

87

Simple +
física



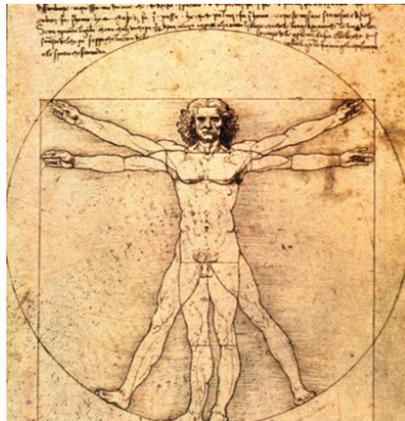
Divina proporción humana

(27 - 31 abril 2006)

Leonardo da Vinci realizó en 1490 el *Dibujo de proporciones del hombre*, en el que establecía el canon de las proporciones humanas. Esta ilustración ha sido reproducida en numerosas ocasiones y sobre diferentes tipos de materiales.

Supongamos que el dibujo de Leonardo está grabado sobre una placa metálica (como en la moneda italiana de 1 euro, por ejemplo) y que esta placa se dilata por efecto del calor. Por simetría, la circunferencia del dibujo aumentará de tamaño conservando la forma. Pero el cuadrado en el que está enmarcado el hombre no está centrado en la circunferencia, así es que su dilatación será tal que:

- (a) cambia la proporción del hombre, haciéndose más grueso.
- (b) cambia la proporción del hombre, haciéndose más delgado.
- (c) la proporción del hombre no cambia.



AVISO: El objeto de *Simple+mente física* no va más allá del placer que proporciona plantearse y resolver sencillas cuestiones razonando (y experimentando) de acuerdo con principios básicos de la física. No hay ningún tipo de compensación, excepto la satisfacción personal y no van dirigidas a ningún grupo de personas en particular (es decir, están abiertas a todo el mundo).

El primer día hábil de cada semana se presentará una nueva cuestión y la respuesta a la cuestión de la semana anterior.

Rafael Garcia Molina - Departamento de Física, Universidad de Murcia (rgm@um.es)

<http://bohr.fcu.um.es/miembros/rgm/s+mf/>

<http://www.fisimur.org>

Resp. : En el razonamiento que sigue supondremos que el calentamiento es uniforme y que la placa sobre la que está grabada el dibujo es homogénea e isotrópica, para que el comportamiento térmico no dependa del lugar ni de la dirección.

Estudiaremos la posible deformación de la figura humana viendo cómo se comporta la distancia entre dos puntos cualesquiera (x_1, y_1) y (x_2, y_2) de la misma:

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$; usaremos un origen de coordenadas arbitrario, por ejemplo, en el centro de la circunferencia. Cuando la temperatura de la placa aumenta en ΔT , ésta se dilata; por lo tanto, las distancias desde el origen de coordenadas hasta la abscisa y la ordenada (x, y) que permiten localizar un punto de la figura también se dilatan:

$$x \rightarrow x' = x(1 + \alpha \cdot \Delta T), \quad y \rightarrow y' = y(1 + \alpha \cdot \Delta T) ,$$

donde α es el coeficiente de dilatación térmica lineal del material con que está fabricada la placa.

La distancia entre dos puntos cualesquiera de la placa dilatada es:

$$d' = \sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2} = (1 + \alpha \cdot \Delta T) \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} .$$

Vemos que esta separación d' es proporcional a la separación d original:

$d' = (1 + \alpha \cdot \Delta T)d$. Como la constante de proporcionalidad es independiente de la posición y de la dirección en la placa, el hombre modifica su tamaño proporcionalmente (aumentando o disminuyendo según la placa se dilate o se encoja), pero sin que el cambio de proporción difiera de una dirección a la otra. Por lo tanto, la respuesta correcta es la (c).

Teniendo en cuenta que la figura humana está inscrita dentro de un cuadrado, también podíamos haber estudiado cómo se deforman las rectas que delimitan dicho cuadrado.¹ Por un razonamiento análogo al usado previamente, la ecuación de una recta

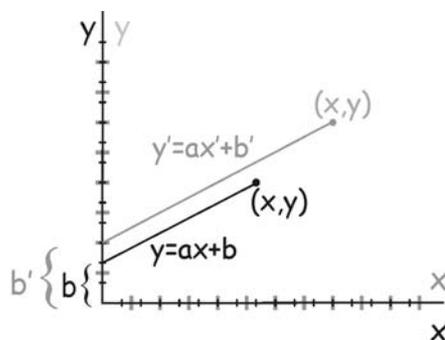
$y = ax + b$ se transforma en

$$\frac{y'}{1 + \alpha \cdot \Delta T} = \frac{a}{1 + \alpha \cdot \Delta T} x' + b \rightarrow y' = ax' + b(1 + \alpha \cdot \Delta T) ,$$

que sigue siendo la ecuación de una recta $y' = ax' + b'$, con la misma pendiente a , pero donde ha cambiado la ordenada en el origen, que ahora vale $b' = b(1 + \alpha \cdot \Delta T)$.

Por lo tanto, una línea recta no cambia de forma ni de "orientación" (su pendiente no varía), únicamente se transforma en otra recta cuya intersección con el eje de ordenadas ha variado proporcionalmente a la dilatación sufrida por la placa.

La figura adjunta muestra en "negro" la línea recta original y en "gris" la recta que se obtiene cuando toda la figura se escala en un factor 1,5.



Miscelánea (frases, anécdotas, curiosidades...): ¡Pobre discípulo el que no deja atrás a su maestro! [Leonardo de Vinci, *Aforismos*]

¹ O cualquier otro cuadrado.