

81

Simple + mente física

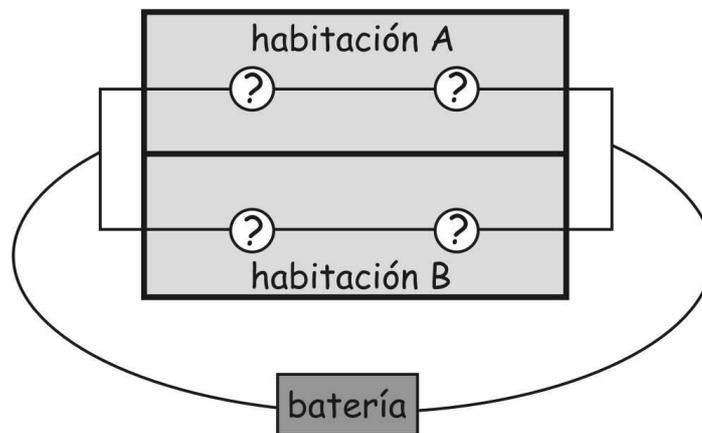


¿Más iluminación con menos bombillas?

(9 - 13 enero 2006)

Un pequeña casa rural está dividida en dos habitaciones, cuyo cableado se conecta en paralelo a la misma batería; en cada habitación se pueden colocar en serie hasta un máximo de dos bombillas idénticas. Si deseamos que la habitación B esté más iluminada que la otra, ¿cómo han de instalarse las bombillas para que la batería dure lo máximo posible?:

- (a) 1 bombilla en la habitación A y 2 bombillas en la habitación B.
- (b) sólo 2 bombillas en la habitación B.
- (c) 2 bombillas en la habitación A y 1 bombilla en la habitación B.
- (d) 1 bombilla en cada habitación.
- (e) 2 bombillas en cada habitación.
- (f) la iluminación de la habitación no variará con una o dos bombillas.



AVISO: El objeto de *Simple+mente física* no va más allá del placer que proporciona plantearse y resolver sencillas cuestiones razonando (y experimentando) de acuerdo con principios básicos de la física. No hay ningún tipo de compensación, excepto la satisfacción personal y no van dirigidas a ningún grupo de personas en particular (es decir, están abiertas a todo el mundo).

El primer día hábil de cada semana se presentará una nueva cuestión y la respuesta a la cuestión de la semana anterior.

Rafael Garcia Molina - Departamento de Física, Universidad de Murcia (rgm@um.es)

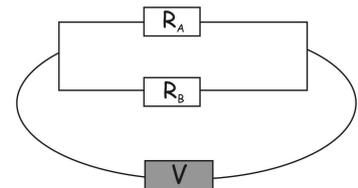
<http://bohr.fcu.um.es/miembros/rgm/s+mf/>

<http://www.fisimur.org>

Resp.: La iluminación de una habitación dependerá del brillo de sus bombillas, que será tanto mayor cuanto más potencia disipen (debido al efecto Joule). Pero cuanto mayor sea la potencia total disipada antes se agotará la batería.

La potencia disipada por las bombillas encendidas en cada habitación es $P = v i$. En la expresión anterior v es la diferencia de potencial entre las terminales de la rama eléctrica que atraviesa la habitación y vale $v = V$ para las dos habitaciones, pues están conectadas en paralelo a la batería, que proporciona una diferencia de potencial V ; pero la intensidad de corriente, i , que atraviesa cada habitación sí dependerá de las bombillas que haya encendidas en cada caso.

En lo que sigue denominaremos R a la resistencia de cada bombilla.¹ La figura adjunta representa el circuito correspondiente a la instalación eléctrica de la casa, con las corrientes que circulan por cada una de sus ramas; las resistencias R_A y R_B de cada



habitación pueden valer R y $2R$, según las bombillas conectadas en cada caso.²

Los valores I_A e I_B de la intensidad i se obtienen a partir de la ley de Ohm:

$$I = V(1/R_A + 1/R_B), \quad I_A = V/R_A \quad \text{e} \quad I_B = V/R_B.$$

La siguiente tabla muestra los valores de la potencia disipada en la habitación B y en total, según las bombillas que haya conectadas en cada caso.

Habitación A R_A	Habitación B R_B	Potencia disipada en la habitación B	Potencia disipada en total
R	R	$P_B = V^2/R$	$P_A + P_B = V^2(1/R + 1/R) = 2V^2/R$
R	$2R$	$P_B = V^2/(2R)$	$P_A + P_B = V^2(1/R + 1/2R) = 2V^2/3R$
$2R$	R	$P_B = V^2/R$	$P_A + P_B = V^2(1/2R + 1/R) = 2V^2/3R$
$2R$	$2R$	$P_B = V^2/(2R)$	$P_A + P_B = V^2(1/2R + 1/2R) = V^2/R$

Como vemos, en la habitación B se disipa más potencia cuando la resistencia es menor ($R_B = R$); de entre los dos casos posibles (primera y tercera filas de la tabla anterior) la potencia total disipada es menor cuando hay dos bombillas conectadas en la habitación A.

Por lo tanto, la respuesta correcta es la correspondiente al caso c.

1 La resistencia de la bombilla depende de la temperatura de su filamento ($R \sim T$), y ésta última es función de la potencia disipada ($T \sim P^{1/4}$, de acuerdo con la ley de Stefan-Boltzman y suponiendo que el filamento se comporta como un cuerpo negro). Por tanto, R depende de P , pero como P también depende de R , la variación de una de estas magnitudes afecta a la otra y viceversa. Aunque la relación entre R y P no es simple, en el razonamiento que sigue emplearemos la relación $R \sim P^{1/4}$, sin que esto afecte significativamente a las conclusiones finales. Como la potencia disipada varía en un factor 2 para los dos casos que se dan en la cuestión, R apenas cambiará (pues $2^{1/4} \approx 1$). Así pues, podemos suponer que $R \sim \text{constante}$; pero conviene notar que la resistencia de la bombilla encendida es notablemente diferente de cuando está apagada.

2 No se consideran los casos $R_B = 0$, pues sin bombillas no se puede iluminar la habitación, ni $R_A = 0$, pues prácticamente toda la corriente eléctrica circularía por la rama del circuito que no tiene bombillas (ya que no ofrece ninguna resistencia al paso de corriente) y no se iluminará la habitación que tenga bombillas (una o dos, no importa) que se desea iluminar.