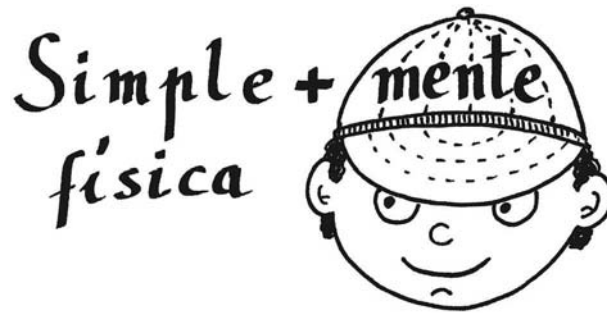


129

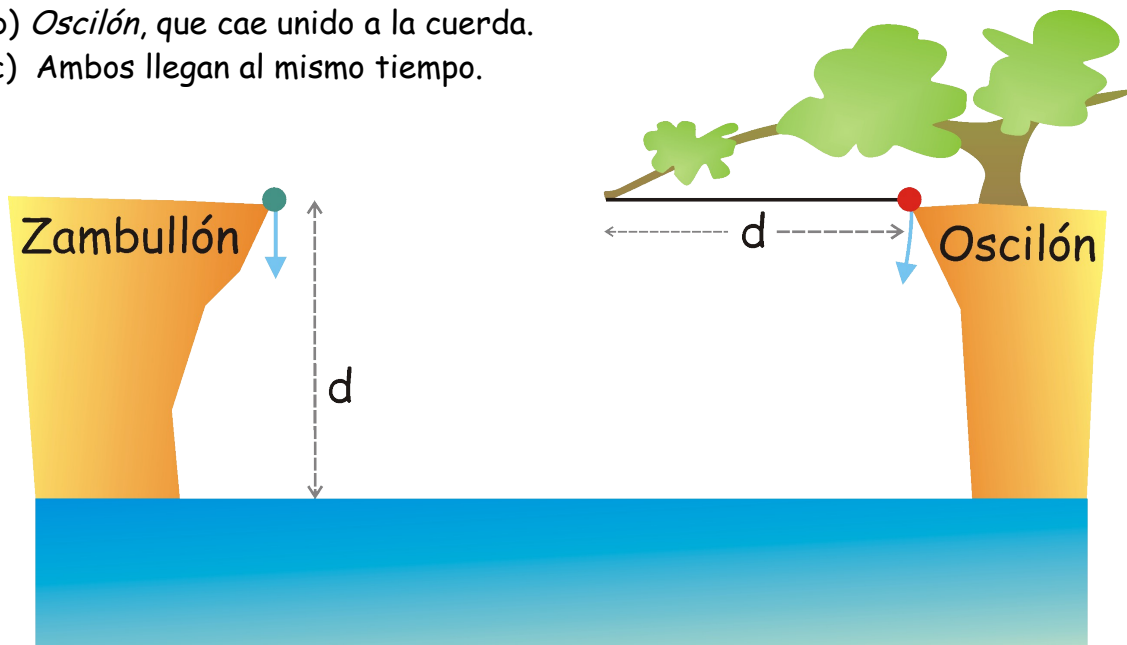


Caída libre versus caída ligada, o Zambullón contra Oscilón

(2 - 6 marzo 2009)

Dos personas están situadas a la misma altura d sobre la superficie del agua. Una de ellas es *Zambullón*, que se deja caer libremente; la otra es *Oscilón*, que cae colgada de una cuerda (inextensible y de masa despreciable) cuya longitud es d , es decir, la misma que la altura a la que se halla sobre la superficie del agua. Si ambos se dejan caer al mismo tiempo, ¿quién llegará antes a la superficie del agua?:

- (a) *Zambullón*, en caída libre.
- (b) *Oscilón*, que cae unido a la cuerda.
- (c) Ambos llegan al mismo tiempo.



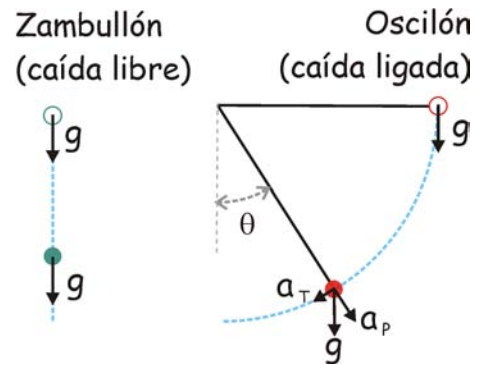
AVISO: El objeto de *Simple+mente física* no va más allá del placer que proporciona plantearse y resolver sencillas cuestiones razonando (y experimentando) de acuerdo con principios básicos de la física. No hay ningún tipo de compensación, excepto la satisfacción personal y no van dirigidas a ningún grupo de personas en particular (es decir, están abiertas a todo el mundo).

El primer día hábil de cada semana se intentará presentar una nueva cuestión y la respuesta a la cuestión anterior.

Rafael García Molina, Departamento de Física - CIOyN, Universidad de Murcia (rgm@um.es)

<http://bohr.inf.um.es/miembros/rgm/s+mf/>

Resp.: Como ambas personas caen con velocidad inicial nula desde de la misma altura, para comparar los respectivos tiempos que tardan en llegar a la superficie del agua hemos de conocer la aceleración tangencial a la trayectoria (que es la que afectará al valor numérico de su velocidad) de cada una de ellas durante la caída. En la figura adjunta se representan las respectivas trayectorias y aceleraciones tangentes a las mismas.



Zambullón se mueve con una trayectoria vertical durante todo el tiempo, por lo que su aceleración es la de la gravedad terrestre, g , que podemos considerar constante en una variación tan pequeña de la altura.

Oscilón describe una trayectoria curvada. La aceleración tangente a la trayectoria va disminuyendo a medida que disminuye el ángulo θ que la cuerda forma con la vertical: $a_T = g \sin \theta$. La aceleración perpendicular a la trayectoria, a_p , no interviene en la discusión.

Como $g \sin \theta \leq g$ (la igualdad sólo se satisface al principio del movimiento, cuando $\theta = 90^\circ$), la aceleración tangencial de Zambullón es (prácticamente siempre) mayor que la de Oscilón. Por lo tanto, la velocidad del cuerpo en caída libre aumenta más rápidamente que la del cuerpo que cae ligado a la cuerda y Zambullón llegará antes a la superficie del agua. Así pues, la respuesta correcta es la (a).

Aunque el nivel de la discusión que sigue excede el habitual de estas cuestiones, vale la pena comprobar que independientemente del ángulo que forme la cuerda respecto de la vertical, el cuerpo que cae como si fuera un péndulo (caso de Oscilón) siempre tardará más tiempo en recorrer la misma distancia vertical d que el cuerpo que cae libremente (caso de Zambullón). Esto puede demostrarse comparando los tiempos que emplean en la caída ambos cuerpos: $t_{\text{caída libre}} = \sqrt{2d/g}$ y $t_{\text{caída ligada}} = T/4$, donde T es el período de un péndulo de longitud d , que depende del ángulo inicial θ a través de la siguiente expresión: $T \simeq 2\pi\sqrt{d/g}(1 + \theta^2/16 + \dots)$. En el caso de pequeñas oscilaciones ($\theta \ll 1$), se reproduce el conocido período de un oscilador armónico de longitud d : $T = 2\pi\sqrt{d/g}$.

A partir de las expresiones anteriores se obtiene el cociente $\frac{t_{\text{caída ligada}}}{t_{\text{caída libre}}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \left[1 + \frac{\theta^2}{16} + \dots \right]$, que siempre es mayor que 1, independientemente del valor de θ . De aquí se deduce que $t_{\text{caída ligada}} > t_{\text{caída libre}}$ siempre.

Miscelánea (frases, anécdotas, curiosidades...): Un ser humano debería de ser capaz de cambiar un pañal, planificar una invasión, despistar un cerdo, llevar el timón de un barco, diseñar un edificio, componer un soneto, hacer un balance contable, levantar una pared, encajar un hueso, reconfortar a un moribundo, obedecer órdenes, dar órdenes, cooperar, actuar en solitario, resolver ecuaciones, analizar problemas nuevos, esparcir estiércol, programar un ordenador, cocinar una comida sabrosa, pelear eficientemente, morir con entereza. La especialización es para los insectos. [Robert A. Heinlein (1907-1988), *Tiempo para amar*, 1973]