

76



Simple+ física



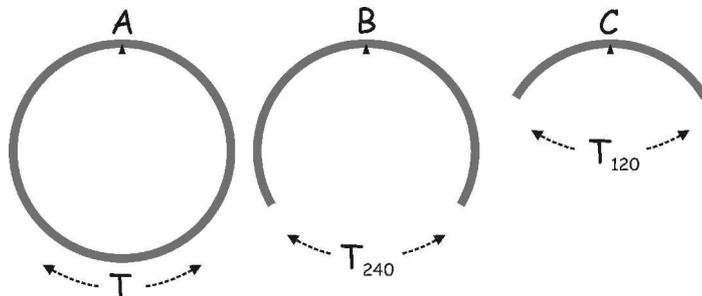
Aros (y sus porciones) oscilantes¹ (26 - 30 septiembre 2005)

Un aro delgado está suspendido de un punto que pasa por su perímetro justo en la vertical sobre su centro geométrico (figura A) y realiza pequeñas oscilaciones cuyo periodo es T . Un aro idéntico al anterior se trocea en dos partes, cuyos arcos abarcan 120° y 240° , respectivamente, y oscilan suspendidos de manera similar a como lo hace al aro completo (figuras B y C), con periodos

T_{120} y T_{240} , respectivamente. ¿Cómo están relacionados los periodos de las oscilaciones del aro y de sus porciones?:

- (a) $T > T_{240} > T_{120}$
- (b) $T = T_{240} = T_{120}$
- (c) $T < T_{240} < T_{120}$
- (d) $T < T_{240} = T_{120}$
- (e) $T > T_{240} = T_{120}$

(f) ninguna de las relaciones anteriores.



AVISO: El objeto de *Simple+mente física* no va más allá del placer que proporciona plantearse y resolver sencillas cuestiones razonando (y experimentando) de acuerdo con principios básicos de la física. No hay ningún tipo de compensación, excepto la satisfacción personal y no van dirigidas a ningún grupo de personas en particular (es decir, están abiertas a todo el mundo).

El primer día hábil de cada semana se presentará una nueva cuestión y la respuesta a la cuestión de la semana anterior.

Rafael García Molina - Departamento de Física, Universidad de Murcia (rgm@um.es)
<http://bohr.fcu.um.es/miembros/rgm/s+mf/>
<http://www.fisimur.org>

*** La ilustración de la cabecera fue realizada por Clàudia García Abril a la edad de 6 años ***

¹ Esta cuestión está inspirada en una demostración que vi realizar a mi buen amigo Miguel Cabrerizo (Universidad de Granada).

Núm. 76: Aros (y sus porciones) oscilantes

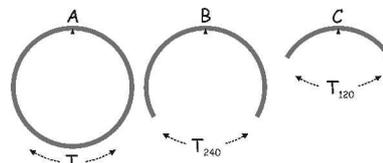
(26 - 30 septiembre 2005)

Un aro delgado está suspendido de un punto que pasa por su perímetro justo en la vertical sobre su centro geométrico (figura A) y realiza pequeñas oscilaciones cuyo periodo es T . Un aro idéntico al anterior se trocea en dos partes, cuyos arcos abarcan 120° y 240° , respectivamente, y oscilan suspendidos de manera similar a como lo hace al aro completo (figuras B y C), con periodos T_{120} y T_{240} , respectivamente. ¿Cómo están relacionados los periodos de las oscilaciones del aro y de sus porciones?:

(a) $T > T_{240} > T_{120}$, (b) $T = T_{240} = T_{120}$

(c) $T < T_{240} < T_{120}$, (d) $T < T_{240} = T_{120}$

(e) $T > T_{240} = T_{120}$, (f) ninguna de las relaciones anteriores.



Resp.: Un aro suspendido por un punto de su perímetro oscilando en el plano definido por el propio aro se comporta como un péndulo físico, cuyo periodo para pequeñas oscilaciones vale

$$T = 2\pi \sqrt{I/(mgb)}; \quad (1)$$

m es la masa del aro, I es su momento de inercia respecto del punto de suspensión, g es la aceleración debida a la gravedad terrestre y b es la distancia entre el centro de masa del aro y el punto de suspensión; como $I \propto m$, las masas del numerador y del denominador en la expresión de T se cancelan mutuamente, por lo tanto el periodo de un péndulo físico no depende de su masa (de manera análoga a como ocurre con el péndulo simple).

Consideraremos el caso general de una porción de aro de masa m y radio R , cuyo arco subtende un ángulo 2ϑ , respecto del centro de la circunferencia sobre la que se extiende el aro. Su momento de inercia respecto de un eje que pasa por su perímetro, perpendicularmente al mismo, vale

$$I = 2mR^2(\vartheta - \sin\vartheta)/\vartheta, \quad (2)$$

y la distancia entre su centro de masa y el punto de suspensión es

$$b = R(\vartheta - \sin\vartheta)/\vartheta. \quad (3)$$

Estas expresiones reproducen los resultados $I = 2mR^2$ y $b = R$, correspondientes a un aro completo ($\vartheta = \pi$) cuyas oscilaciones tienen un periodo $T = 2\pi\sqrt{2R/g}$, equivalente al de un péndulo simple de longitud $L = 2R$.

Sustituyendo las expresiones (2) y (3) en la fórmula (1), puede comprobarse que cualquier porción de aro suspendida por un punto de su perímetro equidistante de sus extremos oscila con el mismo periodo $T = 2\pi\sqrt{2R/g}$, independientemente del ángulo subtendido por su arco. Como vemos, el aro completo y cualquier porción del mismo oscilan isócronamente, por lo tanto la respuesta correcta es la correspondiente al apartado (b).

Miscelánea (frases, anécdotas, curiosidades...): La Naturaleza y sus leyes estaban ocultas en la noche de los tiempos, cuando Dios dijo: "¡Hágase Newton! y la luz fue hecha". [Alexander Pope (1688-1744)]