas del alumnado, sobre aspectos del manual o las actividades que no terminen de entender.

§ 4.5. CUESTIONES

Indica si has cursado anteriormente alguna asignatura en la que se aplicaran las pautas organizativas que se acaban de describir, u otras similares.

§ 4.6. MARCO DE APOYO

El éxito de la metodología que acabo de describir se basa principalmente en tres ingredientes:

1. La **teoría del flow** (o *inmersión en la actividad*) de M. Csikszentmihaly. Esta teoría está detrás de la corriente educativa del *flow learning*, y de lo que en psicología deportiva se denomina *estar en la zona*.
2. Un **manual razonablemente robusto**, en el sentido de § 4.1 , y pulimentado cada año en atención a la respuesta del grupo clase.
3. Una **dinámica de grupos estimulante y acogedora**, para lo cual le docente se habrá preparado psicológicamente con ayuda profesional. En mi caso, combino mi **vocación** para la **enseñanza** con los **ideales** de **salud** y **respeto**, y los **hábitos regulares** de **terapia**, **deporte** y **meditación**. Y he trabajado todo ello durante años, bajo la guía psicológica de A. García Atenza, de holos.es.

§ 4.7. OBJETIVOS DEL MÉTODO

A partir de las bases que se acaban de señalar, el método Leprex persigue los siguientes objetivos:

1. Potenciar un ambiente de trabajo activo en el aula, así como un clima de convivencia acogedor.

2. Maximizar la sensación de realización y aprovechamiento del tiempo que pasa cada estudiante en el aula.
3. Maximizar la posibilidad de consultar con le docente, in situ, de manera individual y privada.
4. Maximizar la posibilidad de realizar consultas de modo colectivo, y establecer un diálogo abierto en torno a las mismas.
5. Minimizar el tiempo que cada estudiante debe dedicar al estudio de la asignatura fuera del aula.
6. Proporcionar a le docente una evidencia tangible del esfuerzo que está realizando cada estudiante por asimilar el manual, y de su proceso de aprendizaje.
7. Proporcionar a le docente un feedback masivo sobre la eficacia del manual como herramienta docente.
8. Potenciar el peso de la evaluación a lo largo del curso, reduciendo la carga psicológica del examen final.
9. Maximizar la transparencia del proceso de evaluación.
10. Maximizar el aprendizaje y los resultados académicos.

§ 4.8. **CUESTIONES**

Indica algo que convendría añadir, eliminar, o rectificar — en tu opinión — de los objetivos que se acaban de describir.

§ 4.9. CHARLAS

El método Leprex tiene una continuación natural fuera de la docencia reglada, para la impartición de **charlas** y **conferencias** en general.

Habitualmente, las charlas y conferencias siguen el formato tradicional de la lección magistral:

1. La persona invitada (es decir, **le ponente**) habla la mayor parte del tiempo, mientras el resto escucha. Por tanto, se trata de un formato autoritario y vertical.
2. Durante la charla, no hay opción al diálogo (está mal visto interrumpir).
3. Le ponente no suele suministrar previamente el texto de lo que quiere decir, lo cual hace difícil procesar el mensaje para formular aportaciones eficaces a la propuesta presentada.
4. Al final, se suele abrir un debate, pero es un tiempo breve (en comparación con lo que ha durado la charla), y es difícil concretar el intercambio de ideas, al carecer de un texto donde figure la propuesta por escrito.

§ 4.10. CÍRCULOS

En contraste con la lección magistral, los **círculos*** son una forma de intercambio académico profesional, afín al método Leprex:

1. Previamente a la charla, le ponente suministra un texto a la organización del evento, con las ideas que quiere presentar, claramente redactadas.

2. La organización cuelga dicho texto en una web, a disposición de los posibles asistentes.
3. Si lo considera necesario, le ponente puede proteger su texto, mediante advertencia de copyright y registro previo en alguna web al efecto.
4. El encuentro consiste íntegramente en la discusión del texto entre ponente y asistentes, sección por sección, moderado por una persona nombrada por la organización.

§ 4.11. CUESTIONES

1. Indica una ventaja y una desventaja de los círculos frente a las charlas magistrales, desde el punto de vista de la persona invitada (ponente).
2. Indica una ventaja y una desventaja de los círculos frente a las charlas magistrales, desde el punto de vista de los asistentes al encuentro.

§ 4.12. DEDICACIÓN

El estudio en el aula, por muy bien que aprovechemos el tiempo, **resulta insuficiente**. En la mayoría de los casos, hay que complementar la preparación de esta asignatura mediante horas de estudio fuera del aula.

De hecho, la *Guía docente* de esta asignatura estima que el tiempo de estudio autónomo que hay que dedicar a esta asignatura, además de las clases, es de 90 horas.

A tal efecto, mi **recomendación** es dedicar a esta asignatura de **2 a 4 horas** de estudio **cada semana** lectiva, además de las clases.

Solo así podremos asegurar un buen resultado, especialmente en los controles y en la evaluación final.

§ 4.13. CUESTIONES

Opcionalmente — si no tienes inconveniente — indica cuántas horas a la semana crees que le vas a dedicar al estudio de esta asignatura, aproximadamente.

§ 4.14. TÉCNICAS DE ESTUDIO

Por otra parte, las horas de estudio fuera del aula también tienen que estar bien aprovechadas, para que nos cundan y produzcan el efecto deseado.

Si nuestra técnica de estudio consiste únicamente en subrayar el manual, y releer sus páginas una y otra vez, podemos invertir cientos de horas sin avanzar nada.

Para maximizar las horas dedicadas a esta asignatura fuera del aula, te recomiendo seguir las siguientes **cuatro técnicas de estudio**:

- Micromeditación.
- Lectura y dudas.
- Memorización.
- Ejercicios.

En las siguientes secciones, vamos a explicar en qué consisten cada una de estas técnicas.

§ 4.15. MICROMEDITACIÓN

Esta técnica de estudio consiste en empezar tu sesión de trabajo mediante una **micromeditación de 30 segundos**, para favorecer la relajación nerviosa y la concentración mental:

1. Para realizar este ejercicio, te pones delante un reloj con segundero, o el móvil en función de cuenta atrás.
2. A continuación, durante los 30 segundos que dura el ejercicio, sigues la cuenta mental “1–2–3–4”, asociada tu propia respiración. En la primera inhalación, cuentas “1”; a continuación, al exhalar el aire, cuentas “2”; a continuación, al volver a inhalar, cuentas “3”; a continuación, al volver a exhalar, cuentas “4”. Y así sucesivamente.
3. Durante la realización de este ejercicio, si te asaltan pensamientos de cualquier tipo (cómo la lista de la compra), no te peleas con esos pensamientos. Simplemente, te felicitas por haberte dado cuenta de que te habías ido al pensamiento, y de forma suave, vuelves a la cuenta mental, asociada a tu respiración.

§ 4.16. LECTURA Y DUDAS

La siguiente técnica de estudio consiste en leer el manual y anotar las dudas que te surjan:

1. **Lees** despacio los contenidos del manual que quieres estudiar.

2. **Anotas por escrito todas las dudas** que te surjan.
3. En la primera ocasión propicia, **planteas esas dudas** al profesor, o a alguien de la clase, hasta que las resuelvas.

§ 4.17. MEMORIZACIÓN

La siguiente técnica de estudio consiste en **entrenarte en la memorización de los contenidos teóricos**.

A tal efecto, te recomiendo que tengas en cuenta lo siguiente:

1. Cuando vas a un hospital, quieres que te atienda alguien que tenga la medicina asimilada en su cabeza. No te vale alguien que tenga que ponerse a buscar en un libro, delante de ti, a ver qué es lo que te pasa.
2. De la misma manera, en los controles y exámenes de esta asignatura, tú tendrás que demostrar que has asimilado la materia en tu cabeza.
3. Solo con leer el manual, no entrenas la memoria. Es como si miras las pesas de un gimnasio, sin cogerlas: no haces músculo.
4. Para entrenar el músculo de la memoria, **lee el título de una sección, y explica su contenido en voz alta, sin mirar el manual, de la manera más exacta posible**. Haz esto una y otra vez, hasta que lo vayas reteniendo todo con firmeza.
5. Allí donde veas ocasión, **hazte tus propias reglas nemotécnicas**, con asociaciones de palabras que llamen tu atención.

§ 4.18. CUESTIONES

1. Inventa una regla nemotécnica para recordar que las clases de esta asignatura se reparten en 30 temas, 10 controles y unas 15 juntas.
2. Inventa una regla nemotécnica para recordar de qué se ocupan cada uno de los cuatro apéndices de este manual, tal y como se explicó en § 1.10 .

§ 4.19. EJERCICIOS

La última técnica de estudio que te propongo consiste en **entrenarte en la realización de ejercicios**.

Para ello, te recomiendo que te guíes por las siguientes pautas:

1. Ve al Apéndice 31, y **responde por escrito a los ejercicios de cada sección** que quieras trabajar, **sin mirar las soluciones**.
2. A continuación, **compara minuciosamente tus respuestas con las del Apéndice 32**.
3. Si ves desajustes entre tus respuestas y las soluciones del manual, trata de entender qué ha fallado.
4. Anota las dudas que te surjan, para consultarlas con el profesor o con alguien de la clase, lo antes posible.
5. A continuación, repite esta ronda, de principio a fin: vuelve a responder por escrito a los mismos ejercicios, sin mirar las soluciones, y vuelve a comparar tus respuestas con el Apéndice 32. Y así cíclicamente, hasta que adquieras soltura.

§ 4.20. CUESTIONES

Indica qué se podría modificar — según tu opinión — de las técnicas de estudio que se acaban de describir.

§ 4.21. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 5

Autoconcepto – Desigualdad – Grietas – Publicidad engañosa – Banderas rojas

§ 5.1. AUTOCONCEPTO

El **autoconcepto** es un elemento muy poderoso en la vida de las personas:

1. Un autoconcepto bajo, hace que disminuya mi **motivación** (“no voy a ser capaz de hacerlo”).
2. La escasa motivación, hace que mi **actitud** sea poco aplicada (“para qué le voy a echar horas, si no servirá de nada”).
3. La falta de trabajo, hace que disminuya mi **rendimiento**.
4. El poco rendimiento, me lleva a la obtención de bajos **resultados**.
5. Los bajos resultados redundan en un **juicio externo** negativo, que a su vez refuerza mi bajo autoconcepto.

Podemos resumir este ciclo en el siguiente cuadro:



También una autoestima excesiva puede minar mis posibilidades de éxito. Por ejemplo, si yo me creo tan genial que no necesito esforzarme en aprender cosas nuevas, ello me puede perjudicar seriamente.

W. Quine tuvo un gran reconocimiento en filosofía y lógica, pero se lo curró mucho. Como nos cuenta en su autobiografía, Quine llegó a trabajar hasta 100 horas semanales en algunas etapas de su vida (es decir, 14 horas diarias, de lunes a domingo).

Para ampliar sobre esto, se puede consultar mi curso de *Metodología de la investigación filosófica* (pág. 12 y siguientes). Dicho manual está disponible para libre descarga en

`webs.um.es/picazo`

§ 5.2. CUESTIONES

Indica alguna manera en la que una persona con bajo autoconcepto, y habituada a esforzarse poco, puede iniciar un proceso de cambio.

§ 5.3. SITIO WEB DEL PROFESOR

En la web que acabamos de citar, se pueden consultar también mi **CV** y mis principales **publicaciones**.

§ 5.4. DESIGUALDAD

La lógica formal, como todas las disciplinas académicas, está atravesada por varios **patrones de desigualdad**.

Ello significa que **no todas las personas que viven en una misma época, tienen las mismas oportunidades de contribuir relevantemente a la producción de conocimiento**.

El **género** es uno de los patrones de desigualdad más visibles. Otros patrones de desigualdad son la **etnicidad**, el **lugar de nacimiento**, el **origen cultural** y el **origen socioeconómico**.

En internet, puedes encontrar este artículo:

“El caso Flecha-CREA” (Vicky Bolaños, 2025).

§ 5.5. LENGUAJE INCLUSIVO

En este manual, he optado por el uso de un **lenguaje neutro**, con preferencia por la terminación en “-e”.

Las razones para ello son las siguientes:

1. Elimina el **binarismo de género**, frente a alternativas como “las alumnas y los alumnos”.
2. Simplifica la expresión, frente a esas mismas alternativas.
3. Es fácilmente pronunciable en voz alta, frente a alternativas como “l@s alumn@s” o “lxs alumnxs”.

§ 5.6. CUESTIONES

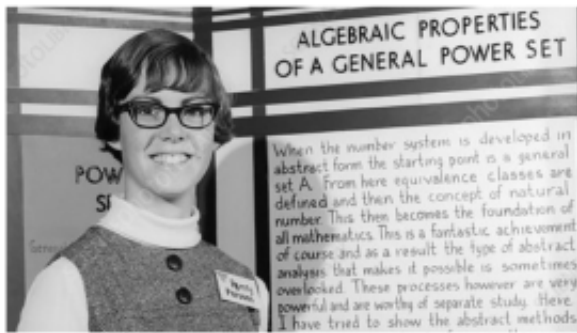
Si lo consideras apropiado, expresa tu opinión sobre el lenguaje inclusivo, en sus diferentes variantes.

§ 5.7. MUJERES DESTACADAS

He aquí algunas mujeres que han contribuido recientemente a la lógica formal y campos limítrofes:



Kati Kish Bar-On (Massachusetts Institute of Technology)



Penelope Maddy
(Univ. of California, Irvine)



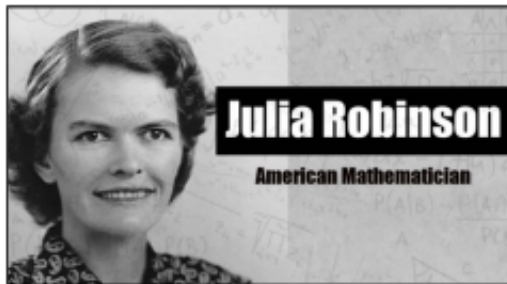
Maria Cerezo
(Univ. Complutense de Madrid)



Kristie Miller
(University of Sydney)



Pilar Beltrán
(Universidad RJC)



Julia Robinson
(Univ. of California, Berkeley)



María Manzano
(Univ. de Salamanca)



Ruth Barcan Marcus
(Yale University)



Susan Haack (Univ. of Miami)

§ 5.8. GRIETAS

Todo el conocimiento humano, incluida la filosofía y la ciencia, contiene grietas y errores:

- Las **grietas** son ideas o concepciones que no terminan de estar claras, y que se van perfeccionando con el tiempo.
- Los **errores** son afirmaciones que la comunidad académica da por ciertas durante un tiempo, pero acaba rechazando después.

Ambas cosas afectan incluso a las matemáticas y a la lógica.

Por todo ello — y porque el autor de este manual es persona, sus opiniones son debatibles, y se puede equivocar — **ninguna de las afirmaciones de este manual se debe tomar como una verdad indiscutible.**

§ 5.9. CUESTIONES

Indica alguna creencia en la historia de la ciencia, que en su momento fue generalmente aceptada, pero hoy en día se considera falsa.

§ 5.10. LA PUNTA DEL ICEBERG

La exposición de contenidos en este manual, incluidas las secciones premium, se realiza a un **nivel introductorio, muy resumido y sumamente facilitado**. A cada paso, hay infinidad de pliegues, matices y desarrollos adicionales, que no se mencionan aquí.

En este sentido, podemos decir que aquí estudiamos solo la **punta del iceberg** de la lógica formal — y una punta muy suavizada y redondeada, para facilitar la tarea.

En manuales de **lógica avanzada**, estos contenidos se exponen de forma muchísimo más densa y completa.

§ 5.11. VARIACIONES

También hay que tener en cuenta que existe mucha variabilidad en los textos de lógica formal, en cuanto a la **notación, terminología y enfoque**.

Ello afecta, por ejemplo, a la elección de los **símbolos lógicos**, a los **cálculos deductivos** y a otros muchos detalles.

Es importante que tengamos esto presente, a la hora de consultar otras exposiciones de la materia.

§ 5.12. CLARIDAD

Por muy facilitado que esté el manual, la asignatura es rica en contenidos, y toca cuestiones complejas. Por consiguiente, es inevitable que surjan **dudas**.

Durante las clases (y en tutorías, etc), se pueden resolver algunas de esas dudas. Pero nunca se pueden terminar de resolver todas las dudas que surgen.

Es inevitable que quede un poso de duda, en cualquier momento del aprendizaje.

Es más: las dudas también me asaltan a mí.

Y las dudas le asaltan a cualquier persona que estudia lógica, o que acomete cualquier reto intelectual — por muy eminente que sea, o por mucha mucha seguridad que aparente.

La empresa del conocimiento es un terreno esencialmente movedizo, en el cual las preguntas no acaban nunca:

**LA CLARIDAD NUNCA ES COMPLETA.
HACEMOS LO QUE PODEMOS.**

Al igual que la felicidad nunca es completa del todo, la perfección nunca es total, etc.

§ 5.13. NORMAS Y CONTRANORMAS

Las **normas de un grupo social** son aquellos valores y patrones de conducta que se les presuponen institucionalmente.

Las **contranormas** son valores y patrones de comportamiento opuestos a las normas reconocidas.

Algunos ejemplos de normas y contranormas, en distintos gremios profesionales, son los siguientes:

- La norma dicta que las personas que se dedican a la política, lo hacen para ayudar a la gente. La contranorma dice que lo hacen por beneficiarse a sí mismas.
- La norma dicta que las personas que se dedican a la enseñanza, lo hacen por vocación de enseñar. La contranorma dice que lo hacen por el sueldo y las vacaciones.
- La norma dicta que las personas que se dedican a la universidad, lo hacen por amor al conocimiento. La contranorma dice que buscan fama y poder.

§ 5.14. CUESTIONES

Pon un ejemplo — si se te ocurre alguno — de norma y contranorma de un grupo social.

§ 5.15. PUBLICIDAD ENGAÑOSA

Una manifestación de la dinámica entre normas y contranormas, es el uso que hacen algunos grupos sociales de la **publicidad engañosa**.

Un grupo social usa publicidad engañosa, cuando se patrocina difundiendo ideas o estereotipos que le benefician, aunque sean falsos o contengan algún engaño.

§ 5.16. ¿LA FILOSOFÍA AYUDA A PENSAR?

Un eslogan muy repetido, en el gremio de profesores de filosofía, es que **la filosofía ayuda a pensar y estimula el espíritu crítico**. Por eso — se dice — es tan importante enseñar filosofía, en los distintos niveles educativos.

Sin embargo, yo nunca he visto concretarse esa idea en algo tangible. Y no conozco ningún **estudio** que **evidencie** que las personas que estudian filosofía **piensan mejor**, o tienen un **espíritu más libre**, que las que estudian cualquier otra cosa.

De hecho, la filosofía académica se dedica en gran medida a producir:

- **Filosofía estrábica***: la cual consiste en **interpretar autores y textos** — en lugar de discutir directamente **propuestas y argumentos filosóficos**, con independencia de quién esté detrás.
- **Filosofía papilla***: la cual consiste en hilar **citas y frases al-tisonantes** — componiendo discursos aparentemente profundos, pero que en realidad no transmiten ninguna idea clara.

No parece que estas actividades estimulen el pensamiento en ningún sentido productivo.

Es más: el eslogan de que “la filosofía ayuda a pensar” se desmiente a sí mismo, precisamente por el poco espíritu crítico con que es acogido por la filosofía académica.

En efecto, si en la filosofía académica hubiera mucha gente pensativa y crítica, entonces pondrían ese eslogan en cuestión. Y se preguntarían cómo sabemos que es cierto, más allá de que **nos interesa que la gente se lo crea**.

§ 5.17. CUESTIONES

Razona si, en tu opinión, el eslogan de que “la filosofía ayuda a pensar” es publicidad engañosa, o constituye una afirmación legítima.

§ 5.18. FILOSOFÍA CABAL

Frente a las prácticas fraudulentas, existe una **filosofía cabal***, que opera desde la integridad y con altura de miras.

Lo distintivo de la filosofía cabal es que, con mejor o peor fortuna, se toma en serio la necesidad de contribuir al conocimiento humano, y al bienestar de la humanidad en su conjunto.

§ 5.19. HORA DE ARREMANGARSE

Las personas que diseñan y fabrican los **móviles**, trabajan **a conciencia** para ofrecer todas las funciones posibles, y que todo funcione perfectamente.

De hecho, si nuestro móvil falla, **no perdonamos**: lo **devolvemos** por otro, o **cambiamos de marca**.

Asimismo, cuando vamos a un **hospital**, queremos que nos atienda una persona **experta**, que haya pasado **filtros exigentes** en cuanto a sus conocimientos médicos. No nos conformamos con que a la persona que nos atiende **le guste curar**: exigimos que **sepa curar**, que es muy distinto.

Del mismo modo, la **filosofía puede y debe arremangarse** para **lidiar** con los **detalles** — como se hace en este manual, aunque sea a un nivel elemental.

Si afrontamos el estudio de la filosofía con una **actitud exigente y rigurosa**, nos prepararemos mejor para nuestro **futuro profesional**.

Y también estaremos contribuyendo a mejorar la **imagen social** de nuestra disciplina — mucho más que si nos limitamos a constatar que **nos gusta el saber**, o que **disfrutamos leyendo textos clásicos**.

§ 5.20. ¿LA LÓGICA AYUDA A RAZONAR?

En el gremio de la lógica formal se baraja a veces otro eslogan, según el cual **la lógica ayuda a razonar**.

Sin embargo, en todos mis años de carrera, yo no he conocido un solo caso de alguien que haya recurrido a la lógica formal, para aclararse con un razonamiento complejo.

Es por eso que, en mi opinión, el eslogan de que “la lógica ayuda a razonar” es tan falso y tan interesado como el anterior.

La lógica formal tiene un interés fundamentalmente **teórico**, como representación abstracta de una cierta habilidad humana. Pero no resulta útil en la **práctica**, ni para **entrenar nuestra habilidad mental**, ni para **ayudarnos** a lidiar **con razonamientos complejos**.

§ 5.21. BANDERAS ROJAS

En 1633, obligaron a Galileo a retractarse de su convicción de que la Tierra no era el centro inmóvil del universo. La amenaza iba en serio: a Giordano Bruno lo habían quemado en la hoguera por lo mismo.

Sin embargo, dice la leyenda que Galileo seguía repitiendo, por lo bajini: “Eppur si muove” (*Y sin embargo, se mueve*).

En este punto, yo también me veo obligado a guardar silencio, por miedo fundado a las consecuencias, si expongo mis convicciones.

§ 5.22. CUESTIONES FIN DE TEMA (VER § 1.18)

Tema 6

Lennat – Uso y mención – Oraciones – Propositiones – Argumentos

§ 6.1. LENNAT

Desde hace miles de años, el ser humano se comunica mediante lenguas articuladas complejas, a las que llamamos **lenguajes naturales**.

Por ejemplo, el castellano, el valenciano, el inglés, el ruso, el quechua central y el chino mandarín, son lenguajes naturales.

A veces, hablamos genéricamente del **lenguaje natural** (abreviadamente, **lennat***) para referirnos de forma indistinta a todos los lenguajes naturales.

Así por ejemplo, decimos que la locución “ceda el paso” pertenece a lennat; mientras que la **señal de ceda el paso** (esto es, el icono triangular que vemos en las carreteras) pertenece a la **señalización vial**.

Del mismo modo, decimos que la **palabra “OK”** pertenece a lennat; mientras que el **emoji de pulgar hacia arriba**, que aparece en los móviles, pertenece al código de **iconos de la comunicación digital**.

§ 6.2. CUESTIONES

1. Indica si la secuencia S.O.S. (compuesta por tres pulsos cortos, tres largos y tres cortos) pertenece a lennat. Si consideras que no pertenece a lennat, indica a qué otro código de comunicación pertenece.
2. Indica si la palabra “help” pertenece a lennat.

§ 6.3. USO Y MENCIÓN

Cuando decimos:

[1] *Coy tiene trescientos habitantes*

estamos **usando** el nombre “Coy”, para referirnos a una pequeña población del campo de Lorca, que así se llama.

Sin embargo, cuando decimos:

[2] *Coy tiene tres letras*

estamos **mencionando** el nombre “Coy”, para hablar del nombre mismo.

En general, **usar una expresión lingüística** es utilizar esa expresión de la manera habitual, para hablar de aquello a lo que esa expresión se refiere.

Mientras que **mencionar una expresión lingüística** es aludir a esa expresión, para hablar de ella misma.

§ 6.4. COMILLAS

A veces, usamos comillas (o cursivas, u otros recursos) para resaltar que una expresión está siendo mencionada, y no usada.

Por ejemplo, cuando decimos:

[3] *Coy es chiquito*

nos estamos refiriendo al **pueblo** de Coy (que, en efecto, es un pueblo pequeño).

Sin embargo, cuando decimos:

[4] “*Coy*” es chiquito

nos estamos refiriendo al **nombre** “Coy” (y, en este caso, estamos diciendo que se trata de un nombre breve).

En § 31.1 hay ejemplos adicionales sobre uso, mención y comillas.

§ 6.5. CUESTIONES

1. Escribe algo sobre la ciudad de Alicante.

2. Indica si, en lo que acabas de escribir, el nombre “Alicante” está siendo usado o mencionado.
3. Escribe algo sobre el nombre “Alicante”. Al hacerlo, usa las comillas como se acaba de explicar en la sección anterior.
4. Indica si, en esta última respuesta, el nombre “Alicante” está siendo usado o mencionado.

§ 6.6. ORACIONES

Una **oración** es una **cadena de palabras** que conforma una **unidad gramatical** y transmite un **sentido completo**.

Un ejemplo es la oración:

[5] “Londres está en Inglaterra”.

Esta es una oración del castellano, compuesta por cuatro palabras, en un orden determinado.

Otro ejemplo es la oración:

[6] “En Inglaterra está Londres”.

Esta oración dice lo mismo que la anterior; pero es una oración **distinta**, porque las palabras aparecen **en un orden diferente**.

Un tercer ejemplo es la oración:

[7] “Londres se encuentra en Inglaterra”.

Esta oración dice lo mismo que las anteriores, pero con **algunas palabras distintas**.

Un cuarto ejemplo es la oración:

[8] “London is in England”.

Esta oración también dice lo mismo que las tres anteriores. Pero es una oración **diferente** a ellas, porque pertenece a **otro lenguaje natural** distinto, y todas sus **palabras** son **distintas**.

§ 6.7. ORACIONES ENUNCIATIVAS

Las oraciones [5], [6], [7] y [8] son **oraciones enunciativas**, porque expresan un hecho.

También hay **oraciones interrogativas** (que preguntan algo) y **oraciones imperativas** (que ordenan algo). Pero en este curso no nos vamos a fijar en tales oraciones. Únicamente pondremos nuestra atención en las oraciones enunciativas.

§ 6.8. CUESTIONES

Pon tres ejemplos de oraciones enunciativas, dos en castellano y la tercera en otro idioma, que expresen un mismo hecho.

§ 6.9. FORMATO PARA MENCIONAR ORACIONES

En este curso, cada vez que **mencionemos una oración**, lo haremos con el siguiente **formato**: la pondremos **entre comillas**, terminada con un punto, y **resaltada en color naranja**. Así lo acabamos de hacer con las oraciones [5]–[8].

Las únicas excepciones a este formato son las oraciones [1], [2], [3] y [4], así como las que aparecen en § 31.1 y § 32.1. En esos casos especiales, reservamos las comillas para resaltar otras expresiones, dentro de las propias oraciones.

§ 6.10. FORMATOS ESPECIALES EN CONTROLES Y EXÁMENES

En los controles y exámenes de esta asignatura, no será visible el color naranja de las oraciones mencionadas, sino solo un fondo gris. Pero sí serán perfectamente visibles las comillas.

Otro tanto cabe decir de los restantes formatos especiales que vamos a establecer a lo largo del manual (en § 6.16, § 6.20, etc). Todos esos formatos se mantendrán en los controles y exámenes de esta asignatura, a excepción del color indicado en cada caso, que se transformará en un fondo gris.

En las contestaciones a las cuestiones de los temas, controles y exámenes, les estudiantes no tendrán que usar ninguno de esos formatos especiales. Bastará con que escriban las cosas en trazo limpio sobre papel blanco, con normalidad.

§ 6.11. PROPOSICIONES

Es obvio que las oraciones [5], [6], [7] y [8] expresan lo mismo, es decir: hacen una misma afirmación.

Pues bien, a la afirmación (o pensamiento) que estas cuatro oraciones expresan, la llamamos **proposición**.

Una proposición es un **objeto abstracto**, consistente en el **pensamiento expresado por una oración enunciativa**.

En resumen:

UNA ORACIÓN ES UNA CADENA DE PALABRAS,
UNA PROPOSICIÓN ES UNA IDEA.
CUANDO HACES UNA AFIRMACIÓN,
LAS PALABRAS QUE EMITES
FORMAN UNA ORACIÓN;
Y EL CONTENIDO QUE TRANSMITES
ES UNA PROPOSICIÓN.

§ 6.12. RECORDATORIOS

En distintos lugares de este manual, aparecen recuadros de texto con los ángulos redondeados, como el que acabamos de ver.

Tales recuadros contienen **recordatorios**, que es **importante memorizar** (ya sea literalmente, o al menos la idea básica que contienen).

En el Apéndice 34 se encontrará un recopilatorio de estos recuadros a memorizar, con la indicación de la sección a la que pertenece cada uno.

§ 6.13. CUESTIONES

Explica con tus propias palabras el contenido del recordatorio de §6.11.

§ 6.14. EJEMPLOS DE ORACIONES Y PROPOSICIONES

En el caso de [5]–[8], vamos a representar de la siguiente manera la proposición que estas cuatro oraciones expresan:

[9] *Londres está en Inglaterra.*

La proposición [9], a diferencia de las oraciones [5]–[8], **no pertenece a ningún lenguaje** en particular, **ni está compuesta por palabras** concretas en un orden. La proposición [9] se puede expresar mediante palabras distintas y oraciones distintas, en muchos lenguajes naturales diferentes.

En § 31.2 hay ejemplos adicionales de oraciones y proposiciones.

§ 6.15. CUESTIONES

1. Indica dos oraciones (una en castellano y otra en otra lengua) que expresen la misma proposición que la oración:

“Los gatos tienen cuatro patas”.

2. Indica dos oraciones (una en castellano y otra en otra lengua) que expresen la misma proposición que la oración:

“En verano hace calor”.

§ 6.16. FORMATO PARA MENCIONAR PROPOSICIONES

En este curso, cada vez que **mencionemos una proposición**, lo haremos con el siguiente **formato**: la pondremos **en cursiva**, **sin**

comillas, terminada en punto, y **resaltada en color lila**. Así lo acabamos de hacer con [9].

Mediante este formato, recalcamos que no estamos hablando de la oración, sino del pensamiento expresado por ella.

La única excepción a este formato es el texto mencionado en § 31.4 y § 32.4.

§ 6.17. ARGUMENTOS

Un **argumento verbal teórico** es un **conjunto de proposiciones** a las que llamamos **premisas**, las cuales se ofrecen **en apoyo de otra proposición**, a la que llamamos **conclusión**.

Además de los argumentos verbales teóricos, existe la **argumentación no verbal** (por ejemplo, mediante el uso de imágenes en una campaña publicitaria). Y también existe la **argumentación práctica**, que es la que nos invita a realizar una determinada acción.

Sin embargo, en este curso no nos vamos a fijar ni en la argumentación no verbal, ni en la argumentación práctica. Únicamente pondremos nuestra atención en los argumentos verbales teóricos.

Por esta razón, a partir de ahora, cuando hablemos de **argumentos** a secas, se entenderá que nos referimos a argumentos verbales teóricos.

§ 6.18. MARCADORES DE CONCLUSIÓN

Las locuciones que se utilizan para introducir la conclusión de un argumento, se llaman **marcadores de conclusión**.

Los principales marcadores de conclusión, en castellano, son:

- **Por tanto**
- **Por lo tanto**
- **Por consiguiente**
- **En consecuencia**
- **Luego**

§ 6.19. CUESTIONES

1. Indica otro marcador de conclusión en castellano. Si no se te ocurre ninguno, busca con tu móvil, en internet: “sinónimos de por lo tanto”.
2. Indica un marcador de conclusión en otra lengua distinta del castellano.

§ 6.20. FORMATO PARA MENCIONAR ARGUMENTOS

En este curso, cada vez que **mencionemos un argumento**, lo haremos con el siguiente **formato**:

1. Pondremos **cada una de las premisas numeradas** (aunque haya una sola), y **en líneas separadas**.
2. A continuación, colocaremos el marcador **“Por lo tanto”** (siempre el mismo, para no variar).

3. Dicho marcador irá **en letras versalitas y sobre fondo gris**.
4. A continuación del marcador, colocaremos la **conclusión, en otra línea separada** también.

Además, dado que las premisas y la conclusión de los argumentos son proposiciones, mencionaremos cada una de ellas con el formato señalado en § 6.16 .

Nuestro primer ejemplo de argumento, mencionado conforme a todas estas pautas, es [10].

§ 6.21. **CUESTIONES FIN DE TEMA** (VER § 1.18)

Tema 7

Consecuencia lógica – Proposiciones indéxicas – Argumentos no deductivos

§ 7.1. LA CONSECUENCIA LÓGICA

La consecuencia lógica es el **concepto** más **central**, más **básico** y más **importante** de toda la **lógica formal**.

Decimos que la **conclusión** es **consecuencia lógica** de las **premisas**, cuando es **totalmente imposible** que las **premisas** sean **verdaderas** y la **conclusión** falsa.

Esto equivale a decir que en cualquier situación en que las premisas sean verdaderas, la conclusión también tiene que ser verdadera.

En resumen:

LA NOCIÓN MÁS ANTOLÓGICA
ES LA CONSECUENCIA LÓGICA:
EN CUALQUIER SITUACIÓN
EN QUE SEAN VERDADERAS LAS PREMISAS,
TAMBIÉN LO ES LA CONCLUSIÓN.

§ 7.2. CUESTIONES

Explica con tus propias palabras el contenido del recordatorio de § 7.1 .

§ 7.3. OTRAS FORMAS DE EXPRESAR LA CONSECUENCIA

La noción consecuencia lógica es tan importante, que hay muchas maneras de expresarla.

En particular, cuando una conclusión es consecuencia lógica de las premisas, decimos también que:

1. La conclusión **se sigue** de las premisas.
2. El paso de las premisas a la conclusión es **lógicamente válido** (o **válido** a secas).
3. El argumento de las premisas a la conclusión es un **argumento deductivo**.

§ 7.4. FORMAS DE EXPRESAR LA NO CONSECUENCIA

Por su parte, cuando la conclusión *no* es consecuencia lógica de las premisas, entonces decimos que:

1. La conclusión **no se sigue** de las premisas.
2. El paso de las premisas a la conclusión es **lógicamente inválido** (o **inválido** a secas).
3. El argumento de las premisas a la conclusión es un **argumento no deductivo**.

§ 7.5. CUESTIONES

Inventa una regla nemotécnica (la mejor que se te ocurra en este momento) para memorizar todas las formas de expresar la consecuencia lógica — incluyendo la propia locución “consecuencia lógica”.

§ 7.6. SI LLUEVE, ME MOJO

Un ejemplo de argumento deductivo es el siguiente:

[10]	(1)	<i>Si llueve, me mojo.</i>	— 1ª PREMISA
	(2)	<i>Llueve.</i>	— 2ª PREMISA
		POR LO TANTO:	— MARCADOR DE CONCL.
		<i>Me mojo.</i>	— CONCLUSIÓN

Nótese que esta caja tiene los ángulos rectos, en lugar de los ángulos redondeados del recordatorio de § 7.1 . Ello es así porque, en este caso, no se trata de un recordatorio que debamos memorizar. Esta caja solo sirve para recoger mejor el argumento, y ayudar a que lo veamos como una unidad.

§ 7.7. RAZONAMIENTO SOBRE EL ARGUMENTO DE LA LLUVIA

Está claro que si las dos premisas de [10] son verdaderas, entonces la conclusión también tiene que ser verdadera.

Por si queda alguna duda, lo razonamos como sigue:

- A lo mejor no es cierto que si llueve me mojo (por ejemplo, porque llevo paraguas).
- A lo mejor no es cierto que llueve.
- Pero **si de hecho sucede que si llueve me mojo, y sucede que llueve, entonces me tengo que mojar sin más remedio.**

Por esta razón, [10] constituye un argumento deductivo.

§ 7.8. PROPOSICIONES INDÉXICAS

Una **proposición indéxica** es aquella cuyo **contexto de referencia** necesitamos **conocer** para **entenderla completamente**.

Por ejemplo, la proposición

Londres está en Inglaterra.

no es indéxica, porque se puede entender perfectamente sin tener en cuenta el contexto de referencia.

Sin embargo, las tres proposiciones del argumento [10] **dependen mucho** del contexto en el cual las pensemos:

Si llueve, me mojo.

Llueve.

Me mojo.

En efecto, para entender completamente estas tres proposiciones, necesitamos saber a qué **momento**, a qué **lugar**, y a qué **persona** se refieren: puede ser que hoy llueva, y mañana no; una persona puede llevar paraguas para no mojarse, mientras que otra lo no lleva; etc.

Por eso decimos que estas tres proposiciones son indécicas.

§ 7.9. ARGUMENTOS CON PROPOSICIONES INDÉXICAS

En argumentos cuyas premisas o conclusión son proposiciones indécicas, **presuponemos** que todas ellas **se refieren** a un mismo **contexto**, a lo largo del **argumento**.

Así por ejemplo, en [10] no sabemos a qué momento ni a qué persona nos estamos refiriendo. Pero sí sabemos que tiene que ser un mismo momento, y una misma persona, en las dos premisas y conclusión.

§ 7.10. LLUEVE Y HACE FRÍO

Otro ejemplo de argumento deductivo es el siguiente:

- | | |
|------|--------------------------------|
| [11] | (1) <i>Llueve y hace frío.</i> |
| | POR LO TANTO: |
| | <i>Hace frío.</i> |

Este argumento tiene una sola premisa, a continuación de la cual viene la conclusión. Evidentemente, también es un argumento deductivo: si de hecho llueve y hace frío (en un determinado momento y lugar), entonces hace frío (en ese momento y lugar), sin más remedio.

§ 7.11. SÓCRATES ES MORTAL

He aquí un tercer ejemplo de argumento deductivo:

- | | |
|------|--|
| [12] | (1) <i>Todos los seres humanos son mortales.</i> |
| | (2) <i>Sócrates es un ser humano.</i> |
| | POR LO TANTO: |
| | <i>Sócrates es mortal.</i> |

Como vemos, este argumento consta de dos premisas y conclusión. Y también es obvio que se trata de un argumento deductivo.

En efecto, si de hecho sucede que todos los seres humanos son mortales, y de hecho sucede que Sócrates es un ser humano, entonces Sócrates tiene que ser mortal. No hay escapatoria posible.

En definitiva, en ninguno de los argumentos [10], [11] y [12], es posible una situación en que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

Por eso decimos que la conclusión, en cada uno de estos tres casos, es consecuencia lógica de las premisas. Y por eso decimos que esos tres argumentos son deductivos.

§ 7.12. CUESTIONES

1. Pon dos ejemplos de argumentos deductivos.
2. Respecto a cada uno de los ejemplos propuestos, explica lo mejor que sepas por qué es imposible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión sea falsa.

§ 7.13. ARGUMENTOS NO DEDUCTIVOS

Como ya hemos dicho, un **argumento no deductivo** es aquel cuya conclusión *no* es consecuencia lógica de las premisas.

Puesto en otras palabras: un argumento es no deductivo cuando existe alguna situación posible (aunque sea poco probable), en la que sus premisas son verdaderas y su conclusión falsa.

§ 7.14. EL ARMA ESTABA EN SU PODER

Un ejemplo de **argumento no deductivo**, es el siguiente:

- [13]
- | |
|--|
| <p>(1) <i>El arma estaba en su poder.</i></p> <p>(2) <i>No tiene coartada.</i></p> <p>POR LO TANTO:</p> <p><i>Es culpable.</i></p> |
|--|

En este caso, aunque las premisas hacen bastante probable la conclusión, hay una posibilidad de que las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa.

En efecto, podría tratarse de una casualidad, o de una trampa. Y por tanto, la persona podría ser inocente, a pesar de tener el arma en su poder y no tener coartada.

Por esta razón, la conclusión de [13] *no* es consecuencia lógica de las premisas. Y ello lo convierte en un argumento *no* deductivo.

§ 7.15. FUMA MUCHO

Otro ejemplo de argumento no deductivo es el siguiente:

[14]

(1)

Fuma mucho.

POR LO TANTO:

Contraerá cáncer.

Evidentemente, [14] *tampoco* es un argumento deductivo.

La razón es que fumar aumenta significativamente las probabilidades de contraer cáncer; pero es *posible* fumar (incluso durante muchos años) sin contraer cáncer alguno.

Por lo tanto, la conclusión de [14] no es consecuencia lógica de su premisa. Y ello lo convierte en un argumento no deductivo.

En § 31.3 hay ejemplos adicionales de argumentos deductivos y no deductivos.

§ 7.16. CUESTIONES

1. Pon dos ejemplos de argumentos no deductivos.
2. Respecto a cada uno de los ejemplos propuestos, explica lo mejor que sepas por qué es *posible* que sus premisas sean verdaderas y su conclusión sea falsa.

§ 7.17. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 8

La lógica formal – Sistemas lógicos – Bivalencia – Formalización

§ 8.1. LA LÓGICA FORMAL

La **lógica formal** es la ciencia que estudia la relación de consecuencia lógica y los argumentos deductivos.

Esta ciencia tiene tres nombres, que son esencialmente sinónimos:

- **Lógica formal.**
- **Lógica simbólica.**
- **Lógica matemática.**

Estas tres denominaciones corresponden a una misma rama del conocimiento humano, que es la que estamos estudiando aquí.

§ 8.2. CUESTIONES

Inventa una regla nemotécnica (la mejor que se te ocurra en este momento) para memorizar las tres denominaciones de la lógica formal.

§ 8.3. APLICACIONES DE LA LÓGICA FORMAL

La lógica formal tiene aplicaciones en:

- **Filosofía**
- **Matemáticas**
- **Informática**
- **Lingüística**

Dentro de la Filosofía, la lógica formal es particularmente relevante en **Teoría de la argumentación**, **Filosofía del lenguaje** y **Filosofía de la ciencia**.

Actualmente, esta disciplina se enseña y se investiga en facultades universitarias de Filosofía, Matemáticas e Informática.

§ 8.4. SISTEMAS LÓGICOS

La lógica formal aborda su objeto de estudio mediante unas herramientas que se conocen como **sistemas lógicos**.

Cada sistema lógico constituye una **aproximación** a la relación de consecuencia lógica, en algún **aspecto** de la misma, o en algún **contexto** de **aplicación**.

§ 8.5. ELEMENTOS DE LOS SISTEMAS LÓGICOS

Todo sistema lógico se compone de cuatro elementos:

1. Un **lenguaje lógico-formal**.
2. Una **interpretación formal**, definida para ese lenguaje.
3. Uno o varios **cálculos deductivos**.
4. Una **metateoría**, en la que se estudian las propiedades de los elementos anteriores.

Es importante recordar esa estructura:

$$\text{SISTEMA LÓGICO} = \\ \text{LENGUAJE} + \text{INTERPRETACIÓN} + \text{CÁLCULOS} + \text{METATEORÍA}$$

§ 8.6. CUESTIONES

Inventa una regla nemotécnica (la mejor que se te ocurra en este momento) para memorizar los cuatro elementos de un sistema lógico.

§ 8.7. LA LÓGICA DE PRIMER ORDEN

Actualmente, el principal sistema lógico que conocemos es la llamada **lógica de predicados de primer orden clásica con identidad** (abreviadamente, **lógica de primer orden**, o **logprim***).

La lógica de primer orden es el **paradigma** de la **lógica formal** en nuestros días. En otras palabras: es su teoría **central**, y la que más **acuerdo** suscita.

Estudiaremos lógica de primer orden en la asignatura **Lógica Formal II** (abreviadamente, **logfor2***).

§ 8.8. LA LÓGICA PROPOSICIONAL

El sistema lógico que vamos a estudiar en esta asignatura se llama **lógica proposicional clásica** (abreviadamente, **lógica proposicional**, o **logprop***).

La lógica proposicional es un **fragmento** de la **lógica de primer orden**. Ello significa que es un subsistema suyo, simplificado en varios aspectos.

De hecho, la lógica proposicional nos servirá como iniciación para el estudio de lógica de primer orden en logfor2.

§ 8.9. ALCANCE Y LÍMITES DE LOGPROP

Como veremos en § 17.8 y § 17.10 (3), logprop es **suficiente** para **explicar** la relación de consecuencia lógica de los argumentos [10] y [11].

Sin embargo, logprop es **insuficiente** para explicar la relación de consecuencia lógica de [12]. Para explicar ese argumento, necesitamos acudir a logprim, como veremos en logfor2.

§ 8.10. PANORAMA DE LA ASIGNATURA

En esta asignatura, a lo largo de los temas 9–15, estudiaremos el lenguaje formal de la lógica proposicional, y su correspondencia con las proposiciones del lenguaje natural cuya estructura lógica representa.

A lo largo de los temas 16–19, estudiaremos la principal interpretación formal para ese lenguaje, que es la que corresponde a la lógica proposicional clásica.

A continuación, dedicaremos los temas 20–28 a explorar dos cálculos deductivos de la lógica proposicional.

Por último, en los temas 29–30 abordaremos las principales propiedades metateóricas del sistema entero, y otras cuestiones finales.

§ 8.11. VALORES DE VERDAD

A la verdad y la falsedad les llamamos, conjuntamente, **valores de verdad**.

Como hemos visto en § 7.1, la referencia a estas dos nociones es absolutamente básica para la lógica formal. Y por eso conviene tener abreviaturas para las mismas, que nos permitan referirnos a ellas con comodidad:

W = verdad

F = falsedad

§ 8.12. BIVALENCIA

Tanto la lógica proposicional clásica, como la lógica de primer orden clásica, son **bivalentes**. Ello significa que **solo contemplan que las proposiciones puedan ser verdaderas o falsas**. No admiten otra posibilidad.

Hay sistemas de lógica que contemplan otros valores de verdad. Por ejemplo, la llamada **lógica borrosa**, admite que una proposición pueda ser **verdadera al 75 %**. Pero esos sistemas tienen escollos importantes, y no los estudiaremos aquí.

En resumen:

EN LÓGICA BIVALENTE
HAY DOS VALORES DE VERDAD:
LA VERDAD Y LA FALSEDAD.
EL RESTO, ES INDIFERENTE.

§ 8.13. CUESTIONES

Explica con tus propias palabras el contenido del recordatorio precedente.

§ 8.14. ASUNTOS AJENOS A LA LÓGICA FORMAL

Hay asuntos que la lógica formal tiene que dejar de lado, para centrarse en la relación de consecuencia.

En particular, son **asuntos ajenos a la lógica formal**:

1. La **naturaleza misma** de la **verdad** y la **falsedad**.
2. La cuestión de si una **proposición** (mencionada como premisa o conclusión de un argumento) es **verdadera** o **falsa de hecho**.
3. El **procedimiento** mediante el cual **comprobamos** si una **proposición** (mencionada como premisa o conclusión de un argumento) es **verdadera** o **falsa**.

Es importante dejar de lado esos tres asuntos, para que no distraigan nuestra atención:

QUÉ ES EN EL FONDO LA VERDAD,
SI ALGO ES VERDAD DE HECHO,
O CÓMO COMPROBARLO,
NOS INTERESA MUY POCO:
NO ES AHÍ DONDE PONEMOS EL FOCO.

§ 8.15. CUESTIONES

Explica con tus propias palabras el contenido del recordatorio precedente.

§ 8.16. LENGUAJES LÓGICO-FORMALES

Un **lenguaje lógico-formal** es un lenguaje **artificial**, diseñado con dos objetivos:

1. **Representar** la **estructura lógica** de las **proposiciones**.
2. Ayudarnos a **explicar** la relación de **consecuencia lógica** entre unas proposiciones y otras.

§ 8.17. SÍMBOLOS BÁSICOS Y FÓRMULAS

Todos los lenguajes lógicos se componen de un conjunto de **símbolos básicos** llamado **alfabeto**, más unas **reglas de formación** de **fórmulas**.

Cada una de las fórmulas representa una determinada estructura lógica, que puede estar a la base de muchas proposiciones.

§ 8.18. FORMALIZACIÓN

La **formalización** es la **representación** de la estructura lógica de una **proposición**, mediante una **fórmula**.

Mirando a simple vista nuestra piel, es difícil imaginarse la estructura de huesos que tenemos dentro del cuerpo. Sin embargo, esos huesos son muy importantes: gracias a ellos podemos ponernos de pie, caminar, etc.

Cuando nos hacemos una radiografía, vemos una imagen de nuestros huesos, en blanco sobre fondo negro.

Pues bien, los lenguajes lógicos hacen las veces de **máquinas de rayos X**, que **radiografían** la estructura lógica de las proposiciones, para sacarla a la luz.

Y las fórmulas son las imágenes que obtenemos al aplicar uno de esos lenguajes.

En resumen:

**FORMALIZAR UNA PROPOSICIÓN
ES HACER, CON PRIMOR,
UNA RADIOGRAFÍA LÓGICA
DE SU ESTRUCTURA INTERIOR.**

§ 8.19. VARIANTES DE FORMALIZACIÓN EN DISTINTOS SISTEMAS

Como dijimos en § 8.4, cada sistema lógico aborda la relación de consecuencia bajo algún aspecto concreto.

Pues bien, el **lenguaje** de cada **sistema** representará la estructura de las proposiciones, de la manera más **conveniente** a ese sistema. Es decir, lo representará de la manera que mejor permita explicar el aspecto de la relación de consecuencia abordado en ese sistema.

Del mismo modo, existen máquinas de rayos de distintos tipos, así como escáneres, ecografías, etc. Y cada una de estas máquinas proporciona imágenes distintas del interior del cuerpo, según lo que se busque en cada caso.

§ 8.20. CUESTIONES

Indica alguna otra máquina que se use en medicina para obtener imágenes del interior del cuerpo humano, diferente a las de rayos X, escáneres y ecografías. Si no la conoces, busca con tu móvil, en internet: “máquinas para obtener imágenes del interior del cuerpo”.

§ 8.21. VARIANTES DE FORMALIZACIÓN DENTRO DE UN SISTEMA

Además, incluso usando un mismo sistema podemos obtener fórmulas distintas.

En concreto, los siguientes factores pueden dar lugar a distintas variantes de formalización de una proposición, dentro de un mismo sistema lógico:

1. El **grado de precisión** que busquemos en la formalización.
2. El **argumento** que estemos intentando analizar.
3. La forma de **interpretar** la proposición, que a veces resulta ser **resbaladiza** y **discutible**.

Del mismo modo, dos radiografías de una misma parte del cuerpo pueden ser distintas, dependiendo del ángulo de inclinación.

§ 8.22. LA LÓGICA NO ES UNA CIENCIA EXACTA

La medicina no es una **ciencia exacta**, y la lógica tampoco. Ninguna de las dos dan respuestas **universalmente verdaderas**, sino solo **aproximaciones útiles** — y a veces, controvertidas — a cada caso concreto.

Además, la tarea de formalización es la **menos sistemática** y la que **más problemas plantea** de toda la lógica formal.

Ello es así porque **no existe un método** que nos indique cómo debemos formalizar las proposiciones del lenguaje natural, en ningún sistema lógico. Aprendemos a formalizar de manera **intuitiva**, a través de **ejemplos**, **guías parciales** y **explicaciones dispersas**.

La imagen de la lógica como una ciencia exacta e incontrovertible es una deformación: es una exageración de sus virtudes, sin atender a sus limitaciones.

§ 8.23. ¿QUÉ SE PIERDE EN LA FORMALIZACIÓN?

En una radiografía se ven muy bien los huesos; pero a cambio, resulta invisible todo lo demás. Si en un formulario donde nos piden una foto de carnet, colocamos una imagen de rayos X de nuestro cráneo en vista frontal, parecerá una broma de mal gusto.

Del mismo modo, al formalizar una proposición, se pierden muchas cosas.

Concretamente, al **formalizar** una **proposición**, se **pierden** dos **elementos principales**:

1. El **contenido** de la proposición.

En efecto, al formalizar una proposición, se pierde el tema concreto del que habla esa proposición. Una vez que traducimos la proposición a una fórmula, ya no se ve si la proposición hablaba de Londres, o de la lluvia, etc.

2. Otros **aspectos opacos*** a la formalización.

Al formalizar una proposición, se pierden otros aspectos de la proposición que son necesarios para entenderla del todo, pero que tampoco aparecen reflejados en las fórmulas del sistema en cuestión. A partir de § 10.13, iremos señalando los principales aspectos opacos de las proposiciones de lennat respecto de nuestro lenguaje formal.

§ 8.24. **CUESTIONES FIN DE TEMA**

(VER § 1.18)

Tema 9

Lenprop – Simprops - Proposiciones atómicas y complejas - La negación material

§ 9.1. LENPROP

El lenguaje lógico-formal que vamos a estudiar en este curso es el llamado **lenguaje de la lógica proposicional clásica** (abreviadamente, **lenprop***).

En este curso, vamos a colocar los símbolos y fórmulas de lenprop sobre un fondo en verde manzana, para que resalten más — como resaltan los huesos en las radiografías.

§ 9.2. SIMPROPS

Los primeros símbolos del alfabeto de lenprop son los llamados **símbolos proposicionales** (abreviadamente, **simprops***).

Concretamente, los simprops de nuestro lenguaje son los siguientes:

SIMPROPS DE NUESTRO LENGUAJE FORMAL				
P	Q	R	S	T
P₁	P₂	P₃	...	

Como vemos, hay una primera fila con cinco simprops, cada uno de los cuales consiste en una letra mayúscula: “P”, “Q”, “R”, “S” y “T”, escritas con una grafía gruesa y resaltadas sobre verde manzana.

A continuación, en la segunda fila, empieza una serie de simprops compuestos por la letra “P”, seguida por un numerito. A dicho numerito se le llama **subíndice**.

Los simprops con subíndice se leen de la siguiente manera: “**pe sub uno**”, “**pe sub dos**”, “**pe sub tres**”, y así sucesivamente.

Los simprops con subíndice no se acaban nunca (son infinitos). Así tenemos tantos simprops como podamos necesitar, en cualquier circunstancia.

§ 9.3. CUESTIONES

Inventa una regla nemotécnica (la mejor que se te ocurra en este momento) para recordar cuáles son los simprops.

§ 9.4. FÓRMULAS ATÓMICAS Y COMPLEJAS

La **Regla 1** de **formación** de **fórmulas** de lenprop, dice lo siguiente: **cualquier simprop**, cuando está **solo**, constituye una **fórmula atómica**.

Más adelante introduciremos diversas reglas para formar otras fórmulas de lenprop, a las cuales llamaremos **fórmulas complejas**.

§ 9.5. PROPOSICIONES ATÓMICAS Y COMPLEJAS

Llamaremos **proposiciones atómicas** a aquellas proposiciones cuya estructura interna no se puede **descomponer** en distintas **partes** mediante lenprop. Estas proposiciones las representaremos mediante simprops.

Al resto de proposiciones las llamaremos **proposiciones complejas**. Estas proposiciones las representaremos mediante **fórmulas complejas** de nuestro lenguaje formal.

Enseguida veremos ejemplos de todo esto.

§ 9.6. PROPOSICIONES ATÓMICAS Y COMPLEJAS EN LOGFOR2

En logfor2, introduciremos el lenguaje de la lógica de primer orden, que es bastante más sofisticado que el nuestro. Ese lenguaje nos permitirá analizar internamente algunas de las proposiciones que aquí aparecen como proposiciones atómicas.

En consecuencia, algunas de las proposiciones que son **atómicas**

en **logfor1**, serán **complejas** en **logfor2**. Pero durante este curso no tenemos que preocuparnos por ello.

§ 9.7. CLAVES

Una **clave de formalización** (abreviadamente, **clave***) es una **asignación** de **proposiciones atómicas** a **simprops**.

Para confeccionar una clave, colocaremos cada proposición, seguida por el **simprop** que le corresponde.

§ 9.8. EJEMPLO DE CLAVE

He aquí una clave para todas las proposiciones atómicas mencionadas en el manual hasta este momento, por su orden de aparición:

Clave:		
[15]	<i>Londres está en Inglaterra.</i>	P
	<i>Llueve.</i>	Q
	<i>Me mojo.</i>	R
	<i>Hace frío.</i>	S
	<i>Todos los seres humanos son mortales.</i>	T
	<i>Sócrates es un ser humano.</i>	P₁
	<i>Sócrates es mortal.</i>	P₂
	<i>El arma estaba en su poder.</i>	P₃
	<i>No tiene coartada.</i>	P₄
	<i>Es culpable.</i>	P₅
	<i>Fuma mucho.</i>	P₆
	<i>Contraerá cáncer.</i>	P₇

En § 31.4 hay ejemplos adicionales de claves.

§ 9.9. CUESTIONES

Da una clave diferente para siete de las proposiciones mencionadas en [15] (las que tú elijas). En dicha clave, a cada proposición le ha de corresponder una simprop distinta de la que se le asigna en [15].

§ 9.10. CÓDIGOS POSTALES

En muchos formularios, de internet y en papel, tenemos que especificar nuestro **código postal**.

El código postal se suele abreviar **CP**. Pero obviamente, las letras “CP” no son el código postal de nadie, al menos en España. En España, el código postal es un número de cinco cifras.

En un buen formulario de internet para España, si pongo el código postal 30820, me remitirá a la población de Alcantarilla (Murcia).

Pero si pongo las letras CP como código postal, entonces el formulario no funcionará: el formulario dará error, porque “CP” no es el código postal de ninguna dirección en España.

§ 9.11. VARIABLES METALINGÜÍSTICAS

Análogamente, a veces necesitamos referirnos a **un simprop cualquiera**, pero no a ninguno en particular. En tal caso, pondremos:

[16] Sea **A** un simprop cualquiera.

Nótese que **la letra A** no está entre los **simprops de lenprop**.

Y precisamente por eso, la podemos usar para representar un simprop **cualquiera**, sin especificar ninguno en concreto. Al igual que CP representa un código postal cualquiera, sin ser el código postal de nadie en particular.

Cuando la letra **A** desempeña esta función, decimos que está actuando como **variable metalingüística**. Otras variables metalingüísticas que usaremos en este curso son las letras **B** y **C**.

En algunas ocasiones, usaremos estas variables metalingüísticas para representar un **simprop** cualquiera. En otras ocasiones, las usaremos para representar **una fórmula cualquiera**, o **una fórmula de determinadas características**.

Para evitar malentendidos, cada vez que introduzcamos una variable metalingüística, especificaremos qué representa en esa ocasión. Así lo hemos hecho en [16], al especificar que **A** era un **simprop** cualquiera.

§ 9.12. CUESTIONES

Indica si sería posible, en tu opinión, usar la letra **T** como variable metalingüística en este curso. Razona tu respuesta.

§ 9.13. PROPOSICIONES NEGATIVAS

Una **proposición negativa** es aquella que niega otra proposición, a la cual llamamos **proposición negada**.

Por ejemplo, si negamos la proposición [9]:

Londres está en Inglaterra.

obtenemos la proposición:

[17] *Londres no está en Inglaterra.*

[17] es una proposición negativa, y [9] es la proposición negada en ella.

Por su parte, si negamos la proposición:

[18] *Llueve.*

obtenemos la proposición:

[19] *No llueve.*

[19] es una proposición negativa, y [18] es la proposición negada en ella.

§ 9.14. CUESTIONES

1. Pon un ejemplo de proposición negativa.
2. Indica cuál es la proposición negada en dicha proposición.

§ 9.15. LA NEGACIÓN MATERIAL

A la operación lógica que subyace a las proposiciones negativas la llamamos **negación material**.

Para representar la negación material, usaremos otro símbolo de nuestro alfabeto, que tiene forma de **ganzúa**, y se llama **símbolo de negación**:



Este símbolo (leído “**no**”) es el correlato, dentro de lenprop, de la negación en el lenguaje natural.

§ 9.16. NEGACIONES DE SIMPROPS

En virtud de una **regla** que estudiaremos en § 15.1, el **símbolo de negación** se puede **anteponer** a cualquier **simprop**, dando lugar a nuestros primeros ejemplos de **fórmulas complejas**:

[20] $\neg P$ $\neg Q$ $\neg R$ $\neg S$ $\neg T$ $\neg P_1$ $\neg P_2$...

Estas fórmulas se leen de la manera siguiente

- $\neg P$ se lee “no pe”;
- $\neg Q$ se lee “no cu”;
- $\neg P_1$ se lee “no pe sub uno”;

etc.

A todas estas fórmulas las llamamos **fórmulas de negación** (abreviadamente, **negaciones**).

Y en particular, decimos que:

- $\neg P$ es la negación de P ;
- $\neg Q$ es la negación de Q ;
- la $\neg P_1$ es la negación de P_1 ;

etc.

En § 31.5 hay ejemplos adicionales de negaciones de simprops.

§ 9.17. CUESTIONES

1. Indica cómo se lee la fórmula $\neg P_7$.
2. Indica de qué fórmula es negación la fórmula $\neg P_7$. Escribe así tu respuesta: “La fórmula $\neg P_1$ es la negación de ...” (y pones la fórmula que corresponda, en lugar de los puntos suspensivos).

§ 9.18. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 10

Tablas de verdad – Pasos en la formalización – Grados de fuerza de la negación

§ 10.1. TABLAS DE VERDAD

Una **tabla de verdad** es un cuadro con filas y columnas, que refleja el modo en que el valor de verdad de los símpropos determina el de las fórmulas complejas.

Las tablas de verdad de este manual siguen estas pautas:

1. Las filas aparecen **numeradas**.
2. Las letras **V** y **F** se colocan en las columnas **iniciales** siempre en el **mismo orden** — el que aparece en los ejemplos del manual.

Estas pautas son de obligado seguimiento en todas tablas de verdad que confecciones en tus respuestas a temas, controles y exámenes.

§ 10.2. TABLA DE VERDAD DE LA NEGACIÓN

La mejor manera de explicar el **funcionamiento de la negación material** es mediante una tabla de verdad.

En concreto, si **A** es **cualquier simprop**, entonces tenemos:

[21]

	A	¬A
1	V	F
2	F	V

Como vemos, si **A** es verdadera, entonces **¬A** es falsa. Y al revés.

Además de ser nuestra primera tabla de verdad, [21] es un importante recordatorio que debemos memorizar. Por eso, su borde exterior tiene los ángulos redondeados.

§ 10.3. TABLAS BÁSICAS Y TABLAS APLICADAS

De la tabla de verdad [21] decimos que es una **tabla básica***, porque la hemos utilizado para **definir la negación material**.

Por esta razón, en dicha tabla **A** es cualquier simprop, pero no es ninguno en particular.

Cuando aplicamos una tabla básica a un simprop o simprops concretos, obtenemos una **tabla aplicada***.

§ 10.4. EJEMPLO DE TABLA APLICADA DE LA NEGACIÓN

Un ejemplo de tabla de verdad aplicada de la negación, para un simprop concreto (en particular, para **P**), es el siguiente:

[22]

	P	¬P
1	V	F
2	F	V

[22] no es un recordatorio (no tenemos que memorizarlo). Por eso, los ángulos de su recuadro exterior son rectos.

§ 10.5. CUESTIONES

Construye una tabla de verdad de la negación para **Q**, a imitación de la tabla precedente.

§ 10.6. PASOS EN LA FORMALIZACIÓN DE PROPOSICIONES

Para formalizar una o varias proposiciones, llevamos a cabo los siguientes pasos:

1. Abrimos un primer apartado, titulado **Clave**, en el que asignamos simprops a todas las **proposiciones atómicas** que aparezcan en la proposición que queremos formalizar.
2. A continuación, abrimos un segundo apartado titulado **Formalización**, en el que vamos poniendo las proposiciones que queremos formalizar, seguidas por la **fórmula** que representa cada una, a partir de esa clave.

Poco a poco, iremos aprendiendo a hacer esto.

§ 10.7. LONDRES NO ESTÁ EN INGLATERRA

Como primer ejemplo de formalización, vamos a fijarnos en la proposición:

[23] *Londres no está en Inglaterra.*

Esta proposición nos puede resultar algo chocante, puesto que es falsa.

Sin embargo, como dijimos en § 8.14, la lógica formal no se interesa por el hecho de si las proposiciones que analiza son verdaderas o falsas. Lo único que le interesa es su estructura lógica, y las relaciones entre unas proposiciones y otras.

Dicho esto, procedemos a formalizar [23], siguiendo los pasos indicados en § 10.6 :

[24]	Clave:	
	<i>Londres está en Inglaterra.</i>	P
	Formalización:	
	<i>Londres no está en Inglaterra.</i>	$\neg P$

§ 10.8. NO LLUEVE

A continuación, vamos a formalizar otra proposición negativa, también sencilla:

[25] *No llueve.*

Siguiendo los pasos indicados, podemos poner, por ejemplo:

[26]

Clave:	
<i>Llueve.</i>	Q
Formalización:	
<i>No llueve.</i>	¬Q

§ 10.9. ELECCIÓN DE SIMPROPS

No hay nada que nos obligue a representar la proposición

Londres está en Inglaterra.

mediante la simprop **P**.

Tampoco hay nada que nos obligue a representar la proposición

Llueve.

mediante la simprop **Q**.

De hecho, en cada clave podemos asignar a cada proposición atómica el simprop que queramos, siempre que a las otras proposiciones atómicas les asignemos simprops distintos, y que el resto de la formalización sea coherente.

En § 31.6 hay ejemplos adicionales de formalización de proposiciones diversas.

§ 10.10. CUESTIONES

Formaliza la proposición:

Sócrates no es un ser humano.

§ 10.11. ANTÓNIMOS COMPLEMENTARIOS

Dos adjetivos son **antónimos complementarios** cuando uno **equivale** enteramente a la **negación** del **otro**.

Así por ejemplo, decir de una persona que **está enferma**, equivale a decir que **no está sana**; y viceversa.

En estos casos, utilizamos la negación material para reflejar la **oposición** entre las **proposiciones** correspondientes.

Por ejemplo, consideremos esta pareja de proposiciones:

- [27]

<i>Juan está sano.</i>
<i>Juan está enfermo.</i>

Pues bien, para formalizar estas dos proposiciones bajo una misma clave, asignaremos un simprop a una de ellas, y su negación a la otra:

- [28]

Clave:	
<i>Juan está sano.</i>	P
Formalización:	
<i>Juan está enfermo.</i>	¬ P

§ 10.12. CUESTIONES

Formaliza estas dos proposiciones bajo una misma clave:

El móvil está encendido.

El móvil está apagado.

§ 10.13. EL GRADO DE FUERZA EN LA NEGACIÓN

Debajo del muslo, que es blandito y con mucha carne, tenemos el fémur, que es un hueso pelado y duro.

Del mismo modo, la negación material es el **hueso lógico** que subyace a las proposiciones negativas. Pero hay muchas cosas de estas proposiciones — mucha *carne*, por así decirlo — que queda fuera del hueso de la negación material.

Concretamente, el principal **aspecto opaco** de las proposiciones negativas es el **grado de fuerza** de la negación.

En efecto, hay algunas proposiciones negativas que expresan la negación con cierto grado de fuerza, que puede ser mayor o menor. Pues bien, este aspecto desaparece completamente al formalizar tales proposiciones en lenprop.

§ 10.14. NO LLUEVE POR POCO

Por ejemplo, en un día despejado y con el sol radiante, podemos afirmar:

[29] *No llueve en absoluto.*

Mientras que en otro momento en el que el cielo está encapotado, y con mucha humedad en el ambiente, podemos afirmar:

[30] *No llueve por poco.*

Pues bien, la formalización de estas dos proposiciones es idéntica:

[31]	Clave:	
	<i>Llueve.</i>	Q
	Formalización:	
	<i>No llueve en absoluto.</i>	$\neg Q$
	<i>No llueve por poco.</i>	$\neg Q$

Como vemos, la diferencia en cuanto al grado de fuerza de la negación expresado en [29] y [30], desaparece completamente al formalizar ambas proposiciones como **$\neg Q$** .

§ 10.15. NO ES VERANO POR POCO

Otro ejemplo del mismo fenómeno, es el siguiente.

Supongamos que, el 15 de enero, alguien nos pregunta si es verano. Y contestamos:

[32] *No es verano en absoluto.*

Cinco meses después (es decir, el 15 de junio) nos lo vuelven a preguntar. Y entonces respondemos:

[33] *No es verano por poco.*

Pues bien, la formalización de esas dos proposiciones también es idéntica:

[34]	Clave:	
	<i>Es verano.</i>	R
	Formalización:	
	<i>No es verano en absoluto.</i>	$\neg R$
	<i>No es verano por poco.</i>	$\neg R$

Como vemos, la diferencia en cuanto al grado de fuerza de la negación expresado en [32] y [33], también desaparece completamente al formalizar ambas proposiciones como **$\neg R$** .

§ 10.16. CUESTIONES

Formaliza estas dos proposiciones con una misma clave, de forma similar a como se hace en § 10.14 y § 10.15 :

No es mayor de edad en absoluto.

No es mayor de edad por poco.

§ 10.17. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 11

La conjunción material – Conjunciones adversativas

§ 11.1. PROPOSICIONES CONJUNTIVAS

Una **proposición conjuntiva** es aquella que combina en una sola afirmación dos proposiciones, a las cuales llamamos **conyuntos***.

Por ejemplo, si combinamos estas dos proposiciones:

[35] *Nieva.*

[36] *Hace frío.*

obtenemos la conjunción:

[37] *Nieva y hace frío.*

[37] es una proposición conjuntiva, cuyo primer conyunto es [35] y cuyo segundo conyunto es [36].

Por otra parte, si combinamos estas dos proposiciones:

[38] *Lorca está en Murcia.*

[39] *Lorca está en España.*

obtenemos la conjunción:

[40] *Lorca está en Murcia y en España.*

[40] es una proposición conjuntiva, cuyo primer conyunto es [38] y cuyo segundo conyunto es [39].

§ 11.2. CUESTIONES

1. Pon un ejemplo de proposición conjuntiva.
2. Indica cuáles son el primer y el segundo conyunto de dicha proposición.

§ 11.3. LA CONJUNCIÓN MATERIAL

A la operación lógica que subyace a las proposiciones conjuntivas la llamamos **conjunción material**.

Para representar la negación material, usaremos otro símbolo de nuestro alfabeto, que coincide con la abreviatura de *and* en inglés, y aquí llamaremos **símbolo de conjunción**:

&

Este símbolo (leído “y”) es el correlato, dentro de lenprop, de la conjunción en el lenguaje natural.

§ 11.4. CONJUNCIONES DE SIMPROPS

En virtud de una **regla** que estudiaremos en § 15.5, el **símbolo de conjunción** se puede **colocar** entre **cualesquiera dos simprops**, dando lugar a nuevas **fórmulas complejas** de nuestro lenguaje.

Por ejemplo:

$$[41] \quad \boxed{\begin{array}{ccccccc} \mathbf{P \& Q} & & \mathbf{P \& P} & & \mathbf{P \& R} & & \mathbf{Q \& P_1} & & \dots \end{array}}$$

Estas fórmulas se leen de la manera siguiente:

- $\mathbf{P \& Q}$ se lee “pe y cu”;
- $\mathbf{P \& P}$ se lee “pe y pe”;
- $\mathbf{P \& R}$ se lee “pe y erre”;
- $\mathbf{Q \& P_1}$ se lee “cu y pe sub uno”;

etc.

A todas estas fórmulas las llamamos **fórmulas de conjunción** (abreviadamente, **conjunciones**).

En particular, decimos que:

- $\mathbf{P \& Q}$ es la **conjunción** de $\mathbf{P}$ y $\mathbf{Q}$;
- $\mathbf{P \& P}$ es la **conjunción** de $\mathbf{P}$ y $\mathbf{P}$;
- $\mathbf{P \& R}$ es la **conjunción** de $\mathbf{P}$ y $\mathbf{R}$;

etc.

Además, decimos que:

- En la fórmula $P \& Q$, el primer conyunto es P y el segundo conyunto es Q ;
- En la fórmula $P \& P$, el primer conyunto es P y el segundo conyunto es también P ;
- En la fórmula $P \& R$, el primer conyunto es P y el segundo conyunto es R ;

etc.

§ 11.5. CUESTIONES

1. Indica cómo se lee la fórmula $T \& P_3$.
2. Indica cuáles son el primer y segundo conyunto de dicha fórmula. Escribe así tu respuesta: “El primer conyunto es: El segundo conyunto es: ...” (y pones las fórmulas que correspondan, en lugar de los puntos suspensivos).

§ 11.6. TABLA DE VERDAD DE LA CONJUNCIÓN

La mejor manera de explicar el **funcionamiento de la conjunción material** es mediante otra **tabla básica**.

En concreto, si **A** y **B** son **simprops cualesquiera**, entonces tenemos:

[42]

	A	B	A & B
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	F

Como vemos, la fórmula **A & B** solo es verdadera en la fila 1, es decir, cuando **A** y **B** son verdaderas; y es falsa en todos los demás casos.

[42] es otro importante recordatorio, que hay que tener bien fresco en nuestra memoria. Y también conviene hacer notar que **A** y **B** son **simprops cualesquiera**, pero no ninguno en particular. (Estos dos últimos comentarios los omitiremos en lo sucesivo, en secciones similares.)

§ 11.7. CUESTIONES

Construye una tabla aplicada para **P & Q**.

§ 11.8. NIEVA Y HACE FRÍO

Aplicando todo esto, resulta inmediato formalizar la proposición [37]:

[43]

Clave:	
<i>Nieva.</i>	Q
<i>Hace frío.</i>	S
Formalización:	
<i>Nieva y hace frío.</i>	Q & S

§ 11.9. CUESTIONES

Formaliza la proposición:

Lorca está en Murcia y en España.

§ 11.10. CONJUNCIONES ADVERSATIVAS

Como ocurría con la negación material, la conjunción material es el **hueso lógico** que subyace a las proposiciones conjuntivas. Pero también aquí hay aspectos de las proposiciones conjuntivas que quedan fuera de ese hueso.

Concretamente, el principal **aspecto opaco** de las proposiciones conjuntivas es la expresión de **adversidad** entre ambos conjuntos.

En efecto, hay algunas proposiciones conjuntivas que expresan un contraste, u oposición, entre ambos conjuntos. Sin embargo, la conjunción material es opaca a dicho aspecto. Por consiguiente, ese aspecto desaparece completamente al formalizar tales proposiciones en lenprop.

§ 11.11. LIBRO VIEJO E INTERESANTE

Si alguien afirma:

[44] *Es un libro viejo e interesante.*

está afirmando dos cosas: que el libro en cuestión es viejo, y que es interesante. Por consiguiente, estamos ante una conjunción.

Ahora bien, si alguien afirma:

[45] *Es un libro viejo, pero interesante.*

está afirmando la misma conjunción que antes, pero añadiendo un matiz de adversidad entre las dos cosas que se afirman.

Concretamente, al afirmar [45] la persona nos está dando a entender que, en su opinión, tratándose de un libro viejo, es menos probable que sea interesante, aunque en este caso concreto sí lo es.

Pues bien, dado que la conjunción material es opaca al matiz de adversidad, la formalización de estas dos proposiciones es idéntica:

[46]	Clave:	
	<i>Es un libro viejo.</i>	R
	<i>Es un libro interesante.</i>	S
	Formalización:	
	<i>Es un libro viejo e interesante.</i>	R & S
	<i>Es un libro viejo, pero interesante.</i>	R & S

Como vemos, el matiz de adversidad de [45] ha desaparecido por completo al formalizarla como **R & S**.

§ 11.12. CUESTIONES

Formaliza estas dos proposiciones con una misma clave, de forma similar a como se hace en § 11.11 :

El río Tajo nace en España y desemboca en Portugal.

El río Tajo nace en España, pero desemboca en Portugal.

§ 11.13. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 12

La disyunción material – El condicional material

§ 12.1. PROPOSICIONES DISYUNTIVAS

Una **proposición disyuntiva** es aquella que expresa dos opciones posibles, a las cuales llamamos **disyuntos**.

Las proposiciones disyuntivas son de dos tipos: inclusivas y exclusivas.

Las **disyunciones inclusivas** son aquellas en las que se entiende que los **dos disyuntos** pueden ser **verdaderos al mismo tiempo**. Esto es lo que se expresa en algunos formularios poniendo “y/o”.

Por el contrario, las **disyunciones exclusivas** son aquellas en las que **solo uno** de los **disyuntos** puede ser **verdadero**; y si son verdaderos los dos, entonces se considera que la disyunción es falsa.

De momento, vamos a centrar nuestra atención en las disyunciones inclusivas. Nos ocuparemos de las disyunciones exclusivas a partir de § 16.3.

§ 12.2. ESTUDIARÉ PIANO O MATEMÁTICAS

Un ejemplo de disyunción inclusiva es el siguiente:

[47] *El año que viene estudiaré piano o matemáticas.*

El primer disyunto de [47] es la proposición:

[48] *El año que viene estudiaré piano.*

El segundo disyunto de [47] es la proposición:

[49] *El año que viene estudiaré matemáticas.*

La proposición [47] no se considera falsa por el hecho de que, al final, esa persona estudie las dos cosas ese año.

De hecho, la proposición [47] es **V** en cualquiera de estos casos:

- Si la proposición [48] es **V** (es decir, si la persona estudia piano).
- Si la proposición [49] es **V** (es decir, si la persona estudia matemáticas).
- Si las proposiciones [48] y [49] son ambas **V** (es decir, si la persona estudia piano *y* matemáticas).

Todo ello es lo que hace que [47] sea una disyunción inclusiva.

§ 12.3. ASENTAMIENTO ROMANO O CARTAGINÉS

Otro ejemplo de disyunción inclusiva es el siguiente:

[50] *Allí hubo un asentamiento romano o cartaginés.*

El primer disyunto de [50] es la proposición:

[51] *Allí hubo un asentamiento romano.*

El segundo disyunto de [50] es la proposición:

[52] *Allí hubo un asentamiento cartaginés.*

La proposición [50] no se considera falsa por el hecho de que en ese lugar hubiera un asentamiento cartaginés, y después uno romano.

De hecho, la proposición [50] es **V** en cualquiera de estos casos:

- Si la proposición [51] es **V** (es decir, si en el lugar hubo un asentamiento romano).
- Si la proposición [52] es **V** (es decir, si en el lugar hubo un asentamiento cartaginés).
- Si las proposiciones [51] y [52] son ambas **V** (es decir, si en el lugar hubo un asentamiento cartaginés, y después uno romano).

Todo ello es lo que hace que [50] sea una disyunción inclusiva.

§ 12.4. CUESTIONES

1. Pon un ejemplo de disyunción inclusiva.
2. Indica cuáles son el primer y el segundo disyunto.
3. Explica en qué casos es verdadera la disyunción propuesta, y por qué.

§ 12.5. LA DISYUNCIÓN MATERIAL

A la operación lógica que subyace a las proposiciones disyuntivas inclusivas la llamamos **disyunción material**.

Para representar la disyunción material, usaremos otro símbolo de nuestro alfabeto, que es la letra uve en trazo grueso, y que aquí llamaremos **símbolo de disyunción**:

v

Este símbolo (leído “o”) es el correlato, dentro de lenprop, de la disyunción inclusiva en en lenguaje natural.

§ 12.6. DISYUNCIONES DE SIMPROPS

En virtud de una **regla** que estudiaremos en § 15.7, el **símbolo de disyunción** se puede **colocar** entre **cualesquiera dos simprops**, dando lugar a nuevas **fórmulas complejas** de nuestro lenguaje.

Por ejemplo:

[53] **P v Q** **P v P** **P v R** **Q v P₁** ...

Estas fórmulas se leen de la manera siguiente:

- **P v Q** se lee “pe o cu”;
- **P v P** se lee “pe o pe”;
- **P v P** se lee “pe o erre”;

- $Q \vee P_1$ se lee “cu o pe sub uno”;

etc.

A todas estas fórmulas las llamamos **fórmulas de disyunción** (abreviadamente, **disyunciones**).

En particular, decimos que:

- $P \vee Q$ es la **disyunción** de P y Q ;
- $P \vee P$ es la **disyunción** de P y P ;
- $P \vee R$ es la **disyunción** de P y R ;

etc.

Además, decimos que:

- En la fórmula $P \vee Q$, el primer disyunto es P y el segundo disyunto es Q ;
- En la fórmula $P \vee P$, el primer disyunto es P y el segundo disyunto es también P ;
- En la fórmula $P \vee R$, el primer disyunto es P y el segundo disyunto es R ;

etc.

§ 12.7. CUESTIONES

1. Indica cómo se lee la fórmula $T \vee P_3$.
2. Indica cuáles son el primer y segundo disyunto de dicha fórmula.
Escribe así tu respuesta: “El primer disyunto es: El segundo disyunto es: . . .” (y pones las fórmulas que correspondan, en lugar de los puntos suspensivos).

§ 12.8. TABLA DE VERDAD DE LA DISYUNCIÓN

La mejor manera de explicar el **funcionamiento de la disyunción material** es mediante otra **tabla básica**.

En concreto, si A y B son **simprops cualesquiera**, entonces tenemos:

[54]

	A	B	$A \vee B$
1	V	V	V
2	V	F	V
3	F	V	V
4	F	F	F

Como vemos, la fórmula $A \vee B$ solo es falsa en fila 4, es decir, cuando A y B son falsas; y es verdadera en todos los demás casos.

§ 12.9. CUESTIONES

Construye una tabla aplicada para $P \vee Q$.

§ 12.10. EJEMPLO DE FORMALIZACIÓN

Aplicando todo lo dicho, resulta inmediato formalizar [47]:

[55]

		Clave:
<i>El año que viene estudiaré piano.</i>		P
<i>El año que viene estudiaré matemáticas.</i>		Q
		Formalización:
<i>El año que viene estudiaré piano o matemáticas.</i>		$P \vee Q$

§ 12.11. CUESTIONES

Formaliza la proposición:

Allí hubo un asentamiento romano o cartaginés.

§ 12.12. PROPOSICIONES CONDICIONALES

A veces, hacemos una afirmación en la que ponemos una **proposición** como **condición** de **otra**. Es decir, que en lugar de afirmar que ocurre algo concreto, nos limitamos a decir que **si** se da una determinada proposición, **entonces** se da otra.

A este tipo de afirmaciones las llamamos **proposiciones condicionales**.

En una proposición condicional, a la proposición que se pone como condición, la llamamos **antecedente** del condicional. Y a la proposición que se señala como consecuencia de esa condición, la llamamos **consecuente** del condicional.

Un ejemplo de proposición condicional es:

[56] *Si llueve, me mojo.*

El antecedente de [56] es la proposición:

[57] *Llueve.*

Y el consecuente de [56] es la proposición:

[58] *Me mojo.*

§ 12.13. SI VAS AL TEATRO, ENTONCES YO TAMBIÉN VOY

Otro ejemplo de proposición condicional es:

[59] *Si vas al teatro, entonces yo también voy.*

El antecedente de [59] es:

[60] *Vas al teatro.*

El consecuente de [59] es:

[61] *Yo también voy al teatro.*

§ 12.14. CUESTIONES

1. Pon un ejemplo de proposición condicional.
2. Indica cuál es su antecedente.
3. Indica cuál es su consecuente.

§ 12.15. IMPORTANCIA DEL ORDEN

En una proposición condicional, el orden es crucial. No es lo mismo:

[62] *Si apruebo, me voy de vacaciones.*

que:

[63] *Si me voy de vacaciones, apruebo.*

Si bastara irse de vacaciones para aprobar los exámenes, la vida estudiantil sería mucho más grata.

Y no es lo mismo:

[64] *Si llueve, me mojo.*

que:

[65] *Si me mojo, llueve.*

Si bastara mojarse para invocar la lluvia, la agricultura sería mucho más fácil.

§ 12.16. EL CONDICIONAL MATERIAL

A la operación lógica que subyace a las proposiciones condicionales la llamamos **condicional material**.

Para representar el condicional material, usaremos un símbolo de nuestro alfabeto que tiene forma de flecha, y se llama **símbolo condicional**:



Este símbolo (leído “**si** ... **entonces**”) es el correlato, dentro de len-prop, del condicional en el lenguaje natural.

§ 12.17. CONDICIONALES CON SIMPROPS

En virtud de una **regla** que estudiaremos en § 15.9, el **símbolo condicional** se puede **colocar** entre **cualesquiera dos simprops**, dando lugar a nuevas **fórmulas complejas** de nuestro lenguaje.

Por ejemplo:

[66]

$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow P$	$P \rightarrow R$	$Q \rightarrow P_1$	...
-------------------	-------------------	-------------------	---------------------	-----

Estas fórmulas se leen de la manera siguiente:

- $P \rightarrow Q$ se lee “si pe, entonces cu”;
 - $P \rightarrow P$ se lee “si pe, entonces pe”;
 - $P \rightarrow R$ se lee “si pe, entonces erre”;
 - $Q \rightarrow P_1$ se lee “si cu, entonces pe sub uno”;
- etc.

A todas estas fórmulas las llamamos **fórmulas condicionales** (abreviadamente, **condicionales**).

En particular, decimos que:

- $P \rightarrow Q$ es un **condicional**, cuyo antecedente es P y cuyo consecuente es Q ;

- $P \rightarrow P$ es un **condicional**, cuyo antecedente es P y cuyo consecuente es P ;
 - $P \rightarrow R$ es un **condicional**, cuyo antecedente es P y cuyo consecuente es R ;
- etc.

§ 12.18. CUESTIONES

1. Indica cómo se lee la fórmula $T \rightarrow P_3$.
2. Indica cuál es el antecedente de dicha fórmula.
3. Indica cuál es su consecuente.

§ 12.19. CUESTIONES FIN DE TEMA (VER § 1.18)

Tema 13

Más sobre el condicional material: tabla, paradojas y variantes expresivas

§ 13.1. TABLA DE VERDAD DEL CONDICIONAL

La mejor manera de explicar el funcionamiento del condicional material es mediante otra tabla básica.

En concreto, si **A** y **B** son **simprops cualesquiera**, entonces tenemos:

[67]

	A	B	A → B
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

Como vemos, la fórmula **A → B** solo es falsa en fila 2, es decir,

cuando **A** y es verdadera y **B** es falsa; y es verdadera en los otros tres casos.

§ 13.2. CUESTIONES

Construye una tabla aplicada para $P \rightarrow Q$.

§ 13.3. SI LLUEVE, ...

Aplicando todo lo anterior, resulta inmediato formalizar la proposición [56]:

[68]

Clave:	
<i>Llueve.</i>	P
<i>Me mojo.</i>	Q
Formalización:	
<i>Si llueve, me mojo.</i>	$P \rightarrow Q$

§ 13.4. CUESTIONES

Formaliza la proposición:

Si vas al teatro, entonces yo también voy.

§ 13.5. ASPECTO OPACO DEL CONDICIONAL MATERIAL

El condicional material es el **hueso lógico** que subyace a las proposiciones condicionales. Pero hay un aspecto muy llamativo de dichas proposiciones que queda fuera de ese hueso lógico: la expresión de una **relevancia** (**causal**, o de otro tipo) entre antecedente y consecuente.

En efecto, en la mayoría de las proposiciones condicionales que expresamos normalmente, se entiende que hay una vinculación entre antecedente y consecuente: se entiende que es la **verdad** del antecedente la que **causa** (o **propicia** de alguna manera) la verdad del consecuente.

Así por ejemplo, cuando afirmamos [56]:

Si llueve, me moja.

se entiende que no es casualidad que me moje cuando llueva, sino que es **la lluvia** la que **me moja**.

Y cuando afirmamos [59]:

Si vas al teatro, entonces yo también voy.

se entiende que no es casualidad que yo vaya al teatro si vas tú, sino que **mi decisión** de ir al teatro está **supeditada** a la tuya.

Pues bien, este aspecto está ausente del condicional material. El condicional material únicamente responde a la tabla de verdad [67], sin importar nada más.

§ 13.6. PARADOJAS DEL CONDICIONAL MATERIAL

Como consecuencia de la opacidad que acabamos de señalar, hay **proposiciones** de lennat que son **falsas**, pero corresponden a **fórmulas verdaderas**, cuando las formalizamos mediante el condicional material.

Este es un fenómeno paradójico (es decir, sorprendente, inesperado). Y da lugar a las llamadas **paradojas del condicional material**.

En § 13.7 y § 13.10 vamos a abordar dos de esas paradojas, las más importantes.

§ 13.7. CONDICIONAL TRIVIALMENTE VERDADERO POR FALSEDAD DEL ANTECEDENTE

En virtud de las filas **3** y **4** de [67], es claro que si el antecedente de un condicional es falso, entonces el condicional material es forzosamente verdadero.

Ello hace que **cualquier condicional material** cuyo **antecedente** sea **falso**, resulte **trivialmente verdadero**.

Un ejemplo de ello es el condicional:

[69] *Si Madrid está en Australia, entonces París está en Francia.*

Si entendemos [69] en un contexto coloquial, diremos que es una **proposición falsa**, porque no hay ninguna **relación** entre el **país** en el que esté **Madrid** y el país en el que esté **París**.

Sin embargo, si formalizamos dicha proposición mediante el condicional material, nos encontramos con lo siguiente:

[70]

Clave:	
<i>Madrid está en Australia.</i>	P₁
<i>París está en Francia.</i>	P₂
Formalización:	
<i>Si Madrid está en Australia,</i>	P₁ → P₂
<i>entonces París está en Francia.</i>	

La tabla de verdad correspondiente es:

[71]

	P₁	P₂	P₁ → P₂
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

Como vemos, dado que **P₁** es **F**, la fórmula **P₁ → P₂** tiene que ser **V**, sin más remedio.

En concreto, como **P₂** es también **F**, es la fila 4 la que se aplica en este caso.

§ 13.8. SI MADRID ESTÁ EN AUSTRALIA, LA TIERRA ES PLANA

Lo mismo ocurrirá con cualquier otro consecuente que queramos poner a continuación de **P₁**.

Por ejemplo:

[72] *Si Madrid está en Australia, entonces París está en Finlandia.*

[73] *Si Madrid está en Australia, entonces la Tierra es plana.*

Entendidas en un contexto coloquial, [72] y [73] son proposiciones **falsas**. Pero si las formalizamos mediante el condicional material, las fórmulas correspondientes resultan ser **V**, exactamente igual que [69].

§ 13.9. CUESTIONES

1. Formaliza la proposición [73] mediante el condicional material.
2. Explica lo mejor que sepas por qué la fórmula resultante es verdadera.

§ 13.10. CONDICIONAL TRIVIALMENTE VERDADERO POR VERDAD DEL CONSECUENTE

A la vista de [67], también es claro que si el consecuente de un condicional es verdadero, entonces el condicional material tiene que ser forzosamente verdadero.

Pues bien, ello hace que **cualquier condicional material** cuyo **consecuente** sea **verdadero**, resulte **trivialmente verdadero**, sin importar nada más.

Un ejemplo lo tenemos en el condicional:

[74]

Si Madrid está en España, entonces Londres está en Inglaterra.

Si entendemos [74] en un contexto coloquial, diremos que es una proposición **falsa**, porque no hay ninguna relación entre el país en el que esté Madrid y el país en el que esté Londres.

Sin embargo, si formalizamos esta proposición mediante el condicional material, nos encontramos con lo siguiente:

[75]

Clave:	
<i>Madrid está en España.</i>	P₃
<i>Londres está en Inglaterra.</i>	P₄
Formalización:	
<i>Si Madrid está en España,</i>	P₃ → P₄
<i>entonces Londres está en Inglaterra.</i>	

La tabla de verdad correspondiente es:

[76]

	P_3	P_4	$P_3 \rightarrow P_4$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

Como vemos, dado que P_4 es V, la fórmula $P_3 \rightarrow P_4$ tiene que ser V, sin más remedio.

En concreto, como P_3 es también V, es la fila 1 la que se aplica en este caso.

Aplicando la tabla de verdad [67], y dado que P_4 es V, la fórmula $P_3 \rightarrow P_4$ resulta ser V, sin más remedio.

§ 13.11. SI MADRID ESTÁ EN LA LUNA, LA TIERRA ES REDONDA

Lo mismo ocurrirá con cualquier otro antecedente que queramos poner a continuación de P_3 .

Por ejemplo:

[77]

Si Madrid está en la Luna, entonces Londres está en Inglaterra.

[78]

Si Madrid está en la Luna, entonces la Tierra es redonda.

Entendidas en un contexto coloquial, [77] y [78] son proposiciones falsas. Pero si las formalizamos mediante el condicional material, las fórmulas correspondientes resultan ser $\mathbf{V}$, exactamente igual que [75].

§ 13.12. CUESTIONES

1. Formaliza la proposición [78] mediante el condicional material.
2. Explica lo mejor que sepas por qué la fórmula resultante es verdadera.

§ 13.13. VARIANTES EXPRESIVAS DE LAS PROPOSICIONES CONDICIONALES

Las proposiciones condicionales se pueden expresar de muchas maneras distintas, algunas de ellas un tanto enrevesadas. Las principales son las siguientes:

1. **Condicional estándar.** Consiste en utilizar la locución “Si, entonces”, como en [59], [69], [72], etc.
2. **Variantes de la cláusula “si”.** Consiste en usar locuciones alternativas en lugar de “si”; como por ejemplo, las locuciones “cuando”, “siempre que”, “en caso de que”, etc.
3. **Variante “solo si”.** Consiste en usar la locución “solo si”. En este caso, lo que va justo después de dicha locución, es el consecuente del condicional.
4. **Variantes secas.** Consiste en omitir la locución “entonces”, dejando en su lugar una coma, o a veces nada. Ejemplos de esta variante (con la coma) son [56], [62], [63], etc.

5. **Variantes invertidas.** En cualquiera de las anteriores, el orden de antecedente y consecuente se puede invertir a capricho.

§ 13.14. GUÍA PARCIAL PARA IDENTIFICAR ANTECEDENTE Y CONSECUENTE DE UNA PROPOSICIÓN CONDICIONAL

Las siguientes pautas nos permiten identificar el antecedente y el consecuente de una proposición condicional, en la mayoría de los casos:

1. Si la proposición contiene la locución “**si**” a secas (o cualquiera de sus equivalentes, como “cuando”, “siempre que”, etc), entonces lo que va **justo después** es el **antecedente** (y por tanto, corresponde al simprop que va **antes** de la **flecha**).
2. Si la proposición contiene la locución “**solo si**”, entonces lo que va **justo después** es el **consecuente** (y por lo tanto, corresponde al simprop que va **detrás** de la **flecha**).

En resumen:

“SI” + ANTECEDENTE
“SOLO SI” + CONSECUENTE.

§ 13.15. ME MOJO CUANDO LLUEVE

Recordemos la proposición [56]:

Si llueve, me mojo.

Obviamente, la siguiente oración es otra forma de expresar lo mismo:

[79] “Me mojo cuando llueve”.

Es claro que el contenido que transmite la oración [79] es justamente la proposición [56].

Por lo tanto, la formalización correspondiente será:

[80]	Clave:	
	<i>Llueve.</i>	P
	<i>Me mojo.</i>	Q
	Formalización:	
	<i>Me mojo cuando llueve.</i>	P $\rightarrow$ Q

§ 13.16. CUESTIONES

Pon un ejemplo de proposición condicional que use la locución “siempre que”, y formalízala siguiendo el ejemplo precedente.

§ 13.17. IRÉ SOLO SI ME APETECE

Otro ejemplo de proposición condicional expresada en un estilo no estándar, es la siguiente:

[81] *Iré solo si me apetece.*

Siguiendo la guía que acabamos de dar, el consecuente de [81] es lo que va justo después de “solo si”; es decir, la proposición:

[82] *Me apetece ir.*

Por consiguiente, el antecedente de [81] será la proposición:

[83] *Iré.*

En definitiva, la formalización de [81]:

[84]

Clave:	
<i>Iré.</i>	P₅
<i>Me apetece ir.</i>	P₆
Formalización:	
<i>Iré solo si me apetece.</i>	P₅ → P₆

Entre los ejemplos de § 31.6 , se encontrarán condicionales de estilos variados.

§ 13.18. CUESTIONES

Pon un ejemplo de proposición condicional expresada mediante el uso de “solo si”, y formalízala.

§ 13.19. CUESTIONES FIN DE TEMA (VER § 1.18)

Tema 14

El bicondicional material – El método del baile, aplicado a las tablas básicas

§ 14.1. PROPOSICIONES BICONDITIONALES

A veces, afirmamos que entre **dos proposiciones** hay **condiciones** en los dos **sentidos**; es decir, que cada proposición es **condición** de la **otra**.

A este tipo de afirmaciones las llamamos **proposiciones bicondicionales**.

En una proposición bicondicional, a la proposición que aparece en primer lugar, la llamamos **primer término** del bicondicional. Y a la proposición que aparece en segundo lugar, la llamamos **segundo término** del bicondicional.

Un ejemplo de proposición bicondicional es el siguiente:

[85] *El equipo gana si y solo si mete más goles que su rival.*

El primer término de [85] es la proposición:

[86] *El equipo gana.*

El segundo término de [85] es la proposición:

[87] *El equipo mete más goles que su rival.*

§ 14.2. IRÉ AL TEATRO SI Y SOLO SI QUEDAN ENTRADAS

Otro ejemplo de proposición condicional es:

[88] *Iré al teatro si y solo si quedan entradas.*

El primer término de [88] es:

[89] *Iré al teatro.*

El segundo término de [88] es:

[90] *Quedan entradas.*

§ 14.3. CUESTIONES

1. Pon un ejemplo de proposición bicondicional.
2. Indica cuál es su primer término.
3. Indica cuál es su segundo término.

§ 14.4. EL BICONDICIONAL MATERIAL

A la operación lógica que subyace a las proposiciones condicionales la llamamos **bicondicional material**.

Para representar el bicondicional material, usaremos un símbolo de nuestro alfabeto que tiene forma de doble flecha, y se llama **símbolo bicondicional**:



Este símbolo (leído “**si y solo si**”) es el correlato, dentro de lenprop, del bicondicional en el lenguaje natural.

§ 14.5. BICONDICIONALES CON SIMPROPS

En virtud de una **regla** que estudiaremos en § 15.11, el **símbolo bicondicional** se puede **colocar** entre **cualesquiera dos simprops**, dando lugar a nuevas **fórmulas complejas** de nuestro lenguaje.

Por ejemplo:

[91]

$P \leftrightarrow Q$	$P \leftrightarrow P$	$P \leftrightarrow R$	$Q \leftrightarrow P_1$	$\dots$
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-------------------------	---------

Estas fórmulas se leen de la manera siguiente:

- $P \leftrightarrow Q$ se lee “**pe si y solo si cu**”;
- $P \leftrightarrow P$ se lee “**pe si y solo si pe**”;
- $P \leftrightarrow R$ se lee “**pe si y solo si erre**”;

- $Q \leftrightarrow P_1$ se lee “cu si y solo si pe sub uno”;

etc.

A todas estas fórmulas las llamamos **fórmulas bicondicionales** (abreviadamente, **bicondicionales**).

En particular, decimos que:

- $P \leftrightarrow Q$ es un **bicondicional**, cuyo primer término es P y cuyo segundo término es Q ;
- $P \leftrightarrow P$ es un **bicondicional**, cuyo primer término es P y cuyo segundo término es P ;
- $P \leftrightarrow R$ es un **bicondicional**, cuyo primer término es P y cuyo segundo término es R ;

etc.

§ 14.6. CUESTIONES

1. Indica cómo se lee la fórmula $T \leftrightarrow P_3$.
2. Indica cuál es el primer término de dicha fórmula.
3. Indica cuál es su segundo término.

§ 14.7. TABLA DE VERDAD DEL BICONDICIONAL

La mejor manera de explicar el **funcionamiento del bicondicional material** es mediante otra **tabla básica**.

En concreto, si **A** y **B** son **simprops cualesquiera**, entonces tenemos:

[92]

	A	B	A ↔ B
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	V

Como vemos, la fórmula **A ↔ B** es verdadera en las filas 1 y 4, es decir, cuando **A** y **B** tienen el mismo valor de verdad; y es falsa en los otros dos casos (es decir, cuando **A** y **B** tienen distinto valor de verdad).

§ 14.8. CUESTIONES

Construye una tabla aplicada para **P ↔ Q**.

§ 14.9. MÁS GOLES

Aplicando todo lo anterior, resulta inmediato formalizar la proposición

[85]:

[93]

Clave:	
<i>El equipo gana.</i>	P₇
<i>El equipo mete más goles que su rival.</i>	P₈
Formalización:	
<i>El equipo gana si y solo si</i>	P₇ ↔ P₈
<i>mete más goles que su rival.</i>	

§ 14.10. CUESTIONES

Formaliza la proposición:

Iré al teatro si y solo si quedan entradas.

§ 14.11. PARADOJAS Y VARIANTES DEL BICONDICIONAL

Al igual que el condicional material, el bicondicional también da lugar a paradojas y variantes expresivas diversas. Pero en este curso no nos detendremos en ellas.

§ 14.12. RECORDATORIO DE LAS TABLAS DE VERDAD BÁSICAS

Recordar la tabla de verdad de **¬** es inmediato.

Para recordar las restantes tablas básicas, podemos fijarnos en los siguientes detalles:

- la tabla de **&** solo es **V** en la fila **1**;
- la tabla de **v** solo es **F** en la fila **4**;
- la tabla de **→** solo es **F** en la fila **2**;
- la tabla de **↔** es **F** en las filas **2** y **4**;

Ello se recoge de forma compacta en el siguiente esquema:

&	V	1
v	F	4
→	F	2
↔	F	2, 4

§ 14.13. EL MÉTODO DEL BAILE, APLICADO A LAS TABLAS BÁSICAS

Otra forma de **recordar** las **tablas básicas** consiste en reconstruirlas por sentido común, a partir de dos proposiciones sencillas.

Por ejemplo, podemos tomar las proposiciones:

[94] *Cantó.*

y

[95] *Bailó.*

Entonces, aplicando el sentido común, es claro que:

[96] *Cantó y bailó.*

será **V** cuando [94] y [95] sean ambas **V** (es decir, cuando la persona cantó y bailó, de hecho). Y será **F** en cualquier otro caso.

Por su parte, es claro que:

[97] *Cantó o bailó.*

será **F** cuando [94] y [95] sean ambas **F** (es decir, cuando la persona ni cantó ni bailó). Y será **V** en cualquier otro caso.

A continuación, es claro que:

[98] *Si cantó, entonces bailó.*

será **F** cuando [94] sea **V** y [95] sea **F** (es decir, cuando la persona cantó, pero no bailó). Y será **V** en cualquier otro caso.

Y por último, es claro que

[99] *Cantó si y solo si bailó.*

será **F** si ocurre que [94] es **V** y [95] es **F**, o bien ocurre que [95] es **V** y [94] es **F**; es decir, cuando la persona cantó pero no bailó, o bailó pero no cantó. Y será **V** en cualquier otro caso.

A este método de recordar las tablas de verdad, a partir de las proposiciones [94] y [95], le vamos a llamar el **método del baile***.

En § 25.11 y § 27.9 veremos otras dos aplicaciones de este método.

§ 14.14. CUESTIONES

Explica con tus propias palabras, de forma resumida, en qué consiste el método del baile aplicado a las tablas básicas.

§ 14.15. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 15

Fórmulas complejas – Arquitectura

§ 15.1. FÓRMULAS DE NEGACIÓN EN GENERAL

Ha llegado el momento de enunciar la **Regla 2** de **formación** de **fórmulas** de lenprop.

Pues bien, según esta regla, el **símbolo** de **negación** se puede **anteponer** a **cualquier fórmula**, dando lugar a una nueva fórmula.

Dicho más exactamente: si **A** es **cualquier fórmula** de lenprop, entonces **$\neg A$** (leído “no a”) es otra **fórmula**, a la cual llamamos:

- fórmula de negación
- negación de **A**

§ 15.2. DOBLES NEGACIONES

Aplicando § 15.1, podemos razonar de la manera siguiente. Como **$\neg P$** es una fórmula, si a esa fórmula le anteponemos por segunda

vez el símbolo $\neg$, obtendremos una nueva fórmula:

[100] $\neg\neg P$

Pues bien, a la fórmula $\neg\neg P$ (leída “no-no P ”) la llamamos **doble negación**. Y decimos que $\neg\neg P$ es la **doble negación** de P .

En § 31.7 se pueden encontrar ejemplos adicionales de dobles negaciones.

También existen fórmulas de **triple negación** (y cuádruple, etc). Pero a esas fórmulas no les vamos a prestar especial atención.

§ 15.3. CUESTIONES

1. Indica cuál es la fórmula de doble negación que se obtiene a partir del simprop Q .
2. Indica cuál es la fórmula de doble negación que se obtiene a partir del simprop P_1 .

§ 15.4. RESTO DE FÓRMULAS COMPLEJAS

A continuación, vamos a introducir las **reglas de formación 3, 4, 5 y 6**.

De acuerdo con estas reglas, los símbolos $\&$, $\vee$, $\rightarrow$ y $\leftrightarrow$ se pueden colocar entre cualesquiera dos fórmulas, dando lugar a más y más fórmulas complejas de lenprop.

§ 15.5. FÓRMULAS DE CONJUNCIÓN EN GENERAL

Regla 3 de formación de fórmulas de lenprop: Si **A** y **B** son cualesquiera fórmulas de lenprop, entonces **(A & B)** (leído “a y be”) es otra fórmula,

- a la cual llamamos **fórmula de conjunción**;
- y cuyos **conyuntos** son **A** y **B**.

Así por ejemplo:

[101] **(¬P & Q)**

es una conjunción, y sus conyuntos son **¬P** y **Q**.

En § 31.8 hay más ejemplos de fórmulas complejas de todo tipo.

§ 15.6. CUESTIONES

1. Da un ejemplo de fórmula de conjunción, formada con la regla 3.
2. Indica cuál es su primer conyunto.
3. Indica cuál es su segundo conyunto.

§ 15.7. FÓRMULAS DE DISYUNCIÓN EN GENERAL

Regla 4 de formación de fórmulas de lenprop: Si **A** y **B** son cualesquiera fórmulas de lenprop, entonces **(A ∨ B)** (leído “a o be”) es otra fórmula,

- a la cual llamamos **fórmula de disyunción**;
- y cuyos **disyuntos** son **A** y **B**.

Así por ejemplo:

[102] **$(\neg P \vee Q)$**

es una disyunción, y sus disyuntos son **$\neg P$** y **Q** .

§ 15.8. CUESTIONES

1. Da un ejemplo de fórmula de disyunción, formada con la regla 4.
2. Indica cuál es su primer disyunto.
3. Indica cuál es su segundo disyunto.

§ 15.9. FÓRMULAS CONDICIONALES EN GENERAL

Regla 5 de formación de fórmulas de lenprop: Si **A** y **B** son cualesquiera fórmulas de lenprop, entonces **$(A \rightarrow B)$** (leído “si a, entonces be”) es otra **fórmula**,

- a la cual llamamos **fórmula condicional**;
- y cuyo **antecedente** es **A** y **consecuente** es **B**.

Así por ejemplo:

[103] **$(\neg P \rightarrow Q)$**

es un condicional, cuyo antecedente es **$\neg P$** y cuyo consecuente es **Q** .

§ 15.10. CUESTIONES

1. Da un ejemplo de fórmula condicional, formada con la regla 5.
2. Indica cuál es su antecedente.
3. Indica cuál es su consecuente.

§ 15.11. FÓRMULAS BICONDITIONALES EN GENERAL

Regla 6 de formación de fórmulas de lenprop: Si **A** y **B** son cualesquiera fórmulas de lenprop, entonces **(A ↔ B)** (leído “a si y solo si be”) es otra fórmula,

- a la cual llamamos **fórmula bicondicional**;
- y cuyo **primer término** es **A** y **segundo término** es **B**.

Así por ejemplo:

[104] **(¬P ↔ Q)**

es un bicondicional, cuyo primer término es **¬P** y cuyo segundo término es **Q**.

§ 15.12. CUESTIONES

1. Da un ejemplo de fórmula bicondicional, formada con la regla 6.
2. Indica cuál es su primer término.
3. Indica cuál es su segundo término.

§ 15.13. PARÉNTESIS

En las reglas 3–6 de formación, han aparecido dos paréntesis: el paréntesis izquierdo y el paréntesis derecho:

()

Pues bien, los paréntesis son los últimos símbolos de lenprop. Con ellos termina la descripción de nuestro **alfabeto**.

§ 15.14. SÍMBOLOS LÓGICOS Y SÍMBOLOS EXTRALÓGICOS

A los cinco símbolos $\neg$, $\&$, $\vee$, $\rightarrow$ y $\leftrightarrow$ les llamamos **conectivas**.

Las conectivas constituyen los **símbolos lógicos** de lenprop.

Por su parte, los simprops y los paréntesis constituyen los **símbolos extralógicos** de lenprop.

§ 15.15. CUESTIONES

1. Indica cuántos símbolos lógicos tiene lenprop.
2. Indica cuántos símbolos extralógicos tiene lenprop, y razona tu respuesta.

§ 15.16. CONECTIVA PRINCIPAL

En el proceso de construcción de fórmulas mediante las reglas 1–6, los paréntesis nos sirven para identificar la conectiva añadida a una fórmula en último lugar. A dicha conectiva la llamamos **conectiva principal** de la fórmula en cuestión.

Por ejemplo, la fórmula [101]:

$$(\neg P \& Q)$$

es una conjunción (como dijimos en su momento). En concreto, la conectiva principal de esta fórmula es $\&$; su primer conyunto es la fórmula $\neg P$; y su segundo conyunto es la fórmula Q .

Mientras que, por su parte, la fórmula:

$$[105] \neg (P \& Q)$$

es una negación. Su conectiva principal es $\neg$; y la fórmula negada es $(P \& Q)$.

§ 15.17. SUPRESIÓN DE PARÉNTESIS EXTERIORES

Cuando una fórmula se nombra sola (no como parte de otra fórmula), entonces los paréntesis exteriores, si los tiene, resultan innecesarios. Ello justifica nuestra última regla de formación.

Regla 7 de formación de fórmulas de lenprop: cuando una fórmula se nombre sola, se pueden suprimir sus paréntesis exteriores, si los tiene.

Esta regla nos permite suprimir los paréntesis exteriores de la fórmula [101], quedando $\neg P \& Q$.

§ 15.18. CUESTIONES

Reescribe las fórmulas indicadas en tu respuestas al apartado 1 de las cuestiones § 15.6, § 15.8, § 15.10 y § 15.12, pero suprimiendo los paréntesis exteriores de cada una de ellas.

§ 15.19. ARQUITECTURA

Aplicando todo esto, es fácil reconstruir la **arquitectura*** de una fórmula cualquiera (abreviadamente, **arq***).

Para ello, indicaremos:

- 1.Cuál es la **conectiva principal** de la fórmula.
2. Qué **tipo de fórmula** es.
3. Cuáles son sus **principales subcomponentes**.

§ 15.20. EJEMPLOS DE ARQUITECTURA

Por ejemplo, la arquitectura de la fórmula:

[106] $\neg P \rightarrow \neg (Q \& R)$

es la siguiente:

Arq	
[107] Conectiva principal:	$\neg P \Rightarrow \neg (Q \& R)$
Tipo de fórmula:	<i>Condicional</i>
Antecedente:	$\neg P$
Consecuente:	$\neg (Q \& R)$

Mientras que, por su parte, la arquitectura de la fórmula

[108] $\neg (P \rightarrow \neg (Q \& R))$

es la siguiente:

Arq	
[109] Conectiva principal:	$\neg (P \rightarrow \neg (Q \& R))$
Tipo de fórmula:	<i>Negación</i>
Fórmula negada:	$P \rightarrow \neg (Q \& R)$

En § 31.8 hay ejemplos adicionales de arquitectura de proposiciones diversas.

§ 15.21. CUESTIONES

Indica la arquitectura de las siguientes fórmulas:

1. $P \vee (Q \leftrightarrow \neg R)$

2. $\neg (P \vee (Q \leftrightarrow \neg R))$

§ 15.22. **CUESTIONES FIN DE TEMA**
(VER § 1.18)

Tema 16

Formalización de proposiciones y argumentos – Intprops – Tablas globales

§ 16.1. FORMALIZACIÓN DE PROPOSICIONES

Terminada la descripción de nuestro lenguaje formal, procedemos a utilizarlo para formalizar proposiciones complejas de lennat.

Por ejemplo, la proposición:

[110] *Si no estás en clase, voy a tu casa pero te llamo de camino.*

se puede formalizar de la siguiente manera:

[111]

Clave:	
<i>Estás en clase.</i>	P
<i>Voy a tu casa.</i>	Q
<i>Te llamo de camino.</i>	R
 Formalización:	
<i>Si no estás en clase, voy a tu casa pero te llamo de camino.</i>	$\neg P \rightarrow (Q \& R)$

En § 31.13 hay ejemplos adicionales de formalización de proposiciones diversas.

§ 16.2. CUESTIONES

Formaliza la siguiente proposición:

Estoy pendiente del teléfono, pero si suena no lo cojo.

§ 16.3. DISYUNCIONES EXCLUSIVAS

Como explicamos en § 12.1, una **disyunción exclusiva** es una **proposición disyuntiva** en la que se entiende que **solo uno** de los **disyuntos** puede ser **verdadero**.

En una disyunción exclusiva, si los dos disyuntos resultan ser verdaderos, entonces se entiende que la disyunción es falsa.

Un ejemplo de disyunción exclusiva es la siguiente proposición:

[112] *O me das el dinero, o disparo.*

Imaginemos que le damos el dinero, y a pesar de ello la persona nos dispara. En ese caso, diríamos que además de atracarnos, la persona nos estaba engañando.

Por lo tanto, se entiende que si los dos disyuntos de [112] son verdaderos, entonces esa proposición disyuntiva es falsa. Y por eso es una disyunción exclusiva.

§ 16.4. CONVENCION SOBRE LAS DISYUNCIONES EXCLUSIVAS

Para simplificar las cosas, **todas las disyunciones exclusivas** que aparezcan a partir de este momento en el manual (así como en cuestiones de controles o exámenes), llevarán un paréntesis final, que diga “(pero no ambas)”.

Y recíprocamente, todas las disyunciones que aparezcan en el manual (así como en cuestiones de controles o exámenes), **sin ese paréntesis**, se entenderá que son **inclusivas**.

§ 16.5. FORMALIZACIÓN DE DISYUNCIONES EXCLUSIVAS

Las disyunciones exclusivas no se pueden formalizar directamente mediante la disyunción material, ya que esta es inclusiva.

Pero sí se pueden formalizar mediante una **conjunción compleja**, que combine la disyunción material con un añadido adicional. Dicho

añadido tendrá la función de **evitar** que los dos **disyuntos** puedan ser **verdaderos al mismo tiempo**.

Por ejemplo:

[113]

Clave:	
<i>Me das el dinero.</i>	S
<i>Disparo.</i>	T
Formalización:	
<i>O me das el dinero, o disparo.</i>	$(S \vee T) \& \neg (S \& T)$

Esta formalización sí recoge el carácter exclusivo de la disyunción, dado que si **S** y **T** son ambos verdaderos, entonces la fórmula **$(S \vee T) \& \neg (S \& T)$** resulta falsa.

Entre los ejemplos de § 31.6 hay varias disyunciones exclusivas.

§ 16.6. CUESTIONES

Formaliza la siguiente proposición, entendida como una disyunción exclusiva:

O apruebas, o repites curso (pero no ambas).

§ 16.7. FORMALIZACIÓN Y DIAGNÓSTICO

Para averiguar si nos hemos **roto** el **brazo** tras una **caída**, nos hacemos una **radiografía**, a fin de comprobar el estado del **hueso** en la zona contusionada.

De la misma manera, ahora que conocemos la **formalización** en **lenprop**, vamos a aplicarla para realizar **diagnósticos lógicos** rigurosos de **proposiciones** y **argumentos**.

Para ello, necesitaremos formalizar **argumentos completos**, así como una noción nueva: la noción de **interpretación proposicional**.

§ 16.8. FORMALIZACIÓN DE ARGUMENTOS

Formalizar un **argumento** consiste en formalizar todas sus **premisas** y su **conclusión** bajo una misma **clave**.

Consideremos, por ejemplo, el argumento [10]:

(1)	<i>Si llueve, me mojo.</i>
(2)	<i>Llueve.</i>
	POR LO TANTO:
	<i>Me mojo.</i>

Pues bien, una formalización de este argumento sería:

[114]

Clave:	
<i>Llueve.</i>	P
<i>Me mojo.</i>	Q
Premisas:	
<i>Si llueve, me mojo.</i>	$P \rightarrow Q$
<i>Llueve.</i>	P
Conclusión:	
<i>Me mojo.</i>	Q

En § 31.11 hay más ejemplos de formalización de argumentos.

§ 16.9. CUESTIONES

1. Formaliza el argumento [11]:

(1)	<i>Llueve y hace frío.</i>
	POR LO TANTO:
	<i>Hace frío.</i>

2. Pon otro ejemplo de argumento que se te ocurra, y formalízalo.

§ 16.10. INTERPRETACIONES PROPOSICIONALES

Una **interpretación proposicional** de un **conjunto** de **fórmulas** de **lenprop** (abreviadamente, **intprop***) está compuesta por dos elementos:

1. Una **asignación** de **valores** de **verdad** a todos los **simprops** que aparecen en las fórmulas del conjunto.
2. Una **asignación** de **valores** de **verdad** a las propias **fórmulas** del conjunto, a partir de la asignación a los **simprops** y la aplicación **cíclica** de las **tablas básicas**.

§ 16.11. DIAGNÓSTICO MEDIANTE INTPROPS

Al barajar **fórmulas** y **valores de verdad**, las **intprops** nos permiten definir los diagnósticos lógicos en **bruto** (es decir, abstrayéndonos de cualquier proposición en particular, o de cualquier contenido concreto).

Después, esos diagnósticos se aplicarán a aquellas proposiciones o argumentos que encajen con las fórmulas en cuestión.

Esto es similar a lo que hacemos para averiguar si nos hemos roto el brazo: no nos limitamos a examinar el brazo **por fuera**, sino que hacemos una **radiografía** del mismo. Y es viendo al detalle esa radiografía, como diagnosticamos si se han producido fracturas, fisuras u otros daños.

§ 16.12. TABLA DE VERDAD PARA UNA FÓRMULA CUALQUIERA

La manera más sencilla de entender cómo funcionan las intprops es mediante **tablas de verdad aplicadas**.

Dada una **fórmula** cualquiera de lenprop, empezaremos su **tabla de verdad** recogiendo todos los posibles **valores de verdad** de los **simprops** que aparezcan en dicha fórmula. A esas columnas de la tabla las llamaremos **columnas iniciales***, o **bloque inicial***.

A continuación, iremos desglosando los **subcomponentes** de la fórmula en columnas sucesivas, hasta llegar a la **fórmula** entera. Y para cada una de esas columnas, iremos **calculando** el **valor de verdad** que le corresponde, a partir de las **tablas básicas**.

A las columnas que siguen al bloque inicial de la tabla, las llamaremos **columnas resultantes***, o **bloque resultante***.

Obviamente, a cada **fila** de la tabla para una fórmula, corresponderá una **intprop** para dicha fórmula.

§ 16.13. EJEMPLO DE TABLA PARA UNA FÓRMULA

Consideremos la fórmula:

[115] $\neg P \rightarrow (P \vee Q)$

Pues bien, su tabla de verdad será la siguiente:

[116]

	P	Q	$\neg P$	$P \vee Q$	$\neg P \rightarrow (P \vee Q)$
1	V	V	F	V	V
2	V	F	F	V	V
3	F	V	V	V	V
4	F	F	V	F	F
	BLOQUE INICIAL		BLOQUE RESULTANTE		

Como vemos, el bloque inicial de esta tabla corresponde a las dos columnas para los simprops de la misma, es decir **P** y **Q**.

Y el bloque resultante corresponde a las tres columnas restantes.

Hay cuatro intprops posibles para la fórmula (**$\neg P \rightarrow (P \vee Q)$**), cada una de las cuales corresponde a una fila de la tabla.

En particular, en la intprop que corresponde a la fila **1**, vemos que los dos simprops (**P** y **Q**) son **V**; y vemos que el valor de la fórmula completa (**$\neg P \rightarrow (P \vee Q)$**) es también **V**.

Las otras tres intprops posibles para esta fórmula, corresponden a las otras tres filas de la tabla.

En § 31.9 hay ejemplos adicionales de tablas diversas.

§ 16.14. CUESTIONES

Confecciona la tabla de verdad para la fórmula $P \& \neg (P \vee Q)$.

§ 16.15. LÍMITE DE TAMAÑO Y COMPLEJIDAD EN TABLAS DE VERDAD

Para fórmulas con muchos simprops, las tablas **crecen exponencialmente**. En concreto, para una fórmula con **3 simprops**, la tabla correspondiente tiene **8 filas**; para una fórmula con **4 simprops**, la tabla tiene **16 filas**; etc.

Asimismo, las tablas de verdad crecen mucho de tamaño, conforme las fórmulas son más y más largas.

En este manual (incluidos los apéndices) solo haremos **tablas** para **fórmulas relativamente pequeñas**, y con **2 simprops** como **máximo**, como la que acabamos de ver.

Lo mismo se aplica a las preguntas de controles y exámenes.

Consultando **internet** o la **ia**, es fácil ver tablas de verdad para 3 símbolos proposicionales o más.

§ 16.16. LÍMITE DE TAMAÑO Y COMPLEJIDAD EN FORMALIZACIÓN, DERIVACIONES Y ÁRBOLES

Un límite similar al que acabamos de señalar, se aplica también a la **formalización** de **proposiciones**, así como a la construcción de **derivaciones** y **árboles**, de las que hablaremos después.

En todos estos casos, el manual (incluidos los apéndices) se limitará a manejar casos relativamente sencillos y asequibles.

Asimismo, las preguntas de controles y exámenes, se resolverán con ejemplos de un tamaño y complejidad similar a los que aparecen en el manual y los apéndices.

§ 16.17. TABLAS GLOBALES

Una **tabla global*** para un **conjunto** de **fórmulas** es una serie de tablas aplicadas para cada una de las fórmulas del conjunto, a partir de un mismo **bloque inicial**.

Por ejemplo, vamos a considerar estas tres fórmulas:

$$[117] \quad \neg P \rightarrow (P \vee Q)$$

$$[118] \quad P \& (Q \rightarrow \neg P)$$

$$[119] \quad \neg Q \leftrightarrow P$$

Pues bien, su tabla global será la siguiente:

[117]	P	Q	$\neg P$	$P \vee Q$	$\neg P \rightarrow (P \vee Q)$
1	V	V	F	V	V
2	V	F	F	V	V
3	F	V	V	V	V
4	F	F	V	F	F

[118]	P	Q	$\neg P$	$Q \rightarrow \neg P$	$P \& (Q \rightarrow \neg P)$
1	V	V	F	F	F
2	V	F	F	V	V
3	F	V	V	V	F
4	F	F	V	V	F

[119]	P	Q	$\neg Q$	$\neg Q \leftrightarrow P$
1	V	V	F	F
2	V	F	V	V
3	F	V	F	V
4	F	F	V	F

Como vemos, aquí también hay cuatro intprops posibles.

En particular, en la intprop que corresponde a la fila **1**, los dos simprops (**P** y **Q**) son **V**. En esa intprop, el valor de [117] es **V**, mientras que el valor de [118] es **F** y el valor de [119] es también **F**.

Las otras tres intprops corresponden a las otras tres filas de la tabla.

En § 31.10 hay más ejemplos de tablas globales.

§ 16.18. CUESTIONES

Confecciona una tabla global para estas tres fórmulas:

$$P \& \neg (P \vee Q)$$

$$Q \leftrightarrow (\neg P \& Q)$$

$$\neg Q \rightarrow (P \vee \neg Q)$$

§ 16.19. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 17

Cinco diagnósticos – Consecuencia entre fórmulas y en argumentos

§ 17.1. CINCO DIAGNÓSTICOS

Llegados a este punto, estamos en condiciones de dar una **definición rigurosa** de la **noción estrella** de este curso, la noción de **consecuencia lógica**.

En efecto, usando el concepto de **intprop** y las **tablas de verdad**, vamos a describir la **esencia** de esta noción — es decir, la clave principal de su funcionamiento —, aunque restringida al ámbito de la lógica proposicional (logprop).

Además, vamos a definir también otras cuatro **categorías lógicas fundamentales**, con las cuales podremos dar **diagnósticos lógicos** de **proposiciones** y **argumentos**.

Estas categorías nos servirán para hacer **evaluaciones lógicas**, de modo similar a como en medicina se describe el estado de los huesos en términos de fracturas, fisuras, osteoporosis, hueso sano, etc.

En definitiva, los **cinco diagnósticos** que vamos a manejar en este curso, son los siguientes:

- **Consecuencia.**
- **Equivalencia.**
- **Verdad lógica.**
- **Consistencia.**
- **Contingencia.**

**CINCO DIAGNÓSTICOS HACE MI CIENCIA:
CONSECUENCIA, EQUIVALENCIA,
VERDAD LÓGICA,
CONSISTENCIA Y CONTINGENCIA.**

A continuación, iremos abordando sucesivamente cada uno de ellos.

§ 17.2. CONSECUENCIA LÓGICA ENTRE FÓRMULAS

Sea D un **conjunto** de fórmulas de **lenprop**, a las que llamaremos **premisas**. Y sea A una fórmula de **lenprop**, a la que llamaremos **conclusión**.

Pues bien, decimos que A es **consecuencia lógica** de D en **log-prop**, cuando **cualquier intprop** que hace V a **todas** las fórmulas de D , también hace V a A .

Para señalar que **A** es **consecuencia lógica** de **D** en logprop, pondremos:

$$D \models_1 A$$

(leído “a es consecuencia de de”).

El símbolo $\models$ (parecido a un torno de doble brazo) se llama **símbolo de consecuencia**.

§ 17.3. SUBÍNDICE DEL SÍMBOLO DE CONSECUENCIA

En este curso, le ponemos el subíndice **1** al símbolo de consecuencia, para indicar que lo hemos definido de forma restringida a logprop.

En logfor2, definiremos una versión ampliada de la relación de consecuencia. Y en función de ello, cuando usemos el símbolo de consecuencia allí, le pondremos el subíndice **2**.

En todo caso, cuando leemos este símbolo (tanto en este curso como en logfor2), evitaremos pronunciar el subíndice, para abreviar.

Y en vuestras respuestas a temas, controles y exámenes (tanto en este curso como en logfor2), podéis omitir totalmente dicho subíndice, sin ningún problema.

§ 17.4. CUESTIONES

Explica con tus propias palabras por qué le ponemos el subíndice 1 al símbolo de consecuencia.

§ 17.5. NO CONSECUENCIA

Por su parte, si **A** no es **consecuencia lógica** de **D** en **logprop** (es decir, si hay alguna **intprop** que hace **V** a las fórmulas de **D** pero no a **A**), entonces pondremos:

$$D \not\models_1 \mathbf{A}$$

(leído “**a no es consecuencia de de**”).

§ 17.6. VERIFICACIÓN DE CONSECUENCIA ENTRE FÓRMULAS

Para **verificar** si una fórmula es o no **consecuencia** de un **conjunto** de fórmulas, basta con hacer una tabla global para todas ellas, y examinar las filas resultantes.

Entonces, si sucede que en **todas** las filas de la tabla en las que **todas** las **premisas** son **V**, la **conclusión** también es **V**, habremos comprobado que la conclusión **es consecuencia lógica** de las premisas.

Y por el contrario, si hay **alguna** fila de tabla en la que todas las premisas son **V**, pero la conclusión es **F**, entonces habremos comprobado que esa conclusión **no es** consecuencia lógica de las premisas.

Enseguida veremos ejemplos.

§ 17.7. CONSECUENCIA LÓGICA EN ARGUMENTOS

Dado cualquier **argumento**, diremos que la **conclusión** es **consecuencia lógica** de las **premisas** en **logprop**, si el argumento se puede **formalizar** de tal manera, que la **fórmula** correspondiente a la

conclusión resulte ser consecuencia lógica de las **fórmulas** correspondientes a las **premisas**.

Además, cuando ocurre esto, diremos que el argumento es **válido en logprop** (o **válido** a secas, para abreviar). Y en caso contrario, diremos que el argumento es **inválido en logprop** (o **inválido** a secas).

§ 17.8. PRIMER EJEMPLO DE VERIFICACIÓN DE CONSECUENCIA

Vamos a tomar como ejemplo el argumento [10]:

(1)	<i>Si llueve, me mojo.</i>
(2)	<i>Llueve.</i>
	POR LO TANTO:
	<i>Me mojo.</i>

Para verificar si este argumento es válido, empezamos por recordar

su formalización, [114]:

Clave:	
<i>Llueve.</i>	P
<i>Me mojo.</i>	Q
Premisas:	
<i>Si llueve, me mojo.</i>	$P \rightarrow Q$
<i>Llueve.</i>	P
Conclusión:	
<i>Me mojo.</i>	Q

A continuación, confeccionamos una tabla global para dicho argumento. En este caso, dicha tabla es sumamente sencilla:

[120]

	P	Q	$P \rightarrow Q$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

No olvidemos que la primera premisa de este argumento es **$P \rightarrow Q$** , su segunda premisa es **P**, y su conclusión es **Q**.

Pues bien, la única fila de la tabla en la que las dos premisas son ambas **V**, es la fila **1**. Y en esa fila, la conclusión (**Q**) también es **V**. Por lo tanto, podemos concluir:

$$\mathbf{P \rightarrow Q}, \mathbf{P} \models_1 \mathbf{Q}$$

Por consiguiente, hemos verificado que [10] es un argumento válido.

§ 17.9. SEGUNDO EJEMPLO DE VERIFICACIÓN DE CON- SECUENCIA

A continuación, vamos a tomar como ejemplo el argumento:

[121]	(1)	<i>Si llueve, me mojo.</i>
	(2)	<i>Me mojo.</i>
		POR LO TANTO:
		<i>Llueve.</i>

La formalización de este argumento es muy parecida al anterior, salvo por el hecho de que la primera premisa se intercambia con la conclusión:

[122]	Clave:	
	<i>Llueve.</i>	P
	<i>Me mojo.</i>	Q
	Premisas:	
	<i>Si llueve, me mojo.</i>	$P \rightarrow Q$
	<i>Me mojo.</i>	Q
	Conclusión:	
	<i>Llueve.</i>	P

La tabla de verdad para este argumento es la misma que la del

argumento anterior, es decir la tabla [120]:

	P	Q	$P \rightarrow Q$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

En este caso, la primera premisa del argumento es también **$P \rightarrow Q$** , pero su segunda premisa es **Q**, y su conclusión es **P**.

Pues bien, hay dos filas de la tabla en las que esas dos premisas (**$P \rightarrow Q$** y **Q**) son ambas **V**: la fila **1** y la fila **3**.

Y además, observamos que en la fila **3**, la conclusión del argumento (es decir, la fórmula **P**) es **F**.

Por lo tanto, en este caso concluimos que:

$$\mathbf{P \rightarrow Q}, \mathbf{Q} \not\models_1 \mathbf{P}$$

Y por consiguiente, hemos verificado que [121] es un argumento *inválido*.

Esto tiene sentido, porque aun en la suposición de que sea cierto que **Si llueve me mojo**, y que sea cierto que **Me mojo** (es decir, que me estoy mojando), no necesariamente tiene que ser cierto que **Llueve**: me puedo estar mojando por otra razón — porque estoy en la ducha, por ejemplo.

En § 31.12 hay más ejemplos de verificación de consecuencia lógica.

§ 17.10. CUESTIONES

Formaliza estos argumentos, y verifica si son válidos o inválidos mediante tablas de verdad. Razona tu respuesta a la vista de las tablas confeccionadas:

1.

(1)	<i>Iré a Madrid o a Barcelona.</i>
(2)	<i>No iré a Barcelona.</i>
POR LO TANTO:	
<i>Iré a Madrid.</i>	

2.

(1)	<i>Iré a Madrid o a Barcelona.</i>
(2)	<i>Iré a Barcelona.</i>
POR LO TANTO:	
<i>No iré a Madrid.</i>	

3.

(1)	<i>Llueve y hace frío.</i>
POR LO TANTO:	
<i>Hace frío.</i>	

4.

(1)	<i>Llueve o hace frío.</i>
POR LO TANTO:	
<i>Hace frío.</i>	

§ 17.11. CUESTIONES FIN DE TEMA
(VER § 1.18)

Tema 18

Equivalencia – Verdades lógicas

§ 18.1. EQUIVALENCIA ENTRE FÓRMULAS

Sean **A** y **B** fórmulas de **lenprop**. Decimos que **A** y **B** son **equivalentes** en **logprop**, cuando ambas son **V** exactamente en las mismas intprops.

Para señalar que **A** y **B** son **equivalentes** en **logprop**, pondremos:

$$\mathbf{A} \equiv_1 \mathbf{B}$$

(leído “a equivalente a be”).

Al símbolo $\equiv$ (la triple barra) lo llamaremos aquí **símbolo de equivalencia**. A su subíndice se aplican los mismos comentarios que hemos hecho en § 17.3 respecto al símbolo de consecuencia.

§ 18.2. EQUIVALENCIA Y CONSECUENCIA

Evidentemente, **A** y **B** son equivalentes si y solo si ambas fórmulas

son consecuencia lógica la una de la otra:

$$\mathbf{A} \equiv_1 \mathbf{B} \quad \text{si y solo si} \quad \mathbf{A} \models_1 \mathbf{B} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} \models_1 \mathbf{A}$$

Otra forma de expresar que $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ son equivalentes es decir que **no puede ser verdadera la una sin la otra**.

§ 18.3. NO EQUIVALENCIA

Por su parte, si $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ **no** son equivalentes en **logprop** (es decir, si hay alguna **intprop** que hace $\mathbf{V}$ a una de ellas, pero no a la otra), entonces pondremos:

$$\mathbf{A} \not\equiv_1 \mathbf{B}$$

(leído “a no es equivalente a b”).

§ 18.4. VERIFICACIÓN DE EQUIVALENCIA ENTRE FÓRMULAS

Para **verificar** si dos fórmulas son **equivalentes**, basta con hacer una tabla global para las dos, y examinar sus filas.

Entonces, si vemos que los valores de ambas fórmulas son los mismos en todas las filas, habremos comprobado que esas dos fórmulas son **equivalentes**. Y si encontramos alguna fila en la que reciban valores distintos, entonces habremos comprobado que esas fórmulas **no** son equivalentes.

Enseguida veremos ejemplos.

§ 18.5. EQUIVALENCIA LÓGICA EN ARGUMENTOS

Diremos que dos **proposiciones** son **equivalentes** en **logprop**, si se pueden **formalizar** bajo una misma **clave**, de tal manera que las dos fórmulas correspondientes resulten ser **equivalentes** en logprop.

§ 18.6. PRIMER EJEMPLO DE VERIFICACIÓN DE EQUIVALENCIA

Vamos a tomar como ejemplo estas dos proposiciones:

[123] *Llueve.*

[124] *No es cierto que no llueve.*

Para verificar si estas dos proposiciones son equivalentes, empezamos por formalizarlas bajo una misma clave:

[125]	Clave:	
	<i>Llueve.</i>	P
	Formalización:	
	<i>No es cierto que no llueve.</i>	$\neg \neg P$

A continuación, confeccionamos una tabla para las dos fórmulas en cuestión. En este caso, al intervenir un único simprop, la tabla tiene solo 2 filas:

[126]		P	$\neg P$	$\neg \neg P$
	1	V	F	V
	2	F	V	F

Como vemos, las dos fórmulas que estamos comparando (**P** y **$\neg \neg P$**) son **V** en la misma fila, la 1.

Por lo tanto, podemos concluir que esas dos fórmulas son equivalentes:

$$\mathbf{P} \equiv_1 \neg\neg\mathbf{P}$$

Y por consiguiente, hemos verificado que [123] y [124] son a su vez proposiciones equivalentes.

§ 18.7. SEGUNDO EJEMPLO DE VERIFICACIÓN DE EQUIVALENCIA

A continuación, vamos a tomar como ejemplo las proposiciones:

[127] *Si no hay rayos, hay truenos.*

[128] *No es cierto que hay rayos pero no truenos.*

Para verificar si estas dos proposiciones son equivalentes, empezamos por formalizarlas bajo una misma clave:

[129]

Clave:	
<i>Hay rayos.</i>	P
<i>Hay truenos.</i>	Q
Formalización:	
<i>Si no hay rayos, hay truenos.</i>	$\neg P \rightarrow Q$
<i>No es cierto que hay rayos pero no truenos.</i>	$\neg (P \& \neg Q)$

A continuación, confeccionamos una tabla global para esas dos fórmulas:

	P	Q	$\neg P$	$\neg P \rightarrow Q$
1	V	V	F	V
2	V	F	F	V
3	F	V	V	V
4	F	F	V	F

	P	Q	$\neg Q$	$P \& \neg Q$	$\neg (P \& \neg Q)$
1	V	V	F	F	V
2	V	F	V	V	F
3	F	V	F	F	V
4	F	F	V	F	V

Como podemos comprobar, **$\neg P \rightarrow Q$** es **V** en las filas 1, 2 y 3, mientras que **$\neg (P \& \neg Q)$** es **V** en las filas 1, 3 y 4.

Por consiguiente, hemos verificado que esas dos fórmulas *no* son equivalentes:

$$\neg P \rightarrow Q \not\equiv_1 \neg (P \& \neg Q)$$

Y de este modo, hemos verificado que las proposiciones [127] y [128] *tampoco* son equivalentes.

En § 31.13 hay más ejemplos de verificación de equivalencias.

§ 18.8. CUESTIONES

1. Verifica mediante tablas de verdad si estas dos proposiciones son equivalentes, y razona tu respuesta a la luz de las tablas confeccionadas:

a) *Iré a Madrid o a Barcelona.*

b) *Iré a Barcelona o a Madrid.*

2. Haz lo mismo con estas dos proposiciones:

a) *Iré a Madrid o a Barcelona.*

b) *Iré a Madrid y a Barcelona.*

§ 18.9. VERDADES LÓGICAS

Decimos que una **fórmula de lenprop** **A** es una **verdad lógica de logprop**, cuando resulta **V** en **todas** las **intprops**.

Para señalar que **A** es una verdad lógica en logprop, pondremos:

$$\models, \quad \mathbf{A}$$

(leído “**a es una verdad lógica**”).

Esta notación tiene sentido, en la medida en que una **verdad lógica** es como una **consecuencia lógica** de **cero premisas**. En otras palabras: una verdad lógica es una fórmula que resulta **V** en **todas** las filas de su tabla de verdad, sin importar nada más.

Al subíndice del símbolo de consecuencia, se le aplican de nuevo comentarios análogos a los de § 17.3.

§ 18.10. NO VERDAD LÓGICA

Por su parte, si hay alguna intprop en la que una fórmula **A** es **F**, entonces **A** no es una **verdad lógica**. Y en ese caso, ponemos:

$$\not\models_1 \mathbf{A}$$

(leído “a no es una verdad lógica”).

§ 18.11. VERIFICACIÓN DE VERDAD LÓGICA

Para **verificar** si una **fórmula** es una **verdad lógica**, basta con hacer su **tabla de verdad**, y examinar sus **filas**.

Entonces, si vemos que la fórmula es **V** en **todas** las **filas** de la tabla, habremos comprobado que la fórmula es una **verdad lógica**. Y si hay **alguna** fila de la tabla en la cual la fórmula es **F**, entonces habremos comprobado que la fórmula **no** es una verdad lógica.

Enseguida veremos ejemplos.

§ 18.12. PROPOSICIONES QUE SON VERDADES LÓGICAS

Diremos que una **proposición** es una **verdad lógica** en **logprop**, si se puede formalizar de tal manera que la fórmula correspondiente resulta ser una **verdad lógica** en logprop.

§ 18.13. PRIMER EJEMPLO DE VERIFICACIÓN DE VERDAD LÓGICA

Vamos a tomar como ejemplo la proposición:

[130] *Llueve o no llueve.*

Para verificar si esta proposición una verdad lógica, empezamos por formalizarla:

[131]

Clave:
<i>Llueve.</i> P
Formalización:
<i>Llueve o no llueve.</i> $P \vee \neg P$

A continuación, confeccionamos una tabla para la fórmula resultante. De nuevo, al intervenir un solo simprop, la tabla tiene solo 2 filas:

[132]

	P	$\neg P$	$P \vee \neg P$
1	V	F	V
2	F	V	V

Como vemos, la fórmula **$P \vee \neg P$** resulta **V** en las dos filas de la tabla. Por lo tanto, dicha fórmula es una verdad lógica.

Y por consiguiente, hemos verificado que la proposición [131] es a su vez una verdad lógica.

Esto casa con el sentido común: la proposición [131] es verdad por pura lógica (es **verdadera pase** lo que **pase**).

§ 18.14. SEGUNDO EJEMPLO DE VERIFICACIÓN DE VERDAD LÓGICA

A continuación, vamos a tomar como ejemplo la proposición:

[133] *Llueve o llueve.*

Para verificar si esta proposición es una verdad lógica, empezamos por formalizarla:

[134]

Clave:
<i>Llueve.</i> P
Formalización:
<i>Llueve o llueve.</i> P ∨ P

A continuación, confeccionamos una tabla para dicha fórmula, que es incluso más sencilla que la anterior:

[135]

	P	P ∨ P
1	V	V
2	F	F

Como vemos, la fórmula **P ∨ P** es **V** en la fila **1** de la tabla, pero es **F** en la fila **2**. Por lo tanto, dicha fórmula *no* es una verdad lógica.

Y por consiguiente, hemos verificado que la proposición [133] *no* es una verdad lógica.

Esto casa con el sentido común: la proposición [133] no es verdadera pase lo que pase (es verdadera si llueve, pero es falsa si no llueve).

En § 31.14 hay más ejemplos de verificación de verdades lógicas, junto con inconsistencias y contingencias.

§ 18.15. CUESTIONES

Para cada una de estas proposiciones, verifica mediante tablas de verdad si es o no una verdad lógica, y razona tu respuesta a la luz de las tablas confeccionadas:

1. *Si llueve, entonces llueve.*
2. *Si no llueve, entonces llueve.*

§ 18.16. CUESTIONES FIN DE TEMA (VER § 1.18)

Tema 19

Consistencia – Contingencia – Espacio lógico – Sintaxis y semántica

§ 19.1. CONSISTENCIA E INCONSISTENCIA

Sea D un conjunto de fórmulas de **lenprop**. Decimos que D es **inconsistente** en **logprop**, cuando **no hay ninguna intprop** en la cual **todas** las fórmulas de D sean **V**.

En caso contrario (es decir, si existe **alguna** intprop en la cual todas las fórmulas de D son **V**), entonces decimos que D es **consistente** en **logprop**.

§ 19.2. VERIFICACIÓN DE CONSISTENCIA EN FÓRMULAS

Para **verificar** si un conjunto de fórmulas es **consistente**, basta con hacer una tabla conjunta para todas ellas, y examinar sus filas.

Entonces, si vemos que no hay ninguna fila de la tabla en la cual

todas las fórmulas del conjunto resulten ser **V**, habremos comprobado que el conjunto es **inconsistente**.

Y en caso contrario (esto es, si hay alguna fila de la tabla en la que todas las fórmulas del conjunto son **V**), entonces habremos comprobado que dicho conjunto es **consistente**.

Enseguida veremos ejemplos.

§ 19.3. CONJUNTOS DE PROPOSICIONES CONSISTENTES O INCONSISTENTES

Diremos que un **conjunto** de **proposiciones** es **inconsistente** en **logprop**, si se pueden **formalizar** bajo una misma **clave**, de tal manera que las fórmulas correspondientes resulten ser **inconsistentes** en **logprop**.

En caso contrario (es decir, si cualquier formalización de ese conjunto proposiciones bajo una misma clave, da lugar a un conjunto consistente de fórmulas), diremos que dicho conjunto de proposiciones es **consistente** en **logprop**.

§ 19.4. PRIMER EJEMPLO DE VERIFICACIÓN DE CONSISTENCIA

Vamos a tomar como ejemplo estas dos proposiciones:

[136] *No nieva.*

[137] *Si nieva, entonces no nieva.*

Para verificar si el conjunto de estas dos proposiciones es consistente, empezamos por formalizarlas bajo una misma clave:

[138]

Clave:	
<i>Nieva.</i>	P
Formalización:	
<i>No nieva.</i>	$\neg P$
<i>Si nieva, entonces no nieva.</i>	$P \rightarrow \neg P$

A continuación, confeccionamos una tabla para las mismas. Al intervenir un único simprop, la tabla tiene solo 2 filas:

[139]

	P	$\neg P$	$P \rightarrow \neg P$
1	V	F	F
2	F	V	V

Como vemos, en la fila **2** ocurre que las dos fórmulas que estamos comparando (**$\neg P$** y **$P \rightarrow \neg P$**) son ambas **V**.

Por lo tanto, podemos concluir que ese conjunto de dos fórmulas (**$\neg P$** y **$P \rightarrow \neg P$**) es consistente.

Y por consiguiente, hemos verificado que las proposiciones [136] y [137] forman a su vez un conjunto consistente.

En §31.15 hay más ejemplos de verificación de consistencia de conjuntos de proposiciones.

§ 19.5. SEGUNDO EJEMPLO DE VERIFICACIÓN DE CONSISTENCIA

A continuación, vamos a tomar como ejemplo la proposición:

[140] *Llueve y no llueve.*

Para verificar si esa proposición (ella sola) es consistente, empezamos por formalizarla:

[141]

Clave:	
<i>Llueve.</i>	P
Formalización:	
<i>Llueve y no llueve.</i>	P & ¬ P

A continuación, confeccionamos una tabla para la fórmula resultante:

[142]

	P	¬ P	P & ¬ P
1	V	F	F
2	F	V	F

Como vemos, la fórmula que estamos comprobando (es decir, **P & ¬ P**) es **F** en las dos filas de la tabla.

Por consiguiente, podemos concluir esa fórmula es inconsistente.

Y por consiguiente, hemos verificado que la proposición [140] es inconsistente a su vez.

§ 19.6. CUESTIONES

1. Verifica mediante tablas de verdad si el siguiente conjunto de proposiciones es consistente, y razona tu respuesta a la luz de las tablas confeccionadas:

Iré Madrid y a Barcelona.

No iré a Madrid.

2. Verifica mediante tablas de verdad si la siguiente proposición es consistente, y razona tu respuesta a la luz de las tablas confeccionadas:

Iré a Madrid pero no a Barcelona.

§ 19.7. CONTINGENCIA

Decimos que una **fórmula** de **lenprop** es **contingente**, cuando no es **ni inconsistente ni una verdad lógica**.

§ 19.8. EJEMPLO DE VERIFICACIÓN DE CONTINGENCIA

Vamos a volver a considerar la proposición [133]:

Llueve o llueve.

En § 18.14, vimos su formalización y su tabla de verdad corres-

pondientes:

Clave:	
<i>Llueve.</i>	P
Formalización:	
<i>Llueve o llueve.</i>	P ∨ P

	P	P ∨ P
1	V	V
2	F	F

Pues bien, a la vista de esta tabla, es obvio que la fórmula **P ∨ P** no es una verdad lógica, como ya dijimos en su momento.

Y también es obvio, viendo la tabla, que la fórmula no es inconsistente.

Por lo tanto, hemos comprobado que la fórmula **P ∨ ¬P** es contingente.

Y por consiguiente, [133] es a su vez una proposición contingente.

§ 19.9. ESPACIO LÓGICO

De las fórmulas y proposiciones que son verdades lógicas, decimos que son **lógicamente necesarias**.

De las fórmulas y proposiciones que son inconsistentes, decimos que son **lógicamente imposibles**.

De las fórmulas y proposiciones que son contingentes, decimos que están en la **zona intermedia** del **espacio lógico**: son **posibles**, pero **no necesarias**.

§ 19.10. CUESTIONES

1. Para cada una de estas proposiciones, verifica si mediante tablas de verdad si es contingente, inconsistente o una verdad lógica, y razona tu respuesta a la luz de las tablas confeccionadas:
 - a) *Si llueve, entonces no es cierto que no llueve.*
 - b) *Llueve si y solo si no llueve.*
 - c) *Si llueve, entonces no llueve.*
2. Pon un ejemplo de proposición que sea verdad lógica.
3. Pon un ejemplo de proposición que sea inconsistente.
4. Pon un ejemplo de proposición que sea contingente.

(En los apartados 2–4, solo se piden los ejemplos, no la verificación.)

§ 19.11. RECORDATORIO DE DIAGNÓSTICOS

De la **consecuencia lógica** hicimos un **recordatorio** en § 7.1 .

Un recordatorio de los restantes cuatro diagnósticos es el siguiente:

EQUIVALENCIA	=	MISMA POTENCIA.
VERDAD LÓGICA	=	MÁXIMA POTENCIA.
INCONSISTENCIA	=	NINGUNA POTENCIA.
CONTINGENCIA	=	MEDIANA POTENCIA.

§ 19.12. [PREMIUM] LENGUAJE OBJETO Y METALENGUAJE

De nuestro lenguaje formal (**lenprop**) decimos que es nuestro **lenguaje objeto**, porque es el lenguaje que estudiamos **directamente** en este curso (es decir, es nuestro **objeto** de **estudio** directo).

Del castellano, complementado con los términos técnicos que van apareciendo en el manual, decimos que es nuestro **metalenguaje**, porque es el lenguaje en el cual conducimos nuestra investigación del lenguaje objeto.

Así por ejemplo, **→** pertenece al lenguaje objeto, mientras que la expresión “**consecuencia lógica**”, y el símbolo “**⊢**”, pertenecen al metalenguaje.

Ahora bien, si estudiamos lenprop, es como herramienta para analizar la **estructura lógica subyacente** al **lenguaje natural**. Por lo tanto, aquí también estamos estudiando el propio lenguaje natural, aunque sea de forma **indirecta**, a través de lenprop.

§ 19.13. [PREMIUM] LÓGICA Y JUSTIFICACION

En **física**, estudiamos la **gravedad**, pero lo hacemos normalmente en la superficie de la Tierra, bajo el **influjo** de la misma.

En **medicina**, estudiamos la **respiración**, pero no podemos dejar de respirar mientras la estudiamos.

Del mismo modo, en **lógica formal** estudiamos los **argumentos deductivos**, pero al hacerlo estamos razonando continuamente. Y muchos de los argumentos que empleamos al estudiar lógica son argumentos deductivos.

En resumidas cuentas: la **lógica formal presupone la argumentación deductiva** — presupone que es la argumentación deductiva es una forma de razonamiento legítima.

Por esa razón, la lógica formal puede **analizar** y **explicar** la argumentación deductiva, pero **no puede** aspirar a **justificarla** en un sentido absoluto.

§ 19.14. [PREMIUM] SINTAXIS VERSUS SEMÁNTICA

La **sintaxis** de cualquier **lenguaje** o **código de comunicación** se compone de dos elementos:

1. Un conjunto de **símbolos** llamado **alfabeto**, que puede estar compuesto por trazos, sonidos, movimientos, gestos, etc.
2. Un conjunto de **reglas sintácticas**, que regulan cómo se pueden combinar los símbolos del alfabeto para producir **mensajes bien contruidos** (esto es, mensajes con potencial significativo).

La **semántica**, por su parte, regula la capacidad de los mensajes bien contruidos para transmitir un **significado**. Dicho significado (o **contenido**) es la **información** que los **agentes cognitivos** que

usan ese lenguaje o código, se transmiten unos a otros mediante tales mensajes.

§ 19.15. [PREMIUM] SINTAXIS Y SEMÁNTICA EN LENNAT

En los lenguajes naturales, sintaxis y semántica están tan unidas que es imposible desligarlas del todo.

Por ejemplo, en el análisis sintáctico de la oración:

[143] “El trofeo no cabía en el maletín porque era muy pequeño”.

el sujeto de “era” es el maletín. Mientras que en el análisis de la oración:

[144] “El trofeo no cabía en el maletín porque era muy grande”.

el sujeto de “era” es el trofeo.

Pues bien, para ser capaces de identificar eso — es decir, para ser capaces de captar correctamente la estructura sintáctica subyacente a [143] y [144] — necesitamos entender lo que estas oraciones significan. Y ello incluye una comprensión de qué son los trofeos y los maletines, qué se mete dentro de qué, etc.

§ 19.16. [PREMIUM] SINTAXIS DE LENPROP

Si **lenprop** tiene la consideración de **lenguaje formal**, es precisamente porque su sintaxis se puede definir al detalle sin hacer **referencia** a ninguna **interpretación** suya.

De hecho, la descripción del alfabeto y las reglas de formación de fórmulas de **lenprop** se realizaron en términos puramente **sintácticos**,

es decir, como meras **manipulaciones** de **símbolos** (como un juego de cartas, pero con los símbolos del alfabeto).

§ 19.17. [PREMIUM] SEMÁNTICA PARA LENPROP

Paralelamente, fuimos ido explicando cómo poner en correspondencia proposiciones del lenguaje natural con fórmulas de lenprop, a lo cual llamamos **formalización**. Y al hacer esto, estábamos esbozando una **primera semántica** para lenprop; es decir, una manera de **interpretar** sus fórmulas — una manera de darles **contenido**.

El carácter puramente formal de lenprop facilita su uso como herramienta de análisis de las proposiciones del lenguaje natural. En efecto, en la medida en que se da una correspondencia entre proposiciones y fórmulas, entendemos que dichas fórmulas captan **propiedades estructurales** de las proposiciones a las que corresponden.

Después, definimos una **segunda semántica** para lenprop, basada en la noción de **interpretación proposicional**. Esta segunda semántica ha sido de carácter mucho más **abstracto** y **sistemático**. Pero a cambio, nos ha ayudado a proporcionar definiciones rigurosas a nuestras **principales nociones semánticas**, que son los **cinco diagnósticos**: la **consecuencia lógica**, la **equivalencia**, etc.

§ 19.18. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 20

Cálculos deductivos – N1 – Banderas – La regla PR – Derivabilidad en N1

§ 20.1. RAZONAMIENTOS PORMENORIZADOS

En la vida **cotidiana**, solemos **argumentar** de manera espontánea e **intuitiva**, tal y como nos sale.

Sin embargo, hay algunas áreas de la actividad humana (como la **ciencia** y el **derecho**, por ejemplo), en los que esta forma intuitiva de proceder no es siempre aceptable. En contextos sofisticados, se exige una **exposición detallada** y **explícita** de las **razones** que nos llevan a apoyar una determinada **conclusión**.

Pues bien, a dichas exposiciones las vamos a llamar en este manual **razonamientos pormenorizados***.

§ 20.2. RAZONAMIENTOS DEDUCTIVOS PORMENORIZADOS

Hay algunos razonamientos pormenorizados en los que cada paso del razonamiento es un **argumento deductivo**.

Pues bien, a tales razonamientos los vamos a llamar en este manual **razonamientos deductivos pormenorizados***.

§ 20.3. CÁLCULOS DEDUCTIVOS

Un **cálculo deductivo** es un conjunto de **reglas de manipulación** de las **fórmulas** de un **lenguaje formal**, que nos permite **obtener** unas fórmulas a partir de otras.

Al resultado de esos procesos transformativos, lo llamamos **derivación** (abreviadamente, **deriv***).

En toda deriv, hay una fórmula que figura como **conclusión** de la deriv, y opcionalmente, un conjunto de fórmulas que figuran como **premisas**.

Las derivs son como **radiografías**, que representan la **estructura lógica** de los razonamientos deductivos pormenorizados.

§ 20.4. CÁLCULOS Y PROGRAMAS

Los **cálculos deductivos** son antecesores de los actuales **programas informáticos**.

De hecho, los cálculos deductivos y los programas informáticos comparten una característica fundamental: para **trabajar** con ellos, hay

que usarlos **rigurosamente**, al **pie de la letra**, sin equivocarnos en un solo símbolo.

En efecto, si al escribir un **código** de **programación**, ponemos mal un solo **carácter**, es muy posible que el programa **no funcione** en **absoluto**.

Y al manejar cálculos deductivos, tenemos que aplicar ese mismo espíritu. Ello significa **ajustarnos** a la **literalidad** de las **reglas** en todos sus detalles, **sin saltarnos ningún paso**, por **obvio** que nos parezca.

§ 20.5. GUÍA PARA APRENDER A DERIVAR

Una **guía** para **aprender** a usar un cálculo deductivo es la siguiente:

1. **Entrenar con paciencia**, para **ejercitar** nuestra mente en las reglas del cálculo.
2. Empezar por los casos **más sencillos**.
3. Hacer **muchos ejercicios**.
4. **Preguntar** todas las dudas que nos surjan por el camino.

§ 20.6. CUESTIONES

Explica con tus propias palabras, de forma resumida, las secciones § 20.1 – § 20.5 .

§ 20.7. CÁLCULOS DE ESTE CURSO

Con frecuencia, un mismo **tipo** de **cálculo** se puede adaptar a distintos **sistemas lógicos**, variando las reglas a aplicar, según corresponda.

En este curso, vamos a estudiar dos cálculos deductivos, adaptados a **logprop**:

1. La **deducción natural** para la **lógica proposicional clásica**.
2. El **método de árboles** para la **lógica proposicional clásica**.

§ 20.8. EL CÁLCULO N1

Al cálculo de **deducción natural** para la **lógica proposicional clásica**, lo vamos a llamar **N1***.

En **logfor2** estudiaremos una versión ampliada de este cálculo, adaptada a la **lógica de primer orden**, a la cual denominaremos **N2***.

§ 20.9. DERIVS EN N1

Una **deriv** en **N1** es un **listado** de fórmulas de lenprop en **vertical**, que cumple con los siguientes requisitos básicos:

1. Cada línea del listado contiene una fórmula de lenprop.
2. A la izquierda de cada línea hay un **número** de **orden**.
3. Algunas fórmulas aparecen dentro de un **caja** de trazos gruesos.
4. El resto de fórmulas tiene a su derecha una **justificación**, en la que se indica la **regla** por la cual se ha introducido esa fórmula.

Enseguida veremos cómo funciona todo esto.

§ 20.10. REGLAS DE N1

En la versión que vamos a ver aquí, **N1** tiene 20 **reglas**, divididas en dos grupos:

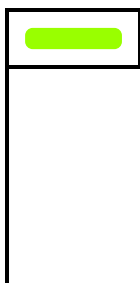
1. **Reglas primarias**, que comprende las **reglas 1 a 12**.
2. **Reglas secundarias**, que comprende las **reglas 13 a 20**.

Empezaremos estudiando las reglas primarias, que son las más básicas y fundamentales.

En § 24.8 explicaremos en qué consisten las reglas secundarias, y las iremos introduciendo de ahí en adelante.

§ 20.11. BANDERAS

En algunas derivs, aparecerá una especie de **bandera**, compuesta por una **caja** y un **palo** de trazos gruesos, más o menos como en esta imagen:



Una bandera es una **subderivación transitoria**, al **margen** de la **derivación principal**.

Una bandera se caracteriza por lo siguiente:

1. Empieza con una **fórmula** que se coloca en la **caja**, y a la cual llamamos **supuesto provisional**.
2. A continuación, utilizamos ese supuesto para obtener otras líneas, las cuales vamos colocando a la derecha del **palo**.
3. A las líneas correspondientes a la caja y al palo, las llamamos **líneas abanderadas**.
4. Las líneas abanderadas no se pueden usar en la derivación principal (*lo que está dentro de una bandera, se queda en la bandera*).
5. A continuación, usando alguna de las **reglas 5, 9 o 12**, **cerramos** la bandera y colocamos una fórmula **fuera de ella** (una línea **libre** de la bandera), a la cual llamamos **fruto de la bandera**.

En § 22.6 veremos que, ocasionalmente, puede haber banderas sin palo (es decir, banderas que solo tienen la caja).

Y en § 25.15 veremos que, ocasionalmente, una bandera puede aparecer dentro de otra.

§ 20.12. LA REGLA DE PREMISAS DE N1

Regla 1 de N1: Regla de premisas (PR). De acuerdo con esta regla, podemos **introducir** las **fórmulas** que **queramos** en las líneas **iniciales** de cualquier deriv, añadiendo la justificación **PR**.

Enseguida veremos ejemplos de ello.

§ 20.13. CONCLUSIÓN DE UNA DERIV EN N1

La **conclusión** de una **deriv** en **N1** es la **última fórmula** de la misma.

Como hemos señalado en § 20.11, tras cada bandera tiene que haber al menos una línea libre.

Por consiguiente, dado que la conclusión de una deriv es la última fórmula de la misma, se sigue que la **conclusión** ha de estar **siempre**, necesariamente, en una línea **libre** de **toda bandera** (es decir, fuera de toda bandera).

§ 20.14. CUESTIONES

Indica cómo identificar las premisas y la conclusión en una deriv.

§ 20.15. DERIVABILIDAD EN N1

Cuando existe una **deriv** en **N1**, cuyas **premisas** pertenecen a un **conjunto** de **fórmulas** **D**, y cuya **conclusión** es una fórmula **A**, entonces decimos que **A** es **derivable** de **D** en **N1**.

Esto lo señalizamos poniendo:

$$[145] \quad \boxed{D \quad \vdash_{N1} \quad A}$$

(leído “a es derivable de de, en ene uno”).

A las expresiones como [145] las llamamos **secuentes**.

Al símbolo $\vdash$ (similar a un torno de brazo simple) lo llamamos “**símbolo de derivabilidad**”. En este caso, el subíndice **N1** no debemos quitarlo, ya que nos va a servir para diferenciar entre la derivabilidad en **N1** y la derivabilidad en el **método de árboles**, que veremos después.

§ 20.16. NO DERIVABILIDAD EN N1

Por su parte, cuando **no** existe ninguna deriv de **A** desde **D**, entonces ponemos:

$$D \not\vdash_{N1} A$$

(léído “a es no derivable de de, en ene uno”).

§ 20.17. TEOREMAS FORMALES DE N1

Como veremos en § 22.4, algunas fórmulas son derivables en **N1** sin utilizar ninguna premisa.

A dichas fórmulas las llamaremos **teoremas formales** de **N1**.

Cuando ocurra esto, pondremos:

$$\vdash_{N1} A$$

(léído “a es derivable sin premisas en ene uno”).

En caso contrario (es decir, cuando **A** **no** es derivable sin premisas en **N1**), pondremos:

$$\not\vdash_{N1} A$$

(léído “a no es derivable sin premisas en ene uno”).

§ 20.18. CUESTIONES

Explica qué son los teoremas formales de **N1**.

§ 20.19. LA DERIV MÁS CORTA DEL MUNDO

Nuestro primer ejemplo de deriv en **N1** es la que demuestra que:

$$[146] \quad \boxed{\mathbf{P} \quad \vdash_{\mathbf{N1}} \quad \mathbf{P}}$$

Dicha deriv es muy sencilla. De hecho, es la **deriv más corta del mundo**:

$$[147] \quad \boxed{(1) \quad \mathbf{P} \quad \mathbf{PR}}$$

La línea (1) es la primera y única línea de esta deriv.

La fórmula **P** está correctamente introducida en la línea (1) en virtud de la regla **PR**, ya que **P** es una premisa en [146].

Por otra parte, al ser (1) una línea libre (es decir, que no está dentro de ninguna bandera), la deriv puede acabar con ella. Con lo cual, la línea (1) es también, simultáneamente, la **conclusión** de esta deriv.

Ello concuerda con el hecho de que **P** figura como conclusión en [146].

§ 20.20. ARGUMENTOS CIRCULARES

El seciente [146] muestra la estructura de un **argumento circular**, del tipo más **obvio** y **burdo** posible.

Un argumento con esa estructura es del todo **inútil**, porque no nos sirve para **obtener** nuevo **conocimiento**.

Sin embargo, el seciente es **válido**, porque la **conclusión** es **consecuencia lógica** de la **premisa**. Y por eso es importante comprobar que se puede derivar en **N1**.

En § 31.16 hay más derivs con la regla **PR**, y con distintas combinaciones de reglas primarias.

§ 20.21. CUESTIONES

1. Construye una derivación, con la regla **PR**, para el seciente:

$$\boxed{Q} \quad \vdash_{N1} \quad \boxed{Q}$$

2. Explica resumidamente tu opinión sobre los argumentos circulares.

§ 20.22. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 21

Reglas e-s y reglas secas – Las reglas MP, MT y DN

§ 21.1. REGLAS E-S

La siguiente regla que vamos a estudiar se llama **Modus Ponens** (leído “**módus pónens**”).

El **Modus Ponens**, y otras muchas reglas que veremos a continuación, son reglas de **tipo input-output** (es decir, **entrada-salida**). Abreviadamente, las llamaremos **reglas e-s*** (leído “**reglas e ese**”).

Estas reglas se aplican a **fórmulas** que **ya están presentes** en la deriv, y dan como **resultado** otra **fórmula**, que se **añade** por **debajo**.

A las fórmulas a las que se aplica la regla, las llamamos **entrada** de la **regla**.

A la fórmula que se obtiene como resultado de la regla, la llamamos **salida** de la **regla**.

§ 21.2. REGLAS SECAS

A las reglas que **no** son **e-s**, las vamos a llamar aquí **reglas secas***.

§ 21.3. APLICACIÓN DE LAS REGLAS E-S EN N1

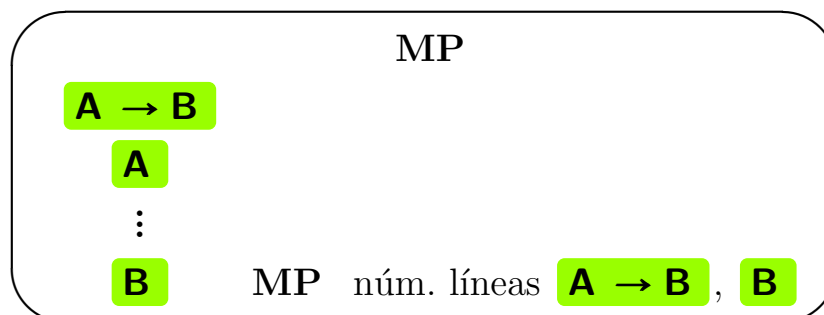
Al aplicar una **regla e-s** en **N1**, colocaremos una **justificación** a la derecha de la **salida**. Esa justificación contendrá el nombre abreviado de la regla, y los números de línea de cada entrada, **separados por comas**.

A la hora de aplicar una regla e-s en **N1**, es **indiferente** el **orden** en el que aparezcan las entradas en la deriv.

Sin embargo, en la justificación, colocaremos sus números siempre por orden **creciente** (de menor a mayor).

§ 21.4. EL MODUS PONENS

Regla 2 de N1: Modus Ponens (MP). Esta regla se rige por el siguiente esquema:



En este esquema, las fórmulas $A \rightarrow B$ y A son la entrada de la regla **MP**. Y la fórmula B es la salida de la regla.

Este esquema se puede resumir de la siguiente manera: cuando tenemos un **condicional** y su **antecedente**, podemos introducir el **consecuente**.

Cuando argumentamos en **lennat**, el **Modus Ponens** es un paso de razonamiento habitual, aunque no le demos ese nombre. Un ejemplo lo tenemos en [10].

§ 21.5. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS PR Y MP

El siguiente secunte se puede derivar con las reglas **PR** y **MP**:

$$[148] \quad \boxed{P \rightarrow Q, \quad P \quad \vdash_{N1} \quad Q}$$

La deriv en cuestión es la siguiente:

$$[149] \quad \boxed{\begin{array}{ll} (1) & P \rightarrow Q \quad \text{PR} \\ (2) & P \quad \text{PR} \\ (3) & Q \quad \text{MP 1,2} \end{array}}$$

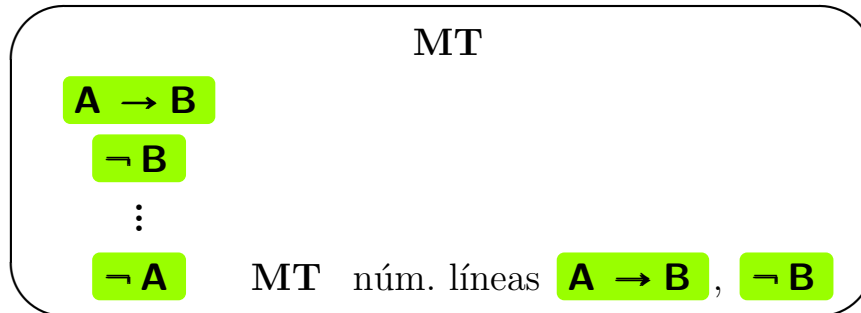
§ 21.6. CUESTIONES

Construye una derivación, con las reglas **PR** y **MP**, para el secunte:

$$\boxed{R \rightarrow S}, \quad \boxed{R} \quad \vdash_{N1} \quad \boxed{S}$$

§ 21.7. EL MODUS TOLLENS

Regla 3 de N1: Modus Tollens (MT, leído “módus tóllens”).
Esta regla se rige por el siguiente esquema:



Este esquema se puede resumir de la siguiente manera: cuando tenemos un **condicional** y la **negación** del **consecuente**, podemos introducir la **negación** del **antecedente**.

El **Modus Tollens** también es habitual, cuando razonamos en **len-nat**. En § 31.17 hay argumentos que corresponden a esta y las restantes reglas primarias de **N1**.

§ 21.8. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS PR Y MT

El siguiente secuento se puede derivar con las reglas **PR** y **MT**:

$$[150] \quad \boxed{P \rightarrow Q \quad , \quad \neg Q \quad \vdash_{N1} \quad \neg P}$$

La deriv en cuestión es la siguiente:

[151]	(1)	$P \rightarrow Q$	PR
	(2)	$\neg Q$	PR
	(3)	$\neg P$	MT 1,2

§ 21.9. CUESTIONES

Construye una derivación, con las reglas **PR** y **MT**, para el seciente:

$$R \rightarrow S, \quad \neg S \quad \vdash_{N1} \quad \neg R$$

§ 21.10. FALACIAS

Una **falacia** es un **argumento engañoso**, que a **primera vista** puede parecer **convinciente**, pero tras un **análisis detenido** se demuestra que es **ilegítimo** (es decir, que contiene algún **paso argumental injustificado**).

§ 21.11. FALACIA DE AFIRMACIÓN DEL ANTECEDENTE

El siguiente seciente **no** es derivable en **N1**:

$$[152] \quad P \rightarrow Q, \quad Q \quad \not\vdash_{N1} \quad P$$

Esta es la llamada **falacia de afirmación del antecedente**, de la cual vimos un ejemplo en § 17.9.

§ 21.12. CUESTIONES

Pon otro ejemplo de falacia de afirmación del antecedente.

§ 21.13. FALACIA DE NEGACIÓN DEL CONSECUENTE

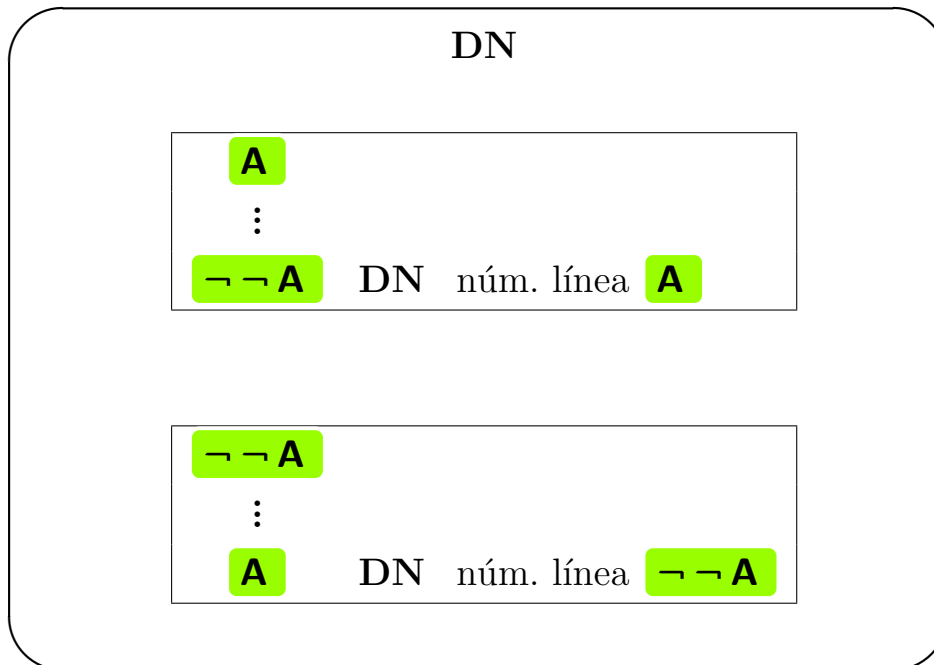
El siguiente seciente **tampoco** es derivable en N1:

$$[153] \quad P \rightarrow Q, \quad \neg P \quad \not\vdash_{N1} \quad \neg Q$$

Esta es la llamada **falacia de negación del consecuente**, de la cual hay un ejemplo en § 32.12 (1).

§ 21.14. LA REGLA DE DOBLE NEGACIÓN

Regla 4 de N1: Doble Negación (DN). Esta regla viene en dos versiones distintas, encapsuladas en el siguiente esquema:



Este esquema se puede resumir de la siguiente manera: podemos **poner o quitar dobles negaciones** de cualquier fórmula, siempre que se cumplan estas condiciones:

1. Que pongamos o quitemos $\neg\neg$ a la **fórmula entera** que aparece en una **línea** de la deriv (es decir, que no vale aplicar la regla a un **fragmento interior** de la fórmula).
2. Que coloquemos la nueva fórmula en una **línea adicional** de la deriv, añadiendo la justificación correspondiente a su derecha.

§ 21.15. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS PR, MT Y DN

El siguiente secunte se puede derivar con las reglas **PR**, **MT** y **DN**:

$$[154] \quad \boxed{\neg P \rightarrow Q, \quad \neg Q \quad \vdash_{N1} \quad P}$$

La deriv en cuestión es la siguiente:

[155]	(1)	$\neg P \rightarrow Q$	PR
	(2)	$\neg Q$	PR
	(3)	$\neg\neg P$	MT 1,2
	(4)	P	DN 3

§ 21.16. LA REGLA DN RECLAMA SU PROTAGONISMO

Como dijimos en § 20.4, para operar con los cálculos deductivos, tenemos que seguir sus reglas **al pie de la letra**.

Por consiguiente, la siguiente deriv sería **errónea**:

EJEMPLO DE DERIV ERRÓNEA:		
[156]	(1)	$\neg P \rightarrow Q$ PR
	(2)	$\neg Q$ PR
	(3)	P MT 1,2

El error en [156] consiste en que se ha omitido la aplicación de la regla **DN**.

Por esta razón, [155] es la deriv correcta para el seciente [154], ya que esa deriv, el uso de la regla **DN** se hace constar expresamente.

En resumidas cuentas, podemos decir que la **regla DN reclama su protagonismo**. Por consiguiente, cuando utilicemos esta regla en una deriv, hay que poner una **línea** para ello, y hay que **mencionarla** expresamente.

§ 21.17. CUESTIONES

1. Explica con tus propias palabras, de forma resumida, por qué decimos que la regla **DN** reclama su protagonismo.

2. Construye una derivación, con las reglas **PR**, **MP** y **DN**, para el seciente:

$$P \rightarrow \neg \neg Q, \quad P \vdash_{N1} Q$$

§ 21.18. CUESTIONES FIN DE TEMA
(VER § 1.18)

Tema 22

Las reglas PC, I&, E& e Iv

§ 22.1. PREÁMBULO A LA PRUEBA CONDICIONAL

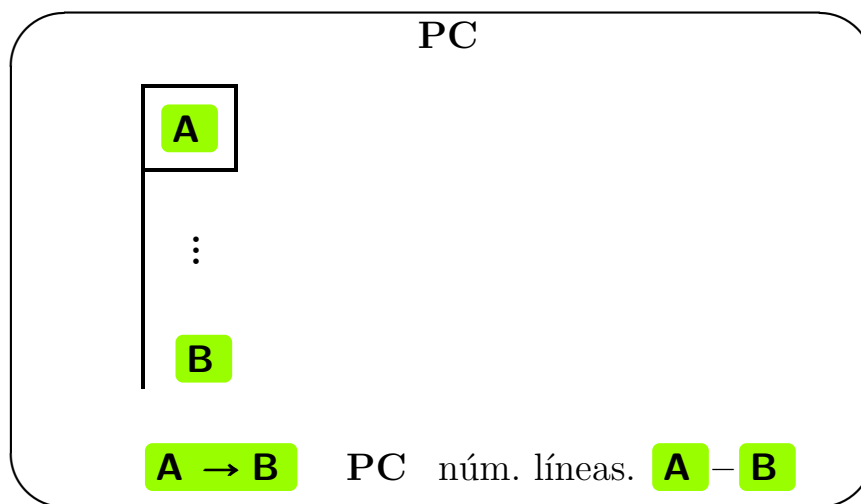
La siguiente regla es la **Prueba Condicional (PC)**.

Esta regla **no** es una regla **regla e-s**: no se aplica a **ninguna fórmula** que esté ya en la derivación.

Además, es la primera regla de **N1** que utiliza **banderas**.

§ 22.2. LA PRUEBA CONDICIONAL

Regla 5 de N1: Prueba Condicional (PC):



§ 22.3. EXPLICACIÓN DE LA PRUEBA CONDICIONAL

El esquema de la **Prueba Condicional** se explica de la manera siguiente:

1. El **objetivo** de esta regla es **introducir** un **condicional** en la deriv.
2. Por ello, lo primero que necesitamos hacer es **pensar ingeniosamente** qué condicional nos interesa introducir.
3. Por ejemplo, el condicional que queremos introducir en el esquema que acabamos de ver, es **A → B**, donde **A** y **B** son fórmulas cualesquiera.
4. Entonces, lo primero que hacemos es colocar el **antecedente** de ese **condicional** (en el esquema, la fórmula **A**) en la **caja** de la **bandera**.
5. Al hacer esto, estamos dando comienzo a la **subderivación provisional** que comprende esa bandera.

6. A continuación, usamos las reglas del cálculo, hasta obtener el **consecuente** de ese condicional (en el esquema, la fórmula **B**).
7. Cuando hayamos obtenido el consecuente que buscamos, trazamos el palo de la bandera, desde la caja hasta esta última fórmula.
8. Por último, y ya **fuera** de la **bandera**, colocamos la fórmula condicional (en el esquema, la fórmula **A → B**), justificada con la regla **PC**, y los números de línea de las fórmulas **A** y **B**, separados por un **guion**.
9. Esa fórmula condicional es el **fruto** de la bandera, está **libre** de la misma, y es apta para usarse en la derivación principal.

§ 22.4. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS DN Y PC

El siguiente seciente se puede derivar con las reglas DN y PC:

$$[157] \quad \vdash_{N1} \quad P \rightarrow \neg \neg P$$

Como vemos, se trata de un **seciente sin premisas**, por lo que [157] es también nuestro primer ejemplo de **teorema formal** de N1.

La deriv en cuestión es la siguiente:

$$[158] \quad \begin{array}{lll} (1) & \boxed{P} & \\ (2) & \neg \neg P & \text{DN 1} \\ (3) & P \rightarrow \neg \neg P & \text{PC 1-2} \end{array}$$

§ 22.5. CUESTIONES

Construye una derivación, con las reglas **DN** y **PC**, para el seciente:

$$\vdash_{\text{NI}} \neg \neg P \rightarrow P$$

§ 22.6. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LA REGLA PC SOLA (BANDERA SIN PALO)

El siguiente seciente se puede derivar usando únicamente la regla **PC**:

[159] $\vdash_{\text{NI}} P \rightarrow P$

La deriv en cuestión es la siguiente:

[160]
$$\begin{array}{ll} (1) & \boxed{P} \\ (2) & P \rightarrow P \quad \text{PC 1-1} \end{array}$$

Como vemos, [160] contiene una **bandera sin palo** (es decir, una bandera que consta únicamente de la caja).

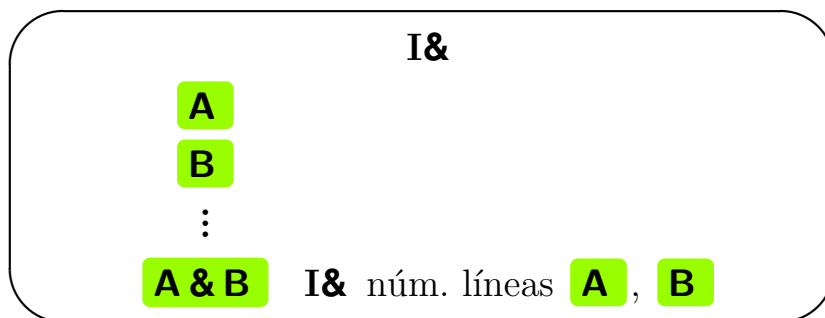
Ello es así, porque deseamos introducir el $P \rightarrow P$. Y la fórmula que aparece en la línea 1 (esto es, la fórmula P) resulta ser, **simultáneamente**, el **antecedente** y el **consecuente** de dicho condicional.

Por consiguiente, podemos introducir dicho condicional ($P \rightarrow P$) en la línea 2, mediante la regla **PC**, aplicada a “las líneas” 1 y 1.

Las banderas sin palo son algo excepcional, que solo aparecerán en nuestras derivaciones muy de vez en cuando. Pero conviene haber visto al menos una, para familiarizarnos con ellas.

§ 22.7. LA INTRODUCCIÓN DE LA CONJUNCIÓN

Regla 6 de N1: Introducción de la Conjunción (I&). Esta regla se rige por el siguiente esquema:



Este esquema se puede resumir de la siguiente manera: cuando tenemos **dos fórmulas** en **líneas separadas** de una deriv, podemos **introducir** su **conjunción**.

§ 22.8. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS PR, MP E I&

El siguiente secunte se puede derivar con las reglas **PR**, **MP** e **I&**:

[161]
 $P \rightarrow Q$, P , R $\vdash_{N1}$ $Q \& R$

La deriv en cuestión es la siguiente:

[162]	(1)	$P \rightarrow Q$	PR
	(2)	P	PR
	(3)	R	PR
	(4)	Q	MP 1,2
	(5)	$Q \& R$	I& 3,4

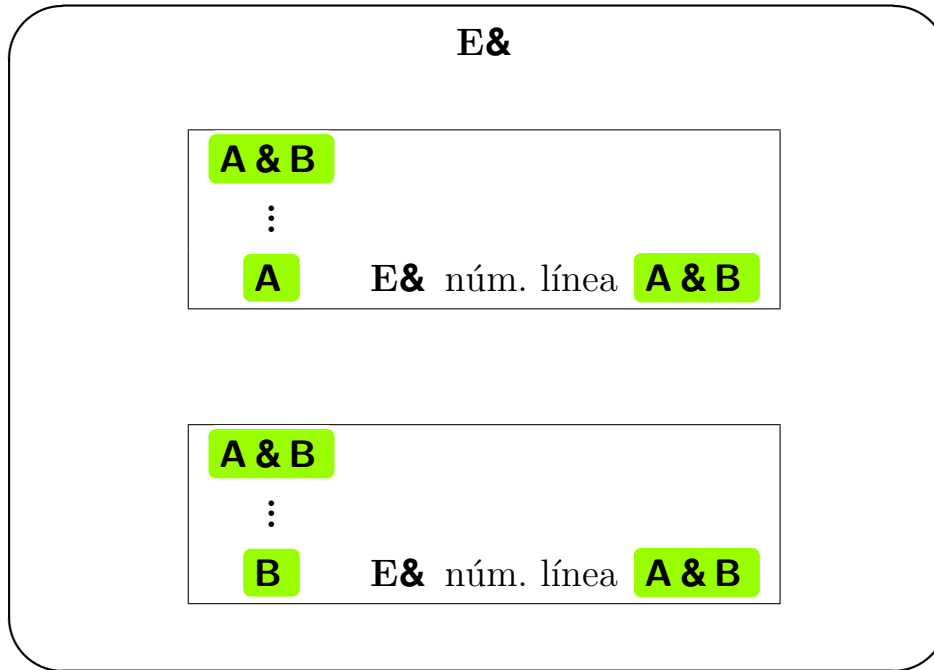
§ 22.9. CUESTIONES

Construye una derivación, con las reglas **PR**, **MT** e **I&**, para el siguiente:

$$P \rightarrow Q, \quad \neg Q, \quad R \quad \vdash_{N1} \quad \neg P \& R$$

§ 22.10. LA ELIMINACIÓN DE LA CONJUNCIÓN

Regla 7 de N1: Eliminación de la Conjunción (E&). Esta regla viene en dos versiones distintas, encapsuladas en el siguiente esquema:



Este esquema se puede resumir de la siguiente manera: cuando tenemos una **conjunción**, podemos introducir, como línea aparte, el **primer** o el **segundo conyunto** de la misma.

§ 22.11. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS PR, MP Y E&

El siguiente seciente se puede derivar con las reglas **PR**, **MP** y **E&**:

[163] **P** → (**Q** & **R**) , **P** $\vdash_{N1}$ **Q**

La deriv en cuestión es la siguiente:

[164]	(1)	$P \rightarrow (Q \& R)$	PR
	(2)	P	PR
	(3)	$Q \& R$	MP 1,2
	(4)	Q	E& 3

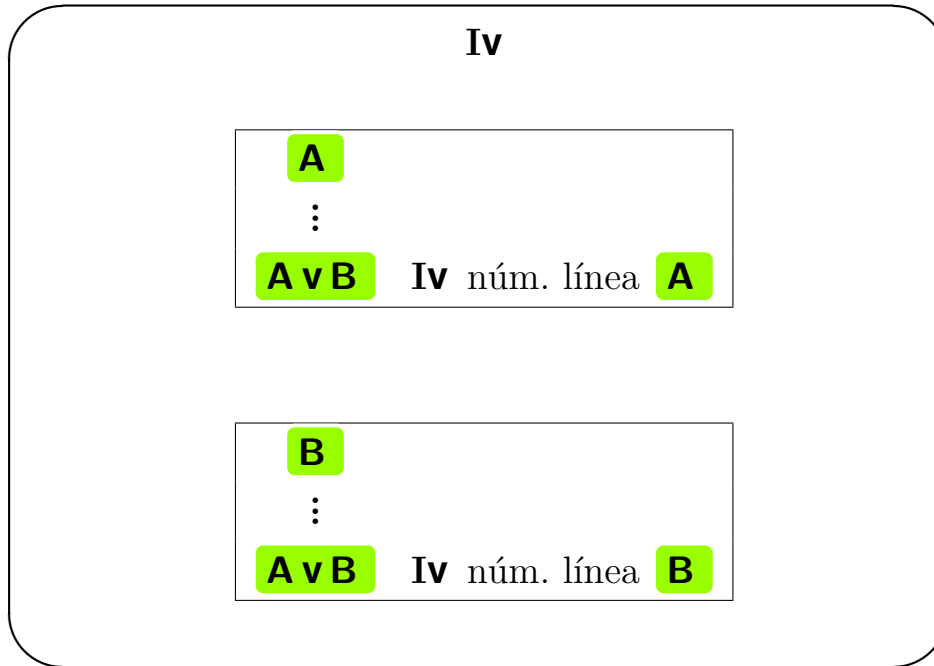
§ 22.12. CUESTIONES

Construye una derivación, con las reglas **PR**, **MT** e **I&**, para el siguiente:

$$P \rightarrow (Q \& R) \quad , \quad \vdash_{N1} R$$

§ 22.13. LA INTRODUCCIÓN DE LA DISYUNCIÓN

Regla 8 de N1: Introducción de la Disyunción (IV). Esta regla viene en dos versiones distintas, encapsuladas en el siguiente esquema:



Este esquema se puede resumir de la siguiente manera: cuando tenemos una fórmula cualquiera, podemos **ponerla** en **disyunción**, en una línea aparte, con **cualquier otra fórmula** que queramos.

Es importante insistir en esta idea: mediante la regla **Iv**, podemos poner en disyunción una fórmula que haya aparecido en la derivación, con **cualquier otra fórmula** que queramos, **sin** ninguna **restricción**.

§ 22.14. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS PR E Iv

El siguiente secunte se puede derivar con las reglas **PR** e **Iv**:

[165] **P** $\vdash_{N1}$ **P ∨ Q**

La deriv en cuestión es sumamente sencilla:

[166]	(1)	P	PR
	(2)	P v Q	Iv 1

§ 22.15. CUESTIONES

Construye una derivación, con las reglas **PR** e **Iv**, para el seciente:

$$\mathbf{Q} \vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{P v Q}$$

§ 22.16. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 23

Las reglas $E\vee$, $I\leftrightarrow$, $E\leftrightarrow$ y RA

§ 23.1. PREÁMBULO A LA ELIMINACIÓN DE LA DISYUNCIÓN

La siguiente regla de **N1** es la **Eliminación de la Disyunción** (**$E\vee$**).

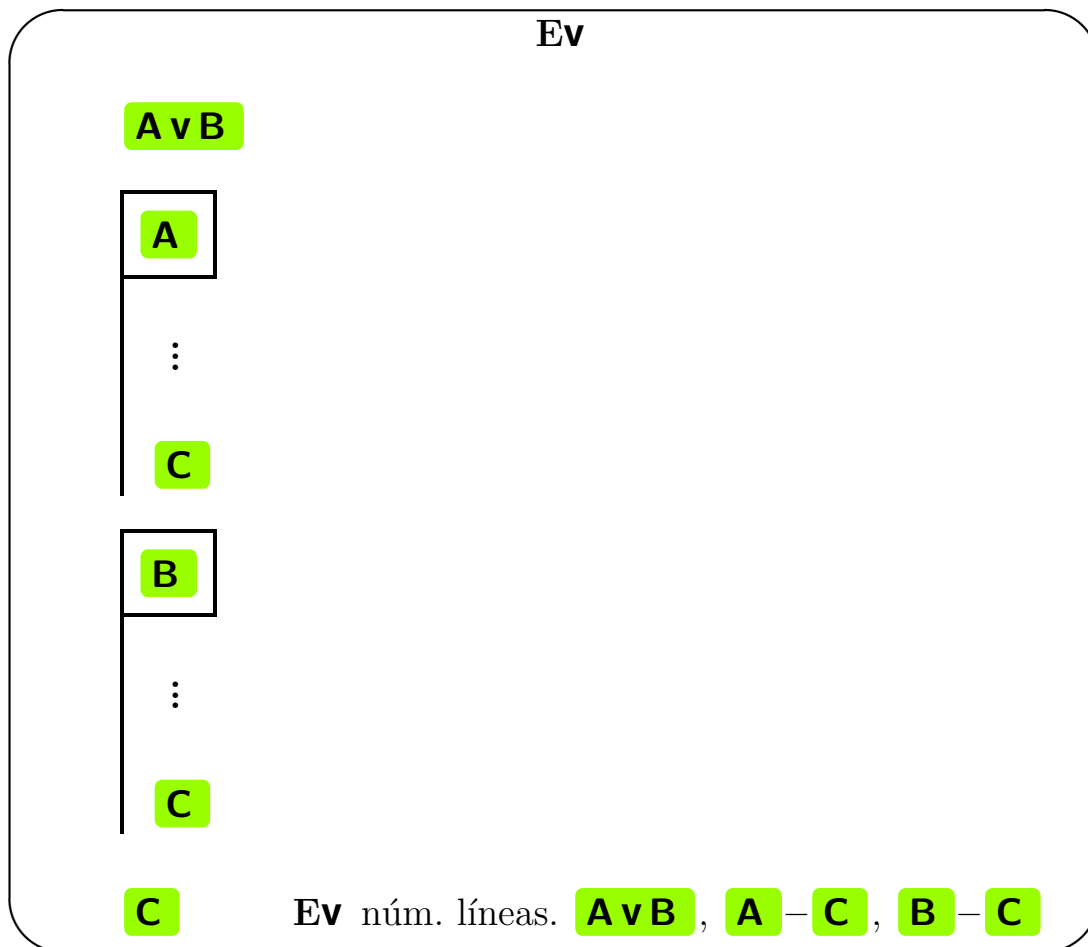
Esta regla es la **más difícil** de todas, por lo que también merece un comentario previo:

1. La regla **$E\vee$** es una **regla e-s**, cuya **entrada** es una **disyunción** que haya en la deriv.
2. Esta regla exige introducir **dos banderas** consecutivamente, de cada una de las cuales decimos que es un **caso** de la prueba.
3. Por esta razón, a la regla **$E\vee$** se le llama también **prueba de casos**.
4. La **primera bandera** (o **primer caso** de la prueba) tendrá en su caja el **primer disyunto** de la disyunción de entrada.
5. Dicho disyunto será el supuesto provisional de la primera bandera, a partir del cual intentaremos obtener la **fórmula de salida** de la regla.

6. A continuación, la **segunda bandera** (o **segundo caso** de la prueba) tendrá en su caja el **segundo disyunto** de la disyunción de entrada.
7. El segundo disyunto será el supuesto provisional de la segunda bandera, a partir del cual intentaremos obtener por segunda vez la **misma fórmula de salida** de la regla.

§ 23.2. LA ELIMINACIÓN DE LA DISYUNCIÓN

Regla 9 de N1: Eliminación de la Disyunción (**Ev**):



§ 23.3. EXPLICACIÓN DE LA ELIMINACIÓN DE LA DISYUNCIÓN

El esquema de la **Eliminación de la Disyunción** se explica de la manera siguiente:

1. La regla **Ev** se aplica a una **disyunción** que haya en la deriv, la cual será su **entrada**. En el esquema, la disyunción de entrada es **$A \vee B$** .
2. Lo primero que tenemos que hacer para aplicar esta regla, es **pensar ingeniosamente** qué **fórmula** (del tipo que sea), podríamos obtener de cada uno de los disyuntos de esa disyunción.
3. Dicha fórmula será la **salida** de la regla **Ev**. En el esquema, esta fórmula es **C** .
4. A continuación, comenzamos con el **primer caso** de la prueba.
5. Para ello, abrimos una primera bandera (es decir, una primera **subderivación temporal**).
6. En la caja de esa primera bandera, colocamos el primer disyunto de la disyunción de entrada, que será el **supuesto provisional** de esa primera bandera. En el esquema, se trata de la fórmula **A** .
7. A continuación, intentamos derivar la fórmula **C** , utilizando el supuesto provisional **A** . Y cuando lo hayamos logrado, damos por terminada la primera bandera.
8. A continuación, abordamos el **segundo caso** de la prueba.
9. Para ello, abrimos una segunda bandera, en cuya caja colocamos el segundo disyunto de la disyunción de entrada. En el esquema, se trata de la fórmula **B** .

10. Una vez hecho esto, intentamos derivar la misma fórmula **C**, a partir de este otro supuesto provisional. Y cuando lo hayamos logrado, damos por terminada la segunda bandera.
11. Por último, cuando hayamos obtenido la misma fórmula en las dos banderas, **repetimos** dicha fórmula por **tercera vez**, pero ahora como una línea **libre**, fuera de las dos banderas anteriores.
12. Esta última fórmula (que en el esquema es **C**) la justificamos por referencia a la regla **Ev**, así como al número de línea de la disyunción de entrada, y los números de líneas de inicio y fin de cada una de las dos banderas.
13. Dicha fórmula es, asimismo, el **fruto** de esas dos banderas, está **libre** de las dos, y es apta para usarse en la derivación principal.

§ 23.4. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS PR, MP Y Ev

El siguiente secunte se puede derivar con las reglas **PR**, **MP** y **Ev**:

$$[167] \quad \boxed{P \vee Q \quad , \quad P \rightarrow R \quad , \quad Q \rightarrow R \quad \vdash_{N1} \quad R}$$

La deriv en cuestión es la siguiente:

[168]	(1)	$P \vee Q$	PR
	(2)	$P \rightarrow R$	PR
	(3)	$Q \rightarrow R$	PR
	(4)	P	
	(5)	R	MP 2, 4
	(6)	Q	
	(7)	R	MP 3, 6
	(8)	R	Ev 1, 4–5, 6–7

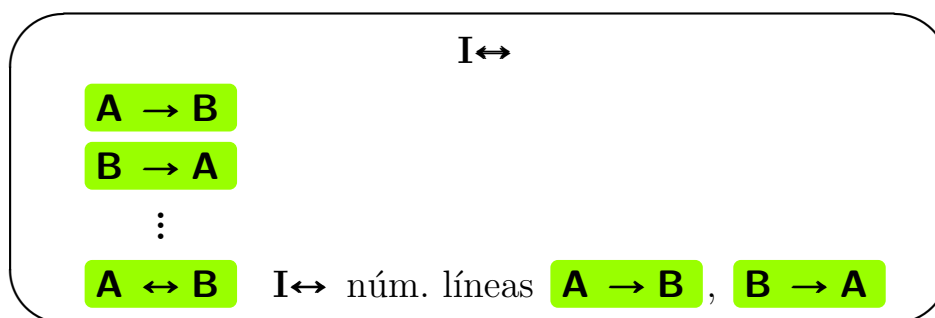
§ 23.5. CUESTIONES

Construye una derivación, con las reglas con las reglas **PR**, **MP** y **Ev**, para el secunte:

$$P \vee Q, \quad P \rightarrow \neg S, \quad Q \rightarrow \neg S \quad \vdash_{N1} \quad \neg S$$

§ 23.6. LA INTRODUCCIÓN DEL BICONDICIONAL

Regla 10 de N1: Introducción del Bicondicional ($I\leftrightarrow$). Esta regla se rige por el siguiente esquema:



Este esquema se puede resumir de la siguiente manera: cuando tenemos **dos condicionales opuestos en líneas separadas** de una deriv, podemos **introducir el bicondicional** correspondiente.

§ 23.7. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS PR, MP E $I\leftrightarrow$

El siguiente secunte se puede derivar con las reglas **PR**, **MP**, **PC** e **$I\leftrightarrow$** :

[169]
 $P \rightarrow Q$, $Q \rightarrow R$, $R \rightarrow P$ $\vdash_{N1}$ $P \leftrightarrow R$

La deriv en cuestión es la siguiente:

[170]	(1)	$P \rightarrow Q$	PR
	(2)	$Q \rightarrow R$	PR
	(3)	$R \rightarrow P$	PR
	(4)	P	
	(5)	Q	MP 1,4
	(6)	R	MP 2,5
	(7)	$P \rightarrow R$	PC 4–6
	(8)	$P \leftrightarrow R$	$I\leftrightarrow$ 3, 7

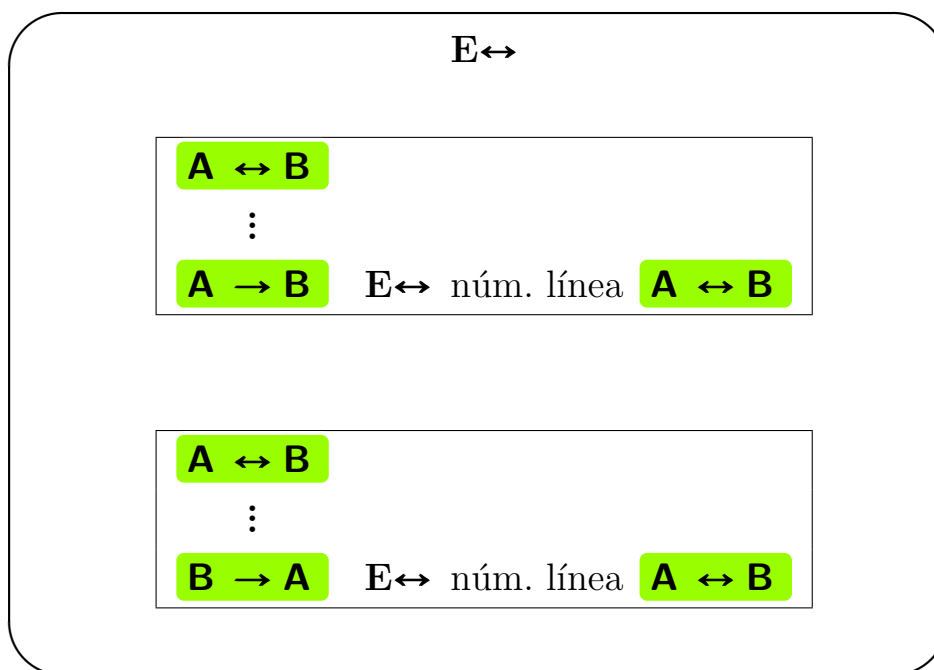
§ 23.8. CUESTIONES

Construye una derivación, con las reglas **PR**, **MP**, **PC** e **$I\leftrightarrow$** , para el seciente:

$$P \rightarrow Q, \quad Q \rightarrow R, \quad R \rightarrow P \quad \vdash_{N1} \quad P \leftrightarrow Q$$

§ 23.9. LA ELIMINACIÓN DEL BICONDICIONAL

Regla 11 de N1: Eliminación del Bicondicional ($E\leftrightarrow$). Esta regla viene en dos versiones distintas, encapsuladas en el siguiente esquema:



Este esquema se puede resumir de la siguiente manera: cuando tenemos un **bicondicional**, podemos introducir, como línea aparte, cualquiera de los dos **condicionales** correspondientes.

§ 23.10. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS PR, MP Y $E\leftrightarrow$

El siguiente secuento se puede derivar con las reglas **PR**, **MP** y $E\leftrightarrow$:

$$[171] \quad P \leftrightarrow Q, \quad P \quad \vdash_{N1} \quad Q$$

La deriv en cuestión es la siguiente:

[172]	(1)	$P \leftrightarrow Q$	PR
	(2)	P	PR
	(3)	$P \rightarrow Q$	$E\leftrightarrow 1$
	(4)	Q	MP 2,3

§ 23.11. CUESTIONES

Construye una derivación, con las reglas **PR**, **MP** y **$E\leftrightarrow$** , para el seciente:

$$P \leftrightarrow Q, \quad Q \vdash_{N1} P$$

§ 23.12. CONTRADICCIONES MANIFIESTAS

Dada cualquier fórmula A , decimos que la fórmula

$$A \& \neg A$$

es una **contradicción manifiesta***.

Además, decimos que una **proposición** es una **contradicción manifiesta**, si se puede **formalizar** mediante una fórmula de lenprop que es una contradicción manifiesta.

Obviamente, **cualquier contradicción manifiesta es inconsistente.**

Sin embargo, no todas las inconsistencias tienen la forma de una contradicción manifiesta. Así por ejemplo, § 32.14 (1),(2) son inconsistencias que **no** son contradicciones manifiestas (son inconsistencias más **sutiles**, por así decirlo).

§ 23.13. EJEMPLO DE CONTRADICCIÓN MANIFIESTA

Consideremos de nuevo la proposición [140]:

Llueve y no llueve.

Como vimos en su momento, esta proposición se puede formalizar mediante:

[173] **$P \ \& \ \neg P$**

Obviamente, la fórmula [173] es una contradicción manifiesta.

Por consiguiente, la proposición [140] es también una contradicción manifiesta.

§ 23.14. CUESTIONES

Pon otro ejemplo de proposición que sea una contradicción manifiesta.

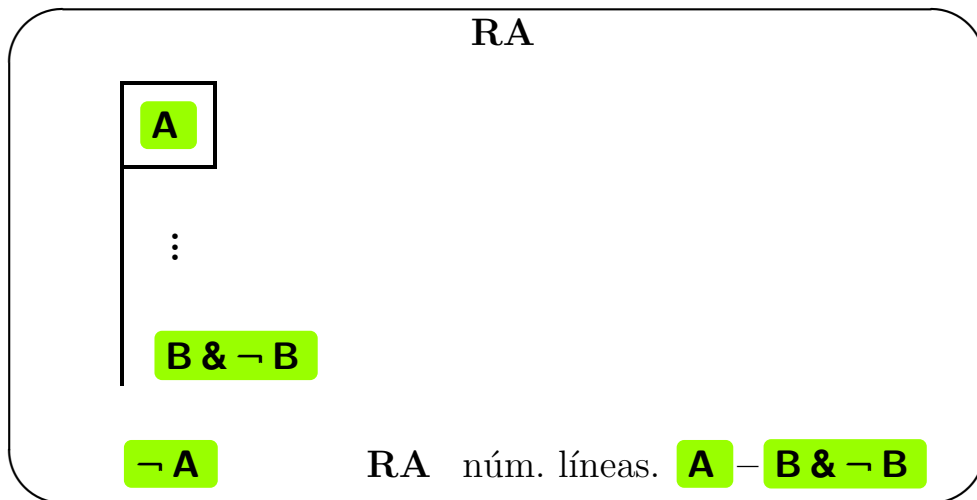
§ 23.15. PREÁMBULO A LA REDUCCIÓN AL ABSURDO

La última regla primaria de **N1** es la **Reducción al Absurdo (RA)**, que también merece un preámbulo especial:

1. La regla **RA** **no** es una regla **e-s**: no se aplica a ninguna fórmula que ya esté en la derivación.
2. La regla **RA** utiliza una **bandera**.
3. En la cabeza de esa bandera, vamos a colocar una fórmula especial, a la que llamaremos **fórmula tóxica***.
4. A partir de la fórmula tóxica como supuesto provisional, trataremos de llegar a una **contradicción manifiesta**.

§ 23.16. LA REDUCCIÓN AL ABSURDO

Regla 12 de N1: Reducción al Absurdo (RA):



§ 23.17. EXPLICACIÓN DE LA REDUCCIÓN AL ABSURDO

El esquema de la **Reducción al Absurdo** se explica de la manera siguiente:

1. Esta regla gira en torno a una **fórmula**, a la que llamamos **fórmula tóxica**.
2. En el esquema, la fórmula tóxica es **A**.
3. El objetivo de la regla **RA** es **introducir** la **negación** de la fórmula tóxica (es decir, la fórmula **$\neg A$**).
4. Para ello, lo primero que necesitamos es **pensar ingeniosamente** si, a partir de la **fórmula tóxica**, seremos capaces de **derivar** alguna **contradicción manifiesta**.
5. En el esquema, la contradicción manifiesta es la fórmula **$B \ \& \ \neg B$** .
6. Entonces, lo primero que hacemos es colocar la fórmula tóxica en la **caja** de una **bandera**.
7. A continuación, usamos las reglas del cálculo, hasta obtener la contradicción manifiesta.
8. Cuando hayamos conseguido eso, trazamos el palo de la bandera, desde la caja hasta esta última fórmula.
9. Por último, y ya **fuera** de la **bandera**, colocamos la negación de la fórmula tóxica, justificada con la regla **RA**, y los números de línea de las fórmulas **A** y **$B \ \& \ \neg B$** , **separados** por un **guion**.
10. Dicha fórmula es el **fruto** de esa bandera, está **libre** de la misma, y es apta para usarse en la derivación principal.

§ 23.18. EJEMPLO DE DERIVACIÓN CON LAS REGLAS PR, I& Y RA

El siguiente secunte se puede derivar con las reglas **PR**, **I&** y **RA**:

$$[174] \quad \neg(P \& Q) \quad , \quad P \quad \vdash_{N1} \quad \neg Q$$

La deriv en cuestión es la siguiente:

$$\begin{array}{lll}
 (1) & \neg(P \& Q) & \text{PR} \\
 (2) & P & \text{PR} \\
 (3) & \boxed{Q} & \\
 (4) & P \& Q & \text{I\& } 2,3 \\
 (5) & (P \& Q) \& \neg(P \& Q) & \text{I\& } 1,4 \\
 (6) & \neg Q & \text{RA } 3-5
 \end{array}$$

[175]

§ 23.19. CUESTIONES

Construye una derivación, con las reglas **PR**, **I&** y **RA**, para el secunte:

$$\neg(P \& Q) \quad , \quad Q \quad \vdash_{N1} \quad \neg P$$

§ 23.20. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 24

Reglas primarias y secundarias – Las reglas SC y TR

§ 24.1. GUÍA PARCIAL PARA CONSTRUIR DERIVS CON LAS REGLAS PRIMARIAS

No existe una **receta mecánica** para **construir derivs** en **N1**, ni con reglas primarias ni con reglas secundarias. Tenemos que usar el **ingenio**, y hacer **borradores** en sucio (por **ensayo y error**), hasta dar con la deriv que buscamos.

En todo caso, las siguientes **pautas** constituyen una **guía parcial**, para **ayudarnos** a encontrar la deriv que buscamos en cada ocasión:

1. Si necesitamos llegar a un **condicional**, intentamos aplicar la regla **PC**.
2. Si hay una **disyunción**, y queremos hacer **uso** de ella, intentamos aplicar la regla **Ev**.
3. Si necesitamos llegar a una **negación**, intentamos aplicar la regla **RA**.

4. En general, si **no vemos claro** hacia dónde proceder, también intentamos aplicar la regla **RA** (es la regla de **último recurso**).
5. El resto de reglas primarias son más **intuitivas** (vienen a la cabeza con más facilidad).

§ 24.2. EJEMPLO DE FORMALIZACIÓN Y DERIVACIÓN EN N1 CON REGLAS PRIMARIAS

Vamos a considerar el siguiente argumento:

[176] (1) *Si vas tú, yo no voy.*
 POR LO TANTO:
No es cierto que vayamos tú y yo.

A continuación, procedemos a formalizarlo:

[177]

Clave:	
<i>Tú vas.</i>	P
<i>Yo voy.</i>	Q
 Premisa:	
<i>Si vas tú, yo no voy.</i>	$P \rightarrow \neg Q$
 Conclusión:	
<i>No es cierto que vayamos tú y yo.</i>	$\neg (P \& Q)$

A continuación, indicamos el seciente que corresponde a dicho argumento:

$$[178] \quad \boxed{P \rightarrow \neg Q \quad \vdash_{N1} \quad \neg (P \& Q)}$$

Y por último, probamos que ese seciente es derivable en **N1**:

$$[179] \quad \begin{array}{lll} (1) & P \rightarrow \neg Q & \text{PR} \\ (2) & \boxed{P \& Q} & \\ (3) & P & \text{E\& 2} \\ (4) & \neg Q & \text{MP 1,3} \\ (5) & Q & \text{E\& 2} \\ (6) & Q \& \neg Q & \text{I\& 4,5} \\ (7) & \neg (P \& \neg Q) & \text{RA 2-6} \end{array}$$

En § 31.17 hay más ejemplos de formalización de argumentos y derivación en **N1** con reglas primarias.

§ 24.3. CUESTIONES

Considera el siguiente argumento:

(1)	<i>Si llueve, me mojo.</i>
	POR LO TANTO:
	<i>Si no me mojo, no llueve.</i>

1. Formaliza dicho argumento.
2. Indica el seciente que corresponde al mismo.
3. Deriva dicho seciente en **N1**.

§ 24.4. SECUENTES ESQUEMÁTICOS

Recordemos el seciente [174]:

$$\neg (P \& Q) , \quad P \quad \vdash_{N1} \quad \neg Q$$

Pues bien, vamos a reemplazar la simprop **P** por la variable metalingüística **A**, en representación de una **fórmula cualquiera**.

Y lo mismo haremos con la simprop **Q** y la variable metalingüística **B**.

El resultado será:

$$[180] \quad \neg (A \& B) , \quad A \quad \vdash_{N1} \quad \neg B$$

donde **A** y **B** representan **fórmulas cualesquiera**.

De [180] decimos que es un **seciente esquemático**, porque sus componentes básicos no son simprops, sino fórmulas cualesquiera.

§ 24.5. DERIVACIONES ESQUEMÁTICAS

Consideremos ahora la deriv [175].

Pues bien, ahora vamos a reemplazar los simprops **P** y **Q** de dicha deriv, por las variables metalingüísticas **A** y **B**, respectivamente.

El resultado será:

[181]	(1)	$\neg (A \& B)$	PR
	(2)	A	PR
	(3)	B	
	(4)	$A \& B$	I& 2,3
	(5)	$(A \& B) \& \neg (A \& B)$	I& 1,4
	(6)	$\neg B$	RA 3–5

donde **A** y **B** representan **fórmulas cualesquiera**.

De [181] decimos que es una **derivación esquemática**, porque sus componentes básicos no son simprops, sino fórmulas cualesquiera.

En § 31.18 hay más ejemplos de secuentes y derivaciones esquemáticas.

§ 24.6. CUESTIONES

Escoge cualquier otra derivación anterior del manual, y transfórmala en una derivación esquemática.

§ 24.7. USO DE DERIVACIONES ESQUEMÁTICAS PARA ACORTAR OTRAS DERIVACIONES

Imaginemos que, en sendas líneas de una deriv, nos aparecen estas fórmulas:

- $\neg (A \& B)$
- A

(donde A y B son fórmulas cualesquiera).

Pues bien, [180] garantiza que podemos introducir la fórmula $\neg B$ en esa deriv. Y [181] nos indica los pasos que serían necesarios para ello.

Esto nos brinda la posibilidad de **utilizar** los secuentes y derivaciones esquemáticas como **reglas secundarias** de N1.

§ 24.8. REGLAS SECUNDARIAS DE N1

Las **reglas secundarias** de N1 son un **listado** de **secuentes**, que se pueden **derivar** mediante **reglas primarias**, o mediante otras **reglas secundarias** anteriores en el listado.

El uso de reglas secundarias nos permite **acortar** muchas derivs, poniendo en la justificación el nombre de la regla y las líneas a las que se aplica, en su caso. Enseguida veremos ejemplos.

§ 24.9. CONVENIENCIA DE LAS REGLAS SECUNDARIAS

El uso de **reglas secundarias** es un **lujo**, no una **necesidad**. Ello es así, porque cualquier secuencia derivable con reglas secundarias, se **puede derivar también** con reglas **primarias**.

Sin embargo, son un lujo **muy conveniente**, porque permiten simplificar enormemente muchas derivs.

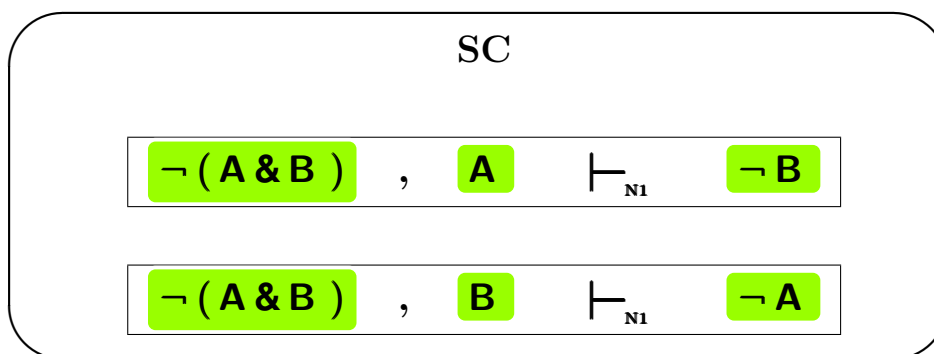
Algunas cuestiones de temas, controles o exámenes, pueden recomendar el uso de reglas secundarias para acortar la deriv. En estos casos, hay que tener en cuenta que intentar la misma deriv solo con reglas primarias, puede resultar mucho más arduo y complicado.

§ 24.10. CUESTIONES

Explica con tus propias palabras por qué decimos que las reglas secundarias son un lujo conveniente.

§ 24.11. EL SILOGISMO CONJUNTIVO

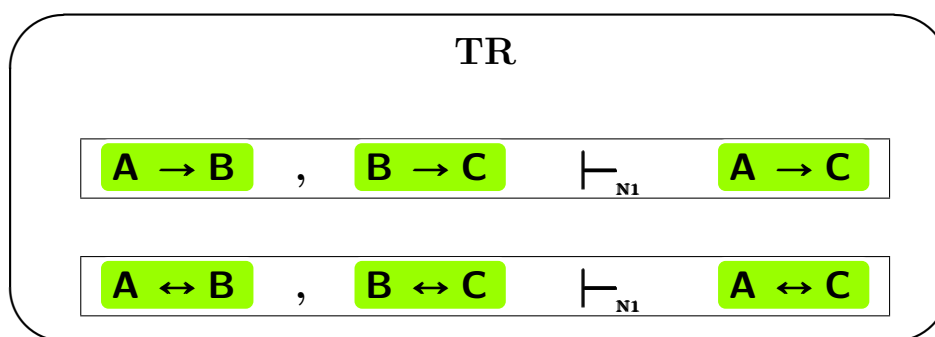
Regla 13 de N1: Silogismo Conjuntivo (SC). Esta regla corresponde a los secuentes:



El primer seciente de **SC** se acaba de derivar. En § 31.18 se encontrará la deriv del segundo, así como las correspondientes a muchas de las reglas secundarias de **N1** (las más representativas y sencillas de obtener).

§ 24.12. LA TRANSITIVIDAD DE CONDICIONAL Y BICONDICIONAL

Regla 14 de N1: Transitividad de Condicional y Bicondicional (TR). Esta regla corresponde a los secientes:



§ 24.13. EJEMPLO DE DERIV CON LAS REGLAS SC Y TR

El siguiente seciente se puede derivar con las reglas **SC** y **TR**, junto con las reglas primarias de **N1**:

[182] $\neg(P \& (Q \rightarrow T)), Q \rightarrow R, R \rightarrow T \vdash_{N1} \neg P$

En efecto, la deriv es:

[183]	(1) $\neg (P \& (Q \rightarrow T))$ PR
	(2) $Q \rightarrow R$ PR
	(3) $R \rightarrow T$ PR
	(4) $Q \rightarrow T$ TR 2,3
	(5) $\neg P$ SC 1,5

§ 24.14. CUESTIONES

Construye una deriv, con las reglas **SC**, **TR** y las primarias, para el seciente:

$$\neg((P \rightarrow R) \& S), P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash_{N1} \neg S$$

§ 24.15. CUESTIONES FIN DE TEMA

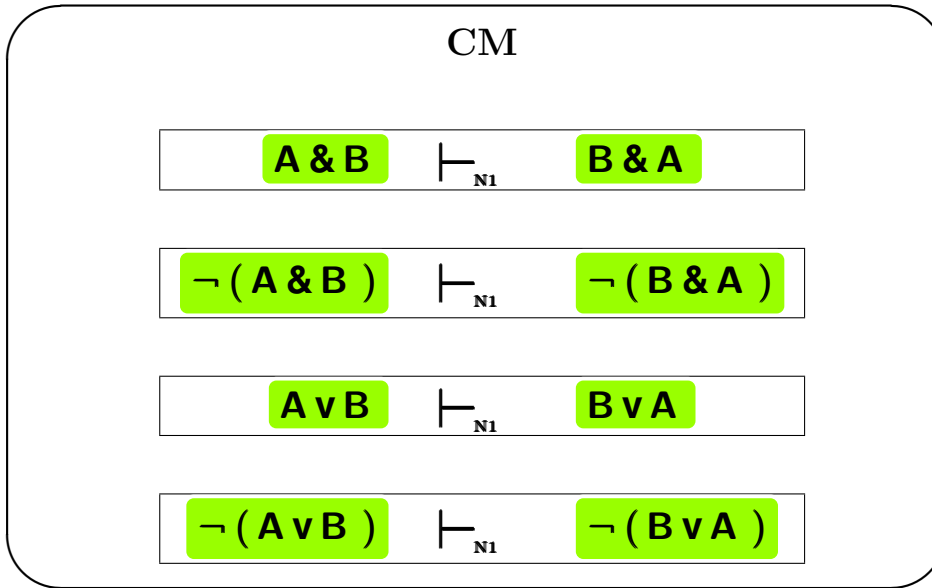
(VER § 1.18)

Tema 25

Las reglas CM, PNC, PEX, PTE, SD e ID – El método del baile, aplicado a ID

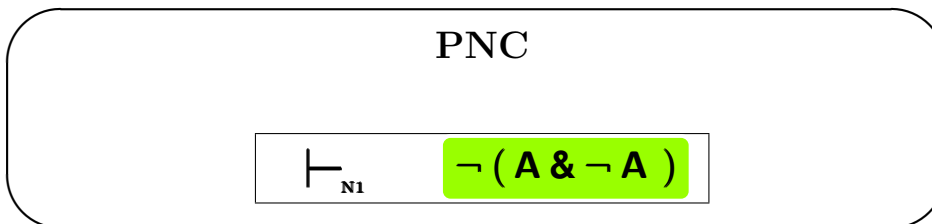
§ 25.1. LA CONMUTATIVIDAD DE CONJUNCIÓN Y DISYUNCIÓN

Regla 15 de N1: Conmutatividad de Conjunción y Disyunción (CM). Esta regla corresponde a los secuentes:



§ 25.2. EL PRINCIPIO DE NO CONTRADICCIÓN

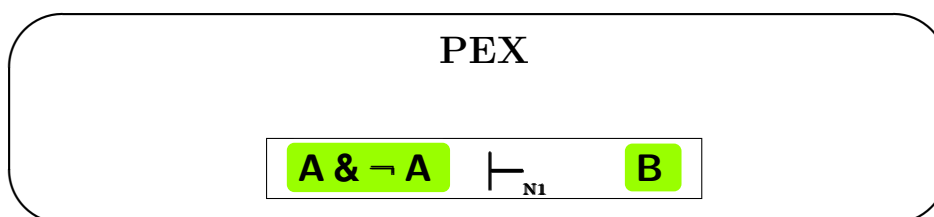
Regla 16 de N1: Principio de No Contradicción (PNC). Esta regla corresponde al seciente:



Mediante el uso de esta regla, podemos introducir en cualquier línea de una deriv una fórmula del tipo $\neg (A \& \neg A)$, para cualquier fórmula A .

§ 25.3. EL PRINCIPIO DE EXPLOSIÓN

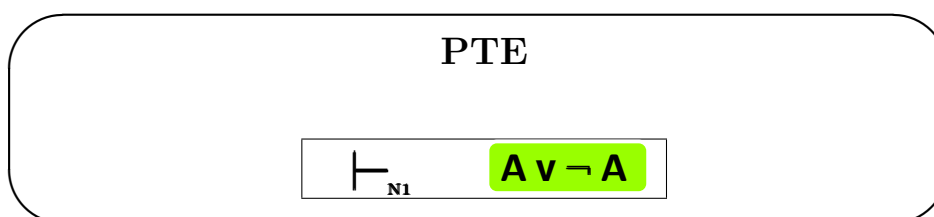
Regla 17 de N1: Principio de Explosión (PEX). Esta regla corresponde al seciente:



Mediante el uso de esta regla, si en una línea de una derivación hay una **contradicción manifiesta**, entonces podemos introducir **cualquier fórmula que queramos, sin restricciones**.

§ 25.4. EL PRINCIPIO DE TERCIO EXCLUSO

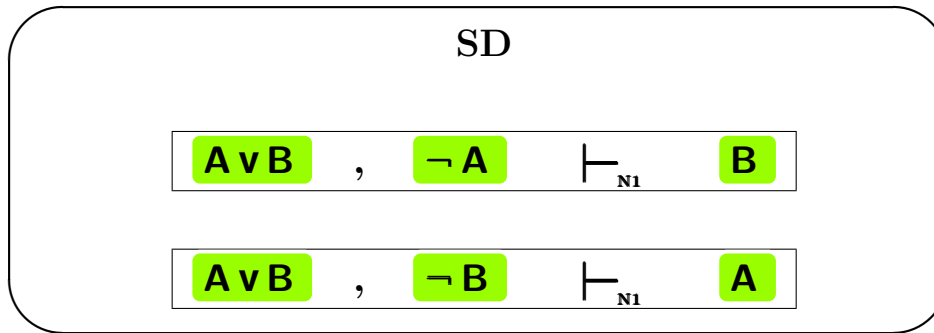
Regla 18 de N1: Principio de Tercio Excluido (PTE). Esta regla corresponde al seciente:



Mediante el uso de esta regla, podemos introducir en cualquier línea de una deriv una fórmula del tipo $A \vee \neg A$, para cualquier fórmula A .

§ 25.5. EL SILOGISMO DISYUNTIVO

Regla 19 de N1: Silogismo Disyuntivo (SD). Esta regla corresponde a los secuentes:



§ 25.6. EJEMPLO DE DERIV CON LAS REGLAS PNC Y SD

El siguiente secuente se puede derivar con las reglas **PNC** y **SD**, junto con las reglas primarias de **N1**:

[184] $(P \& \neg P) \vee Q \vdash_{N1} Q$

En efecto, la deriv es:

[185]

(1)	$(P \& \neg P) \vee Q$	PR
(2)	$\neg (P \& \neg P)$	PNC
(3)	Q	SD 1,2

§ 25.7. CUESTIONES

Construye una deriv, con las reglas **PTE** y **CM**, junto con las reglas primarias de **N1**, para el seciente:

$$(\neg P \vee P) \rightarrow Q \quad \vdash_{N1} \quad Q$$

§ 25.8. PREÁMBULO A LA REGLA DE INTERDEFINICIÓN

La **regla 20** es la **Regla de Interdefinición**. Se trata de la última regla de **N1**, y merece un comentario previo.

En algunas derivs, resulta útil transformar un **condicional** en una **disyunción**:

$$[186] \quad A \rightarrow B \quad \vdash_{N1} \quad \neg A \vee B$$

Otras veces, nos interesa transformar un **condicional negado** en una **conjunción**:

$$[187] \quad \neg (A \rightarrow B) \quad \vdash_{N1} \quad A \& \neg B$$

A los secientes [186] y [187] se les llama **secientes de interdefinición**, porque nos permiten eliminar una conectiva en favor de otras.

Pues bien, la **regla 20** aglutina todos los secientes de interdefinición entre entre **&**, **v** y **→**.

§ 25.9. SÍMBOLO DE INTERDERIVACIÓN

Para acortar el enunciado de la regla 20, conviene abreviar las parejas de secuentes opuestos:

$$\boxed{A} \vdash_{N1} \boxed{B} \qquad \boxed{B} \vdash_{N1} \boxed{A}$$

Para ello, pondremos:

$$\boxed{A} \dashv\vdash_{N1} \boxed{B}$$

A esta expresión la llamamos **secuente de interderivación**.

Y al símbolo $\dashv\vdash_{N1}$ lo llamamos **símbolo de interderivación**.

§ 25.10. REGLA DE INTERDEFINICIÓN

Regla 20 de N1: Interdefinición (ID). Esta regla corresponde a los siguientes secuentes de interderivación:

ID

$$A \rightarrow B \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg A \vee B$$

$$A \rightarrow B \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg (A \& \neg B)$$

$$\neg (A \rightarrow B) \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg (\neg A \vee B)$$

$$\neg (A \rightarrow B) \quad \dashv\vdash_{N1} \quad A \& \neg B$$

$$A \& B \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg (A \rightarrow \neg B)$$

$$A \& B \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg (\neg A \vee \neg B)$$

$$\neg (A \& B) \quad \dashv\vdash_{N1} \quad A \rightarrow \neg B$$

$$\neg (A \& B) \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg A \vee \neg B$$

$$A \vee B \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg (\neg A \& \neg B)$$

$$A \vee B \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg A \rightarrow B$$

$$\neg (A \vee B) \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg A \& \neg B$$

$$\neg (A \vee B) \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg (\neg A \rightarrow B)$$

§ 25.11. EL MÉTODO DEL BAILE, APLICADO A LA REGLA ID

No es recomendable tratar de memorizar todo los secuentes de **ID**.

En su lugar, lo recomendable es aplicar el **método del baile**, de manera similar a como lo vimos en § 14.13 .

En definitiva, se trata de utilizar el sentido común, a fin de reconstruir cada uno de estos secuentes, cuando los podamos necesitar.

Así por ejemplo, supongamos que:

Si cantó, bailó.

Obviamente, de ahí se sigue que:

O no cantó, o bailó.

Y a la inversa, si suponemos que:

O no cantó, o bailó.

de ahí se sigue claramente que:

Si cantó, bailó.

Pues bien, así hemos reconstruido el primero de los secuentes de **ID**.

En § 31.19 se reconstruyen mediante este método los demás secuentes de **ID** (del tercero en adelante).

§ 25.12. CUESTIONES

Reconstruye el segundo secuento de **ID**, mediante el método del baile.

§ 25.13. EJEMPLO DE DERIV CON LAS REGLAS PEX E ID

El siguiente secunte se puede derivar con las reglas **PEX** e **ID**, junto con las reglas primarias de **N1**:

$$[188] \quad \neg(P \vee Q) \quad , \quad Q \quad \vdash_{N1} \quad R$$

La correspondiente deriv es la siguiente:

[189]	(1)	$\neg(P \vee Q)$	PR
	(2)	Q	PR
	(3)	$\neg P \ \& \ \neg Q$	ID 1
	(4)	$\neg Q$	E& 3
	(5)	$Q \ \& \ \neg Q$	I& 2,4
	(6)	R	PEX 5

§ 25.14. CUESTIONES

Construye una deriv, con la regla **ID**, junto con las reglas primarias de **N1**, para el secunte:

$$\neg(P \ \& \ Q) \quad , \quad P \quad \vdash_{N1} \quad \neg Q$$

§ 25.15. EJEMPLO DE FORMALIZACIÓN Y DERIVACIÓN EN N1 CON REGLAS PRIMARIAS Y SECUNDARIAS

Vamos a considerar el siguiente argumento:

[190] (1) *O apruebas, o te quedas en la ciudad y vas a una academia.*
 POR LO TANTO:
Si no vas a una academia, has aprobado.

A continuación, procedemos a formalizarlo:

[191] **Clave:**
Apruebas. **P**
Te quedas en la ciudad. **Q**
Vas a una academia. **R**

Premisa:
O apruebas, o te quedas en la ciudad y vas a una academia. **$P \vee (Q \& R)$**

Conclusión:
Si no vas a una academia, has aprobado. **$\neg R \rightarrow P$**

A continuación, indicamos el seciente que corresponde a dicho argumento:

[192] **$P \vee (Q \& R)$** $\vdash_{N1}$ **$\neg R \rightarrow P$**

Y por último, probamos que ese secunte es derivable en **N1**, con reglas primarias y secundarias:

	(1)	$P \vee (Q \& R)$	PR
	(2)	$\neg P \rightarrow (Q \& R)$	ID 1
	(3)	$\neg R$	
	(4)	$\neg P$	
[193]	(5)	$Q \& R$	MP 2,4
	(6)	R	E& 5
	(7)	$R \& \neg R$	I& 3,6
	(8)	$\neg \neg P$	RA 4–7
	(9)	P	DN 8
	(10)	$\neg R \rightarrow P$	PC 2–8

En § 31.20 hay más ejemplos de formalización de argumentos y derivación en **N1** con reglas primarias y secundarias.

§ 25.16. CUESTIONES

Considera el siguiente argumento:

- (1) *No sabe hablar inglés ni francés.*
- (2) *Le contratan solo si sabe hablar inglés o italiano.*
- POR LO TANTO:
- Si le contratan, sabe hablar italiano.*

1. Formaliza dicho argumento.
2. Indica el seciente que corresponde al mismo.
3. Deriva dicho seciente en **N1**, con las reglas que quieras (primarias o secundarias).

§ 25.17. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 26

A1 – Las reglas PR, NC y de Cierre – Derivabilidad en A1

§ 26.1. LA DEDUCCIÓN NATURAL Y EL MÉTODO DE ÁRBOLES

N1 se llama **deducción natural**, porque es el cálculo deductivo que más se parece a cómo **justificamos explícitamente** nuestros **razonamientos deductivos pormenorizados**.

Eso no significa que, a nivel **interno**, nuestro **cerebro procese** la argumentación deductiva mediante las reglas de N1. De hecho, lo que ocurre a nivel interno cuando **razonamos** (o cuando **procesamos información**, del tipo que sea), es en gran medida un misterio.

Lo que sí es cierto, es que el cálculo que veremos a continuación (el llamado **método de árboles**, o **A1***) es bastante **menos natural** e **intuitivo** que N1. Pero a cambio, es mucho más **eficiente**.

Baste decir que en **A1** no habrá que usar el ingenio en ningún momento. Lo único que tendremos que hacer es aplicar ciegamente las reglas del cálculo, sin más.

§ 26.2. RAZONAMIENTO INDIRECTO POR EXAMEN DE ALTERNATIVAS

A1 se basa en una **estrategia argumentativa** que utilizamos ocasionalmente en el lenguaje natural, y a la cual llamaremos **razonamiento indirecto por examen de alternativas***.

Dicha estrategia consiste en lo siguiente:

1. Para valorar un **argumento**, empezamos considerando sus **premisas** y la **negación** de su **conclusión**.
2. A continuación, **examinamos sistemáticamente** todas las **alternativas** que se abren a partir de esa consideración, a ver si alguna es **viable**.
3. Si **no** hay **ninguna** alternativa viable para las premisas y la negación de la conclusión, entonces determinamos que el argumento es **válido**.
4. Si **hay alguna** alternativa viable para las premisas y la negación de la conclusión, entonces determinamos que el argumento es **inválido**.

Esta forma de razonar aparece ocasionalmente en lennat. Sin embargo, es bastante menos frecuente (y por lo tanto, menos natural e intuitiva) que las **cadenas de razonamiento lineal**, al estilo de **N1**.

§ 26.3. CUESTIONES

Explica a tu mejor entender por qué el razonamiento indirecto por examen de alternativas es menos natural que el razonamiento lineal.

§ 26.4. EL CÁLCULO A1

Al **método de árboles** para la **lógica proposicional clásica** lo vamos a llamar en este curso **A1**.

En **logfor2** estudiaremos una versión ampliada de este cálculo, adaptada a la **lógica de primer orden**, a la cual denominaremos **A2***. Pero de momento, no tenemos que preocuparnos por ello.

Una **deriv** en **A1** es un **árbol matemático invertido**, que cumple con los siguientes requisitos:

1. El árbol se estructura por **niveles**, con un número de orden a la izquierda, y se va construyendo **hacia abajo**.
2. En cada nivel, hay uno o más **nodos**, cada uno de los cuales alberga una **fórmula de lenprop**.
3. Para introducir cada nivel, hay que usar una de las **reglas** de **A1**.
4. Algunas de estas reglas producen **bifurcaciones** en **dos ramas separadas**, lo cual se señala mediante dos rayas en ángulo.
5. El resto de reglas **extienden** la rama a la que se aplican de forma **rectilínea**, lo cual se señala mediante una raya en vertical.

Enseguida veremos ejemplos, y en § 28.9 hay una ilustración gráfica con colores.

§ 26.5. REGLAS DE A1

A1 contiene **12 reglas**, separadas en varios grupos:

1. **Reglas secas***. Comprende las **reglas 1 a 3**.
2. **Reglas e-s**. Comprende las **reglas 4 a 12**.
3. **Reglas rectilíneas***. Comprende las **reglas 1 a 4**, así como las reglas **5, 8 y 10**.
4. **Reglas bifurcantes**. Comprende las reglas **6, 7, 9, 11 y 12**.

§ 26.6. CUESTIONES

1. Indica si la regla **1** de **A1** es:
 - a) Seca o e-s.
 - b) Rectilínea o bifurcante.
2. Haz lo mismo con las restantes once reglas.

§ 26.7. FÓRMULAS PRIMAS

A las **fórmulas atómicas** y **negaciones de atómicas** (es decir, a los **simprops** y **negaciones de simprops**) las vamos a llamar **fórmulas primas**.

Al resto de fórmulas de **lenprop** las llamaremos **fórmulas no primas**.

Las **reglas 4 a 12** de **A1** se aplican a **fórmulas no primas**.

Las **reglas 1 a 3 de A1** se aplican a **fórmulas cualesquiera**, primas o no.

§ 26.8. CUESTIONES

1. Pon dos ejemplos de fórmulas primas que consistan en simprops.
2. Pon dos ejemplos de fórmulas primas que consistan en negaciones de simprops.
3. Pon dos ejemplos de fórmulas no primas.

§ 26.9. TICADO DE FÓRMULAS

Cuando aplicamos una de las reglas **4 a 12** a una fórmula, procedemos a **ticarla**, colocando a su derecha el símbolo



De ese modo, señalizamos que esa **fórmula** ya ha sido **utilizada**, y **no** volveremos a **aplicarle** las **reglas** nunca más:

**FÓRMULA TICADA,
FÓRMULA OLVIDADA.**

§ 26.10. REGLA DE PREMISAS DE A1

Regla 1 de A1: Regla de Premisas (PR). De acuerdo con esta regla, para comenzar un árbol, empezamos por **introducir** las **premisas**, si las hay, en los nodos **iniciales**. Y añadimos la justificación **PR** a la derecha de cada uno.

Esta regla se abrevia igual que la **Regla de Premisas** de **N1**, y su uso es casi idéntico. La única diferencia es que aquí colocamos una raya vertical entre los nodos de las distintas premisas.

Enseguida veremos ejemplos de esta y las restantes reglas de **A1**.

§ 26.11. REGLA DE NEGACIÓN DE CONCLUSIÓN

Regla 2 de A1: Regla de Negación de conclusión (NC). De acuerdo con esta regla, a continuación de las premisas, si las hay, colocamos la **negación de la conclusión**. Y añadimos la justificación **NC** a su derecha.

Cuando la conclusión es una fórmula de alguno de estos tipos:

A & B

A ∨ B

A → B

A ↔ B

entonces tenemos que **ponerla entre paréntesis**, antes de colocar el **símbolo de negación** .

De ese modo, nos aseguraremos de **negar la fórmula entera**, como exige la regla:

**CUANDO USE LA REGLA NC,
EL PARÉNTESIS NO OLVIDARÉ.**

Veremos ejemplos enseguida.

§ 26.12. CUESTIONES

Explica con tus propias palabras, de forma resumida, en qué consisten las reglas **PR** y **NC** de **A1**.

§ 26.13. BASE DEL ÁRBOL

Llamamos **base*** del árbol a los **nodos** correspondientes a las **premisas** (si las hay), y a la **negación** de la **conclusión**:

**TODO ÁRBOL EMPIEZA CON
PREMISAS Y NEGACIÓN DE CONCLUSIÓN.**

Como las reglas **PR** y **NC** son **rectilíneas**, podemos concluir que la **base** de **cualquier árbol** es **rectilínea**, y **pertenece** a **todas** las **ramas**.

§ 26.14. CORTOCIRCUITOS

Cuando en una **rama** hay un nodo con una fórmula **A**, y otro nodo con la fórmula **¬A**, decimos que se ha producido un **cortocircuito** entre los niveles correspondientes a esas dos fórmulas.

§ 26.15. REGLA DE CIERRE

Regla 3 de A1: Regla de Cierre:

1. Después de aplicar las reglas **PR** y **NC**, en el momento en que detectemos un **cortocircuito** en una **rama**, debemos **cerrarla**.
2. Para ello, colocamos el símbolo **×** debajo de la rama.

3. Debajo de ese símbolo, indicamos los números de línea que han producido el cortocircuito.
4. Y ya no volveremos a extender dicha rama en ningún momento posterior.

§ 26.16. ÁRBOLES TERMINADOS

1. Un **árbol** está **terminado y cerrado** (o **cerrado**, a secas), cuando todas sus ramas están cerradas.
2. Un **árbol** está **terminado y abierto**, cuando tiene alguna rama o ramas abiertas, pero todas las fórmulas no primas están tictadas, y el árbol ya no se puede extender más.

Como comprobaremos enseguida, las reglas están diseñadas de manera que **todos** los **árboles** de **A1 terminan**, ya sea **abiertos** o **cerrados**, tras un **número finito** de **pasos**.

§ 26.17. CUESTIONES

Indica cuántos cortocircuitos debe tener un árbol con 3 ramas, para estar terminado y cerrado. Razona la respuesta.

§ 26.18. DERIVABILIDAD EN A1

Cuando un **conjunto** de **premisas** ***D*** y una **conclusión** **A** generan un **árbol cerrado**, decimos que **A** es **derivable** de ***D*** en **A1**.

Esto lo señalizamos poniendo:

$$[194] \quad D \quad \vdash_{A1} \quad A$$

(leído “a es derivable de de, en a uno”).

§ 26.19. NO DERIVABILIDAD EN N1

Por su parte, cuando las premisas D y conclusión A generan un árbol terminado y abierto, entonces decimos que A es no derivable de D en $A1$.

Esto lo señalizamos poniendo:

$$[195] \quad D \quad \not\vdash_{A1} \quad A$$

(leído “a es no derivable de de, en a uno”).

En definitiva:

ÁRBOL CERRADO,
SECUENTE DERIVADO.
ÁRBOL TERMINADO Y ABIERTO,
SECUENTE MUERTO
(MUERTO = NO DERIVABLE).

§ 26.20. CUESTIONES

Inventa otra regla nemotécnica para memorizar la idea expuesta en el recordatorio anterior.

§ 26.21. **CUESTIONES FIN DE TEMA**

(VER § 1.18)

Tema 27

Reglas para Doble Negación, para la Conjunción y para la Conjunción negada

§ 27.1. TEOREMAS FORMALES DE A1

Como veremos en § 31.22 (2), en **A1** también hay fórmulas derivables sin utilizar ninguna premisa.

A dichas fórmulas las llamaremos **teoremas formales** de **A1**.

Cuando ocurra esto, pondremos:

$$\vdash_{A1} \mathbf{A}$$

(leído “**a** es derivable sin premisas en **a uno**”).

En caso contrario (es decir, cuando **A** no es derivable sin premisas en **A1**), pondremos:

$$\nvdash_{A1} \mathbf{A}$$

(leído “**a no es derivable sin premisas en a uno**”).

§ 27.2. PRIMER EJEMPLO DE ÁRBOL CERRADO

Nuestro primer ejemplo de árbol nos servirá para demostrar que:

$$[196] \quad \boxed{P \quad \vdash_{A1} \quad P}$$

Para construir el árbol correspondiente, seguimos estos pasos:

1. Colocamos la única premisa (P) en el **nivel 1** del árbol, con la justificación **PR**.
2. A continuación, en el **nivel 2**, colocamos la **negación de la conclusión** (esto es, la fórmula $\neg P$). Y la acompañamos con la justificación **NC**.
3. Por último, detectamos el **cortocircuito** en los niveles **1** y **2** de la única rama del árbol, por lo que procedemos a **cerrarla**.

El resultado será:

$$[197] \quad \boxed{\begin{array}{ccc} (1) & P & PR \\ & | & \\ (2) & \neg P & NC \\ & \times & \\ & 1,2 & \end{array}}$$

El **árbol** termina **cerrado**, por lo que hemos demostrado que el secuencia [196] es **derivable** en **A1**.

§ 27.3. PRIMER EJEMPLO DE ÁRBOL TERMINADO Y ABIERTO

Nuestro siguiente ejemplo de árbol nos servirá para demostrar que:

$$[198] \quad \boxed{\text{P} \quad \not\vdash_{A1} \quad \text{Q}}$$

Para construir el árbol correspondiente, seguimos estos pasos:

1. Colocamos la única premisa (**P**) en el **nivel 1** del árbol, con la justificación **PR**.
2. A continuación, en el **nivel 2**, colocamos la **negación de la conclusión** (esto es, la fórmula **¬Q**). Y la acompañamos con la justificación **NC**.
3. Como **P** y **¬P** son **fórmulas primas**, no se les puede aplicar ninguna regla más.
4. Por lo tanto, el árbol está **terminado y abierto**.

El resultado será:

$$[199] \quad \boxed{\begin{array}{lcl} (1) & \text{P} & \text{PR} \\ & | & \\ (2) & \neg Q & \text{NC} \end{array}}$$

El **árbol** termina **abierto**, por lo que hemos demostrado que el seciente correspondiente a [198] **no** es derivable en **A1**.

En § 31.22 hay más ejemplos de árboles abiertos y cerrados, con distintas combinaciones de reglas.

§ 27.4. CUESTIONES

1. Construye un árbol para demostrar que:

$$\boxed{P}, \quad \boxed{Q} \quad \vdash_{A1} \quad \boxed{Q}$$

Razona tu respuesta, a la vista del árbol terminado.

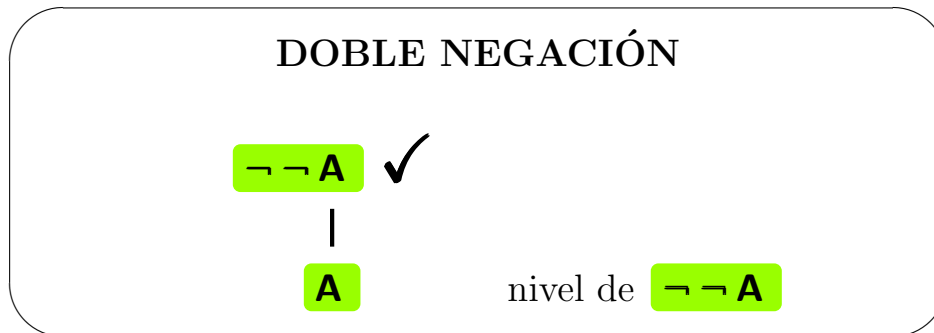
2. Construye un árbol para demostrar que:

$$\boxed{P}, \quad \boxed{Q} \quad \not\vdash_{A1} \quad \boxed{R}$$

Razona tu respuesta, a la vista del árbol terminado.

§ 27.5. REGLA DE A1 PARA LA DOBLE NEGACIÓN

Regla 4 de A1:



Según este esquema, si una rama contiene un nodo con una doble negación $\neg \neg A$, entonces debemos introducir un nuevo nodo en esa rama, con la fórmula A .

Obviamente, la fórmula $\neg \neg A$ es la **entrada** de la regla de **Doble negación**, y la fórmula A es la **salida**.

A la derecha de la fórmula de salida, colocamos el número de línea del nodo con la fórmula de entrada, como justificación. Y ticamos la fórmula de entrada, para no volverla a utilizar.

§ 27.6. EJEMPLO DE ÁRBOL CON LA REGLA DE DOBLE NEGACIÓN

Nuestro siguiente árbol nos servirá para demostrar que:

$$[200] \quad \boxed{\text{P} \quad \vdash_{A1} \quad \neg \neg \text{P}}$$

Para construir el árbol correspondiente, seguimos estos pasos:

1. Colocamos la única premisa (**P**) en el **nivel 1** del árbol, con la justificación **PR**.
2. A continuación, en el **nivel 2**, colocamos la **negación de la conclusión** (esto es, la fórmula **$\neg \neg \neg \text{P}$**). Y la acompañamos con la justificación **NC**.

Es importante darse cuenta de que para obtener la negación de la fórmula **$\neg \neg \text{P}$** , hay que añadirle una negación a esa fórmula, obteniendo **$\neg \neg \neg \text{P}$** .

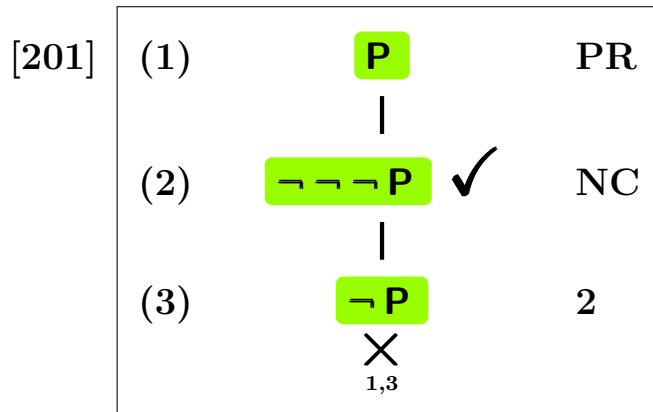
También es importante darse cuenta de que **no hay cortocircuito** entre los niveles **1** y **2**, porque **$\neg \neg \neg \text{P}$** no es la negación de **P**.

3. A continuación, aplicamos la **regla de Doble Negación** a la fórmula **$\neg \neg \neg \text{P}$** , obteniendo **$\neg \text{P}$** en el **nivel 3**.

A la derecha de la fórmula de salida colocamos el número de nodo de la fórmula de entrada, esto es **2**. Y procedemos a ticar esa fórmula.

4. Por último, detectamos (ahora sí) un **cortocircuito** en los niveles **1** y **3** de la única rama del árbol, por lo que procedemos a **cerrarla**.

El resultado será:



El **árbol** termina **cerrado**, por lo que hemos demostrado que el secuencia [200] es derivable en **A1**.

§ 27.7. CUESTIONES

1. Construye un árbol para demostrar que:

$$\neg\neg P \vdash_{A1} P$$

Razona tu respuesta, a la vista del árbol terminado.

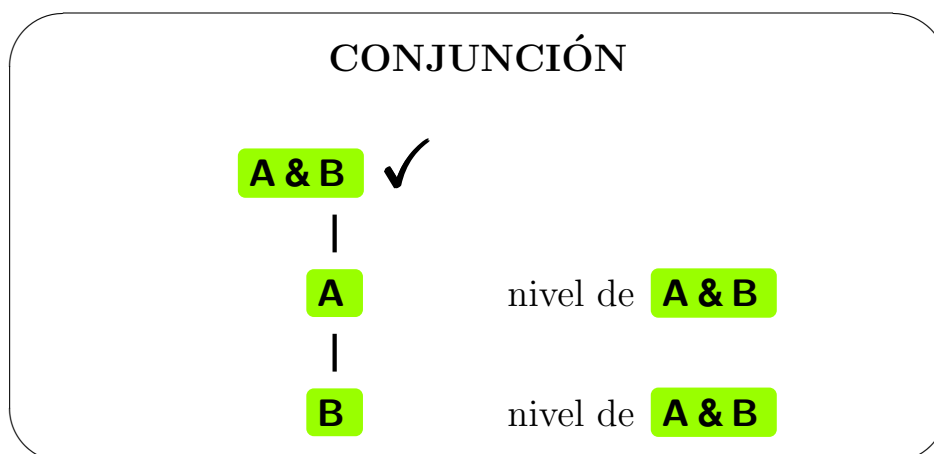
2. Construye un árbol para demostrar que:

$$\neg\neg P \not\vdash_{A1} Q$$

Razona tu respuesta, a la vista del árbol terminado.

§ 27.8. REGLA DE A1 PARA LA CONJUNCIÓN

Regla 5 de A1:



Según este esquema, si una rama contiene un nodo con una conjunción **A & B**, entonces debemos introducir dos nuevos nodos en esa rama, con las fórmulas **A** y **B** respectivamente.

Obviamente, la fórmula **A & B** es la **entrada** de la regla de **Conjunción**, y las fórmulas **A** y **B** constituyen la **salida** de la misma.

A la derecha de cada fórmula de salida, colocamos el número de línea de la fórmula de entrada, como justificación. Y ticamos la fórmula de entrada, para no volverla a utilizar.

§ 27.9. EL MÉTODO DEL BAILE, APLICADO A A1

Si afirmamos que alguien

Cantó y bailó.

estamos afirmando simultáneamente que

Cantó.

y también que

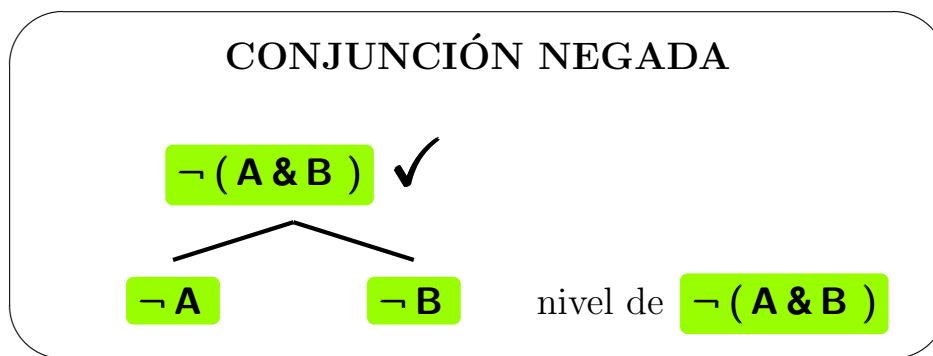
Bailó.

Este razonamiento ilustra la **regla** de **A1** para la **Conjunción**, y es una forma sencilla de recordarla.

En § 31.21 hay razonamientos similares para las restantes reglas de **A1**.

§ 27.10. REGLA DE A1 PARA LA CONJUNCIÓN NEGADA

Regla 6 de A1:



Según este esquema, si una rama contiene un nodo con una conjunción negada $A \& B$, entonces debemos **bifurcar** esa rama en el siguiente nivel, e introducir las fórmulas $\neg A$ y $\neg B$, respectivamente, en cada una de las ramas resultantes de la bifurcación.

Obviamente, la fórmula $A \& B$ es la **entrada** de la regla de **Conjunción negada**, y las fórmulas $\neg A$ y $\neg B$ son la **salida**.

A la derecha de las fórmulas de salida, colocamos el número de línea de la fórmula de entrada, como justificación. Y ticamos la fórmula de entrada, para no volverla a utilizar.

§ 27.11. RECTILÍNEAS PRIMERO

Para que nuestros árboles sean más pequeños y manejables, es conveniente seguir la siguiente **táctica**, en cada momento de desarrollo del árbol.

Táctica de **prioridad** a las reglas rectilíneas de **A1**:

TRAS LA BASE DEL ÁRBOL,
APLICA LAS REGLAS RECTILÍNEAS PRIMERO;
Y DEJA LAS BIFURCANTES PARA MÁS ADELANTE
(PARA CUANDO NO HAYA MÁS REMEDIO).

§ 27.12. CUESTIONES

Inventa otra regla nemotécnica para memorizar la idea expuesta en el recordatorio anterior.

§ 27.13. EJEMPLO DE ÁRBOL CON LA REGLA DE LA CONJUNCIÓN NEGADA

Nuestro siguiente árbol nos servirá para demostrar que:

$$[202] \quad \neg (P \& Q) \quad , \quad P \quad \vdash_{A1} \quad \neg Q$$

Para construir el árbol correspondiente, seguimos estos pasos:

1. En el **nivel 1**, colocamos la primera premisa ($\neg (P \& Q)$), con la justificación **PR**.

2. En el **nivel 2**, colocamos la segunda premisa (**P**), también con la justificación **PR**.

3. En el **nivel 3**, colocamos la **negación de la conclusión** (esto es, la fórmula **$\neg \neg Q$**), con la justificación **NC**.

4. En el **nivel 4**, seguimos la táctica de rectilíneas primero, por lo que aplicamos la **regla de Doble Negación** a la fórmula **$\neg \neg Q$** , obteniendo la fórmula **Q** .

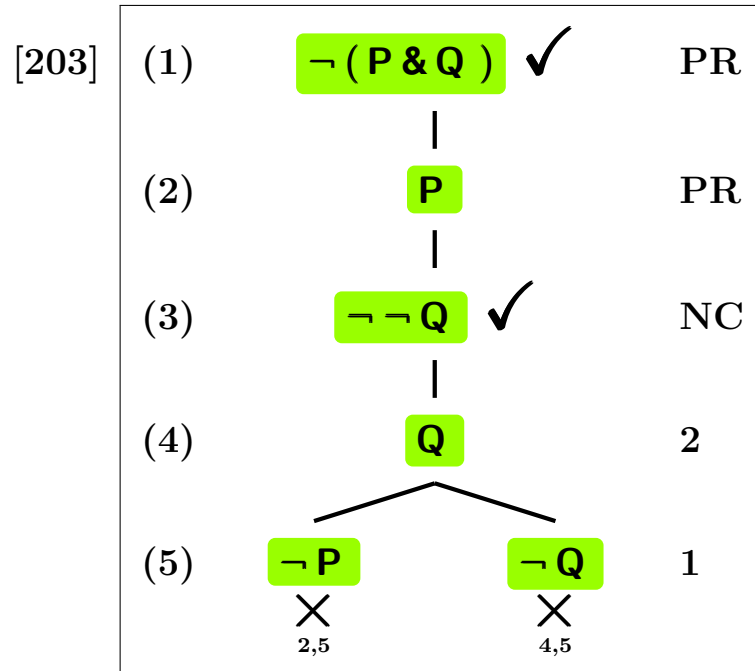
A la derecha de esta fórmula colocamos el nivel de la fórmula de entrada (esto es **2**), y procedemos a ticar dicha fórmula.

5. En el **nivel 5**, aplicamos la regla de **Conjunción negada** a la primera premisa, **$\neg (P \& Q)$**).

Ello produce una bifurcación, dando lugar a las fórmulas **$\neg P$** y **$\neg Q$** .

6. Por último, detectamos sendos **cortocircuitos** en las dos ramas del recién introducido **nivel 5**, por lo que procedemos a cerrarlas, indicando los niveles que han cortocircuitado en cada caso.

El resultado será:



El **árbol** termina **cerrado**, por lo que hemos demostrado que el secuencia [202] es derivable en **A1**.

§ 27.14. CUESTIONES

Construye un árbol para demostrar que:

$$\neg (P \& Q) , \quad Q \quad \vdash_{A1} \quad \neg P$$

Razona tu respuesta, a la vista del árbol terminado.

§ 27.15. CUESTIONES FIN DE TEMA (VER § 1.18)

Tema 28

Reglas para la Disyunción, Condicional, Bicondicional y sus negaciones

§ 28.1. PATRONES SIMILARES

Las reglas 7 a 12 de A1 siguen patrones similares a las reglas 4 y 5.

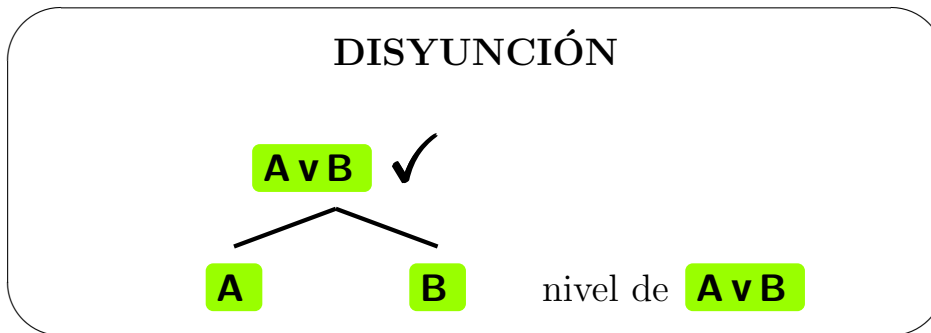
Concretamente:

- Las reglas de A1 para la **Disyunción**, **Condicional**, **Bicondicional** y **Bicondicional negado** son **bifurcantes**, y siguen un patrón similar a la regla para la **Conjunción negada** (con pequeños ajustes particulares, en cada una de ellas).
- Las reglas de A1 para la **Disyunción negada** y el **Condicional negado** son **rectilíneas**, y siguen un patrón similar a la regla para la **Conjunción** (con pequeños ajustes particulares, en cada una de ellas).

Por consiguiente, nos limitaremos a dar los **esquemas** de cada una de esas reglas, sin más explicación.

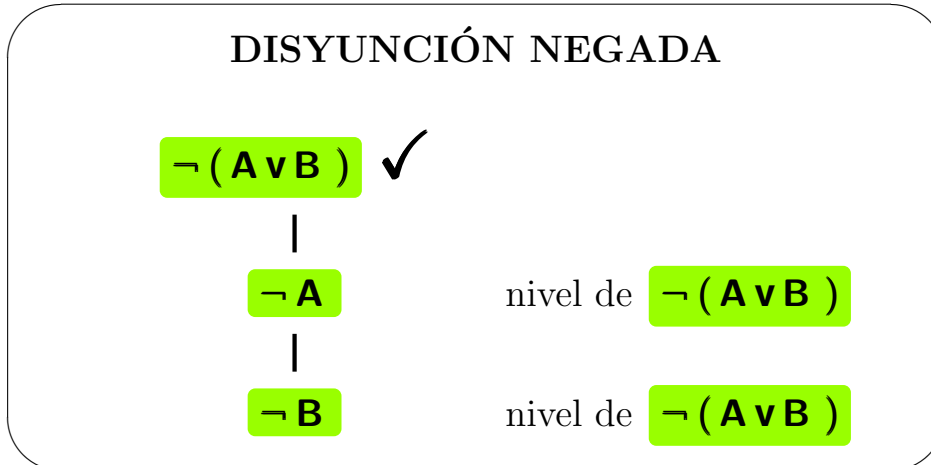
§ 28.2. REGLA DE A1 PARA LA DISYUNCIÓN

Regla 7 de A1:



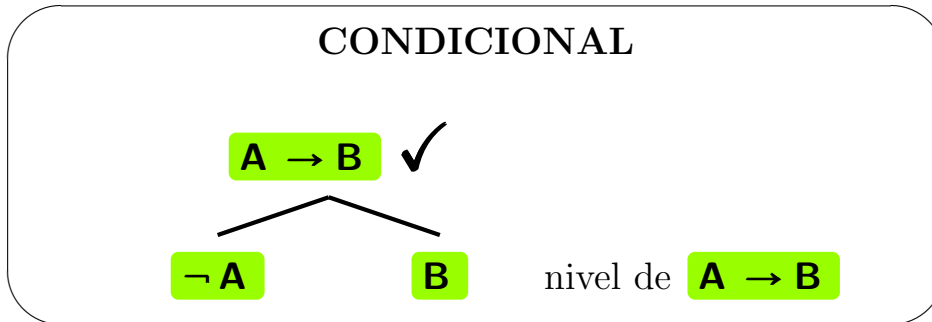
§ 28.3. REGLA DE A1 PARA LA DISYUNCIÓN NEGADA

Regla 8 de A1:



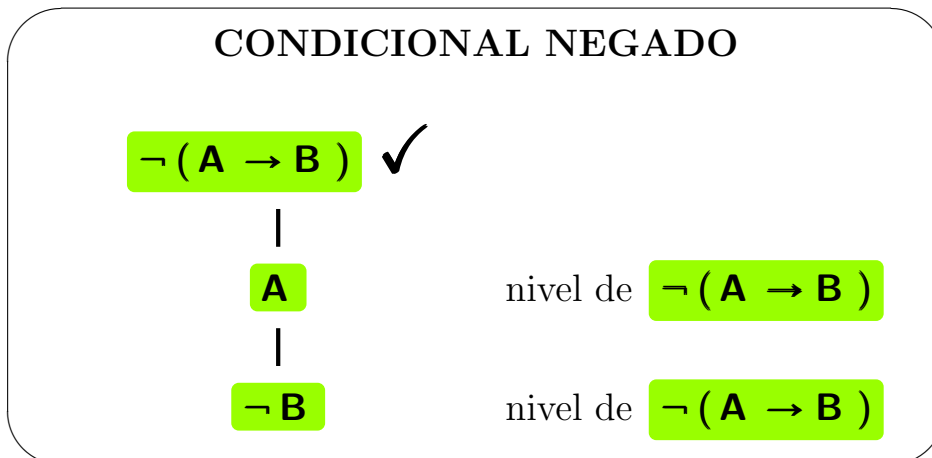
§ 28.4. REGLA DE A1 PARA EL CONDICIONAL

Regla 9 de A1:



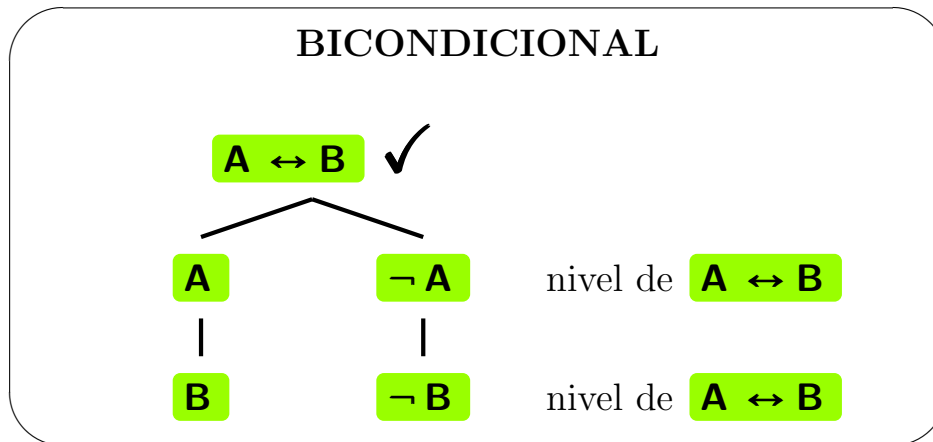
§ 28.5. REGLA DE A1 PARA EL CONDICIONAL NEGADO

Regla 10 de A1:



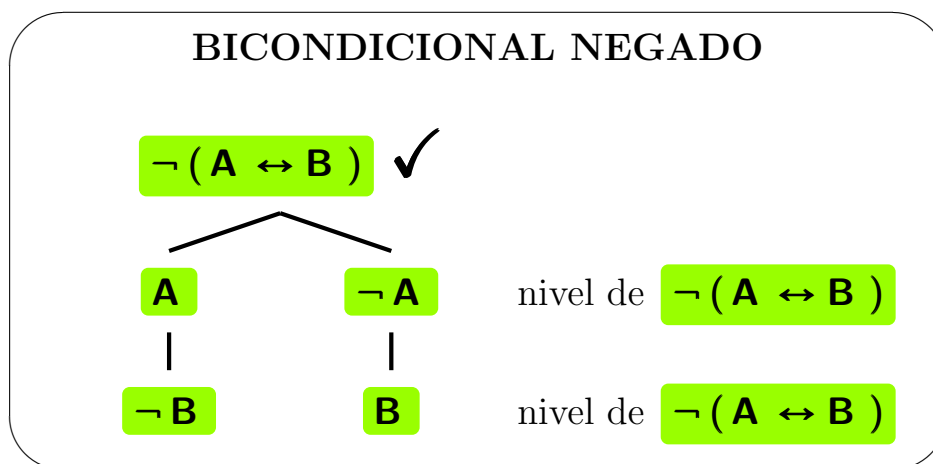
§ 28.6. REGLA DE A1 PARA EL BICONDICIONAL

Regla 11 de A1:



§ 28.7. REGLA DE A1 PARA EL BICONDICIONAL NEGADO

Regla 12 de A1:



§ 28.8. EJEMPLO DE ÁRBOL CERRADO, CON REGLAS VARIADAS

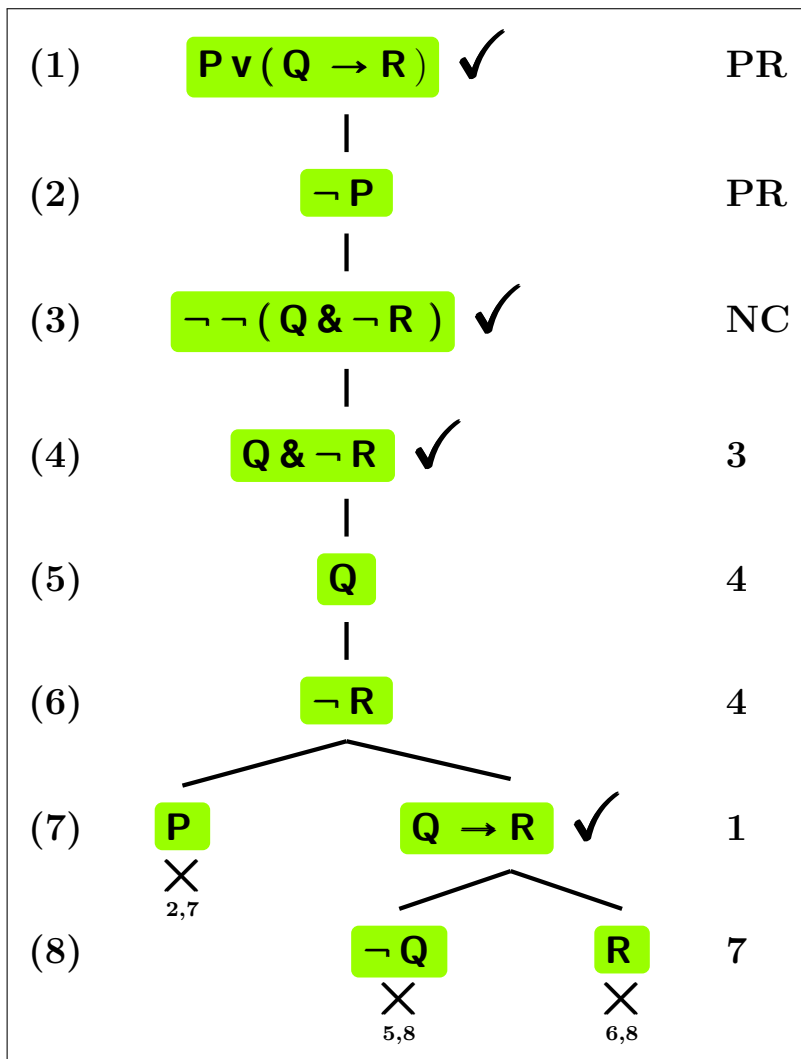
Nuestro siguiente árbol nos servirá para demostrar que:

[204]

$$P \vee (Q \rightarrow R) \quad , \quad \neg P \quad \vdash_{A1} \quad \neg (Q \& \neg R)$$

El árbol en cuestión es:

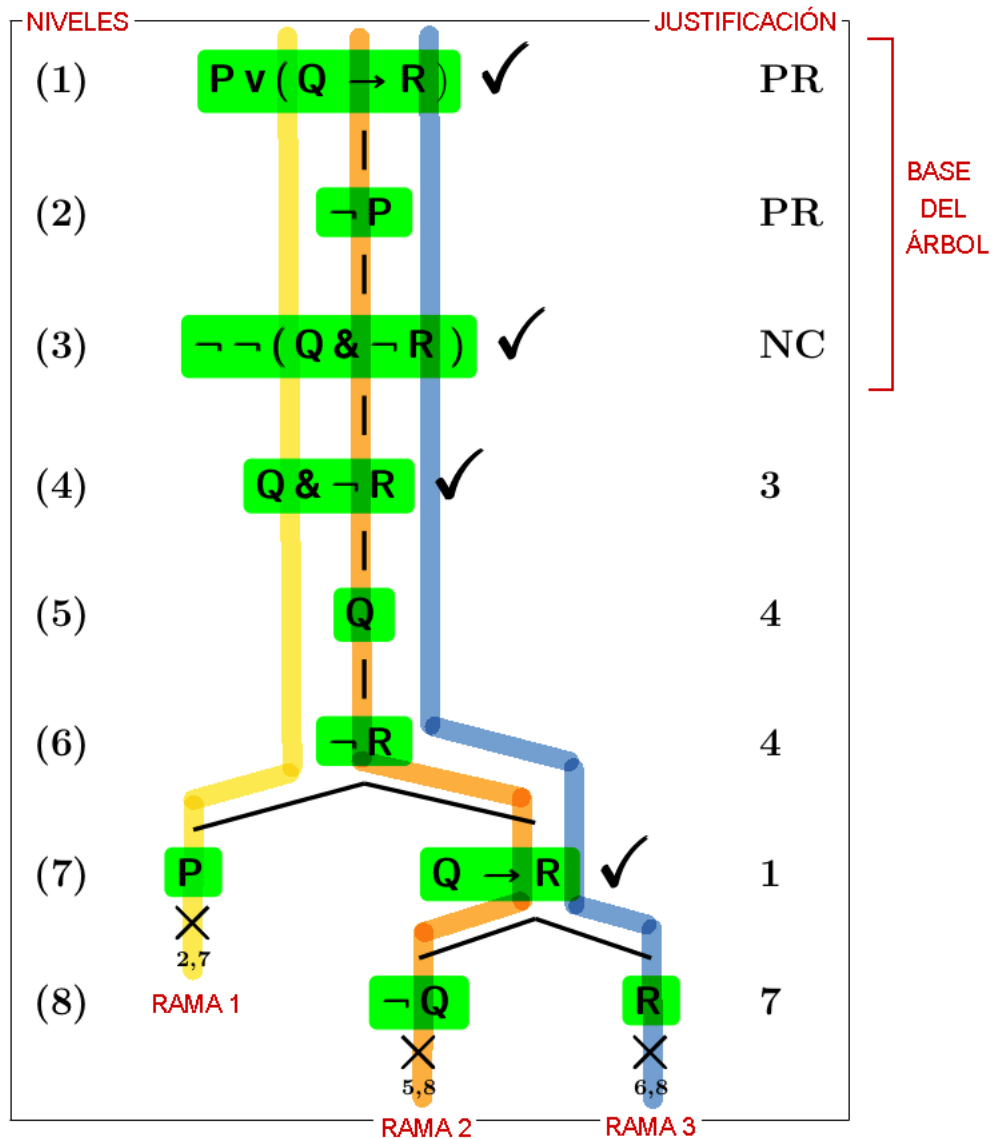
[205]



El **árbol** termina **cerrado**, por lo que hemos demostrado que el seciente **[204]** es derivable en **A1**.

§ 28.9. ILUSTRACIÓN A COLOR

A continuación, usamos [205] para ilustrar los distintos elementos de los árboles:

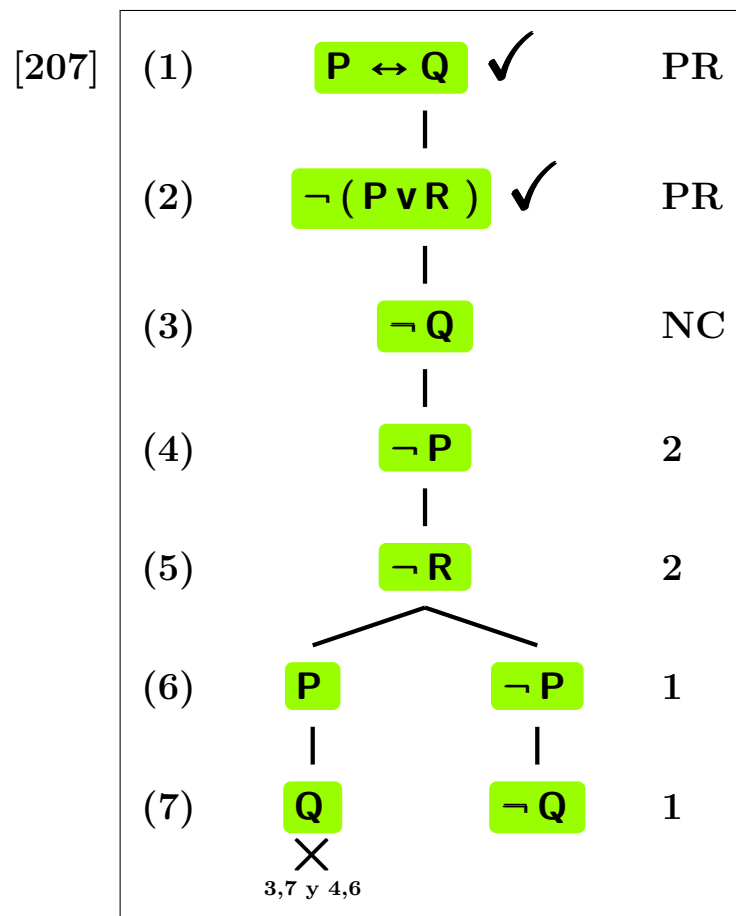


§ 28.10. EJEMPLO DE ÁRBOL ABIERTO, CON REGLAS VARIADAS

Nuestro siguiente árbol nos servirá para demostrar que:

[206] $P \leftrightarrow Q$, $\neg(P \vee R)$ $\not\vdash_{A1} Q$

El árbol en cuestión es:



El árbol termina **abierto**, por lo que hemos demostrado que el secuencia [206] **no** es derivable en **A1**.

§ 28.11. CUESTIONES

1. Construye un árbol para el siguiente seciente, y determina si es derivable en **A1**, o si por el contrario, no es derivable:

$$P \rightarrow (Q \& R) \quad , \quad \neg R \quad \vdash_{A1} \quad \neg P$$

Razona tu respuesta, a la vista del árbol terminado.

2. Haz lo mismo para el seciente:

$$P \vee Q \quad , \quad \neg (Q \vee R) \quad \vdash_{A1} \quad \neg P$$

§ 28.12. EJEMPLO DE FORMALIZACIÓN Y DERIVACIÓN EN A1

Vamos a considerar el siguiente argumento:

[208]

- | | |
|-----|--|
| (1) | <i>Iré a Madrid y a Barcelona.</i> |
| (2) | <i>Visitaré el Liceo si voy a Barcelona.</i> |
| | POR LO TANTO: |
| | <i>O no voy a Madrid, o visitaré el Liceo.</i> |

A continuación, procedemos a formalizarlo:

[209]

Clave:	
<i>Iré a Madrid.</i>	P
<i>Iré a Barcelona.</i>	Q
<i>Visitaré el Liceo.</i>	R
Premisas:	
<i>Iré a Madrid o Barcelona.</i>	$P \vee Q$
<i>Visitaré el Liceo si voy a Barcelona.</i>	$Q \rightarrow R$
Conclusión:	
<i>O no voy a Madrid, o visitaré el Liceo.</i>	$\neg P \vee R$

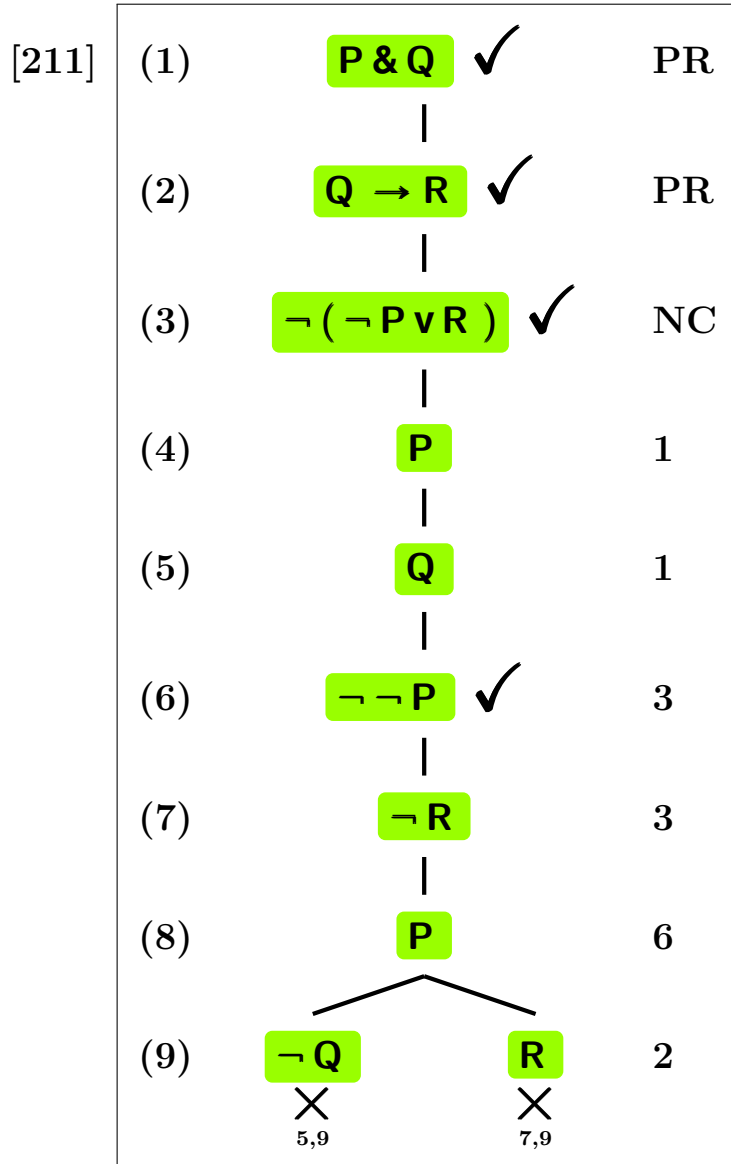
A continuación, indicamos el seciente que corresponde a dicho argumento en **A1**:

[210]

$P \vee Q$	,	$Q \rightarrow R$	$\vdash_{A1}$	$\neg P \vee R$
------------------------------	---	-------------------------------------	---------------	-----------------------------------

Y por último, vamos a construir un árbol, para comprobar si ese

secuente es derivable en **A1**:



El **árbol** termina **cerrado**, por lo que hemos demostrado que el secuente [210] es derivable en **A1**.

En § 31.23 hay más ejemplos de formalización y derivación mediante árboles.

§ 28.13. CUESTIONES

1. Formaliza el siguiente argumento:

- (1) *La hierba es verde o la Tierra se mueve.*
- (2) *No es cierto que si la hierba es verde, la Luna es un planeta.*
- POR LO TANTO:
- La hierba es verde.*

2. Indica el seciente que corresponde a dicho argumento en **A1**.
3. Construye un árbol para ese seciente.
4. A la vista del árbol terminado, razona si dicho seciente es o no derivable en **A1**.

§ 28.14. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 29

Metateoría – Corrección, completud y decidibilidad

§ 29.1. METATEORIA

Como dijimos en § 8.5 , la **metateoría** es el estudio de las **propiedades generales** de un **sistema lógico**.

Concretamente, en este curso nos vamos a centrar en las **tres principales propiedades metateóricas** de los **cálculos deductivos**.

Dichas propiedades son:

1. **Corrección.**
2. **Completud (o completitud).**
3. **Decidibilidad.**

A continuación, estudiaremos esas propiedades respecto a nuestros dos cálculos deductivos, **N1** y **A1**. Y después explicaremos qué consecuencias se siguen respecto al sistema **logprop** en su conjunto.

§ 29.2. METÁFORA DE LAS RECETAS

Supongamos que estamos examinando **recetas** para cocinar un plato.

Pues bien, diremos que:

1. Una **receta** es **correcta**, si sus **ingredientes** y **pasos de elaboración** son **adecuados** para cocinar el plato en cuestión; es decir, si *no contiene nada que no sea adecuado* para cocinar ese plato.
2. Una **receta** es **completa**, si contiene **todos** los **ingredientes** y **pasos necesarios** para cocinar el plato en cuestión; es decir, si *no deja nada fuera*.
3. Una **receta** es **decidible**, si sus **pasos de elaboración** son **mecánicos**; es decir, que se pueden seguir de manera automática, *sin necesidad de recurrir al ingenio*.

En definitiva:

UNA RECETA CORRECTA,
NO FALLA EN NADA;
A UNA RECETA COMPLETA,
NO LE FALTA NADA;
UNA RECETA DECIDIBLE,
NO DEJA NADA AL INGENIO
(TODO ES MECÁNICO).

§ 29.3. RECETAS DE PAELLA

Apliquemos esta metáfora a las posibles **recetas** para hacer **paella**:

1. Si una receta para hacer paella recomienda triturar todos los ingredientes, entonces es **incorrecta**, porque el resultado no será una paella, sino un puré.
2. Si a una receta para hacer paella le falta el arroz, entonces es **incompleta**, porque sin ese ingrediente, no hay paella.
3. Si una receta para hacer paella nos recomienda cocer el arroz “hasta que alcance su punto” — sin dar más indicaciones —, entonces es **indecidible**, porque necesitaremos usar de nuestro ingenio, o de nuestra maestría, para juzgar eso.

§ 29.4. CUESTIONES

1. Aplica la metáfora de las recetas a otro plato que conozcas, o inventa otra metáfora distinta que canalice la misma idea.
2. Da un ejemplo de incorrección, en relación a tu propuesta.
3. Da un ejemplo de incompletud, en relación a tu propuesta.
4. Da un ejemplo de indecidibilidad, en relación a tu propuesta.

§ 29.5. CORRECCIÓN DE N1

N1 es un **cálculo correcto**, porque en cualquier derivación, la **conclusión** es **consecuencia lógica** de las **premisas**.

En otras palabras: **N1** es un **cálculo correcto** porque, para cualquier fórmula **A** y conjunto de fórmulas **D**, tenemos:

$$[212] \quad \boxed{\text{Si } D \vdash_{N1} A \quad \text{entonces } D \models_1 A}$$

La **corrección** significa que **N1** **no falla**: dada cualquier **derivación**, la conclusión es **consecuencia lógica** de las **premisas**.

§ 29.6. A TODO TEOREMA FORMAL DE N1, CORRESPONDE UNA VERDAD LÓGICA

Como **N1** es **correcto**, se sigue que, en cualquier **derivación sin premisas**, la **conclusión** es una **verdad lógica**.

En otras palabras:

$$[213] \quad \boxed{\text{Si } \vdash_{N1} A \quad \text{entonces } \models_1 A}$$

§ 29.7. CUESTIONES

Explica, a tu mejor entender, por qué [213] se sigue de [212].

§ 29.8. COMPLETUD DE N1

N1 es un **cálculo completo**, porque si una fórmula es **consecuencia lógica** de un conjunto de **premisas**, entonces hay una derivación en **N1** desde esas premisas a la **conclusión**.

En otras palabras: **N1** es un **cálculo completo** porque, para cualquier fórmula **A** y conjunto de fórmulas **D**, tenemos:

$$[214] \quad \boxed{\text{Si } D \models_1 A \text{ entonces } D \vdash_{N1} A}$$

La **completud** significa que a **N1** no le falta nada: dada cualquier **consecuencia lógica** desde un conjunto de **premisas**, existe una **derivación** desde esas **premisas** a la **conclusión**.

§ 29.9. A TODA VERDAD LÓGICA, CORRESPONDE UN TEOREMA FORMAL DE N1

Como **N1** es **completo**, se sigue que cualquier **verdad lógica** es **derivable sin premisas** (y por tanto, es un teorema formal de **N1**).

En otras palabras:

$$[215] \quad \boxed{\text{Si } \models_1 A \text{ entonces } \vdash_{N1} A}$$

§ 29.10. CUESTIONES

Explica, a tu mejor entender, por qué [215] se sigue de [214].

§ 29.11. PRUEBAS DE CORRECCIÓN Y COMPLETUD DE N1

Se pueden encontrar pruebas de **corrección** y **completud**, para un sistema similar a **N1**, en la sección §1.5 de:

D. Van Dalen, 1994: *Logic and Structure*
(libro que circula ampliamente por internet).

§ 29.12. INDECIDIBILIDAD DE N1

El cálculo N1 es **indecidible**, por dos razones:

1. Varias de sus reglas (concretamente, **PC**, **Ev** y **RA**) contienen apelaciones a nuestro **ingenio**.
2. No hay una **rutina mecánica** que nos diga qué regla debemos aplicar a cada paso (ni con reglas **primarias**, ni con reglas **secundarias**).

Esto significa que podemos intentar derivar un seciente en N1 durante años. Y mientras no encontremos la derivación, N1 no nos dirá si dicha derivación existe o no.

§ 29.13. CUESTIONES

Explica, a tu mejor entender, si la realización de multiplicaciones mediante las tablas de multiplicar, es un procedimiento decidible o no.

§ 29.14. CORRECCIÓN DE A1

A1 es un **cálculo correcto**, porque dado cualquier árbol cerrado, la **conclusión** es **consecuencia lógica** de las **premisas**.

En otras palabras: A1 es un **cálculo correcto** porque, para cualquier fórmula **A** y conjunto de fórmulas **D**, tenemos:

[216] Si $D \vdash_{A1} A$ entonces $D \models_1 A$

La **corrección** significa que A1 **no falla**: dado cualquier **árbol cerrado**, la conclusión es **consecuencia lógica** de las **premisas**.

§ 29.15. [PREMIUM] PRUEBA DE CORRECCIÓN DE A1

Supongamos que $D \vdash_{A1} A$. Por tanto, hay un árbol cerrado cuya base contiene D y $\neg A$.

A partir de ahí, vamos a demostrar que $D \models_1 A$, esto es, que no hay ninguna intprop I que haga $\mathbb{W}$ a D y $\neg A$.

Procedemos por **reducción al absurdo** en el **metalenguaje**: empezaremos suponiendo que existe tal intprop, y demostraremos que en ese caso, el árbol no puede cerrar.

Así pues, partimos de que I hace $\mathbb{W}$ a D y $\neg A$, por lo que el árbol está abierto en la base.

Ahora bien, al aplicar cualquier regla e-s rectilínea, si I hace $\mathbb{W}$ a la entrada de la regla, también hace $\mathbb{W}$ a todas sus fórmulas de salida. Por ejemplo, si I hace $\mathbb{W}$ a $A \& B$, también hará $\mathbb{W}$ a A y B . Y con el resto de reglas e-s rectilíneas se comprueba exactamente igual.

Por otra parte, al aplicar cualquier regla e-s bifurcante, si I hace $\mathbb{W}$ a la entrada de la regla, entonces hace $\mathbb{W}$ a **al menos una** de las ramas de salida. Por ejemplo, si I hace $\mathbb{W}$ a $\neg(A \& B)$, entonces hará $\mathbb{W}$ a $\neg A$ o a $\neg B$. Y con el resto de reglas e-s bifurcantes se comprueba exactamente igual.

Por consiguiente, I hace $\mathbb{W}$ a **toda una rama** del árbol, con lo cual este no puede cerrar. Como se quería demostrar.

§ 29.16. A TODO TEOREMA FORMAL DE A1, CORRESPONDE UNA VERDAD LÓGICA

Como **A1** es **correcto**, se sigue que, en cualquier **árbol sin premisas**, la **conclusión** es una **verdad lógica**.

En otras palabras:

$$[217] \quad \text{Si} \quad \vdash_{A1} \mathbf{A} \quad \text{entonces} \quad \models_1 \mathbf{A}$$

§ 29.17. CUESTIONES

Explica, a tu mejor entender, por qué [217] se sigue de [216].

§ 29.18. COMPLETUD DE A1

A1 es un **cálculo completo**, porque si una fórmula es **consecuencia lógica** de un conjunto de **premisas**, entonces el árbol con esas premisas y la **negación** de la **conclusión**, termina cerrando.

En otras palabras: **A1** es un **cálculo completo** porque, para cualquier fórmula **A** y conjunto de fórmulas **D**, tenemos:

$$[218] \quad \text{Si} \quad D \models_1 \mathbf{A} \quad \text{entonces} \quad D \vdash_{A1} \mathbf{A}$$

La **completud** significa que a **A1** **no le falta nada**: dada cualquier **consecuencia lógica** desde un conjunto de **premisas**, existe una **árbol cerrado** con esas **premisas** y la **negación** de esa **conclusión**.

§ 29.19. [PREMIUM] PRUEBA DE COMPLETUD DE A1

Supongamos que $D \models_1 A$, por lo que no hay ninguna intprop que haga $\mathbf{V}$ a D y a $\neg A$.

A partir de ahí, vamos a demostrar que $D \vdash_{A1} A$, esto es, que cualquier árbol para D y a $\neg A$ termina cerrando.

Nuevamente, procederemos por **reducción al absurdo** en el **metalenguaje**: supondremos que hay un árbol terminado y abierto para D y a $\neg A$, y demostraremos que en tal caso hay una intprop que hace $\mathbf{V}$ a D y a $\neg A$.

Sea pues $\mathbf{R}$ una rama abierta y terminada de un árbol para D y $\neg A$, y sea $\mathbf{I}$ la intprop que hace $\mathbf{V}$ a todas las fórmulas **primas** de dicha rama.

Como $\mathbf{R}$ está terminada, se habrán aplicado todas las reglas posibles a sus fórmulas, obteniendo salidas cada vez más simples, hasta llegar a fórmulas primas.

Ahora bien, al aplicar cualquier regla e-s rectilínea, si $\mathbf{I}$ hace $\mathbf{V}$ a las fórmulas de salida de la regla, también hará $\mathbf{V}$ a su fórmula de entrada. Por ejemplo, si $\mathbf{I}$ hace $\mathbf{V}$ a A y B , también hará $\mathbf{V}$ a $A \& B$. Y lo mismo con el resto de reglas e-s rectilíneas.

Por otra parte, al aplicar cualquier regla e-s bifurcante, si $\mathbf{I}$ hace $\mathbf{V}$ a **al menos una** de las ramas de salida, también hará $\mathbf{V}$ a su entrada. Por ejemplo, si $\mathbf{I}$ hace $\mathbf{V}$ a $\neg A$, entonces hará $\mathbf{V}$ a $\neg(A \& B)$. Y lo mismo con el resto de reglas e-s bifurcantes.

Por consiguiente, como **R** está terminada, e **I** hace **V** a todas sus fórmulas primas, también tiene que hacer **V** a las entradas de las sucesivas reglas, hasta llegar a la base del árbol.

Y ello implica que **I** hace **V** a **D** y a **¬A**, como se quería demostrar.

§ 29.20. A TODA VERDAD LÓGICA, CORRESPONDE UN TEOREMA FORMAL DE A1

Como **A1** es **completo**, se sigue que la **negación** de cualquier **verdad lógica** es **genera un árbol cerrado** (y por tanto, dicha verdad lógica es un teorema formal de **A1**).

En otras palabras:

[219] Si $\models_1 \mathbf{A}$ entonces $\vdash_{A1} \mathbf{A}$

§ 29.21. CUESTIONES

Explica, a tu mejor entender, por qué [219] se sigue de [218].

§ 29.22. DECIDIBILIDAD DE A1

El cálculo **A1** es **decidible**, porque nos permite **decidir**, de forma **mecánica** y en un **número finito** de **pasos**, si una fórmula es derivable o no, de un conjunto finito de fórmulas.

La decidibilidad de **A1** se sustenta en estos puntos:

1. Las instrucciones para confeccionar los árboles son una **rutina mecánica**, que no deja nada al **ingenio** o al **azar**.
2. Al aplicar sucesivamente las reglas, cualquier árbol **termina** tras un **número finito** de **pasos**.
3. El modo en que termine el árbol (**abierto** o **cerrado**) nos dice si la conclusión es o no derivable de las premisas en **A1**.

§ 29.23. [PREMIUM] TABLAS ITALIANAS

Las **tablas de verdad** también se pueden **reconvertir** en un **cálculo deductivo**, puramente **sintáctico**.

Para ello, basta con **reinterpretar** la **W** como **Venecia**, y la **F** como **Florenia**. Al resultado lo llamaremos **tablas italianas***.

Así pues, diremos que **A** es derivable de **D** en tablas italianas, cuando cualquier tabla en la que todas las fórmulas de **D** sean **W** (**Venecia**), también lo es **A**.

El resultado es un nuevo **cálculo deductivo** para **logprop**, que es obviamente **correcto** y **completo** (dado su paralelismo con las tablas de verdad semánticas), así como **decidible** (dado que la confección de las tablas es puramente mecánica, y todas terminan tras un número finito de pasos).

§ 29.24. COMPLETUD Y DECIDIBILIDAD DE UN SISTEMA LÓGICO

Todo **sistema lógico** tiene, al menos, un **cálculo deductivo correcto**.

Esto es un **requisito de mínimos**. No se puede hablar de un **sistema lógico**, para analizar un aspecto de la relación de **consecuencia**, si no incorpora un **cálculo deductivo correcto** que refleje dicho aspecto.

Además, decimos que:

1. Un sistema lógico es **completo**, si hay al menos un **cálculo deductivo completo** para el mismo.
2. Un sistema es **incompleto**, si **no puede existir** ningún **cálculo deductivo completo** para dicho sistema.
3. Un sistema lógico es **decidible**, si hay al menos un **cálculo deductivo decidible** para el mismo.
4. Un sistema es **indecidible**, si **no puede existir** ningún **cálculo deductivo decidible** para dicho sistema.

§ 29.25. COMPLETUD Y DECIDIBILIDAD DE LOGPROP

En virtud de que **N1** y **A1** son cálculos **completos**, se sigue que **logprop** es un **sistema lógico completo**.

En virtud de que **A1** es un cálculo **decidible**, se sigue que **logprop** es un **sistema lógico decidible**.

§ 29.26. COMPLETUD Y DECIDIBILIDAD EN OTROS SISTEMAS

La **lógica de primer orden**, que estudiaremos en **logfor2**, es también un **sistema completo**, como allí veremos.

Sin embargo, la **lógica de primer orden** es **indecidable**, como también veremos allí.

Además, en **logfor2** trataremos brevemente de otro **sistema lógico**, llamado **lógica de segundo orden**, que es **incompleto**, como también comentaremos en su momento.

§ 29.27. CUESTIONES

Haz un resumen de sistemas completos, incompletos, decidibles e indecidibles, según § 29.25 y § 29.26.

§ 29.28. BALANCE

Decía J. R. Capablanca, que aprendía más ajedrez de cada partida perdida, que de cien ganadas.

A punto de terminar la asignatura, llega el momento de hacer balance, y para eso solicito tu colaboración, contestando a las siguientes cuestiones.

§ 29.29. CUESTIONES

1. Respecto a la materia que hemos estudiado en esta asignatura (es decir, la **Lógica de primer orden**, como disciplina académica), y su presencia en el Grado de Filosofía:
 - a) Haz una observación favorable.
 - b) Haz una observación crítica.
 - c) Haz una sugerencia de mejora.
2. Responde a esas mismas tres cuestiones, respecto de este **manual de curso**, como material didáctico.
3. Responde a esas mismas tres cuestiones, respecto a la **metodología docente** utilizada en esta asignatura.
4. Responde a esas mismas tres cuestiones, respecto del **procedimiento de evaluación** empleado en esta asignatura.
5. Responde a esas mismas tres cuestiones, respecto a mi **actitud como profesor**.

§ 29.30. CUESTIONES FIN DE TEMA

(VER § 1.18)

Tema 30

Lógicas no clásicas – Inteligencia artificial – Más allá de este manual

§ 30.1. LÓGICAS NO CLÁSICAS

Como dijimos en § 8.7, la **lógica de primer orden clásica** es el **paradigma** de la **lógica formal** en nuestros días. Y **logprop** es una parte de ese paradigma.

Sin embargo, también hay **sistemas** de **lógica no clásica**, los cuales **se apartan** de dicho paradigma.

Las **lógicas no clásicas** se dividen en dos grupos:

1. Las **lógicas extendidas**, que proponen **enriquecer** la lógica clásica con **nuevos símbolos lógicos**, y **nuevas relaciones de consecuencia lógica** en las que intervienen esos símbolos.
2. Las **lógicas alternativas**, que proponen **reformular** la lógica clásica, cambiando aspectos esenciales de la misma.

El principal ejemplo de lógica extendida es la **lógica modal**, de la que vamos a hablar enseguida.

Uno de los principales ejemplos de lógica alternativa es la **lógica intuicionista**, de la que hablaremos enseguida también.

Como vamos a ver, tanto la lógica modal como la lógica intuicionista tienen importantes deficiencias. Ello explica que no se hayan impuesto sobre el paradigma principal de la disciplina.

Y lo mismo cabe decir de los restantes sistemas de lógica no clásica.

§ 30.2. CUESTIONES

1. Indica cualquier otro caso de paradigma en ciencia, si lo conoces.
2. Indica, si lo conoces, cualquier otro caso de alternativa al paradigma científico dominante.

§ 30.3. RUDIMENTOS DE LÓGICA MODAL

La **lógica modal** es una **propuesta** de **extensión** de **logprop**, añadiéndole dos nuevos **símbolos lógicos**:

- El símbolo , en representación de la noción de **necesidad**.
- El símbolo , en representación de la noción de **posibilidad**.

Como complemento a esta propuesta, se ha elaborado una **semántica de mundos posibles**, que intenta **dilucidar** la relación de **consecuencia lógica** cuando intervienen  y .

En este sentido, hay acuerdo en que, para cualquier fórmula A , sucede que $\Box A$ es **lógicamente equivalente** a $\neg \Diamond \neg A$. En otras palabras: algo es **necesario** si y solo si su **negación** es **imposible**.

En consecuencia, los distintos **cálculos deductivos** para lógica modal, permiten la interderivación entre $\Box A$ y $\neg \Diamond \neg A$.

§ 30.4. DEFICIENCIAS DE LA LÓGICA MODAL

Sin embargo, entre los contribuidores a la **lógica modal**, no hay acuerdo sobre si $\Box A$ tiene como consecuencia lógica a $\Box \Box A$ (es decir, no hay acuerdo sobre si el hecho de que algo sea **necesario**, implica que es **necesario** que sea **necesario**).

En consecuencia, hay unos **cálculos deductivos modales** que permiten derivar $\Box \Box A$ a partir de $\Box A$, y otros que no.

Y así, hay otras muchas **desavenencias**, en cuanto a cómo entender la **consecuencia lógica** en este sistema.

Además, la **semántica de mundos posibles** ha sido criticada por carecer de una **base conceptual clara**.

Y por último, se ha argumentado que los diferentes ámbitos de **necesidad** (lógica, semántica, física, biológica, etc) se rigen por relaciones de consecuencia **distintas**, por lo que es un error intentar aglutinarlas todas bajo un único sistema.

§ 30.5. CUESTIONES

Explica en pocas palabras, a tu mejor entender, qué es un *mundo posible*.

§ 30.6. LA CONJETURA DE LOS PRIMOS GEMELOS

El número 10 es divisible por 2 y por 5, mientras que el número 11 solo es divisible por 1 y por sí mismo. Por eso decimos que el 11 es un **número primo**.

También es primo el número 13.

A las parejas como 11 y 13 se les llama **primos gemelos**, por ser números primos **situados a dos unidades**, uno del otro.

A fecha de hoy, nadie ha podido demostrar que existan infinitas parejas de primos gemelos. Pero tampoco se ha podido demostrar que no existan, es decir, que a partir de un determinado número natural, ya no aparezcan más parejas de números de este tipo.

Por consiguiente, la **conjetura de los primos gemelos** — que así se llama este problema matemático — continúa siendo un misterio.

Sin embargo, si aplicamos la **bivalencia** que vimos en § 8.12, se sigue que esta conjetura tiene un **valor de verdad predeterminado** (**V** o **F**), aunque nadie lo conozca.

§ 30.7. LA LÓGICA INTUICIONISTA

La **lógica intuicionista** parte del **supuesto** de que los **números** (y el resto de entidades matemáticas), carecen de una **existencia platónica**. En su lugar, se defiende que los **objetos matemáticos** son **construcciones** de la propia **comunidad matemática**.

Ello nos lleva a pensar que la conjetura de los primos gemelos no es **$\mathbf{V}$** ni **$\mathbf{F}$** por sí misma. Y que solo se convertirá en **$\mathbf{V}$** o **$\mathbf{F}$** , cuando encontremos una **demostración** o una **refutación** de la misma.

Pues bien, la **lógica intuicionista** es la **lógica subyacente** a este punto de vista.

§ 30.8. DEFICIENCIAS DE LA LÓGICA INTUICIONISTA

La **semántica** de la lógica intuicionista está basada en la noción de **construcción matemática**, y es **no bivalente**.

En consecuencia, los **cálculos deductivos intuicionistas** no permiten derivar el **principio de tercio excluso**.

Ello obliga a renunciar a grandes porciones de la **matemática clásica** (es decir, la matemática **estándar**, que es la que se explica en institutos y universidades).

Además, la noción intuicionista de **construcción matemática** nunca ha sido suficientemente aclarada.

Todo esto explica que la lógica intuicionista, a pesar de su interés, esté muy lejos de reemplazar al paradigma principal.

§ 30.9. CUESTIONES

Explica con pocas palabras, a tu mejor entender, qué es una *construcción matemática*.

§ 30.10. [PREMIUM] PANORAMA DE LA LÓGICA FORMAL

La **lógica formal** surge principalmente con la obra de G. Frege *Be-griffsschrift (Conceptografía)*, publicada en 1879.

Ese trabajo marca un cambio cualitativo muy grande respecto a la **silogística** (también llamada **lógica aristotélica** o **lógica tradicional**), la cual había dominado el campo de la lógica, con pocas variaciones, desde Aristóteles. Se puede decir que con ese cambio, la lógica **se matematiza** y se **convierte** en **ciencia** (como le pasó a la física dos siglos antes, con los *Principia* de I. Newton).

Hoy día, la obra de Frege y otros pensadores ha germinado en todo un campo de estudios, conocido como **lógica y fundamentos de la matemática**. Dicho campo se reparte en varias disciplinas diferentes, cada una de las cuales cuenta con densos y voluminosos manuales, dedicados en exclusiva a ella:

1. **Teoría de modelos:** estudia las interpretaciones de los lenguajes lógico-formales, así como las propiedades de corrección y completud de los cálculos deductivos, y las consecuencias matemáticas que se derivan de ello.
2. **Teoría de la prueba:** estudia los cálculos deductivos y sus propiedades sintácticas.
3. **Teoría de la recursión (o teoría de la computabilidad):** estudia la noción de **algoritmo** (o **rutina mecánica**) y sus propiedades.

4. **Lógicas no clásicas:** estudia las propuestas de sistemas lógicos distintos al paradigma principal.
5. **Teoría de conjuntos** (creada por G. Cantor entre 1874 y 1897): estudia la noción de **conjunto** y la relación de **pertenencia**, con consecuencias asombrosas y de muy amplio alcance.
6. **Teoría de categorías:** estudia la relación entre estructuras matemáticas de diferentes áreas.
7. **Filosofía de la matemática:** aborda la reflexión filosófica sobre la naturaleza del **conocimiento matemático** y cuestiones afines.
8. **Filosofía de la lógica:** aborda la reflexión filosófica sobre toda la **lógica formal** y cuestiones afines.

En este curso, nos hemos asomado (en mayor o menor medida) a las disciplinas **1**, **2**, **3**, **4**, **7**, y **8**. En **logfor2**, haremos una incursión en **5** (la teoría de conjuntos).

§ 30.11. REDES NEURONALES

Las **redes neuronales** son **programas informáticos** inspirados en el funcionamiento de las **neuronas**, de donde les viene su nombre.

Las neuronas son **células** de nuestro **sistema nervioso**, que se transmiten **señales**, de diferente **naturaleza** e **intensidad**.

Análogamente, las **unidades** de una red neuronal intercambian **valores numéricos**, de acuerdo con ciertas variables estadísticas, llamadas **pesos**.

§ 30.12. ESTRUCTURA DE UNA RED NEURONAL PARA IDENTIFICAR FIGURAS DE GATOS

Supongamos que queremos diseñar una red neuronal que examine **imágenes** (codificadas como cuadrículas de píxeles de diferentes colores), e identifique aquellas imágenes que se corresponden con la figura de un **gato**.

Dicha red estará organizada en distintas **capas**.

La organización de esas capas, en una simplificación aproximada, podría ser la siguiente:

1. Una primera capa examina los píxeles de la imagen, y detecta **bordes**, es decir, líneas de píxeles cuyo color homogéneo destaca del resto.
2. A continuación, la capa siguiente examina esos bordes, y detecta **ángulos**, es decir, cambios bruscos en los bordes.
3. A continuación, la capa siguiente examina los bordes y ángulos, y detecta **formas reconocibles** (como por ejemplo, un ojo).
4. A continuación, la capa final se aventura a **dictaminar** si la imagen corresponde o no con la figura de un gato.
5. A continuación, la red está preparada para que recibir un **feedback** externo, que le dice si su dictamen ha sido correcto o no.
6. Y por último, en función de ese feedback, la red **reajusta** sus pesos mediante un **algoritmo de aprendizaje**, destinado a mejorar progresivamente sus respuestas en cada nueva aplicación.

§ 30.13. MODELADO DE LA CONSECUENCIA LÓGICA MEDIANTE IA

Está fuera de nuestro alcance profundizar más en el funcionamiento de las redes neuronales.

Pero podemos decir que la **inteligencia artificial (ia)** procesa el lenguaje natural de un modo similar a como se acaba de describir, pero con **inputs lingüísticos** — y contando con más de 100 capas diferenciadas, cuyo número va cambiando durante el entrenamiento.

Así es como la ia logra responder preguntas, chatear, escribir ensayos, hacer poesía, etc.

Y así es como la ia maneja la **consecuencia lógica**, tanto en **lenguajes formales** como en el propio **lenguaje natural** (y de forma correcta, la mayor parte de las veces).

Ello tiene una ventaja evidente sobre la lógica formal, ya que esta solo proporciona reglas para tratar con fórmulas, dejando la tarea de **formalización** (es decir, la traducción del lenguaje natural a fórmulas), en un plano **intuitivo** y **asistemático**.

§ 30.14. LÓGICA FORMAL VERSUS IA

Sin embargo, no parece que la ia pueda reemplazar el análisis de la consecuencia lógica que llevamos a cabo en lógica formal (es decir, mediante formalización, lenguajes formales y cálculos lógicos, como hemos hecho en este curso).

Ello es así por varias razones, que desglosaremos en las secciones siguientes.

§ 30.15. REALIDAD PSICOLÓGICA

En primer lugar, hay motivos para dudar de que la ia tenga **realidad psicológica** (es decir, que se parezca a lo que **hace realmente** nuestro **cerebro** cuando **procesa información**).

En particular:

1. Para que la ia funcione bien, necesita ser entrenada con cantidades masivas de datos, que suponen millones de veces más que lo que una persona puede procesar en toda su vida.
2. La ia consume mucha más energía que el cerebro humano: cientos de miles de vatios, frente a los 20 vatios con que funciona nuestro cerebro.

§ 30.16. EN BUSCA DE UNA EXPLICACIÓN

Además, la ia no nos proporciona una **explicación** de cómo funciona el **lenguaje**, ni la **consecuencia lógica**.

Así por ejemplo, la **lingüística** divide su explicación del lenguaje natural en varios frentes, incluyendo:

- La **morfología**, que analiza la composición de las palabras.
- La **sintaxis**, que analiza la estructura de las frases.
- La **semántica**, que analiza el significado.
- La **pragmática**, que analiza la intervención del contexto.

Sin embargo, la **estructura de capas** de las redes neuronales (que equivaldría, salvando las distancias, a esos niveles de análisis en la

lingüística tradicional) **varía** de unos programas a otros, es **cambian-
te** conforme estos programas avanzan en su entrenamiento, y **no** es **transparente** ni siquiera a quienes han diseñado el programa.

§ 30.17. CIENCIA VERSUS TECNOLOGÍA

Todo ello nos lleva a pensar que la **ia** es una **tecnología** muy potente para **emular** (**imitar**, **modelar**) el razonamiento humano, pero **no** es una **ciencia** que nos **explique cómo funciona**.

De un modo similar, nuestros ancestros utilizaron embarcaciones de madera como técnica eficaz para viajar por agua de un sitio a otro, miles de años antes de conocer el **principio de Arquímedes**, que es la explicación científica de por qué flotan tales embarcaciones.

En definitiva el análisis de la **consecuencia lógica** sigue necesitando hoy en día de la **lógica formal**, a pesar de sus muchas limitaciones.

§ 30.18. CUESTIONES

Expresa tu opinión respecto a la comparativa entre la ia y la lógica formal, como herramientas de análisis de la consecuencia lógica.

§ 30.19. MÁS ALLÁ DE ESTE MANUAL

La forma más inmediata de ampliar los contenidos de este manual, es mediante logfor2.

Como dijimos en § 8.7, logfor2 es el manual de la asignatura **Lógica Formal II**, que veremos en el 2º Cuatrimestre.

Otra forma de ampliar estos conocimientos es acudir a un manual de **lógica avanzada**, que cubra los contenidos de logfor1 y logfor2, a un nivel más **riguroso** y **profundo**. Por ejemplo:

M. Machover, 1996: *Set Theory, Logic and their Limitations*.

En cuanto a las lógicas no clásicas, una introducción asequible a la lógica modal y a la lógica intuicionista, se encuentra en las páginas 151–194 de:

M. Garrido (ed.), 1989: *Lógica y lenguaje*.

Y un manual avanzado, mucho más comprensivo y riguroso, es:

G. Priest, 2008: *An Introduction to Non-Classical Logic* (2nd ed).

Finalmente, una introducción asequible a la ia es:

C. Madrid, 2024: *Filosofía de la inteligencia artificial*.

Estos cuatro libros circulan ampliamente por internet.

§ 30.20. MANUALES DEL PROFESOR

Además, el profesor de esta asignatura tiene escritos manuales universitarios de:

- *Lógica avanzada*
- *Teoría de conjuntos*
- *Semántica de la lógica intuicionista*
- *Filosofía de la matemática*
- *Metodología de la investigación filosófica*

Todos ellos están disponibles para su libre descarga en:

`webs.um.es/picazo`

§ 30.21. **CUESTIONES FIN DE TEMA**
(VER § 1.18)

Apéndice 31

Ejemplos adicionales

§ 31.1. USO, MENCIÓN Y COMILLAS

(Soluciones en § 32.1)

En cada uno de los siguientes ejemplos, rodea con comillas las expresiones que solo están siendo mencionadas, no usadas:

1. Me gusta la Luna.
2. Me gusta cómo suena Luna.
3. El autor de *Don Quijote* es Cervantes.
4. El autor de *Don Quijote* se llama Cervantes.
5. Oceanía tiene 7 letras.
6. Oceanía tiene 14 países.
7. OK es una palabra internacional.
8. El código morse es internacional.
9. La Universidad de Murcia está en Murcia.
10. El nombre Murcia aparece en Universidad de Murcia.

11. La Facultad de Filosofía de la UMU está en el Edificio Luis Vives.
12. La Facultad de Filosofía de la UMU está en un edificio que se llama Luis Vives.

§ 31.2. ORACIONES Y PROPOSICIONES

(Soluciones en § 32.2)

Clasifica las siguientes oraciones en distintos grupos, de forma que cada grupo de oraciones exprese una misma proposición:

- (a) “Está lloviendo”.
- (b) “Lloviendo está”.
- (c) “It’s raining”.
- (d) “Me duele la cabeza”.
- (e) “Tengo dolor de cabeza”.
- (f) “I have a headache”.
- (g) “La Tierra se mueve”.
- (h) “La Terra es mou”.
- (i) “The Earth moves”.
- (j) “Los gatos cazan ratones”.
- (k) “Ratones cazan los gatos”.
- (l) “Los gatos, ratones cazan”.

§ 31.3. ARGUMENTOS DEDUCTIVOS Y NO DEDUCTIVOS

(Soluciones en § 32.3)

Delante de cada uno de estos argumentos, pon **D** si se trata de un argumento deductivo, y **ND** si se trata de un argumento no deductivo:

1.

(1)

*El perihelio de Mercurio confirma
la teoría de la relatividad general.*

POR LO TANTO:

La teoría de la relatividad general es verdadera.

2.

(1)

Iré a Madrid, o a Barcelona.

(2)

No iré a Barcelona.

POR LO TANTO:

Iré a Madrid.

3.

(1)

Se ha buscado muchas veces vida extraterrestre.

(2)

Ninguna de esas búsquedas ha sido exitosa.

POR LO TANTO:

No hay vida extraterrestre.

4.

(1)

Todas las ovejas son mamíferos.

(2)

Dolly era una oveja.

POR LO TANTO:

Dolly era un mamífero.

§ 31.4. CLAVES

(Soluciones en § 32.4)

1. Confecciona una clave para las las proposiciones atómicas que aparecen en el siguiente texto:

Ana tiene el libro. Ana lo ha leído. Ana sabe cómo acaba. Juan también.

2. Confecciona una clave distinta para esas mismas proposiciones, asignando a cada una de ellas un simprop diferente al asignado en la clave anterior.

§ 31.5. NEGACIONES DE SIMPROPS

(Soluciones en § 32.5)

Indica cuál es la fórmula de negación de los siguientes simprops:

1. **P₃**
2. **P₄**
3. **P₅**

§ 31.6. FORMALIZACIÓN DE PROPOSICIONES DIVERSAS

(Soluciones en § 32.6)

Formaliza las siguientes proposiciones, utilizando una misma clave allí donde sea posible:

1. *Estoy en Cádiz.*

2. *No estoy en Cádiz.*
3. *Has ganado la carrera.*
4. *No has ganado la carrera.*
5. *No has ganado la carrera por poco.*
6. *En absoluto has ganado la carrera.*
7. *De ningún modo has ganado la carrera.*
8. *Rotundamente no has ganado la carrera.*
9. *He estudiado.*
10. *No he estudiado.*
11. *No es cierto que no haya estudiado.*
12. *He ido a correr.*
13. *No he ido a correr.*
14. *No es cierto que no haya ido a correr.*
15. *Fui a tu casa y te habías ido.*
16. *Fui a tu casa pero te habías ido.*
17. *Aunque fui a tu casa, te habías ido.*
18. *Se le notificará por sms y/o email.*
19. *Mañana te llamo o voy a verte.*
20. *Me llevaré el portátil o la tablet.*
21. *Me he quedado sin cobertura, sin batería o sin las dos cosas.*

22. *Si lees el libro, te gustará.*
23. *Si estás en Murcia, entonces estás en Europa.*
24. *Si estás en Murcia, la hierba es verde.*
25. *Si la hierba es verde, la nieve es blanca.*
26. *Si estás en Marte, entonces estás en Murcia.*
27. *Si llueve, me vuelvo a casa.*
28. *Me vuelvo a casa si llueve.*
29. *Cuando llueve, me vuelvo a casa.*
30. *Me vuelvo a casa cuando llueve.*
31. *Me apetece ir, e iré.*
32. *No me apetece ir, pero iré.*
33. *Me apetece, pero no iré.*
34. *Si me apetece ir, iré.*
35. *Iré si me apetece.*
36. *Si voy, es que me apetece ir.*
37. *Iré solo si me apetece.*
38. *Solo si me apetece, iré.*
39. *Iré si me apetece, y solo si me apetece.*
40. *Si me lo pide, la acompaño.*
41. *La acompaño si me lo pide.*

42. *Si la acompaño, entonces es que me lo ha pedido.*
43. *Solo si me lo pide, la acompaño.*
44. *La acompaño si y solo si me lo pide.*
45. *Te oigo, pero no te veo.*
46. *Tras el concierto, aplaudiré o abuchearé (pero no ambas).*
47. *O cargas el móvil, o se apagará (pero no ambas).*
48. *O protegemos al lince, o se extinguirá. (pero no ambas)*
49. *Si he comido mucho, entonces, si corro o salto, siento angustia.*
50. *Si vas deprisa y te pilla el radar, te multan.*
51. *Te multan si vas deprisa y te pilla el radar.*
52. *Cuando el piano está afinado, no está desafinado.*
53. *Si no estoy incómodo, estoy cómodo.*
54. *Pierdes la partida si y solo si te dan mate o se te acaba el tiempo.*
55. *Iremos a cenar, y al cine o a bailar.*
56. *Iremos a cenar, o al cine y a bailar.*

§ 31.7. DOBLES NEGACIONES DE SIMPROPS

(Soluciones en § 32.7)

Indica cuál es la doble negación de los siguientes simprops:

1. **R**

2. **S**

3. **T**

4. **P₂**

5. **P₃**

§ 31.8. ARQUITECTURA

(Soluciones en § 32.8)

Indica la arquitectura de las siguientes fórmulas:

1. **$P \rightarrow Q$**

2. **$\neg P \rightarrow Q$**

3. **$\neg (P \rightarrow Q)$**

4. **$\neg \neg P \rightarrow Q$**

5. **$\neg \neg (P \rightarrow Q)$**

6. **$(P \vee Q) \& \neg R$**

7. **$P \vee (Q \& \neg R)$**

8. **$P \& \neg (Q \rightarrow R)$**

9. **$\neg P \& \neg (Q \rightarrow R)$**

10. **$\neg (P \& \neg (Q \rightarrow R))$**

11. $P \leftrightarrow (Q \rightarrow R)$

12. $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow R$

§ 31.9. TABLAS DE VERDAD PARA FÓRMULAS DIVERSAS

(Soluciones en § 32.9)

Confecciona una tabla de verdad para cada una de estas fórmulas:

1. $\neg \neg P$

2. $\neg \neg \neg P$

3. $P \leftrightarrow (Q \rightarrow \neg P)$

4. $\neg (P \rightarrow (P \& Q))$

§ 31.10. TABLAS GLOBALES

(Soluciones en § 32.10)

Confecciona una tabla global para cada uno de estos grupos de fórmulas:

1. $P \vee (\neg Q \rightarrow P)$

$P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$

$\neg P \& Q$

2. $P \rightarrow (P \rightarrow (P \rightarrow Q))$

$Q \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow P))$

§ 31.11. FORMALIZACIÓN DE ARGUMENTOS

(Soluciones en § 32.11)

Formaliza los siguientes argumentos:

1.

(1) *O me acompañas, o no voy a la fiesta.*

(2) *No me acompañas.*

POR LO TANTO:

No voy a la fiesta.

2.

(1) *Si vas a Cuenca, yo también.*

(2) *Vas a Cuenca.*

POR LO TANTO:

Yo también voy a Cuenca.

3.

(1) *Aunque no te lo creas, él tiene carnet de conducir.*

(2) *Si tiene carnet, llegará hoy.*

POR LO TANTO:

Llegará hoy.

§ 31.12. VERIFICACIÓN DE CONSECUENCIA LÓGICA

(Enunciado en § 32.12)

Formaliza los siguientes argumentos, y verifica mediante tablas de verdad si son válidos o inválidos. Razona tu respuesta, a la vista de las tablas confeccionadas:

1.

(1) *Si llueve, me mojo.*

(2) *No llueve.*

POR LO TANTO:

No me mojo.

2.

(1) *Estaré en Elche o en Elda.*

POR LO TANTO:

No es cierto que no vaya a estar ni en Elche ni en Elda.

3.

(1) *Fuma mucho.*

POR LO TANTO:

Contraerá cáncer.

4.

(1) *Publicará sus memorias si y solo si se las pagan bien.*

POR LO TANTO:

Si no le pagan bien sus memorias, no las publicará.

§ 31.13. VERIFICACIÓN DE EQUIVALENCIAS

(Soluciones en § 32.13)

Formaliza las siguientes parejas de proposiciones, y verifica mediante tablas de verdad si son equivalentes. Razona tu respuesta, a la vista de las tablas confeccionadas:

1. a) *Mañana te llamaré o iré a verte a casa.*
 b) *Mañana, si no te llamo, iré a verte a casa.*
2. c) *Mañana te llamaré e iré a verte a casa.*
 d) *Mañana, si no te llamo, iré a verte a casa.*

§ 31.14. VERIFICACIÓN DE VERDADES LÓGICAS, INCONSISTENCIAS Y CONTINGENCIAS

(Soluciones en § 32.14)

Formaliza estas proposiciones bajo una misma clave, y verifica mediante tablas de verdad si cada una de ellas es consistente, contingente o una verdad lógica. Razona tu respuesta, a la vista de las tablas confeccionadas:

1. *El Segura nace en Jaén si y solo si no nace en Jaén.*
2. *No es cierto que si el Segura nace en Jaén, entonces nace en Jaén.*
3. *Si el Segura nace en Jaén, entonces nace en Jaén.*
4. *El Segura nace en Jaén.*
5. *El Segura no nace en Cuenca.*
6. *El Segura nace en Jaén o no nace en Jaén.*
7. *El Segura nace en Jaén y no nace en Jaén.*
8. *No es cierto que el Segura nace en Jaén y no nace en Jaén.*
9. *Si el Segura nace en Cuenca, entonces nace en Jaén.*
10. *El Segura nace en Jaén y en Cuenca.*

§ 31.15. VERIFICACIÓN DE CONSISTENCIA O INCONSISTENCIA DE CONJUNTOS DE FÓRMULAS

(Soluciones en § 32.15)

Formaliza cada uno de estos grupos de proposiciones bajo una misma clave, y determina mediante tablas de verdad si se trata de un conjunto

consistente o inconsistente. Razona tu respuesta, a la vista de las tablas confeccionadas.

1. *Si estás despierta, te aviso.*
Si estás dormida, no te aviso.
No estás dormida.
No te aviso.
2. *Voy a China o a Australia.*
No voy a China.
Si voy a Australia, no voy a China.

§ 31.16. DERIVACIONES EN N1 CON REGLAS PRIMARIAS

(Soluciones en § 32.16)

Construye una derivación en **N1**, con reglas primarias, para cada uno de estos secuentes:

1. $R \vdash_{N1} R$
2. $P, Q \vdash_{N1} P$
3. $Q \rightarrow P, Q \vdash_{N1} P$
4. $Q \rightarrow P, \neg P \vdash_{N1} \neg Q$
5. $\neg P \rightarrow Q, \neg Q \vdash_{N1} P$

6. $P \rightarrow \neg \neg Q$, $P \vdash_{N1} Q$
7. $\vdash_{N1} Q \rightarrow \neg \neg Q$
8. $\vdash_{N1} Q \rightarrow Q$
9. P , $Q \vdash_{N1} P \& Q$
10. $P \& Q \vdash_{N1} P$
11. $P \vdash_{N1} P \& P$
12. $\vdash_{N1} P \rightarrow (P \& P)$
13. $P \vdash_{N1} P \vee P$
14. $\vdash_{N1} P \rightarrow (P \vee P)$
15. $P \vdash_{N1} P \vee Q$
16. $\vdash_{N1} P \rightarrow (P \vee Q)$
17. $P \vee Q \vdash_{N1} Q \vee P$
18. $P \vee (P \& Q) \vdash_{N1} P$

19. $P \vee P \vdash_{N1} P$
20. $P \leftrightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash_{N1} P \rightarrow R$
21. $\vdash_{N1} P \leftrightarrow P$
22. $P \leftrightarrow Q \vdash_{N1} \neg Q \rightarrow \neg P$
23. $\neg(P \vee Q) \vdash_{N1} \neg P$
24. $\neg(P \rightarrow Q) \vdash_{N1} \neg(P \leftrightarrow Q)$

§ 31.17. FORMALIZACIÓN Y DERIVACIÓN EN N1 CON REGLAS PRIMARIAS

(Soluciones en § 32.17)

Para cada uno de estos argumentos, formalízalo, indica el seciente correspondiente al mismo, y dévalo en **N1**, usando solo reglas primarias:

1.

(1) *Me enfadé pero me controlé.*

POR LO TANTO:

No me descontrolé.

2.

(1) *He estado en Elche.*(2) *No he estado en Elda.*

POR LO TANTO:

No he estado en Elda, pero sí en Elche.

3.

(1) *Si no te veo en clase, te llamo al móvil.*

POR LO TANTO:

Si no te llamo al móvil, te he visto en clase.

4.

(1) *Si escribo el trabajo, lo imprimo o lo guardo en pdf.*(2) *Si imprimo el trabajo, lo guardo en pdf.*

POR LO TANTO:

Si escribo el trabajo, lo guardo en pdf.

§ 31.18. SECUENTES Y DERIVACIONES ESQUEMÁTICAS

(Soluciones en § 32.18)

En **N1**, construye derivaciones esquemáticas para cada uno de estos secuentes esquemáticos. En cada deriv, puedes usar tanto reglas primarias, como reglas secundarias basadas en § 24.11 , y en los secuentes que vayas obteniendo en este mismo listado.

1. (SC) $\neg (A \& B) , B \vdash_{N1} \neg A$
2. (TR) $A \rightarrow B , B \rightarrow C \vdash_{N1} A \rightarrow C$
3. (TR) $A \leftrightarrow B , B \leftrightarrow C \vdash_{N1} A \leftrightarrow C$
4. (CM) $A \& B \vdash_{N1} B \& A$
5. (CM) $\neg (A \& B) \vdash_{N1} \neg (B \& A)$
6. (CM) $A \vee B \vdash_{N1} B \vee A$
7. (CM) $\neg (A \vee B) \vdash_{N1} \neg (B \vee A)$
8. (PNC) $\vdash_{N1} \neg (A \& \neg A)$
9. (PEX) $A \& \neg A \vdash_{N1} B$
10. (PTE) $\vdash_{N1} A \vee \neg A$
11. (SD) $A \vee B , \neg A \vdash_{N1} B$
12. (SD) $A \vee B , \neg B \vdash_{N1} A$
13. (ID) $A \rightarrow B \vdash_{N1} \neg A \vee B$

14. (ID)

$$\neg A \vee B \vdash_{\mathbf{N1}} A \rightarrow B$$

15. (ID)

$$A \rightarrow B \vdash_{\mathbf{N1}} \neg (A \& \neg B)$$

16. (ID)

$$\neg (A \& \neg B) \vdash_{\mathbf{N1}} A \rightarrow B$$

§ 31.19. APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL BAILE A LA REGLA ID

(Soluciones en § 32.19)

Reconstruye los siguientes secuentes de **ID**, mediante el método del baile:

(ID3)	$\neg (A \rightarrow B)$	$\dashv\vdash_{N1}$	$\neg (\neg A \vee B)$
(ID4)	$\neg (A \rightarrow B)$	$\dashv\vdash_{N1}$	$A \& \neg B$
(ID5)	$A \& B$	$\dashv\vdash_{N1}$	$\neg (A \rightarrow \neg B)$
(ID6)	$A \& B$	$\dashv\vdash_{N1}$	$\neg (\neg A \vee \neg B)$
(ID7)	$\neg (A \& B)$	$\dashv\vdash_{N1}$	$A \rightarrow \neg B$
(ID8)	$\neg (A \& B)$	$\dashv\vdash_{N1}$	$\neg A \vee \neg B$
(ID9)	$A \vee B$	$\dashv\vdash_{N1}$	$\neg (\neg A \& \neg B)$
(ID10)	$A \vee B$	$\dashv\vdash_{N1}$	$\neg A \rightarrow B$
(ID11)	$\neg (A \vee B)$	$\dashv\vdash_{N1}$	$\neg A \& \neg B$
(ID12)	$\neg (A \vee B)$	$\dashv\vdash_{N1}$	$\neg (\neg A \rightarrow B)$

§ 31.20. FORMALIZACIÓN Y DERIVACIÓN EN N1 CON REGLAS PRIMARIAS Y SECUNDARIAS

(Soluciones en § 32.20)

Para cada uno de estos argumentos, formalízalo, indica el secuento correspondiente al mismo, y dérivalo en **N1**, usando reglas primarias y secundarias:

1.

- (1) *Esta tarde, te pongo un wassap o te llamo.*
 POR LO TANTO:
Esta tarde, si no te llamo, te pongo un wassap.

2.

- (1) *No es cierto que fui a tu casa y la planta estaba viva.*
 (2) *Fui a tu casa.*
 POR LO TANTO:
La planta estaba muerta.

3.

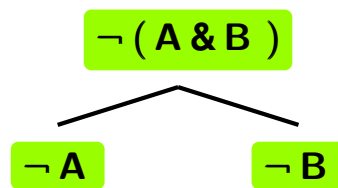
- (1) *Ni monta en moto ni conduce autobuses.*
 (2) *Le contratan solo si conduce autobuses o camiones.*
 POR LO TANTO:
Si le contratan, conduce camiones.

§ 31.21. APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL BAILE A LAS REGLAS DE A1

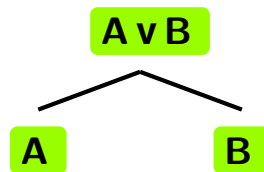
(Soluciones en § 32.21)

Para cada regla de **A1** a partir de la **Regla 6**, elabora un recordatorio utilizando el método del baile:

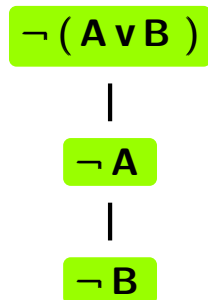
CONJUNCIÓN NEGADA



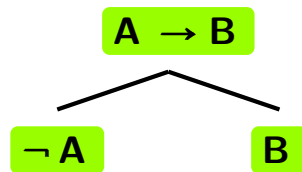
DISYUNCIÓN



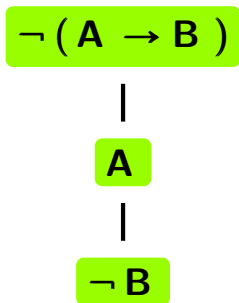
DISYUNCIÓN NEGADA



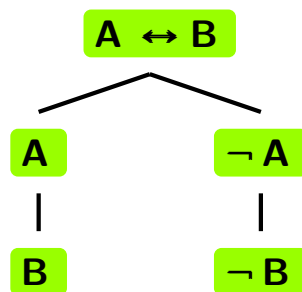
CONDICIONAL

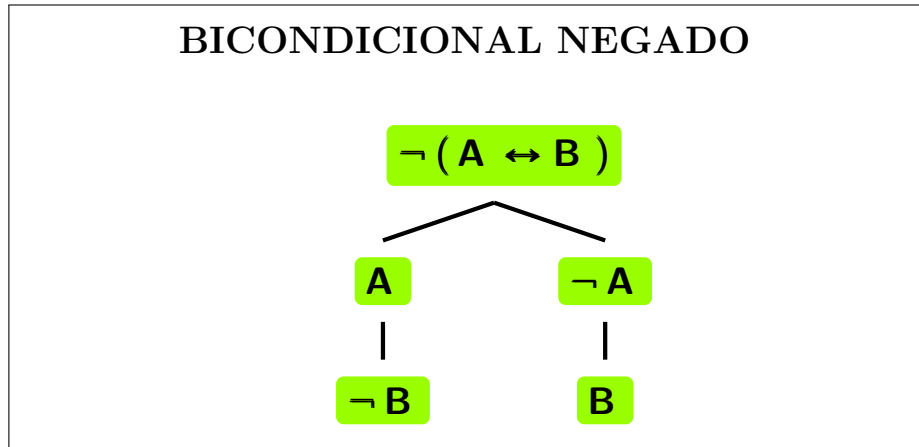


CONDICIONAL NEGADO



BICONDICIONAL





§ 31.22. ÁRBOLES ABIERTOS Y CERRADOS

(Soluciones en § 32.22)

Para cada uno de estos secuentes, construye un árbol para determinar si es derivable en **A1**, o si por el contrario, no es derivable. En cada caso, razona tu respuesta a la vista del árbol terminado.

1. $\neg P \& Q \quad \vdash_{A1} \quad \neg (R \rightarrow P)$

2. $\vdash_{A1} \quad (P \vee Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow Q)$

3. $P \rightarrow (Q \& R) \quad , \quad S \quad \vdash_{A1} \quad (S \rightarrow P) \rightarrow R$

§ 31.23. FORMALIZACIÓN Y DERIVACIÓN EN A1

(Soluciones en § 32.23)

Para cada uno de estos argumentos, formalízalo, indica el seciente correspondiente al mismo, y construye un árbol para determinar si es o no derivable en **A1**. En cada caso, razona tu respuesta a la vista del árbol terminado.

1. (1) *Si voy a Granada, veré la Alhambra.*
 POR LO TANTO:
O no voy a Granada, o veré la Alhambra.

2.

- (1) *Iré al monte si y solo si llevo guantes.*
 POR LO TANTO:
No es cierto que vaya a ir al monte con guantes y bufanda.

Apéndice 32

Ejemplos adicionales - Soluciones

§ 32.1. USO, MENCIÓN Y COMILLAS - SOLUCIONES (Enunciado en § 31.1)

En cada uno de los siguientes ejemplos, rodea con comillas las expresiones que solo están siendo mencionadas, no usadas:

1. Me gusta la Luna.
2. Me gusta cómo suena “Luna”.
3. El autor de *Don Quijote* es Cervantes.
4. El autor de *Don Quijote* se llama “Cervantes”.
5. “Oceanía” tiene 7 letras.
6. Oceanía tiene 14 países.
7. “OK” es una palabra internacional.
8. El código morse es internacional.
9. La Universidad de Murcia está en Murcia.
10. El nombre “Murcia” aparece en “Universidad de Murcia”.

11. La Facultad de Filosofía de la UMU está en el Edificio Luis Vives.
12. La Facultad de Filosofía de la UMU está en un edificio que se llama “Luis Vives”.

§ 32.2. ORACIONES Y PROPOSICIONES

(Enunciado en § 31.2)

Clasifica las siguientes oraciones en distintos grupos, de forma que cada grupo de oraciones exprese una misma proposición:

Grupo 1:

- (a) “Está lloviendo”.
- (b) “Lloviendo está”.
- (c) “It’s raining”.

Grupo 2:

- (d) “Me duele la cabeza”.
- (e) “Tengo dolor de cabeza”.
- (f) “I have a headache”.

Grupo 3:

- (g) “La Tierra se mueve”.
- (h) “La Terra es mou”.
- (i) “The Earth moves”.

Grupo 4:

- (j) “Los gatos cazan ratones”.
- (k) “Ratones cazan los gatos”.
- (l) “Los gatos, ratones cazan”.

§ 32.3. ARGUMENTOS DEDUCTIVOS Y NO DEDUCTIVOS

(Enunciado en § 31.3)

Delante de cada uno de estos argumentos, pon **D** si se trata de un argumento deductivo, y **ND** si se trata de un argumento no deductivo:

1.

ND

- (1) *El perihelio de Mercurio confirma la teoría de la relatividad general.*

POR LO TANTO:

La teoría de la relatividad general es verdadera.

2.

D

- (1) *Iré a Madrid, o a Barcelona.*

- (2) *No iré a Barcelona.*

POR LO TANTO:

Iré a Madrid.

3.

ND

- (1) *Se ha buscado muchas veces vida extraterrestre.*

- (2) *Ninguna de esas búsquedas ha sido exitosa.*

POR LO TANTO:

No hay vida extraterrestre.

4.

D

- (1) *Todas las ovejas son mamíferos.*

- (2) *Dolly era una oveja.*

POR LO TANTO:

Dolly era un mamífero.

§ 32.4. CLAVES

(Enunciado en § 31.4) claveclave

1. Confecciona una clave para las las proposiciones atómicas que aparecen en el siguiente texto:

Ana tiene el libro. Ana lo ha leído. Ana sabe cómo acaba. Juan también.

Clave:

<i>Ana tiene el libro.</i>	P
<i>Ana ha leído el libro.</i>	Q
<i>Ana sabe cómo acaba el libro.</i>	R
<i>Juan sabe cómo acaba el libro.</i>	S

2. Confecciona una clave distinta para esas mismas proposiciones, asignando a cada una de ellas un simprop diferente al asignado en la clave anterior.

Clave:

<i>Ana tiene el libro.</i>	P₁
<i>Ana ha leído el libro.</i>	P₂
<i>Ana sabe cómo acaba el libro.</i>	P
<i>Juan sabe cómo acaba el libro.</i>	T

§ 32.5. NEGACIONES DE SIMPROPS

(Enunciado en § 31.5)

Indica cuál es la fórmula de negación de los siguientes simprops:

1. P_3 Su fórmula de negación es $\neg P_3$
2. P_4 Su fórmula de negación es $\neg P_4$
3. P_5 Su fórmula de negación es $\neg P_5$

§ 32.6. FORMALIZACIÓN DE PROPOSICIONES DIVERSAS

(Enunciado en § 31.6)

Formaliza las siguientes proposiciones, utilizando una misma clave allí donde sea posible:

1. *Estoy en Cádiz.*
2. *No estoy en Cádiz.*

Clave:	
<i>Estoy en Cádiz.</i>	P
Formalización:	
<i>No estoy en Cádiz.</i>	$\neg P$

3. *Has ganado la carrera.*
4. *No has ganado la carrera.*
5. *No has ganado la carrera por poco.*

6. *En absoluto has ganado la carrera.*
7. *De ningún modo has ganado la carrera.*
8. *Rotundamente no has ganado la carrera.*

Clave:	
<i>Has ganado la carrera.</i>	P
Formalización:	
<i>No has ganado la carrera.</i>	$\neg P$
<i>No has ganado la carrera por poco.</i>	$\neg P$
<i>En absoluto has ganado la carrera.</i>	$\neg P$
<i>De ningún modo has ganado la carrera.</i>	$\neg P$
<i>Rotundamente no has ganado la carrera.</i>	$\neg P$

9. *He estudiado.*
10. *No he estudiado.*
11. *No es cierto que no haya estudiado.*

Clave:	
<i>He estudiado.</i>	P
Formalización:	
<i>No he estudiado.</i>	$\neg P$
<i>No es cierto que no haya estudiado.</i>	$\neg \neg P$

12. *He ido a correr.*
13. *No he ido a correr.*
14. *No es cierto que no haya ido a correr.*

Clave:	
<i>He ido a correr.</i>	P
Formalización:	
<i>No he ido a correr.</i>	$\neg P$
<i>No es cierto que no haya ido a correr.</i>	$\neg \neg P$

15. *Fui a tu casa y te habías ido.*
16. *Fui a tu casa pero te habías ido.*
17. *Aunque fui a tu casa, te habías ido.*

Clave:	
<i>Fui a tu casa.</i>	P
<i>Te habías ido.</i>	Q
Formalización:	
<i>Fui a tu casa y te habías ido.</i>	$P \& Q$
<i>Fui a tu casa pero te habías ido.</i>	$P \& Q$
<i>Aunque fui a tu casa, te habías ido.</i>	$P \& Q$

18. *Se le notificará por sms y/o email.*

Clave:	
<i>Se le notificará por sms.</i>	P
<i>Se le notificará por email.</i>	Q
Formalización:	
<i>Se le notificará por sms y/o email.</i>	$P \vee Q$

19. *Mañana te llamo o voy a verte.*

Clave:	
<i>Mañana te llamo.</i>	P
<i>Mañana voy a verte.</i>	Q
Formalización:	
<i>Mañana te llamo o voy a verte.</i>	$P \vee Q$

20. *Me llevaré el portátil o la tablet.*

Clave:	
<i>Me llevaré el portátil.</i>	P
<i>Me llevaré la tablet.</i>	Q
Formalización:	
<i>Me llevaré el portátil o la tablet.</i>	$P \vee Q$

21. *Me he quedado sin cobertura, sin batería o sin las dos cosas.*

Clave:	
<i>Me he quedado sin batería.</i>	P
<i>Me he quedado sin cobertura.</i>	Q
Formalización:	
<i>Me he quedado sin cobertura, sin batería o sin las dos cosas.</i>	$P \vee Q$

22. *Si lees el libro, te gustará.*

Clave:	
<i>Lees el libro.</i>	P
<i>Te gusta el libro.</i>	Q
Formalización:	
<i>Si lees el libro, te gustará.</i>	$P \rightarrow Q$

23. *Si estás en Murcia, entonces estás en Europa.*

Clave:	
<i>Estás en Murcia.</i>	P
<i>Estás en Europa.</i>	Q
Formalización:	
<i>Si estás en Murcia, entonces estás en Europa.</i>	$P \rightarrow Q$

24. *Si estás en Murcia, la hierba es verde.*

Clave:	
<i>Estás en Murcia.</i>	P
<i>La hierba es verde.</i>	Q
Formalización:	
<i>Si estás en Murcia, la hierba es verde.</i>	$P \rightarrow Q$

25. *Si la hierba es verde, la nieve es blanca.*

Clave:	
<i>La hierba es verde.</i>	P
<i>La nieve es blanca.</i>	Q
Formalización:	
<i>Si la hierba es verde, la nieve es blanca.</i>	$P \rightarrow Q$

26. *Si estás en Marte, entonces estás en Murcia.*

Clave:	
<i>Estás en Marte.</i>	P
<i>Estás en Murcia.</i>	Q
Formalización:	
<i>Si estás en Marte, entonces estás en Murcia.</i>	$P \rightarrow Q$

27. *Si llueve, me vuelvo a casa.*
28. *Me vuelvo a casa si llueve.*
29. *Cuando llueve, me vuelvo a casa.*
30. *Me vuelvo a casa cuando llueve.*

Clave:	
<i>Llueve.</i>	P
<i>Me vuelvo a casa.</i>	Q
Formalización:	
<i>Si llueve, me vuelvo a casa.</i>	$P \rightarrow Q$
<i>Me vuelvo a casa si llueve.</i>	$P \rightarrow Q$
<i>Cuando llueve, me vuelvo a casa.</i>	$P \rightarrow Q$
<i>Me vuelvo a casa cuando llueve.</i>	$P \rightarrow Q$

31. *Me apetece ir, e iré.*
32. *No me apetece ir, pero iré.*
33. *Me apetece, pero no iré.*
34. *Si me apetece ir, iré.*
35. *Iré si me apetece.*
36. *Si voy, es que me apetece ir.*
37. *Iré solo si me apetece.*
38. *Solo si me apetece, iré.*

39. *Iré si me apetece, y solo si me apetece.*

Clave:	
<i>Me apetece ir.</i>	P
<i>Iré.</i>	Q
Formalización:	
<i>Me apetece ir, e iré.</i>	$P \& Q$
<i>No me apetece ir, pero iré.</i>	$\neg P \& Q$
<i>Me apetece, pero no iré.</i>	$P \& \neg Q$
<i>Si me apetece ir, iré.</i>	$P \rightarrow Q$
<i>Iré si me apetece.</i>	$P \rightarrow Q$
<i>Si voy, es que me apetece ir.</i>	$Q \rightarrow P$
<i>Iré solo si me apetece.</i>	$Q \rightarrow P$
<i>Solo si me apetece, iré.</i>	$Q \rightarrow P$
<i>Iré si me apetece, y solo si me apetece.</i>	$Q \leftrightarrow P$

40. *Si me lo pide, la acompaño.*
41. *La acompaño si me lo pide.*
42. *Si la acompaño, entonces es que me lo ha pedido.*
43. *Solo si me lo pide, la acompaño.*

44. *La acompaño si y solo si me lo pide.*

Clave:	
<i>Me pide que la acompañe.</i>	P
<i>La acompaño.</i>	Q
Formalización:	
<i>Si me lo pide, la acompaño.</i>	$P \rightarrow Q$
<i>La acompaño si me lo pide.</i>	$P \rightarrow Q$
<i>Si la acompaño, entonces es que me lo ha pedido.</i>	$Q \rightarrow P$
<i>Solo si me lo pide, la acompaño.</i>	$Q \rightarrow P$
<i>La acompaño si y solo si me lo pide.</i>	$Q \leftrightarrow P$

45. *Te oigo, pero no te veo.*

Clave:	
<i>Te oigo.</i>	P
<i>Te veo.</i>	Q
Formalización:	
<i>Te oigo, pero no te veo.</i>	$P \& \neg Q$

46. *Tras el concierto, aplaudiré o abuchearé (pero no ambas).*

Clave:

Tras el concierto, aplaudiré.

P

Tras el concierto, abuchearé.

Q

Formalización:

Tras el concierto, aplaudiré o abuchearé (pero no ambas).

$(P \vee Q) \& \neg (P \& Q)$

47. *O cargas el móvil, o se apagará (pero no ambas).*

Clave:

Cargas el móvil.

P

El móvil se apagará.

Q

Formalización:

O cargas el móvil, o se apagará (pero no ambas).

$(P \vee Q) \& \neg (P \& Q)$

48. *O protegemos al lince, o se extinguirá (pero no ambas).*

Clave:

Protegemos al lince.

P

El lince se extinguirá.

Q

Formalización:

O protegemos al lince, o se extinguirá (pero no ambas).

$(P \vee Q) \& \neg (P \& Q)$

49. *Si he comido mucho, entonces, si corro o salto, siento angustia.*

Clave:

<i>He comido mucho.</i>	P
<i>Corro.</i>	Q
<i>Salto.</i>	R
<i>Siento angustia.</i>	S

Formalización:

<i>Si he comido mucho, entonces,</i>	$P \rightarrow ((Q \vee R) \rightarrow S)$
<i>si corro o salto, siento angustia.</i>	

50. *Si vas deprisa y te pilla el radar, te multan.*

51. *Te multan si vas deprisa y te pilla el radar.*

Clave:

<i>Vas deprisa.</i>	P
<i>Te pilla el radar.</i>	Q
<i>Te multan.</i>	R

Formalización:

<i>Si vas deprisa y te pilla el radar, te multan.</i>	$(P \& Q) \rightarrow R$
<i>Te multan si vas deprisa y te pilla el radar.</i>	$(P \& Q) \rightarrow R$

52. Cuando el piano está afinado, no está desafinado.

Clave:	
<i>El piano está afinado.</i>	P
Formalización:	
<i>Cuando el piano está afinado, no está desafinado.</i>	$P \rightarrow \neg \neg P$

53. Si no estoy incómodo, estoy cómodo.

Clave:	
<i>Estoy cómodo.</i>	P
Formalización:	
<i>Si no estoy incómodo, estoy cómodo.</i>	$\neg \neg P \rightarrow P$

54. Pierdes la partida si y solo si te dan mate o se te acaba el tiempo.

Clave:	
<i>Pierdes la partida.</i>	P
<i>Te dan mate.</i>	Q
<i>Se te acaba el tiempo.</i>	R
Formalización:	
<i>Pierdes la partida si y solo si te dan mate o se te acaba el tiempo.</i>	$P \leftrightarrow (Q \vee R)$

55. *Iremos a cenar, y al cine o a bailar.*

56. *Iremos a cenar, o al cine y a bailar.*

Clave:

Iremos a cenar.

P

Iremos al cine.

Q

Iremos a bailar.

R

Formalización:

Iremos a cenar, y al cine o a bailar.

P & (Q ∨ R)

Iremos a cenar, o al cine y a bailar.

P ∨ (Q & R)

§ 32.7. DOBLES NEGACIONES DE SIMPROPS

(Enunciado en § 31.7)

Indica cuál es la doble negación de los siguientes simprops:

1. **R** Su doble negación es **$\neg \neg R$**
2. **S** Su doble negación es **$\neg \neg S$**
3. **T** Su doble negación es **$\neg \neg T$**
4. **P₂** Su doble negación es **$\neg \neg P_2$**
5. **P₃** Su doble negación es **$\neg \neg P_3$**

§ 32.8. ARQUITECTURA

(Enunciado en § 31.8)

Indica la arquitectura de las siguientes fórmulas:

1. **$P \rightarrow Q$**

Arq	
Conectiva principal:	$P \Rightarrow Q$
Tipo de fórmula:	<i>Condicional</i>
Antecedente:	P
Consecuente:	Q

2. $\neg P \rightarrow Q$

Arq	
Conectiva principal:	$\neg P \Rightarrow Q$
Tipo de fórmula:	<i>Condicional</i>
Antecedente:	$\neg P$
Consecuente:	Q

3. $\neg (P \rightarrow Q)$

Arq	
Conectiva principal:	$\neg (P \rightarrow Q)$
Tipo de fórmula:	<i>Negación</i>
Fórmula negada:	$P \rightarrow Q$

4. $\neg \neg P \rightarrow Q$

Arq	
Conectiva principal:	$\neg \neg P \Rightarrow Q$
Tipo de fórmula:	<i>Condicional</i>
Antecedente:	$\neg \neg P$
Consecuente:	Q

5. $\neg \neg (P \rightarrow Q)$

	Arq
Conectiva principal:	$\boxed{\neg} \neg (P \rightarrow Q)$
Tipo de fórmula:	<i>Negación</i>
Fórmula negada:	$\neg (P \rightarrow Q)$

6. $(P \vee Q) \& \neg R$

	Arq
Conectiva principal:	$(P \vee Q) \boxed{\&} \neg R$
Tipo de fórmula:	<i>Conjunción</i>
Primer conyunto:	$P \vee Q$
Segundo conyunto:	$\neg R$

7. $P \vee (Q \& \neg R)$

	Arq
Conectiva principal:	$P \boxed{\vee} (Q \& \neg R)$
Tipo de fórmula:	<i>Disyunción</i>
Primer disyunto:	P
Segundo disyunto:	$Q \& \neg R$

8. $P \& \neg (Q \rightarrow R)$

Arq	
Conectiva principal:	$P \boxed{\&} \neg (Q \rightarrow R)$
Tipo de fórmula:	<i>Conjunción</i>
Primer conyunto:	P
Segundo conyunto:	$\neg (Q \rightarrow R)$

9. $\neg P \& \neg (Q \rightarrow R)$

Arq	
Conectiva principal:	$\neg P \boxed{\&} \neg (Q \rightarrow R)$
Tipo de fórmula:	<i>Conjunción</i>
Primer conyunto:	$\neg P$
Segundo conyunto:	$\neg (Q \rightarrow R)$

10. $\neg (P \& \neg (Q \rightarrow R))$

Arq	
Conectiva principal:	$\boxed{\neg} (P \& \neg (Q \rightarrow R))$
Tipo de fórmula:	<i>Negación</i>
Fórmula negada:	$P \& \neg (Q \rightarrow R)$

11. $P \leftrightarrow (Q \rightarrow R)$

Arq	
Conectiva principal:	$P \leftrightarrow (Q \rightarrow R)$
Tipo de fórmula:	<i>Bicondicional</i>
Primer término:	P
Segundo término:	$Q \rightarrow R$

12. $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow R$

Arq	
Conectiva principal:	$(P \leftrightarrow Q) \rightarrow R$
Tipo de fórmula:	<i>Condicional</i>
Antecedente:	$P \leftrightarrow Q$
Consecuente:	R

§ 32.9. TABLAS DE VERDAD PARA FÓRMULAS DIVERSAS

(Enunciado en § 31.9)

Confecciona una tabla de verdad para cada una de estas fórmulas:

1. $\neg \neg P$

	P	$\neg P$	$\neg \neg P$
1	V	F	V
2	F	V	F

2. $\neg \neg \neg P$

	P	$\neg P$	$\neg \neg P$	$\neg \neg \neg P$
1	V	F	V	F
2	F	V	F	V

3. $P \leftrightarrow (Q \rightarrow \neg P)$

	P	Q	$\neg P$	$Q \rightarrow \neg P$	$P \leftrightarrow (Q \rightarrow \neg P)$
1	V	V	F	F	F
2	V	F	F	V	V
3	F	V	V	V	F
4	F	F	V	V	F

4. $\neg (P \rightarrow (P \& Q))$

	P	Q	$P \& Q$	$P \rightarrow (P \& Q)$	$\neg (P \rightarrow (P \& Q))$
1	V	V	V	V	F
2	V	F	F	F	V
3	F	V	F	V	F
4	F	F	F	V	F

§ 32.10. TABLAS GLOBALES

(Enunciado en § 31.10)

Confecciona una tabla global para cada uno de estos grupos de fórmulas:

1. $P \vee (\neg Q \rightarrow P)$ $P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$ $\neg P \& Q$

	P	Q	$\neg Q$	$\neg Q \rightarrow P$	$P \vee (\neg Q \rightarrow P)$
1	V	V	F	V	V
2	V	F	V	V	V
3	F	V	F	V	V
4	F	F	V	F	F

	P	Q	$\neg P$	$Q \rightarrow \neg P$	$P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$
1	V	V	F	F	F
2	V	F	F	V	V
3	F	V	V	V	V
4	F	F	V	V	V

	P	Q	$\neg P$	$\neg P \& Q$
1	V	V	F	F
2	V	F	F	F
3	F	V	V	V
4	F	F	V	F

2. $P \rightarrow (P \rightarrow (P \rightarrow Q))$ $Q \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow P))$

	P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow (P \rightarrow Q)$	$P \rightarrow (P \rightarrow (P \rightarrow Q))$
1	V	V	V	V	V
2	V	F	F	F	F
3	F	V	V	V	V
4	F	F	V	V	V

	P	Q	$Q \rightarrow P$	$P \rightarrow (Q \rightarrow P)$	$Q \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow P))$
1	V	V	V	V	V
2	V	F	V	V	V
3	F	V	F	V	V
4	F	F	V	V	V

§ 32.11. FORMALIZACIÓN DE ARGUMENTOS

(Enunciado en § 31.11)

Formaliza los siguientes argumentos:

1.

(1) *O me acompañas, o no voy a la fiesta.*

(2) *No me acompañas.*

POR LO TANTO:

No voy a la fiesta.

Formalización:

Clave:

Me acompañas a la fiesta.

P

Voy a la fiesta.

Q

Premisas:

O me acompañas, o no voy a la fiesta.

$P \vee Q$

No me acompañas.

$\neg P$

Conclusión:

No voy a la fiesta.

$\neg Q$

2.

(1) *Si vas a Cuenca, yo también.*(2) *Vas a Cuenca.*

POR LO TANTO:

Yo también voy a Cuenca.

Formalización:

Clave:*Tú vas a Cuenca.***P***Yo voy a Cuenca.***Q****Premisas:***Si vas a Cuenca, yo también.* **$P \rightarrow Q$** *Vas a Cuenca.***P****Conclusión:***Yo también voy a Cuenca.***Q**

3.

(1) *Aunque no te lo creas, él tiene carnet de conducir.*(2) *Si tiene carnet, llegará hoy.*

POR LO TANTO:

Llegará hoy.

Formalización:

Clave:

Tú crees que él tiene carnet de conducir.

P

Él tiene carnet de conducir.

Q

Él llegará hoy.

R

Premisas:

Aunque no te lo creas, él tiene carnet de conducir. $\neg P \ \& \ Q$ *Si tiene carnet, llegará hoy.* $Q \rightarrow R$

Conclusión:

Llegará hoy.

R

§ 32.12. VERIFICACIÓN DE CONSECUENCIA LÓGICA

(Enunciado en § 31.12)

Formaliza los siguientes argumentos, y verifica mediante tablas de verdad si son válidos o inválidos. Razona tu respuesta, a la vista de las tablas confeccionadas:

1.

(1) *Si llueve, me mojo.*

(2) *No llueve.*

POR LO TANTO:

No me mojo.

Formalización:

Clave:

Llueve.

P

Me mojo.

Q

Premisas:

Si llueve, me mojo.

$P \rightarrow Q$

No llueve.

$\neg P$

Conclusión:

No me mojo.

$\neg Q$

Tabla global:

	P	Q	¬P	¬Q	P → Q
1	V	V	F	F	V
2	V	F	F	V	F
3	F	V	V	F	V
4	F	F	V	V	V

Razonamiento:

La primera premisa de este argumento es **P → Q**, su segunda premisa es **¬P**, y su conclusión es **¬Q**.

Las filas de la tabla donde las dos premisas de este argumento son ambas **V**, son las filas 3 y 4. Sin embargo, la conclusión es **F** en la fila 3.

Por consiguiente, el argumento es inválido:

$$\mathbf{P \rightarrow Q}, \mathbf{\neg P} \not\models_1 \mathbf{\neg Q}$$

Esto tiene sentido, porque aun en la suposición de que sea cierto que **Si llueve me mojo**, y que sea cierto que **No llueve**, me podría estar mojando por otra razón — por estar en la ducha, por ejemplo.

2.

(1) *Estaré en Elche o en Elda.*

POR LO TANTO:

No es cierto que no vaya a estar ni en Elche ni en Elda.

Formalización:

Clave:

Estaré en Elche.

P

Estaré en Elda.

Q

Premisas:

Estaré en Elche o en Elda.

$P \vee Q$

Conclusión:

No es cierto que no vaya a estar ni en Elche ni en Elda.

$\neg (\neg P \& \neg Q)$

Tabla global:

	P	Q	¬P	¬Q	P ∨ Q	¬P & ¬Q	¬(¬P & ¬Q)
1	V	V	F	F	V	F	V
2	V	F	F	V	V	F	V
3	F	V	V	F	V	F	V
4	F	F	V	V	F	V	F

Razonamiento:

La única premisa de este argumento es **P ∨ Q**, y su conclusión es **¬(¬P & ¬Q)**.

Las filas de la tabla donde la premisa es **V**, son las filas 1, 2 y 3. Y la conclusión es también **V** en esas tres filas.

Por consiguiente, el argumento es válido:

$$\mathbf{P \vee Q} \models_1 \mathbf{\neg(\neg P \& \neg Q)}$$

3.

- (1) *Fuma mucho.*
POR LO TANTO:
Contraerá cáncer.

Formalización:

Clave:	
<i>Fuma mucho.</i>	P
<i>Contraerá cáncer.</i>	Q
Premisas:	
<i>Fuma mucho.</i>	P
Conclusión:	
<i>Contraerá cáncer.</i>	Q

Tabla global:

	P	Q
1	V	V
2	V	F
3	F	V
4	F	F

Razonamiento:

La única premisa de este argumento es **P**, y su conclusión es **Q**.

La premisa es **V** en las filas 1 y 2, mientras que la conclusión es **F** en la fila 2.

Por consiguiente, el argumento es inválido:

$$\mathbf{P} \not\models \mathbf{Q}$$

4.

(1) *Publicará sus memorias si y solo si se las pagan bien.*

POR LO TANTO:

Si no le pagan bien sus memorias, no las publicará.

Formalización:

Clave:

Publicará sus memorias.

P

Le pagan bien sus memorias.

Q

Premisas:

Publicará sus memorias si y solo si se las pagan bien. $P \leftrightarrow Q$

Conclusión:

Si no le pagan bien sus memorias, no las publicará. $\neg Q \rightarrow \neg P$

Tabla global:

	P	Q	¬P	¬Q	P ↔ Q	¬Q → ¬P
1	V	V	F	F	V	V
2	V	F	F	V	F	F
3	F	V	V	F	F	V
4	F	F	V	V	V	V

Razonamiento:

La única premisa de este argumento es **P ↔ Q**, y su conclusión es **¬Q → ¬P**.

Las filas de la tabla donde la premisa de este argumento es **V**, son las filas 1 y 4. Y en esas dos filas, la conclusión también es **V**.

Por consiguiente, el argumento es válido:

$$\mathbf{P \leftrightarrow Q} \models_1 \mathbf{\neg Q \rightarrow \neg P}$$

§ 32.13. VERIFICACIÓN DE EQUIVALENCIAS

(Enunciado en § 31.13)

Formaliza las siguientes parejas de proposiciones, y verifica mediante tablas de verdad si son equivalentes. Razona tu respuesta, a la vista de las tablas confeccionadas:

1. a) *Mañana te llamaré o iré a verte a casa.*
- b) *Mañana, si no te llamo, iré a verte a casa.*

Formalización:

Clave:	
<i>Mañana te llamaré.</i>	P
<i>Mañana iré a verte a casa.</i>	Q
Formalización:	
<i>Mañana te llamaré o iré a verte a casa.</i>	$P \vee Q$
<i>Mañana, si no te llamo, iré a verte a casa.</i>	$\neg P \rightarrow Q$

Tabla global:

	P	Q	¬P	P ∨ Q	¬P → Q
1	V	V	F	V	V
2	V	F	F	V	V
3	F	V	V	V	V
4	F	F	V	F	F

Razonamiento:

Las fórmulas **P ∨ Q** y **¬P → Q** son **V** en las mismas filas: 1, 2 y 3.

Por consiguiente, estas dos fórmulas son equivalentes:

$$\mathbf{P \vee Q} \equiv_1 \mathbf{\neg P \rightarrow Q}$$

Y ello implica que las proposiciones *a*) y *b*) son equivalentes a su vez.

2. c) *Mañana te llamaré e iré a verte a casa.*
 d) *Mañana, si no te llamo, iré a verte a casa.*

Formalización:

Clave:	
<i>Mañana te llamaré.</i>	P
<i>Mañana iré a verte a casa.</i>	Q
Formalización:	
<i>Mañana te llamaré e iré a verte a casa.</i>	P & Q
<i>Mañana, si no te llamo, iré a verte a casa.</i>	$\neg P \rightarrow Q$

Tabla global:

	P	Q	$\neg P$	P & Q	$\neg P \rightarrow Q$
1	V	V	F	V	V
2	V	F	F	F	V
3	F	V	V	F	V
4	F	F	V	F	F

Razonamiento:

La fórmula **P & Q** solo es **V** en la fila 1, mientras que la fórmula **$\neg P \rightarrow Q$** es **V** en la filas 1, 2 y 3.

Por consiguiente, estas dos fórmulas no son equivalentes:

$$\mathbf{P \& Q} \not\equiv_1 \mathbf{\neg P \rightarrow Q}$$

Y ello implica que las proposiciones c) y d) no son equivalentes tampoco.

§ 32.14. VERIFICACIÓN DE VERDADES LÓGICAS, INCONSISTENCIAS Y CONTINGENCIAS

(Enunciado en § 31.14)

Formaliza estas proposiciones bajo una misma clave, y verifica mediante tablas de verdad si cada una de ellas es consistente, contingente o una verdad lógica. Razona tu respuesta, a la vista de las tablas confeccionadas:

1. *El Segura nace en Jaén si y solo si no nace en Jaén.*
2. *No es cierto que si el Segura nace en Jaén, entonces nace en Jaén.*
3. *Si el Segura nace en Jaén, entonces nace en Jaén.*
4. *El Segura nace en Jaén.*
5. *El Segura no nace en Cuenca.*
6. *El Segura nace en Jaén o no nace en Jaén.*
7. *El Segura nace en Jaén y no nace en Jaén.*
8. *No es cierto que el Segura nace en Jaén y no nace en Jaén.*
9. *Si el Segura nace en Cuenca, entonces nace en Jaén.*
10. *El Segura nace en Jaén y en Cuenca.*

Formalización:

Clave:

El Segura nace en Jaén.

P

El Segura nace en Cuenca.

Q

Formalización:

El Segura nace en Jaén si y solo si no nace en Jaén.

$P \leftrightarrow \neg P$

No es cierto que si el Segura nace en Jaén, entonces nace en Jaén.

$\neg (P \rightarrow P)$

Si el Segura nace en Jaén, entonces nace en Jaén.

$P \rightarrow P$

El Segura nace en Jaén.

P

El Segura no nace en Cuenca.

$\neg Q$

El Segura nace en Jaén o no nace en Jaén.

$P \vee \neg P$

El Segura nace en Jaén y no nace en Jaén.

$P \& \neg P$

No es cierto que el Segura nace en Jaén y no nace en Jaén.

$\neg (P \& \neg P)$

Si el Segura nace en Cuenca, entonces nace en Jaén.

$Q \rightarrow P$

El Segura nace en Jaén y en Cuenca.

$P \& Q$

1. Tabla:

	P	¬ P	P ↔ ¬ P
1	V	V	F
2	F	F	F

Razonamiento:

La fórmula **P ↔ ¬ P** es **F** en las dos filas de la tabla.

Por consiguiente, esta fórmula es inconsistente.

Y ello implica que la proposición

El Segura nace en Jaén si y solo si no nace en Jaén.

es inconsistente a su vez.

2. Tabla:

	P	¬ P	P → P	¬ (P → P)
1	V	V	V	F
2	F	F	V	F

Razonamiento:

La fórmula **¬ (P → P)** es **F** en las dos filas de la tabla.

Por consiguiente, esta fórmula es inconsistente.

Y ello implica que la proposición

No es cierto que si el Segura nace en Jaén, entonces nace en Jaén.

es inconsistente a su vez.

3. Tabla:

	P	$P \rightarrow P$
1	V	V
2	F	V

Razonamiento:

La fórmula **$P \rightarrow P$** es **V** en las dos filas de la tabla.

Por consiguiente, esta fórmula es una verdad lógica.

Y ello implica que la proposición

Si el Segura nace en Jaén, entonces nace en Jaén.

es también una verdad lógica.

4. Tabla:

	P
1	V
2	F

Razonamiento:

La fórmula **P** es **V** en la fila 1 de la tabla, y **F** en la fila 2.

Por consiguiente, esta fórmula es contingente.

Y ello implica que la proposición

El Segura nace en Jaén.

es contingente a su vez.

5. Tabla:

	Q	$\neg Q$
1	V	F
2	F	V

Razonamiento:

La fórmula **$\neg Q$** es **V** en la fila 2 de la tabla, y **F** en la fila 1.

Por consiguiente, esta fórmula es contingente.

Y ello implica que la proposición

El Segura no nace en Cuenca.

es contingente a su vez.

6. Tabla:

	P	$\neg P$	$P \vee \neg P$
1	V	V	V
2	F	F	V

Razonamiento:

La fórmula **$P \vee \neg P$** es **V** en las dos filas de la tabla.

Por consiguiente, esta fórmula es una verdad lógica.

Y ello implica que la proposición

El Segura nace en Jaén o no nace en Jaén.

es una verdad lógica también.

7. Tabla:

	P	¬ P	P & ¬ P
1	V	V	F
2	F	F	F

Razonamiento:

La fórmula **P & ¬ P** es **F** en las dos filas de la tabla.

Por consiguiente, esta fórmula es inconsistente.

Y ello implica que la proposición

El Segura nace en Jaén y no nace en Jaén.

es inconsistente a su vez.

8. Tabla:

	P	¬ P	P & ¬ P	¬ (P & ¬ P)
1	V	V	F	V
2	F	F	F	V

Razonamiento:

La fórmula **¬ (P & ¬ P)** es **V** en las dos filas de la tabla.

Por consiguiente, esta fórmula es una verdad lógica.

Y ello implica que la proposición

No es cierto que el Segura nace en Jaén y no nace en Jaén.

es también una verdad lógica.

9. Tabla:

	P	Q	$Q \rightarrow P$
1	V	V	V
2	V	F	V
3	F	V	F
4	F	F	V

Razonamiento:

La fórmula **$Q \rightarrow P$** es **V** en la fila 3 de la tabla, y **F** en las filas 1, 2 y 4.

Por consiguiente, esta fórmula es contingente.

Y ello implica que la proposición

Si el Segura nace en Cuenca, entonces nace en Jaén.

es contingente también.

10. Tabla:

	P	Q	$P \& Q$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	F

Razonamiento:

La fórmula **$Q \& P$** es **V** en la fila 1 de la tabla, y **F** en las filas 2, 3 y 4.

Por consiguiente, esta fórmula es contingente.

Y ello implica que la proposición

El Segura nace en Jaén y en Cuenca.

es contingente también.

§ 32.15. VERIFICACIÓN DE CONSISTENCIA O INCONSISTENCIA DE CONJUNTOS DE FÓRMULAS

(Enunciado en § 31.15)

Formaliza cada uno de estos grupos de proposiciones bajo una misma clave, y determina mediante tablas de verdad si se trata de un conjunto consistente o inconsistente. Razona tu respuesta, a la vista de las tablas confeccionadas.

- Si estás despierta, te aviso.*

Si estás dormida, no te aviso.

No estás dormida.

No te aviso.

Formalización:

Clave:	
<i>Estás despierta.</i>	P
<i>Te aviso.</i>	Q
Formalización:	
<i>Si estás despierta, te aviso.</i>	$P \rightarrow Q$
<i>Si estás dormida, no te aviso.</i>	$\neg P \rightarrow \neg Q$
<i>No estás dormida.</i>	$\neg \neg P$
<i>No te aviso.</i>	$\neg Q$

Tabla global:

	P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \rightarrow Q$	$\neg P \rightarrow \neg Q$	$\neg \neg P$
1	V	V	F	F	V	V	V
2	V	F	F	V	F	V	V
3	F	V	V	F	V	V	F
4	F	F	V	V	V	F	F

Razonamiento:

En este grupo, hay cuatro fórmulas a considerar: **$P \rightarrow Q$** , **$\neg P \rightarrow \neg Q$** , **$\neg \neg P$** y **$\neg Q$** .

Observando la tabla, vemos que no hay ninguna fila en la que estas cuatro fórmulas sean **V**.

Por consiguiente, se trata de un conjunto de fórmulas inconsistente.

2. *Voy a China o a Australia.*
No voy a China.
Si voy a Australia, no voy a China.

Formalización:

Clave:	
<i>Voy a China.</i>	P
<i>Voy a Australia.</i>	Q
Formalización:	
<i>Voy a China o a Australia.</i>	$P \vee Q$
<i>No voy a China.</i>	$\neg P$
<i>Si voy a Australia, no voy a China.</i>	$Q \rightarrow \neg P$
<i>No te aviso.</i>	$\neg Q$

Tabla global:

	P	Q	$\neg P$	$P \vee Q$	$Q \rightarrow \neg P$
1	V	V	F	V	F
2	V	F	F	V	V
3	F	V	V	V	V
4	F	F	V	F	V

Razonamiento:

En este grupo, hay tres fórmulas a considerar: **$P \vee Q$** , **$\neg Q$** y **$Q \rightarrow \neg P$** .

Observando la tabla, vemos que hay una fila en la que estas tres fórmulas son **V** (concretamente, la fila 3).

Por consiguiente, se trata de un conjunto de fórmulas consistente.

§ 32.16. DERIVACIONES EN N1 CON REGLAS PRIMARIAS

(Enunciado en § 31.16)

Construye una deriv en **N1**, con reglas primarias, para cada uno de estos secuentes:

$$1. \quad \mathbf{R} \vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{R}$$

$(1) \quad \mathbf{P} \quad \text{PR}$
--

$$2. \quad \boxed{P}, \boxed{Q} \vdash_{N1} \boxed{P}$$

$(1) \quad \boxed{P} \quad \text{PR}$

$$3. \quad \boxed{Q \rightarrow P}, \boxed{Q} \vdash_{N1} \boxed{P}$$

$(1) \quad \boxed{Q \rightarrow P} \quad \text{PR}$
$(2) \quad \boxed{Q} \quad \text{PR}$
$(3) \quad \boxed{P} \quad \text{MP 1,2}$

$$4. \quad \boxed{Q \rightarrow P}, \boxed{\neg P} \vdash_{N1} \boxed{\neg Q}$$

$(1) \quad \boxed{Q \rightarrow P} \quad \text{PR}$
$(2) \quad \boxed{\neg P} \quad \text{PR}$
$(3) \quad \boxed{\neg Q} \quad \text{MT 1,2}$

5. $\neg P \rightarrow Q$, $\neg Q \vdash_{N1} P$

(1)	$\neg P \rightarrow Q$	PR
(2)	$\neg Q$	PR
(3)	$\neg \neg P$	MT 1,2
(4)	P	DN 3

6. $P \rightarrow \neg \neg Q$, $P \vdash_{N1} Q$

(1)	$P \rightarrow \neg \neg Q$	PR
(2)	P	PR
(3)	$\neg \neg Q$	MP 1,2
(4)	Q	DN 3

7.

$$\vdash_{N1} \mathbf{Q \rightarrow \neg \neg Q}$$

(1)	$\mathbf{Q}$	
(2)	$\neg \neg \mathbf{Q}$	DN 1
(3)	$\mathbf{Q \rightarrow \neg \neg Q}$	PC 1–2

8.

$$\vdash_{N1} \mathbf{Q \rightarrow Q}$$

(1)	$\mathbf{Q}$	
(2)	$\mathbf{Q \rightarrow Q}$	PC 1–1

9.

$$\mathbf{P}, \mathbf{Q} \vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{P \& Q}$$

(1)	P	PR
(2)	Q	PR
(3)	P & Q	I& 1,2

10.

$$\mathbf{P \& Q} \vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{P}$$

(1)	P & Q	PR
(2)	P	E& 1

11.

$$\mathbf{P} \vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{P \& P}$$

(1)	$\mathbf{P}$	PR
(2)	$\mathbf{P \& P}$	I& 1,1

12.

$$\vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{P \rightarrow (P \& P)}$$

(1)	$\mathbf{P}$	
(2)	$\mathbf{P \& P}$	I& 1,1
(3)	$\mathbf{P \rightarrow (P \& P)}$	PC 1-2

13.

$$\mathbf{P} \vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{P \vee P}$$

(1)	$\mathbf{P}$	PR
(2)	$\mathbf{P \vee P}$	Iv 1

14.

$$\vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{P \rightarrow (P \vee P)}$$

(1)	$\mathbf{P}$	
(2)	$\mathbf{P \vee P}$	Iv 1
(3)	$\mathbf{P \rightarrow (P \vee P)}$	PC 1–2

15.

$$\mathbf{P} \vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{P \vee Q}$$

(1)	P	PR
(2)	P ∨ Q	Iv 1

16.

$$\vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{P \rightarrow (P \vee Q)}$$

(1)	P	
(2)	P ∨ Q	Iv 1
(3)	P → (P ∨ Q)	PC 1–2

17.

$$\boxed{P \vee Q} \vdash_{N1} \boxed{Q \vee P}$$

(1)	$\boxed{P \vee Q}$	PR
(2)	$\boxed{P}$	
(3)	$\boxed{Q \vee P}$	Iv 2
(4)	$\boxed{Q}$	
(5)	$\boxed{Q \vee P}$	Iv 4
(6)	$\boxed{Q \vee P}$	Ev 1, 2–3, 4–5

18.

$$\mathbf{P \vee (P \& Q) \vdash_{N1} P}$$

(1)	$\mathbf{P \vee (P \& Q)}$	PR
(2)	$\boxed{\mathbf{P}}$	
(3)	$\boxed{\mathbf{P \& Q}}$	
(4)	$\mathbf{P}$	E& 3
(5)	$\mathbf{P}$	Ev 1, 2-2, 3-4

19.

$$\mathbf{P \vee P \vdash_{N1} P}$$

(1)	$\mathbf{P \vee P}$	PR
(2)	$\boxed{\mathbf{P}}$	
(3)	$\mathbf{P}$	Ev 1, 2-2, 2-2

20. $P \leftrightarrow Q$, $Q \rightarrow R \vdash_{N1} P \rightarrow R$

(1)	$P \leftrightarrow Q$	PR
(2)	$Q \rightarrow R$	PR
(3)	P	
(4)	$P \rightarrow Q$	$E\leftrightarrow 1$
(5)	Q	MP 3,4
(6)	R	MP 2,5
(7)	$P \rightarrow R$	PC 3–6

21. $\vdash_{N1} P \leftrightarrow P$

(1)	P	
(2)	$P \rightarrow P$	PC 1–1
(3)	$P \leftrightarrow P$	$I\leftrightarrow 2,2$

22.

$$P \leftrightarrow Q \vdash_{N1} \neg Q \rightarrow \neg P$$

(1)	$P \leftrightarrow Q$	PR
(2)	$Q \rightarrow R$	PR
(3)	P	
(4)	$P \rightarrow Q$	E $\leftrightarrow$ 1
(5)	Q	MP 3,4
(6)	R	MP 2,5
(7)	$P \rightarrow R$	PC 3–6

23.

$$\neg(P \vee Q) \vdash_{\text{NI}} \neg P$$

(1)	$\neg(P \vee Q)$	PR
(2)	P	
(3)	$P \vee Q$	Iv 2
(4)	$(P \vee Q) \& \neg(P \vee Q)$	Iv 2
(5)	$\neg P$	RA 2–4

24.

$$\neg(P \rightarrow Q) \vdash_{\mathbf{N1}} \neg(P \leftrightarrow Q)$$

(1)	$\neg(P \rightarrow Q)$	PR
(2)	$P \leftrightarrow Q$	
(3)	$P \rightarrow Q$	$E\leftrightarrow 2$
(4)	$(P \rightarrow Q) \& \neg(P \rightarrow Q)$	$Iv 2$
(5)	$\neg(P \leftrightarrow Q)$	$RA\ 2-4$

§ 32.17. FORMALIZACIÓN Y DERIVACIÓN EN N1 CON REGLAS PRIMARIAS

(Enunciado en § 31.17)

Para cada uno de estos argumentos, formalízalo, indica el seciente correspondiente al mismo, y dévalo en **N1**, usando solo reglas primarias:

1.

(1) *Me enfadé pero me controlé.*

POR LO TANTO:

No me descontrolé.

Formalización:

Clave:	
<i>Me enfadé.</i>	P
<i>Me controlé.</i>	Q
Premisas:	
<i>Me enfadé pero me controlé.</i>	P & Q
Conclusión:	
<i>No me descontrolé.</i>	$\neg \neg Q$

Secuente en **N1**:

P & Q	$\vdash_{N1}$	$\neg \neg Q$
------------------	---------------	---------------------------------

Deriv en **N1** con reglas primarias:

(1)	P & Q	PR
(2)	Q	E& 1
(3)	$\neg \neg Q$	DN 2

- 2.
- | | |
|-----|--|
| (1) | <i>He estado en Elche.</i> |
| (2) | <i>No he estado en Elda.</i> |
| | POR LO TANTO: |
| | <i>No he estado en Elda, pero sí en Elche.</i> |

Formalización:

Clave:	
<i>He estado en Elche.</i>	P
<i>He estado en Elda.</i>	Q
Premisas:	
<i>He estado en Elche.</i>	P
<i>No he estado en Elda.</i>	$\neg Q$
Conclusión:	
<i>No he estado en Elda, pero sí en Elche.</i>	$\neg Q \& P$

Secuente en N1:

P	,	$\neg Q$	$\vdash_{N1}$	$\neg Q \& P$
---	---	----------	---------------	---------------

Deriv en N1 con reglas primarias:

(1)	P	PR
(2)	$\neg Q$	PR
(3)	$\neg Q \& P$	I& 1,2

3.

(1) *Si no te veo en clase, te llamo al móvil.*

POR LO TANTO:

Si no te llamo al móvil, te he visto en clase.

Formalización:

Clave:

*Te veo en clase.***P***Te llamo al móvil.***Q**

Premisas:

Si no te veo en clase, te llamo al móvil. **$\neg P \rightarrow Q$**

Conclusión:

Si no te llamo al móvil, te he visto en clase. **$\neg Q \rightarrow P$**

Secuente en **N1**:

$$\boxed{\neg P \rightarrow Q \quad \vdash_{\mathbf{N1}} \quad \neg Q \rightarrow P}$$

Deriv en **N1** con reglas primarias:

(1)	$\neg P \rightarrow Q$	PR
(2)	$\neg Q$	
(3)	$\neg \neg P$	MT 1,2
(4)	P	DN 3
(5)	$\neg Q \rightarrow P$	PC 2-4

4.

(1) *Si escribo el trabajo, lo imprimo o lo guardo en pdf.*

(2) *Si imprimo el trabajo, lo guardo en pdf.*

POR LO TANTO:

Si escribo el trabajo, lo guardo en pdf.

Formalización:

Clave:

Escribo el trabajo.

P

Imprimo el trabajo.

Q

Guardo el trabajo en pdf.

R

Premisas:

Si escribo el trabajo, lo imprimo o lo guardo en pdf.

$P \rightarrow (Q \vee R)$

Si imprimo el trabajo, lo guardo en pdf.

$Q \rightarrow R$

Conclusión:

Si escribo el trabajo, lo guardo en pdf.

$P \rightarrow R$

Secuente en N1:

$$\boxed{P \rightarrow (Q \vee R) \quad , \quad Q \rightarrow R \quad \vdash_{N1} \quad P \rightarrow R}$$

Deriv en N1 con reglas primarias:

(1)	$P \rightarrow (Q \vee R)$	PR
(2)	$Q \rightarrow R$	PR
(3)	P	
(4)	$Q \vee R$	MP 1,3
(5)	Q	
(6)	R	MP 5,2
(7)	R	
(8)	R	Ev 4, 5–6, 7–7
(9)	$P \rightarrow R$	PC 3–8

§ 32.18. SECUENTES Y DERIVACIONES ESQUEMÁTICAS

(Enunciados en § 31.18)

En **N1**, construye derivaciones esquemáticas para cada uno de estos secuentes esquemáticos. En cada deriv, puedes usar tanto reglas primarias, como reglas secundarias basadas en § 24.11, y en los secuentes que vayas obteniendo en este mismo listado.

1. (SC) $\neg(A \& B) , B \vdash_{N1} \neg A$

(1)	$\neg(A \& B)$	PR
(2)	B	PR
(3)	A	
(4)	$A \& B$	I& 2,3
(5)	$(A \& B) \& \neg(A \& B)$	I& 1,4
(6)	$\neg A$	RA 3–5

2. (TR) $\boxed{A \rightarrow B}, \boxed{B \rightarrow C} \vdash_{\mathbf{N1}} \boxed{A \rightarrow C}$

(1)	$\boxed{A \rightarrow B}$	PR
(2)	$\boxed{B \rightarrow C}$	PR
(3)	$\boxed{A}$	
(4)	$\boxed{B}$	MP 1,3
(5)	$\boxed{B}$	MP 2,4
(6)	$\boxed{A \rightarrow C}$	PC 3–5

3. (TR) $\boxed{A \leftrightarrow B}, \boxed{B \leftrightarrow C} \vdash_{N1} \boxed{A \leftrightarrow C}$

(1)	$\boxed{A \leftrightarrow B}$	PR
(2)	$\boxed{B \leftrightarrow C}$	PR
(3)	$\boxed{A \rightarrow B}$	E $\leftrightarrow$ 1
(4)	$\boxed{B \rightarrow C}$	E $\leftrightarrow$ 1
(5)	$\boxed{A \rightarrow C}$	TR[2] 3,4
(6)	$\boxed{B \rightarrow A}$	E $\leftrightarrow$ 1
(7)	$\boxed{C \rightarrow B}$	E $\leftrightarrow$ 1
(8)	$\boxed{C \rightarrow A}$	TR[2] 6,7
(9)	$\boxed{A \leftrightarrow B}$	E $\leftrightarrow$ 5,8

4. (CM)

$$\boxed{A \& B} \vdash_{N1} \boxed{B \& A}$$

(1)	$\boxed{A \& B}$	PR
(2)	$\boxed{A}$	E& 1
(3)	$\boxed{B}$	E& 1
(4)	$\boxed{B \& A}$	I& 2,3

5. (CM)

$$\boxed{\neg(A \& B)} \vdash_{N1} \boxed{\neg(B \& A)}$$

(1)	$\boxed{\neg(A \& B)}$	PR
(2)	$\boxed{B \& A}$	
(3)	$\boxed{A \& B}$	CM[4] 2
(4)	$\boxed{(A \& B) \& \neg(A \& B)}$	I& 1,3
(5)	$\boxed{\neg(B \& A)}$	RA 2–4

6. (CM)

$$\mathbf{A \vee B} \vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{B \vee A}$$

(1)	A ∨ B	PR
(2)	A	
(3)	B ∨ A	Iv 1
(4)	B	
(5)	B ∨ A	Iv 4
(6)	B ∨ A	Ev 1, 2–3, 4–5

7. (CM)

$$\neg(A \vee B) \vdash_{N1} \neg(B \vee A)$$

(1)	$\neg(A \vee B)$	PR
(2)	$B \vee A$	
(3)	$A \vee B$	CM[6] 2
(4)	$(A \vee B) \& \neg(A \vee B)$	I& 1,3
(5)	$\neg(B \vee A)$	RA 2-4

8. (PNC)

$$\vdash_{N1} \neg(A \& \neg A)$$

(1)	$A \& \neg A$	
(2)	$\neg(A \& \neg A)$	RA 1-1

9. (PEX)

$$A \ \& \ \neg A \quad \vdash_{N1} \quad B$$

(1)	$A \ \& \ \neg A$	PR
(2)	$\neg B$	
(3)	$\neg B \ \& \ (A \ \& \ \neg A)$	I& 1,2
(4)	$A \ \& \ \neg A$	E& 3
(5)	$\neg \neg B$	RA 2–4
(6)	B	DN 5

10. (PTE)

 $\vdash_{N1} \mathbf{A \vee \neg A}$

(1)	$\neg (\mathbf{A \vee \neg A})$	
(2)	$\mathbf{A}$	
(3)	$\mathbf{A \vee \neg A}$	Iv 2
(4)	$(\mathbf{A \vee \neg A}) \& \neg (\mathbf{A \vee \neg A})$	I& 1,3
(5)	$\neg \mathbf{A}$	RA 2-4
(6)	$\mathbf{A \vee \neg A}$	Iv 5
(7)	$(\mathbf{A \vee \neg A}) \& \neg (\mathbf{A \vee \neg A})$	I& 1,6
(8)	$\neg \neg (\mathbf{A \vee \neg A})$	RA 1-7
(9)	$\mathbf{A \vee \neg A}$	DN 8

11. (SD)

$$\mathbf{A \vee B}, \mathbf{\neg A} \vdash_{\mathbf{NI}} \mathbf{B}$$

(1) $\mathbf{A \vee B}$ PR(2) $\mathbf{\neg B}$ PR(3) $\mathbf{A}$ (4) $\mathbf{A \& \neg A}$ I& 2,3(5) $\mathbf{B}$ PEX 4(6) $\mathbf{B}$ (7) $\mathbf{B}$ Ev 1, 3–5, 6–6

12. (SD)

$$\mathbf{A \vee B}, \mathbf{\neg B} \vdash_{\mathbf{N1}} \mathbf{A}$$

(1) $\mathbf{A \vee B}$ PR(2) $\mathbf{\neg A}$ PR(3) $\mathbf{B \vee A}$ CM 1(4) $\mathbf{A}$ SD[11] 2,3

13. (ID)

$$A \rightarrow B \vdash_{N1} \neg A \vee B$$

(1)	$A \rightarrow B$	PR
(2)	$\neg (\neg A \vee B)$	
(3)	A	
(4)	B	MP 1,3
(5)	$\neg A \vee B$	Iv 4
(6)	$(\neg A \vee B) \& \neg (\neg A \vee B)$	I& 2,5
(7)	$\neg A$	RA 3–6
(8)	$\neg A \vee B$	Iv 7
(9)	$(\neg A \vee B) \& \neg (\neg A \vee B)$	I& 2,8
(10)	$\neg \neg (\neg A \vee B)$	RA 2–9
(11)	$\neg A \vee B$	DN 10

14. (ID)

$$\neg A \vee B \vdash_{N1} A \rightarrow B$$

(1)	$\neg A \vee B$	PR
(2)	A	
(3)	$\neg A$	
(4)	$A \& \neg A$	I& 2,3
(5)	B	PEX 4
(6)	B	PEX 4
(7)	B	
(8)	B	Ev 1, 3–5, 6–6
(9)	$A \rightarrow B$	PC 2,7

15. (ID)

$$A \rightarrow B \vdash_{\text{NI}} \neg (A \& \neg B)$$

(1)	$A \rightarrow B$	PR
(2)	$A \& \neg B$	
(3)	A	E& 2
(4)	B	MP 1,3
(5)	$\neg B$	E& 2
(6)	$B \& \neg B$	I& 4,5
(7)	$\neg (A \& \neg B)$	RA 2–6

16. (ID)

$$\neg (A \& \neg B) \vdash_{N1} A \rightarrow B$$

(1)	$\neg (A \& \neg B)$	PR
(2)	A	
(3)	$\neg B$	
(4)	$A \& \neg B$	I& 2,3
(5)	$(A \& \neg B) \& \neg (A \& \neg B)$	I& 1,4
(6)	$\neg \neg B$	RA 3–5
(7)	B	DN 6
(8)	$A \rightarrow B$	PC 2–7

§ 32.19. APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL BAILE A LA REGLA ID

(Enunciados en § 31.19)

Reconstruye los siguientes secuentes de **ID**, mediante el método del baile:

$$(ID3) \quad \neg(A \rightarrow B) \quad \dashv\vdash_{NI} \quad \neg(\neg A \vee B)$$

No es cierto que si cantó, bailó.

EQUIVALE A

No es cierto que no cantó o no bailó.

$$(ID4) \quad \neg(A \rightarrow B) \quad \dashv\vdash_{NI} \quad A \& \neg B$$

No es cierto que si cantó, bailó.

EQUIVALE A

Cantó y no bailó.

$$(ID5) \quad A \& B \quad \dashv\vdash_{NI} \quad \neg(A \rightarrow \neg B)$$

Cantó y bailó.

EQUIVALE A

No es cierto que si cantó, no bailó.

(ID6) $\boxed{A \& B} \dashv\vdash_{N1} \boxed{\neg (\neg A \vee \neg B)}$

Cantó y bailó.

EQUIVALE A

No es cierto que no cantó o no bailó.

(ID7) $\boxed{\neg (A \& B)} \dashv\vdash_{N1} \boxed{A \rightarrow \neg B}$

No es cierto que cantó y bailó.

EQUIVALE A

Si Cantó, no bailó.

(ID8) $\boxed{\neg (A \& B)} \dashv\vdash_{N1} \boxed{\neg A \vee \neg B}$

No es cierto que cantó y bailó.

EQUIVALE A

O no cantó, o no bailó.

(ID9) $A \vee B \dashv\vdash_{N1} \neg(\neg A \& \neg B)$

Cantó o bailó.

EQUIVALE A

No es cierto que no cantó y no bailó.

(ID10) $A \vee B \dashv\vdash_{N1} \neg A \rightarrow B$

Cantó o bailó.

EQUIVALE A

Si no cantó, bailó.

(ID11) $\neg(A \vee B) \dashv\vdash_{N1} \neg A \& \neg B$

No es cierto que cantó o bailó.

EQUIVALE A

No cantó y no bailó.

$$(ID12) \quad \neg (A \vee B) \quad \dashv\vdash_{N1} \quad \neg (\neg A \rightarrow B)$$

No es cierto que cantó o bailó.

EQUIVALE A

No es cierto que si no cantó, bailó.

§ 32.20. FORMALIZACIÓN Y DERIVACIÓN EN N1 CON REGLAS PRIMARIAS Y SECUNDARIAS

(Enunciados en § 31.20)

Para cada uno de estos argumentos, formalízalo, indica el seciente correspondiente al mismo, y dévalo en **N1**, usando reglas primarias y secundarias:

1.

(1) *Esta tarde, te pongo un wassap o te llamo.*

POR LO TANTO:

Esta tarde, si no te llamo, te pongo un wassap.

Formalización:

Clave:	
<i>Esta tarde te pongo un wassap.</i>	P
<i>Esta tarde te llamo.</i>	Q
Premisas:	
<i>Esta tarde, te pongo un wassap o te llamo.</i>	$P \vee Q$
Conclusión:	
<i>Esta tarde, si no te llamo, te pongo un wassap.</i>	$\neg Q \rightarrow P$

Secuente en **N1**:

$$\boxed{\mathbf{P \vee Q} \quad \vdash_{\mathbf{N1}} \quad \mathbf{\neg Q \rightarrow P}}$$

Deriv en **N1**, con reglas primarias y secundarias:

(1)	$\mathbf{P \vee Q}$	PR
(2)	$\mathbf{\neg Q \rightarrow P}$	ID 1

2. (1) *No es cierto que fui a tu casa y la planta estaba viva.*
 (2) *Fui a tu casa.*
 POR LO TANTO:
La planta estaba muerta.

Formalización:

Clave:	
<i>Fui a tu casa.</i>	P
<i>La planta estaba viva.</i>	Q
Premisas:	
<i>No es cierto que fui a tu casa y la planta estaba viva.</i>	$\neg (P \& Q)$
<i>Fui a tu casa.</i>	P
Conclusión:	
<i>La planta estaba muerta.</i>	$\neg Q$

Secuente en N1:

$$\neg (P \& Q) , P \vdash_{N1} \neg Q$$

Deriv en N1, con reglas primarias y secundarias:

(1)	$\neg (P \& Q)$	PR
(2)	P	PR
(3)	$\neg Q$	SC 1,2

3.

- (1) *Ni monta en moto ni conduce autobuses.*
- (2) *Le contratan solo si conduce autobuses o camiones.*
- POR LO TANTO:
- Si le contratan, conduce camiones.*

Formalización:

Clave:*Monta en moto.***P***Conduce autobuses.***Q***Le contratan.***R***Conduce camiones.***S****Premisas:***Ni monta en moto ni conduce autobuses.* **$\neg P \ \& \ \neg Q$** *Le contratan solo si conduce autobuses o camiones.* **$R \rightarrow (Q \vee S)$** **Conclusión:***Si le contratan, conduce camiones.* **$R \rightarrow S$**

Secuente en **N1**:

$$\neg P \ \& \ \neg Q \quad , \quad R \rightarrow (Q \vee S) \quad \vdash_{\mathbf{N1}} \quad R \rightarrow S$$

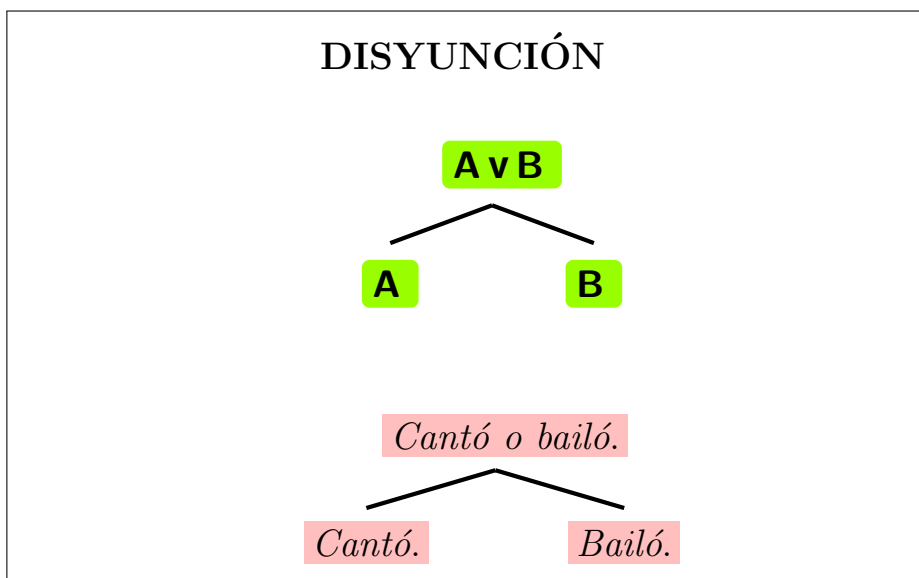
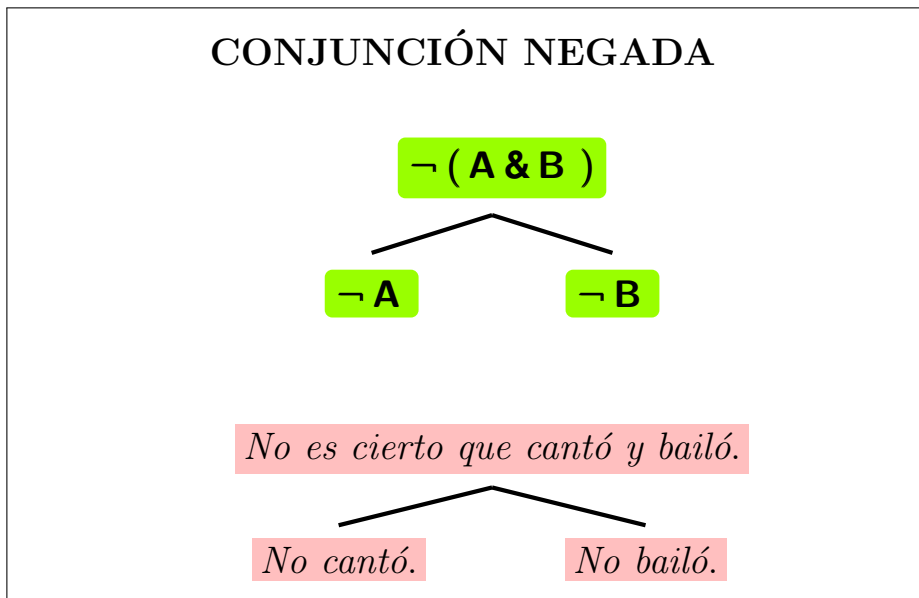
Deriv en **N1**, con reglas primarias y secundarias:

(1)	$\neg P \ \& \ \neg Q$	PR
(2)	$R \rightarrow (Q \vee S)$	PR
(3)	R	
(4)	$Q \vee S$	MP 2,3
(5)	$\neg Q$	E& 1
(6)	S	SD 4,5
(7)	$R \rightarrow S$	PC 3–6

§ 32.21. APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL BAILE A LAS REGLAS DE A1

(Enunciados en § 31.21)

Para cada regla de **A1** a partir de la **Regla 6**, elabora un recordatorio utilizando el método del baile:



DISYUNCIÓN NEGADA

 $\neg (A \vee B)$

|

 $\neg A$

|

 $\neg B$

No es cierto que cantó o bailó.

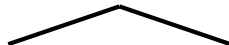
|

No cantó.

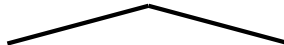
|

No bailó.

CONDICIONAL

 $A \rightarrow B$  $\neg A$ B

Si cantó, bailó.



No cantó.

Bailó.

CONDICIONAL NEGADO $\neg (A \rightarrow B)$

|

A

|

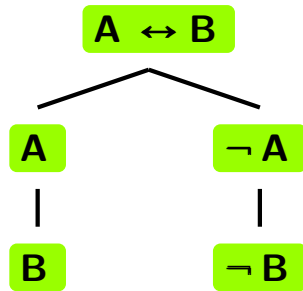
 $\neg B$ *No es cierto que si cantó, bailó.*

|

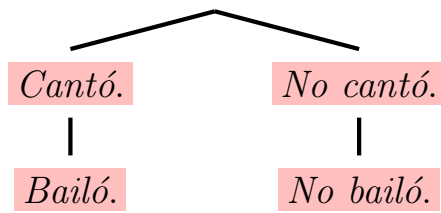
Cantó.

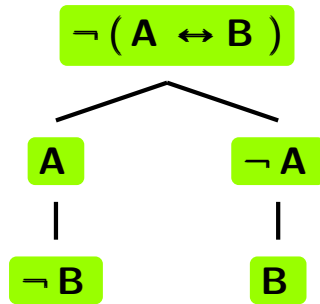
|

No bailó.

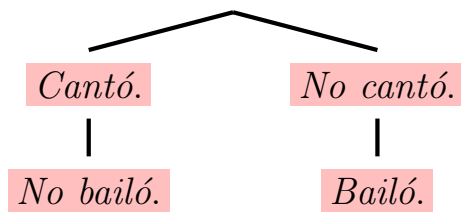
BICONDICIONAL

Cantó si y solo si bailó.



BICONDITIONAL NEGADO

No es cierto que cantó si y solo si bailó.



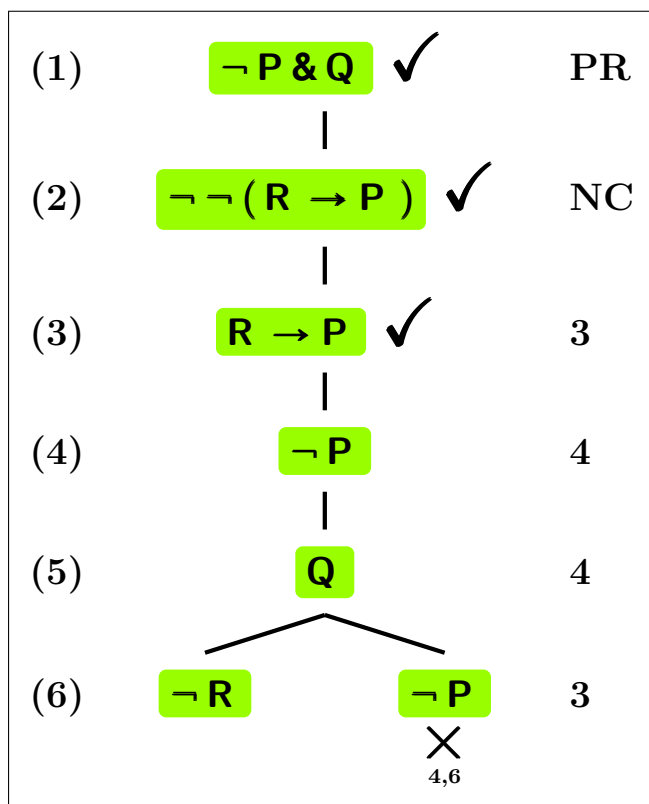
§ 32.22. ÁRBOLES ABIERTOS Y CERRADOS

(Enunciados en § 31.22)

Para cada uno de estos secuentes, construye un árbol para determinar si es derivable en **A1**, o si por el contrario, no es derivable. En cada caso, razona tu respuesta a la vista del árbol terminado.

1. $\neg P \& Q \quad \vdash_{A1} \quad \neg(R \rightarrow P)$

Árbol:



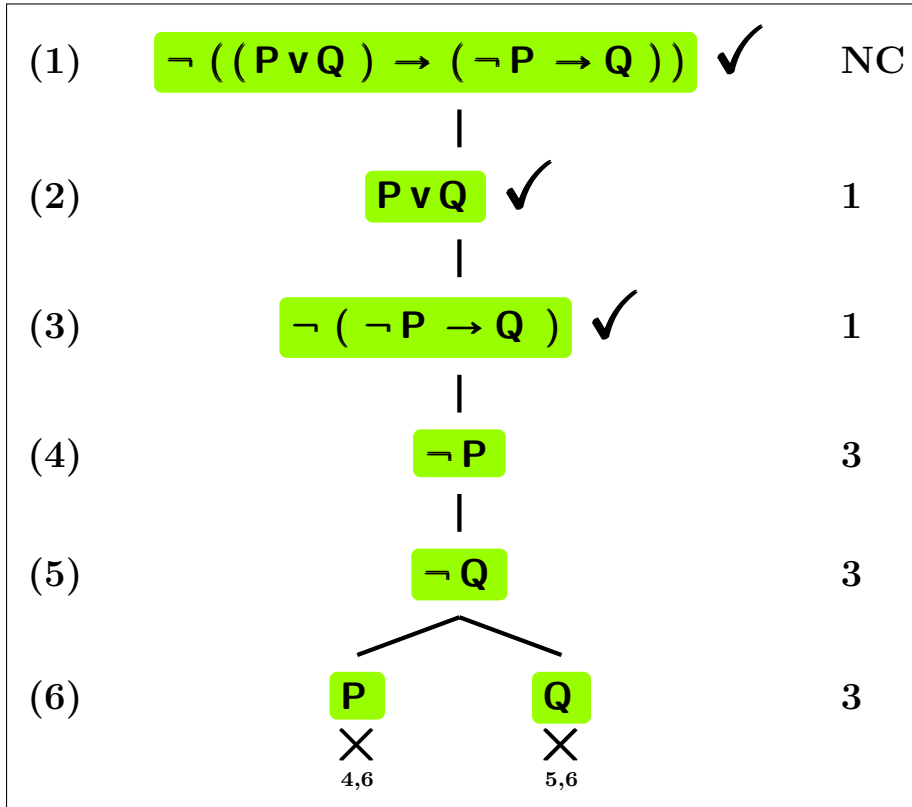
Razonamiento: el árbol termina abierto, por lo que hemos determinado que el secuyente no es derivable en A1:

$\neg P \& Q \quad \not\vdash_{A1} \quad \neg(R \rightarrow P)$

2.

$$\vdash_{A1} (P \vee Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow Q)$$

Árbol:

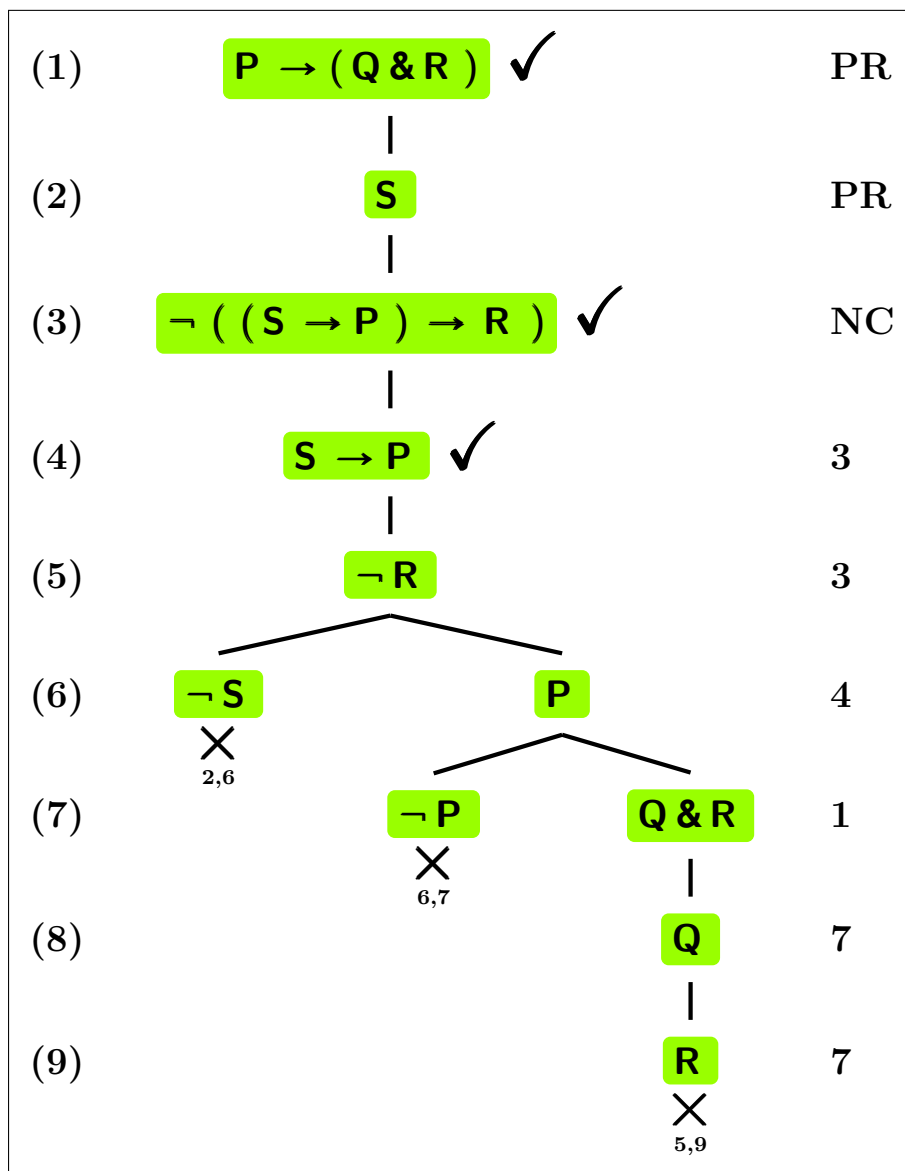


Razonamiento: el árbol termina cerrado, por lo que hemos determinado que el seciente es derivable en A1:

$$\vdash_{A1} (P \vee Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow Q)$$

$$3. \quad P \rightarrow (Q \& R) \quad , \quad S \quad \vdash_{A1} \quad (S \rightarrow P) \rightarrow R$$

Árbol:



Razonamiento: el árbol termina cerrado, por lo que hemos determinado que el secuyente es derivable en A1:

$$P \rightarrow (Q \& R) \quad , \quad S \quad \vdash_{A1} \quad (S \rightarrow P) \rightarrow R$$

§ 32.23. FORMALIZACIÓN Y DERIVACIÓN EN A1

(Enunciados en § 31.23)

Para cada uno de estos argumentos, formalízalo, indica el seciente correspondiente al mismo, y construye un árbol para determinar si es o no derivable en **A1**. En cada caso, razona tu respuesta a la vista del árbol terminado.

1. (1) *Si voy a Granada, veré la Alhambra.*
 POR LO TANTO:
O no voy a Granada, o veré la Alhambra.

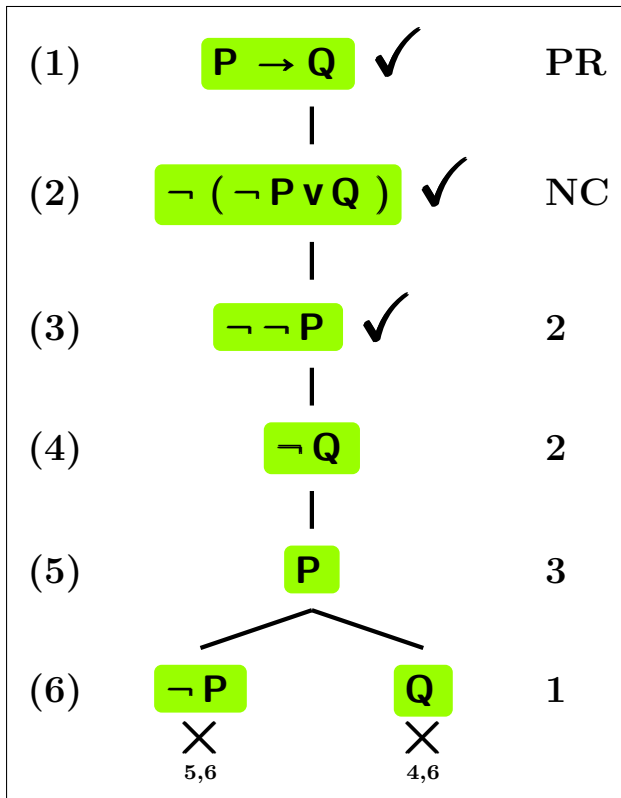
Formalización:

Clave:	
<i>Voy a Granada.</i>	P
<i>Veré la Alhambra.</i>	Q
Premisas:	
<i>Si voy a Granada, veré la Alhambra.</i>	$P \rightarrow Q$
Conclusión:	
<i>O no voy a Granada, o veré la Alhambra.</i>	$\neg P \vee Q$

Secuente en **A1**:

$$\boxed{P \rightarrow Q} \quad \vdash_{A1} \quad \boxed{\neg P \vee Q}$$

Árbol:



Razonamiento: el árbol termina cerrado, por lo que hemos determinado que el secuente es derivable en A1:

$$\boxed{P \rightarrow Q} \quad \vdash_{A1} \quad \boxed{\neg P \vee Q}$$

2.

(1) *Iré al monte si y solo si llevo guantes.*

POR LO TANTO:

No es cierto que vaya a ir al monte con guantes y bufanda.

Formalización:

Clave:

Iré al monte.

P

Llevaré guantes.

Q

Llevaré bufanda.

R

Premisas:

Iré al monte si y solo si llevo guantes.

$P \leftrightarrow Q$

Conclusión:

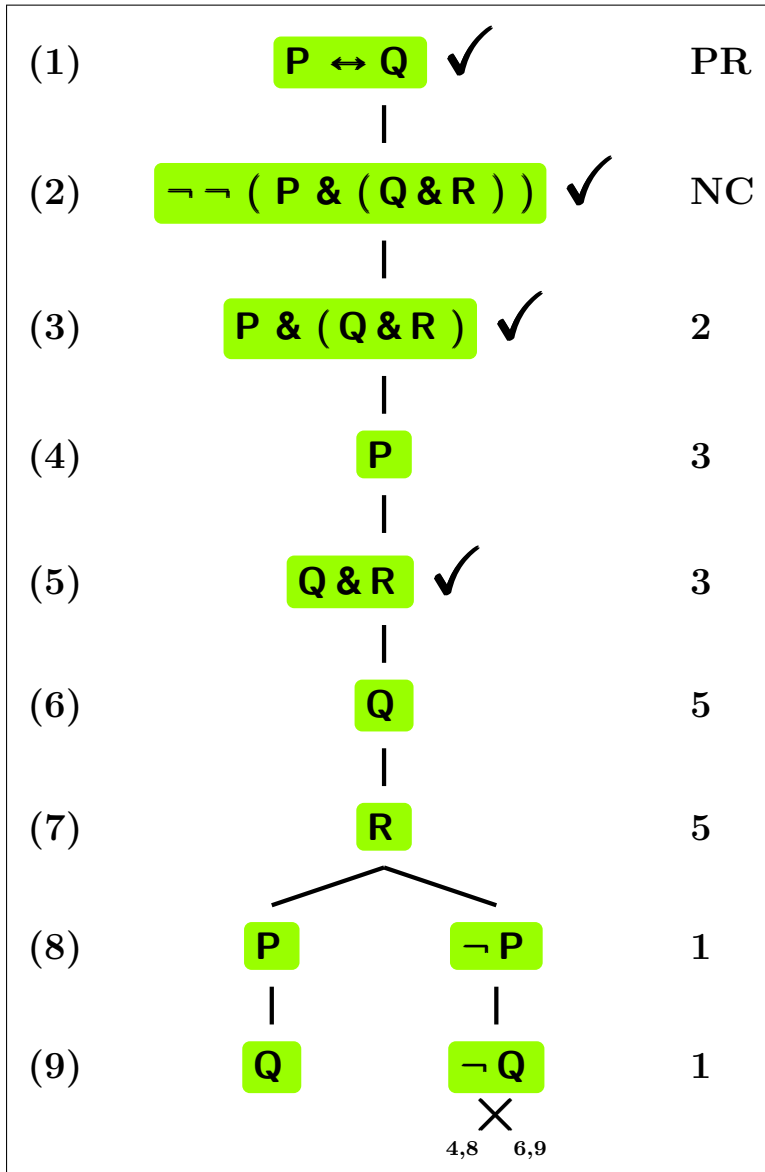
No es cierto que vaya a ir al monte con guantes y bufanda.

$\neg (P \& (Q \& R))$

Secuente en **A1**:

$$P \leftrightarrow Q \quad \vdash_{A1} \quad \neg (P \& (Q \& R))$$

Árbol:



Razonamiento: el árbol termina abierto, por lo que hemos determinado que el seciente no es derivable en A1:

$$\boxed{P \leftrightarrow Q} \quad \not\vdash_{A1} \quad \boxed{\neg (P \& (Q \& R))}$$

Apéndice 33

Modelo de examen y solucionario

EXAMEN DE LÓGICA FORMAL I

- Puedes responder todas las preguntas en **cualquier orden**, y **sin copiar** los **enunciados** (basta con el número de pregunta).
- Puedes utilizar **abreviaturas** propias (aparte de las del manual), siempre que sean **autoevidentes** y la caligrafía sea **legible**.
- El tiempo estimado para la realización de este examen es de 30 minutos para las preguntas 1–4, más 1 hora para las preguntas 5–8 (aproximadamente). El **tiempo máximo** permitido es de **3 horas**.
- Tras la finalización del examen, se publicará en el Aula Virtual un **anuncio** con el **Solucionario** y las **fechas** de **calificación** y **revisión**.

I: REEVALUACIÓN DEL BLOQUE DE CURSO

- Las preguntas 1–4 solo debes responderlas si quieres **mejorar** tu **puntuación** en el **bloque de curso**.
- Si respondes a estas preguntas, tu puntuación **no** se **sumará** a la del bloque de curso, sino que es **alternativa** a la misma, y se te aplicará la **más alta** de las dos (**60 puntos** como **máximo**).

1. [15 puntos] Explica en pocas palabras la diferencia entre oración y proposición.
2. [15 puntos] Indica cuáles son los elementos de un sistema lógico.
3. [15 puntos] Construye una tabla global para comprobar si estas dos fórmulas son lógicamente equivalentes:

$$P \rightarrow Q$$

$$\neg P \vee Q$$

Razona la respuesta, a la vista de la tabla terminada.

4. [15 puntos] Formaliza el siguiente argumento, indica el secuento correspondiente al mismo, y dévalo en **N1**, usando solo reglas primarias:

- | | |
|------------------------------------|--|
| (1) | <i>Si llueve, cojo el paraguas.</i> |
| (2) | <i>Si cojo el paraguas, canturreo.</i> |
| POR LO TANTO: | |
| <i>Si no canturreo, no llueve.</i> | |

II: PRUEBA FINAL DE EVALUACIÓN

- La puntuación que obtengas en las preguntas 5–8 (**40** puntos como **máximo**) se **sumará** a tu puntuación en el **bloque de curso**.
- El resultado de esa suma será tu **calificación final** en la asignatura.

5. [10 puntos] Explica en qué grupos se dividen las lógicas no clásicas, y pon un ejemplo de cada uno.
6. [10 puntos] Prueba la completud de **A1**.
7. [10 puntos] Deriva el siguiente seciente en **N1**, usando reglas primarias y secundarias:

$$\neg(P \rightarrow Q) \quad , \quad \neg Q \rightarrow (R \vee S) \quad \vdash_{N1} \quad S$$

8. [10 puntos] Formaliza el siguiente argumento, indica su seciente correspondiente, y comprueba si es o no derivable en **A1**:

- | | |
|---|--|
| (1) | <i>No es cierto que fui a su casa pero no lo encontré.</i> |
| (2) | <i>O fui a su casa, o mi coche no arrancó.</i> |
| POR LO TANTO: | |
| <i>Solo si lo encontré, mi coche arrancó.</i> | |

Razona la respuesta, a la vista del árbol terminado.

SOLUCIONARIO ORIENTATIVO

1. Una oración es una cadena de palabras, mientras que una proposición es el pensamiento expresado por una oración enunciativa.
2. Lenguaje formal, interpretación, cálculos y metateoría.

3.

	P	Q	¬P	P → Q	¬P ∨ Q
1	V	V	F	V	V
2	V	F	F	F	F
3	F	V	V	V	V
4	F	F	V	V	V

Las dos fórmulas son **V** en las mismas filas (1, 3 y 4), por lo que sí son equivalentes: **P → Q** $\equiv$ **¬P ∨ Q**

4. Formaliz:

Clave:	
<i>Llueve.</i>	P
<i>Cojo el paraguas.</i>	Q
<i>Canturreo.</i>	R
Prem:	
	P → Q
	Q → R
Concl:	
	¬R → ¬P

Sec en N1:

$$\boxed{P \rightarrow Q, \quad Q \rightarrow R \quad \vdash_{N1} \quad \neg R \rightarrow P}$$

Deriv:

(1)	$P \rightarrow Q$	PR
(2)	$Q \rightarrow R$	PR
(3)	$\neg R$	
(4)	$\neg Q$	MT 2,3
(5)	$\neg P$	MT 1,4
(6)	$\neg R \rightarrow \neg P$	PC 3–5

5. Son dos:

- Las lógicas extendidas, que añaden nuevos símbolos lógicos a la lógica clásica (p ej, la lógica modal).
- Las lógicas alternativas, que proponen reformar la lógica clásica (p ej, la lógica intuicionista).

6. Sean:

R una rama ab y term de un árb x **D**, $\neg \mathbf{A}$

I una intprop q hace **V** a tod ls fls prims de **R**

Al aplic cualq regla e-s rect, si **I** hace **V** a ls fls de sal, tb a su entr (p ej, si **I** hace **V** a **A** y **B**, tb a **A & B**).

Al aplic cualq regla bif, si **I** hace **V** a al menos una de ls rams de sal, tb a su entr (p ej, si **I** hace **V** a **A**, tb a **A v B**).

Al estar **R** term, se le habrán aplic tod ls regls posibls, luego **I** hará **V** a toda **R**, incl la base. Luego si $\mathbf{D} \models_1 \mathbf{A}$, ent cualq árb. x **D**, $\neg \mathbf{A}$ tiene q acabar cerrando.

7.

(1)	$\neg (P \rightarrow Q)$	PR
(2)	$\neg Q \rightarrow (R \vee S)$	PR
(3)	$\neg R$	PR
(4)	$P \& \neg Q$	ID 1
(5)	$\neg Q$	E& 4
(6)	$R \vee S$	MP 2,5
(7)	S	SD 3,6

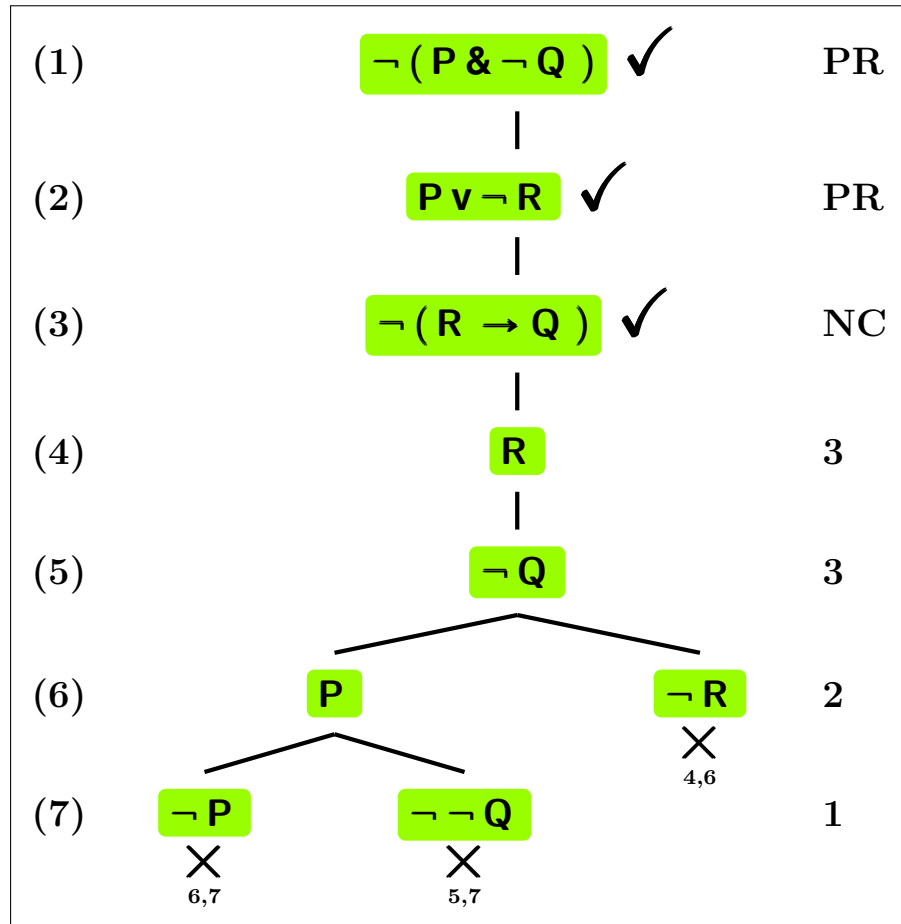
8. Formaliz:

Clave:	
<i>Fui a su casa.</i>	P
<i>Lo encontré.</i>	Q
<i>Mi coche arrancó.</i>	R
Prem:	
	$\neg (P \& \neg Q)$
	$P \vee \neg R$
Concl:	
	$R \rightarrow Q$

Sec en A1:

$$\neg (P \& \neg Q) , P \vee \neg R \vdash_{A1} R \rightarrow Q$$

Árbol:



El árbol termina cerrado, por lo que el secuyente es derivable en A1.

Apéndice 34

Compendio de recordatorios

§ 6.11

**UNA ORACIÓN ES UNA CADENA DE PALABRAS,
UNA PROPOSICIÓN ES UNA IDEA.
CUANDO HACES UNA AFIRMACIÓN,
LAS PALABRAS QUE EMITES
FORMAN UNA ORACIÓN;
Y EL CONTENIDO QUE TRANSMITES
ES UNA PROPOSICIÓN.**

§ 7.1

**LA NOCIÓN MÁS ANTOLÓGICA
ES LA CONSECUENCIA LÓGICA:
EN CUALQUIER SITUACIÓN
EN QUE SEAN VERDADERAS LAS PREMISAS,
TAMBIÉN LO ES LA CONCLUSIÓN.**

§ 8.5

**SISTEMA LÓGICO =
LENGUAJE + INTERPRETACIÓN + CÁLCULOS + METATEORÍA**

§ 8.12

**EN LÓGICA BIVALENTE
HAY DOS VALORES DE VERDAD:
LA VERDAD Y LA FALSEDAD.
EL RESTO, ES INDIFERENTE.**

§ 8.14

**QUÉ ES EN EL FONDO LA VERDAD,
SI ALGO ES VERDAD DE HECHO,
O CÓMO COMPROBARLO,
NOS INTERESA MUY POCO:
NO ES AHÍ DONDE PONEMOS EL FOCO.**

§ 8.18

**FORMALIZAR UNA PROPOSICIÓN
ES HACER, CON PRIMOR,
UNA RADIOGRAFÍA LÓGICA
DE SU ESTRUCTURA INTERIOR.**

§ 9.2

SIMPROPS DE NUESTRO LENGUAJE FORMAL

P**Q****R****S****T****P₁****P₂****P₃**

...

[21]

	A	¬A
1	V	F
2	F	V

[42]

	A	B	A & B
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	F

[54]

	A	B	$A \vee B$
1	V	V	V
2	V	F	V
3	F	V	V
4	F	F	F

[67]

	A	B	$A \rightarrow B$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

[13.14]

“SI” + ANTECEDENTE
 “SOLO SI” + CONSECUENTE.

[92]

	A	B	$A \leftrightarrow B$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	V

§ 14.12

&	W	1
v	F	4
→	F	2
↔	F	2, 4

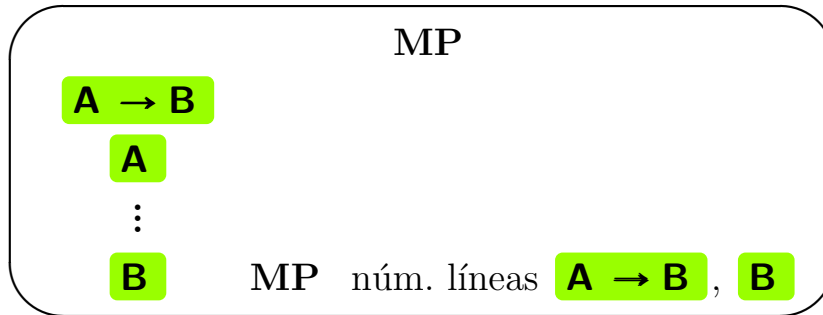
§ 17.1

**CINCO DIAGNÓSTICOS HACE MI CIENCIA:
 CONSECUENCIA, EQUIVALENCIA,
 VERDAD LÓGICA,
 CONSISTENCIA Y CONTINGENCIA.**

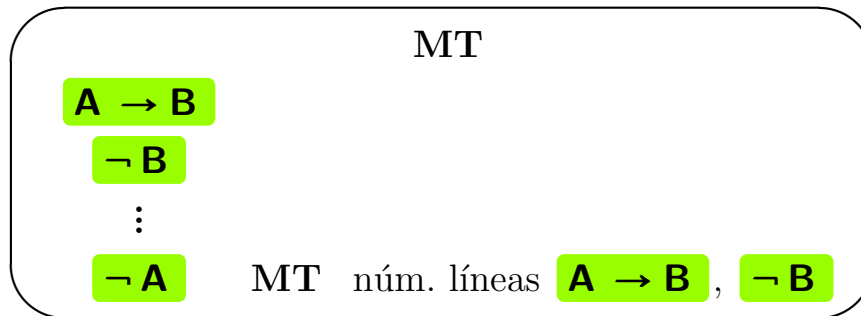
§ 19.11

**EQUIVALENCIA = MISMA POTENCIA.
 VERDAD LÓGICA = MÁXIMA POTENCIA.
 INCONSISTENCIA = NINGUNA POTENCIA.
 CONTINGENCIA = MEDIANA POTENCIA.**

§ 21.4

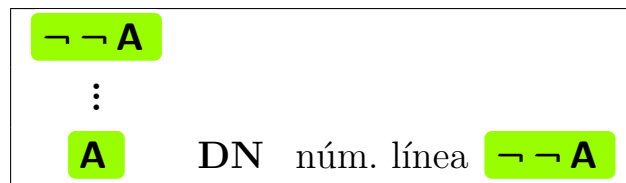
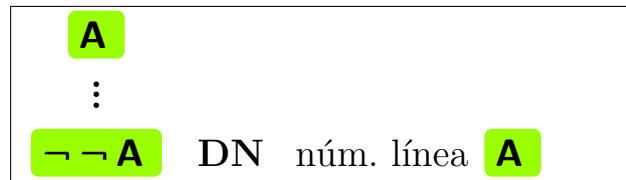


§ 21.7



§ 21.14

DN

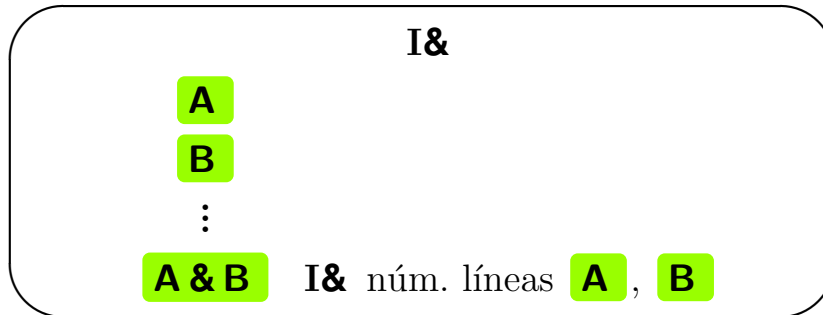


§ 22.2

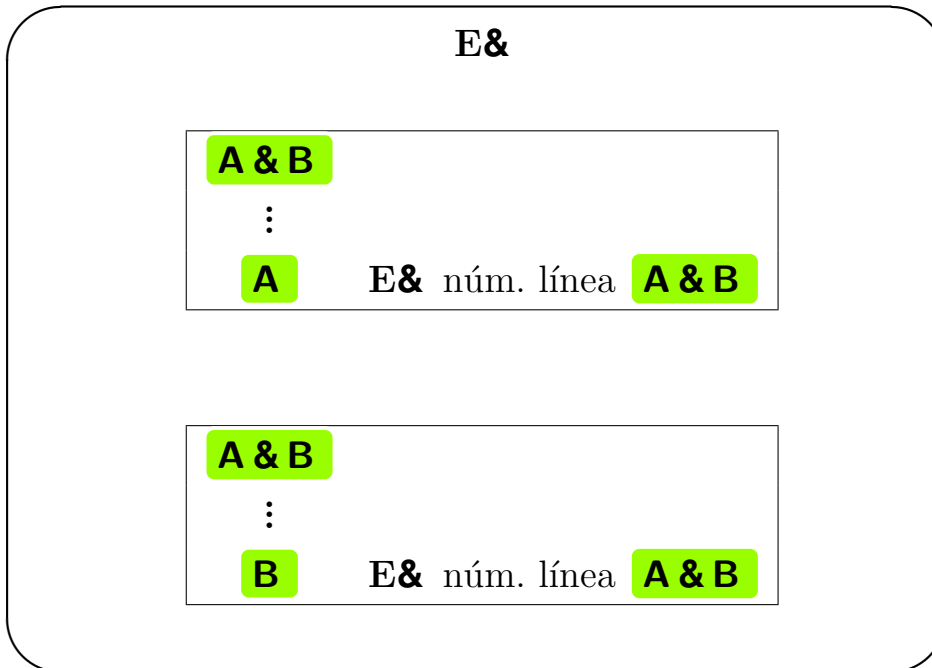
PC



§ 22.7



§ 22.10



§ 22.13

Iv

A	
⋮	
A ∨ B	Iv núm. línea A

B	
⋮	
A ∨ B	Iv núm. línea B

§ 23.2

Ev **$A \vee B$** **A** $\vdots$ **C****B** $\vdots$ **C****C****Ev** núm. líneas. **$A \vee B$** , **$A - C$** , **$B - C$**

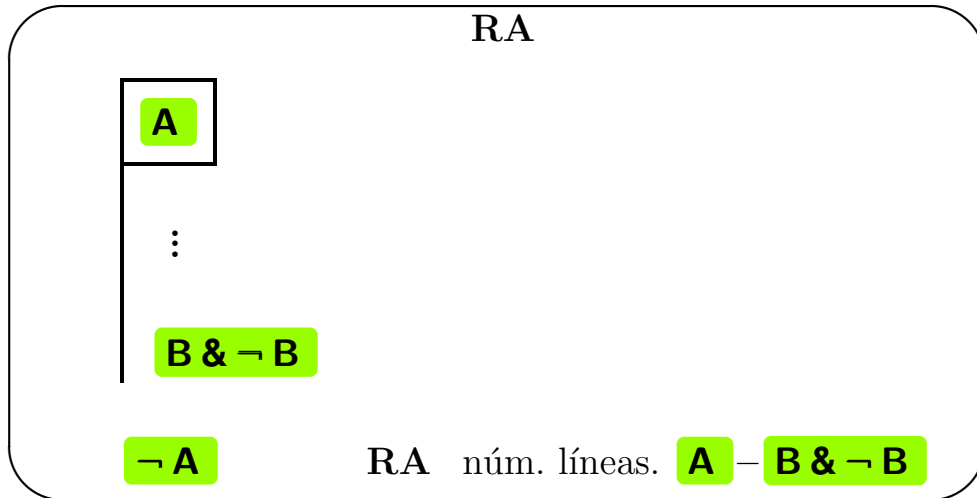
§ 23.6

 $I \leftrightarrow$ $A \rightarrow B$ $B \rightarrow A$ $\vdots$ $A \leftrightarrow B$ $I \leftrightarrow$ núm. líneas $A \rightarrow B$, $B \rightarrow A$

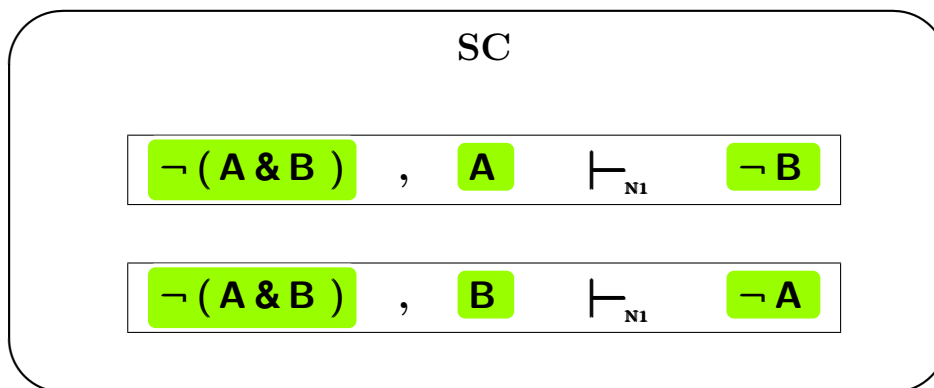
§ 23.9

 $E \leftrightarrow$ $A \leftrightarrow B$ $\vdots$ $A \rightarrow B$ $E \leftrightarrow$ núm. línea $A \leftrightarrow B$ $A \leftrightarrow B$ $\vdots$ $B \rightarrow A$ $E \leftrightarrow$ núm. línea $A \leftrightarrow B$

§ 23.16



§ 24.11



§ 24.12

TR

$$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash_{N1} A \rightarrow C$$

$$A \leftrightarrow B, B \leftrightarrow C \vdash_{N1} A \leftrightarrow C$$

§ 25.1

CM

$$A \& B \vdash_{N1} B \& A$$

$$\neg(A \& B) \vdash_{N1} \neg(B \& A)$$

$$A \vee B \vdash_{N1} B \vee A$$

$$\neg(A \vee B) \vdash_{N1} \neg(B \vee A)$$

§ 25.2

PNC

$$\vdash_{N1} \neg (A \& \neg A)$$

§ 25.3

PEX

$$A \& \neg A \vdash_{N1} B$$

§ 25.4

PTE

$$\vdash_{N1} A \vee \neg A$$

§ 25.5

SD

$$A \vee B, \neg A \vdash_{N1} B$$

$$A \vee B, \neg B \vdash_{N1} A$$

§ 25.10

ID

 $A \rightarrow B$ $\dashv\vdash_{N1}$ $\neg A \vee B$ $A \rightarrow B$ $\dashv\vdash_{N1}$ $\neg (A \& \neg B)$ $\neg (A \rightarrow B)$ $\dashv\vdash_{N1}$ $\neg (\neg A \vee B)$ $\neg (A \rightarrow B)$ $\dashv\vdash_{N1}$ $A \& \neg B$ $A \& B$ $\dashv\vdash_{N1}$ $\neg (A \rightarrow \neg B)$ $A \& B$ $\dashv\vdash_{N1}$ $\neg (\neg A \vee \neg B)$ $\neg (A \& B)$ $\dashv\vdash_{N1}$ $A \rightarrow \neg B$ $\neg (A \& B)$ $\dashv\vdash_{N1}$ $\neg A \vee \neg B$ $A \vee B$ $\dashv\vdash_{N1}$ $\neg (\neg A \& \neg B)$ $A \vee B$ $\dashv\vdash_{N1}$ $\neg A \rightarrow B$ $\neg (A \vee B)$ $\dashv\vdash_{N1}$ $\neg A \& \neg B$ $\neg (A \vee B)$ $\dashv\vdash_{N1}$ $\neg (\neg A \rightarrow B)$

§ 26.9

**FÓRMULA TACADA,
FÓRMULA OLVIDADA.**

§ 26.11

**CUANDO USE LA REGLA NC,
EL PARÉNTESIS NO OLVIDARÉ.**

§ 26.13

**TODO ÁRBOL EMPIEZA CON
PREMISAS Y NEGACIÓN DE CONCLUSIÓN.**

§ 26.19

**ÁRBOL CERRADO,
SECUENTE DERIVADO.
ÁRBOL TERMINADO Y ABIERTO,
SECUENTE MUERTO
(MUERTO = NO DERIVABLE).**

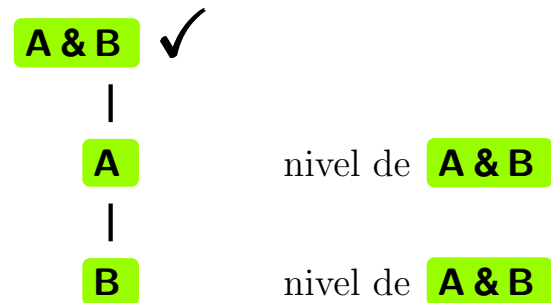
§ 27.5

DOBLE NEGACIÓN



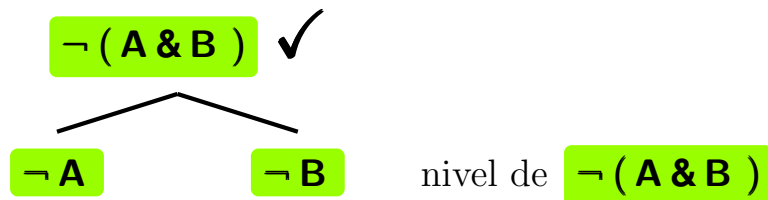
§ 27.8

CONJUNCIÓN



§ 27.10

CONJUNCIÓN NEGADA

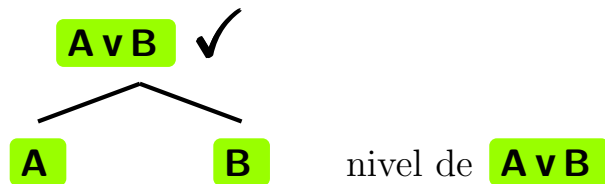


§ 27.11

TRAS LA BASE DEL ÁRBOL,
 APLICA LAS REGLAS RECTILÍNEAS PRIMERO;
 Y DEJA LAS BIFURCANTES PARA MÁS ADELANTE
 (PARA CUANDO NO HAYA MÁS REMEDIO).

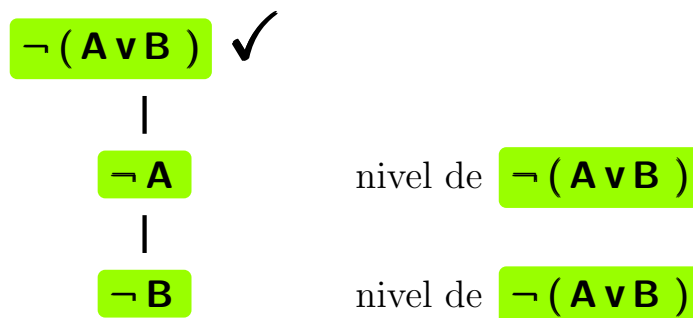
§ 28.2

DISYUNCIÓN



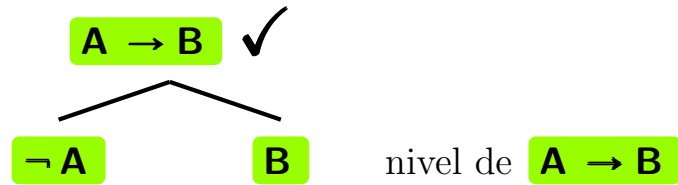
§ 28.2

DISYUNCIÓN NEGADA



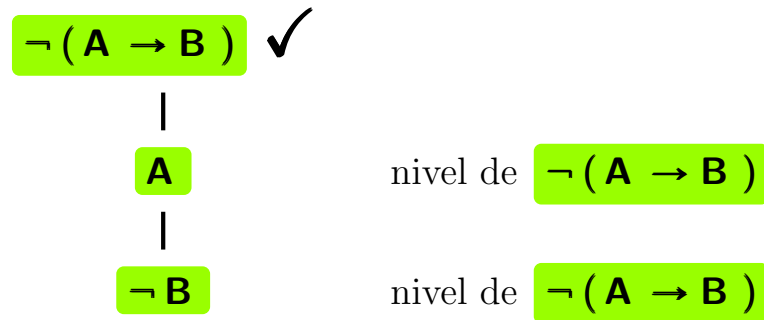
§ 28.4

CONDICIONAL



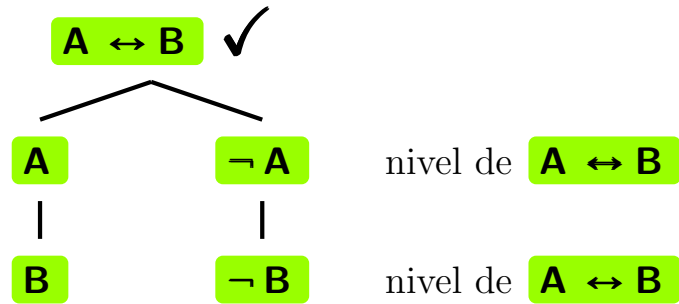
§ 28.5

CONDICIONAL NEGADO



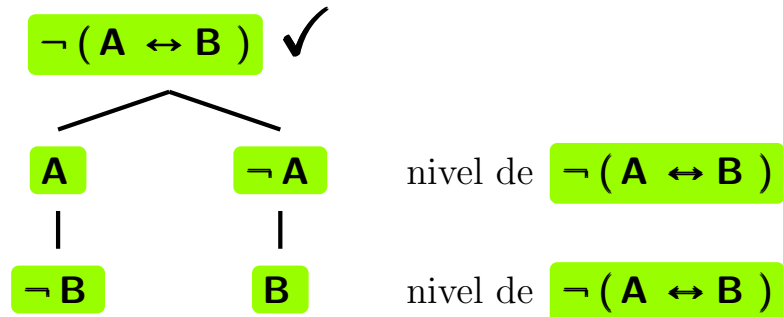
§ 28.5

BICONDICIONAL



§ 28.7

BICONDICIONAL NEGADO



§ 29.2

**UNA RECETA CORRECTA,
NO FALLA EN NADA;
A UNA RECETA COMPLETA,
NO LE FALTA NADA;
UNA RECETA DECIDIBLE,
NO DEJA NADA AL INGENIO
(TODO ES MECÁNICO).**