

142



Simple + mente

física

Malla cuadrada de resistencias

(21 - 25 diciembre 2009)

Los gerentes de una gran zona comercial deciden cubrirla con luces navideñas que forman una gran malla cuadrada. Para que ningún comerciante proteste, todas las luces tienen la misma resistencia, R .

Una joven estudiante que trabaja ocasionalmente en uno de los comercios del entorno se entretiene calculando el valor de la resistencia equivalente entre un nodo de la malla y cualquiera de sus cuatro nodos vecinos, suponiendo que el alumbrado navideño cubriera una extensión infinita. ¿Cuánto vale dicha resistencia equivalente?



AVISO: El objeto de *Simple+mente física* no va más allá del placer que proporciona plantearse y resolver sencillas cuestiones razonando (y experimentando) de acuerdo con principios básicos de la física. No hay ningún tipo de compensación, excepto la satisfacción personal y no van dirigidas a ningún grupo de personas en particular (es decir, están abiertas a todo el mundo).

El primer día hábil de cada semana se presentará (al menos, se intentará) una nueva cuestión y la respuesta a la cuestión de la semana anterior.

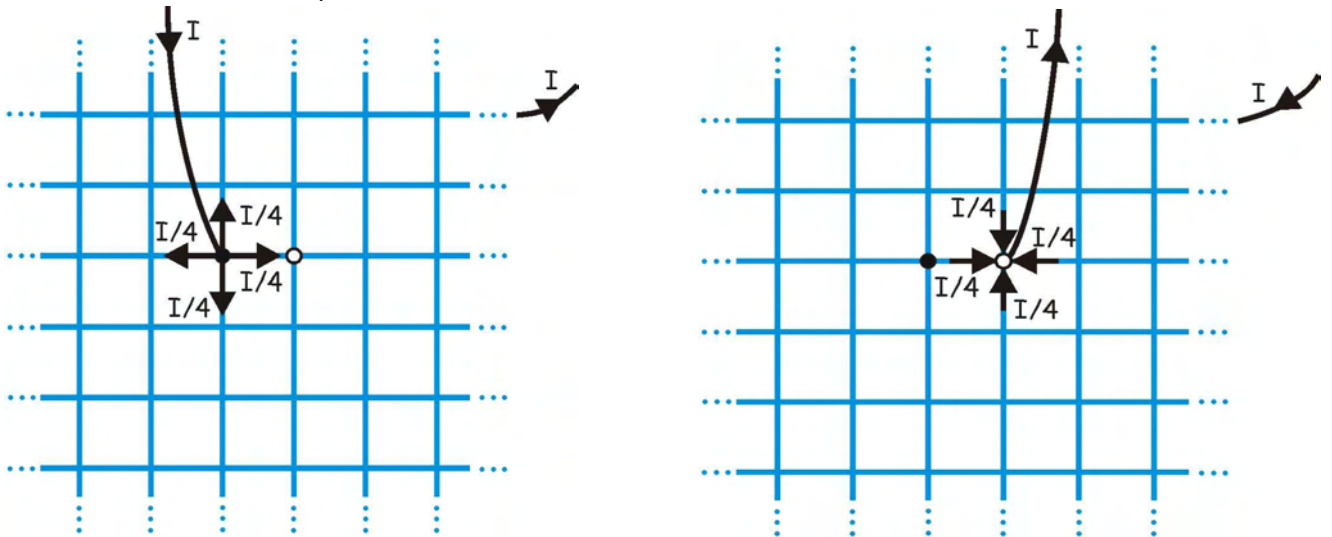
Rafael Garcia Molina, Departamento de Física - CIOyN, Universidad de Murcia (rgm@um.es)

<http://bohr.inf.um.es/miembros/rgm/s+mf/>

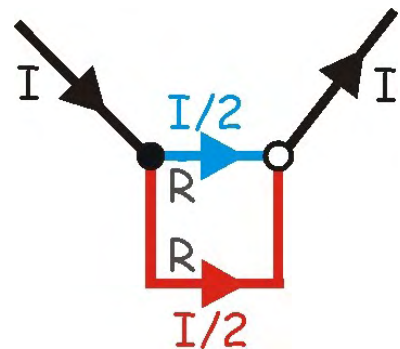
Resp.: La solución se obtiene por conservación de la carga eléctrica, por consideraciones de simetría y por el principio de superposición. Consideremos las dos distribuciones de corriente siguientes.

Figura izquierda.- Se inyecta la corriente I por un nodo (punto negro en la figura) y se extrae la corriente por otro nodo que se halla en el infinito. Por conservación de la carga y debido a la simetría, circula una corriente $I/4$ a lo largo de cada rama que parte del nodo por donde entra la corriente I .

Figura derecha.- Se inyecta la corriente I por el infinito y se extrae por el nodo blanco (adyacente al nodo negro de la figura izquierda discutida anteriormente). Nuevamente se aplican consideraciones de simetría y conservación de la carga; de este modo se obtiene que circula una corriente $I/4$ por cada rama que llega al nodo blanco por donde sale la corriente I , pero de sentido contrario al primer caso.



Superponiendo ambas distribuciones de corriente, se obtiene una corriente neta $I/2$ en la rama que conecta los dos nodos adyacentes, dirigida desde el punto negro hacia el punto blanco. Debido a la conservación de la carga eléctrica, por el resto del circuito (representado en color rojo en la figura adjunta) también circulará una corriente $I/2$, por lo que su resistencia también será R , como la que hay entre los nodos adyacentes. Como vemos, se ha reducido el problema inicial al caso de dos resistencias R asociadas en paralelo.



El cálculo de la resistencia equivalente a dos resistencias R asociadas en paralelo es inmediato: $1/R_{eq} = 1/R + 1/R \rightarrow R_{eq} = R/2$.

Por lo tanto, la resistencia equivalente entre dos nodos adyacentes de la malla infinita vale la mitad de la resistencia entre los nodos: $R_{eq} = R/2$.