

# 89

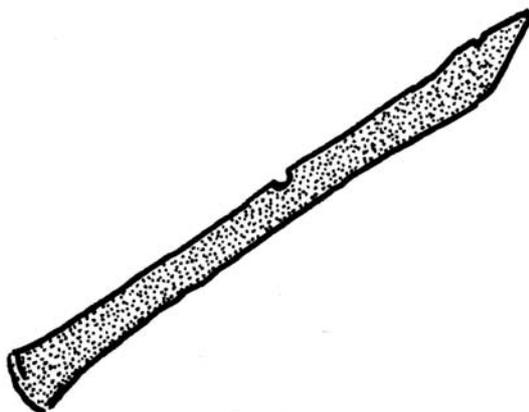
Simple+  
física



## ¿Desafinado? (2 - 6 octubre 2006)

Bartolo es un virtuoso intérprete de flauta (con un agujero sólo) que ha sido contratado para dar un concierto en una población próxima al círculo polar ártico. Sabedor Bartolo de que las variaciones de temperatura, humedad, etc. afectan a los instrumentos,<sup>1</sup> lleva consigo una flauta fabricada con un material insensible a cualquier variación meteorológica.

A pesar de ello, le queda la duda de si el tono que emitirá su flauta en el concierto nórdico será (a) menor, (b) el mismo o (c) mayor que el que emitía cuando tocaba la flauta por otras latitudes más templadas.



---

AVISO: El objeto de *Simple+mente física* no va más allá del placer que proporciona plantearse y resolver sencillas cuestiones razonando (y experimentando) de acuerdo con principios básicos de la física. No hay ningún tipo de compensación, excepto la satisfacción personal y no van dirigidas a ningún grupo de personas en particular (es decir, están abiertas a todo el mundo).

El primer día hábil de cada semana se presentará una nueva cuestión y la respuesta a la cuestión de la semana anterior.

---

Rafael Garcia Molina - Departamento de Física, Universidad de Murcia (rgm@um.es)  
<http://bohr.inf.um.es/miembros/rgm/s+mf/>

\*\*\* La ilustración de la cabecera fue realizada por Clàudia Garcia Abril a la edad de 7 años \*\*\*

---

<sup>1</sup> Por ejemplo, dilatándose o contrayéndose, llegando algunos incluso a sufrir daños irreparables.

**Resp. :** El tubo y los orificios (abiertos o cerrados) de la flauta determinan la longitud de onda  $\lambda$  de la vibración que se genera en el aire de su interior. Pero la frecuencia  $f$  del sonido emitido depende de su longitud de onda y de su velocidad  $v$  en el aire mediante la siguiente relación:  $\lambda f = v$ . Bartolo se ha asegurado de que el tamaño de su flauta (la caja de resonancia, en definitiva) no variará de longitud (por el tipo de material con que está construida), por lo que la  $\lambda$  de las ondas sonoras que produzca no dependerá de la temperatura.

Pero  $v$  sí depende de la temperatura, mediante la siguiente expresión para un gas perfecto:  $v = \sqrt{\gamma R T / M}$ , donde  $\gamma$  es el cociente entre las capacidades térmicas molares a presión y a volumen constantes,  $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  es la constante universal de los gases,  $T$  es la temperatura absoluta y  $M$  es la masa molecular. Para el aire:  $\gamma = 1.4$  y  $M = 28.8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Como vemos, al disminuir la temperatura,<sup>2</sup> la velocidad del sonido será menor y, puesto que  $\lambda$  no cambia al no variar el tamaño de la flauta, disminuirá la frecuencia del sonido que ésta emite, en comparación con otro lugar que se halle a temperatura más elevada.

Así es que al pasar de una temperatura promedio de  $T_1 = 25^\circ \text{C}$  a otra de  $T_2 = -5^\circ \text{C}$ , la velocidad del sonido en el aire disminuirá de  $v_1 = 347 \text{ m/s}$  a  $v_2 = 329 \text{ m/s}$ , con lo cual, la relación entre las frecuencias del sonido emitido por la flauta a dichas temperaturas será  $f_1 / f_2 = (v_1 / \lambda) / (v_2 / \lambda) = v_1 / v_2 = 1.055$ . Este valor es muy próximo a  $\sqrt[12]{2} = 1.059$ , que es la relación entre las frecuencias de semitonos consecutivos.

Así pues, la flauta sonaría desafinada en aproximadamente un semitono, lo cual se percibe nítidamente por el oído humano.

Miscelánea (frases, anécdotas, curiosidades...): Las principales escalas musicales empleadas en la cultura occidental son (por orden cronológico) las siguientes:

- diatónica (o natural): ordena los sonidos que componen una octava, comprendidos entre las frecuencias  $f$  y  $2f$ , en las siguientes notas: do, re, mi, fa, sol, la, si, do (teclas blancas del piano). Esta escala contiene cinco tonos y dos semitonos (mi-fa y si-do) cuyas frecuencias guardan entre sí la siguiente relación



Grabados franceses del s. XV en los que supuestamente se representa a Pitágoras calculando la escala de sonidos.

do	$\times 9/8$	re	$\times 10/9$	mi	$\times 16/15$	fa	$\times 9/8$	sol	$\times 10/9$	la	$\times 9/8$	si	$\times 16/15$	do
1		9/8		5/4		4/3		3/2		5/3		15/8		2

- cromática: divide una octava en doce semitonos (se añaden sostenidos y bemoles a la escala diatónica, aunque en realidad, hay pequeñas diferencias entre el sostenido de una nota y el bemol de la siguiente). La relación de frecuencias entre semitonos consecutivos no es constante, por ello, en la actualidad es más habitual emplear la escala temperada.

- temperada: esta escala se desarrolló para resolver problemas de afinación y permite interpretar en diferentes tonalidades sin necesidad de cambiar la afinación de los instrumentos. Al igual que la cromática, contiene 12 semitonos en cada octava, pero la relación entre las frecuencias de los semitonos consecutivos vale siempre  $\sqrt[12]{2}$ ; son las teclas blancas y negras del piano. En 1939 se fijó la frecuencia de la nota "la<sub>3</sub>" en 440 Hz como referencia a partir de la cual se puede obtener la frecuencia de cualquier otra nota. La música que utiliza una escala uniformemente temperada no resulta completamente armónica al oído; sin embargo, la diferencia con la escala cromática es casi indistinguible para un oído no especialmente entrenado.

<sup>2</sup> Agradezco a José Morales Bruque (Universidad de Extremadura) por hacerme notar que la temperatura del aire expirado por el cuerpo humano tiene un valor constante de  $\sim 34^\circ \text{C}$  (P. O. Fanger, *Thermal Comfort*). ¿Cómo afecta esto a la temperatura del aire que circula por la flauta cuando hay tanta diferencia con la temperatura ambiente? Este efecto no se ha considerado en la respuesta de la cuestión, quedando abierto para una futura investigación (si algún voluntario quiere hacer sonar la flauta dentro o fuera de una cámara frigorífica...).