

96

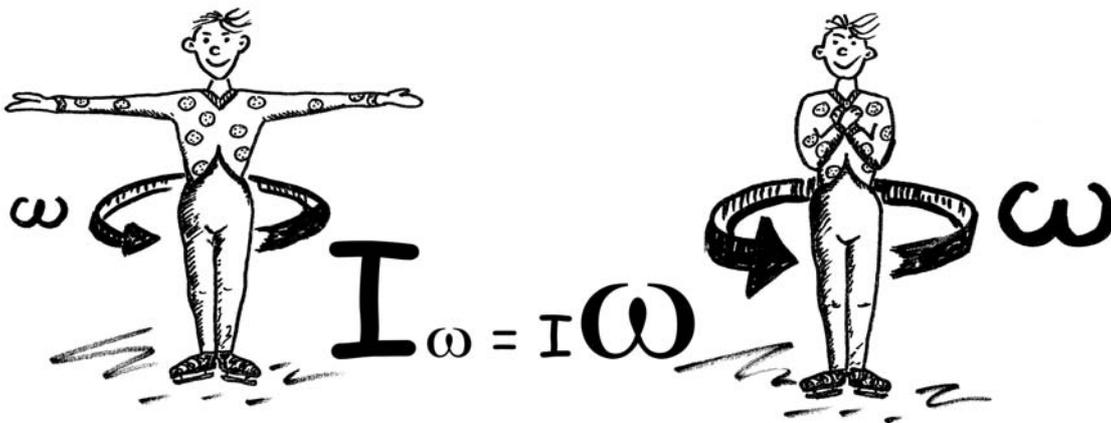
Simple + mente
física



Patinaje artístico y leyes de conservación

(8 - 12 enero 2007)

En fechas navideñas abundan las retransmisiones de patinaje artístico. En ellas puede verse que los patinadores giran aumentando notablemente su velocidad angular cuando acercan sus brazos al cuerpo, lo cual es una excelente demostración de la ley de conservación del momento angular.



Pero si comparamos la energía cinética de rotación del patinador cuando tenía los brazos extendidos y cuando los acercó al cuerpo, veremos que no es la misma. ¿Cómo se explica esta (aparente) violación de la ley de conservación de la energía?

AVISO: El objeto de *Simple+mente física* no va más allá del placer que proporciona plantearse y resolver sencillas cuestiones razonando (y experimentando) de acuerdo con principios básicos de la física. No hay ningún tipo de compensación, excepto la satisfacción personal y no van dirigidas a ningún grupo de personas en particular (es decir, están abiertas a todo el mundo).

El primer día hábil de cada semana se presentará una nueva cuestión y la respuesta a la cuestión de la semana anterior.

Rafael Garcia Molina, Departamento de Física - CIOyN, Universidad de Murcia (rgm@um.es)

<http://bohr.fcu.um.es/miembros/rgm/s+mf/>

Resp.: El momento de inercia de un cuerpo girando respecto de un eje es $I = \sum_i m_i R_i^2$ (o $I = \int dm R^2$ para un sistema continuo), donde R_i es la distancia desde cada elemento de masa hasta el eje de giro. Con los subíndices 1 y 2 indicamos las situaciones en que el patinador tiene los brazos abiertos o pegados al cuerpo, respectivamente. En el primer caso la distribución de masa está más alejada del eje de giro que en el segundo ($R_{1,i} > R_{2,i}$), por lo tanto $I_1 > I_2$.

Tal como gira el patinador, es nulo el torque debido a las fuerzas que actúan sobre el mismo (peso y normal debida a la superficie de apoyo), por lo que se conserva su momento angular: $L_1 = L_2$. Como el giro es alrededor de un eje principal, podemos escribir el momento angular como el producto del momento de inercia, respecto del eje de giro, multiplicado por la velocidad angular: $L = I \omega$.

Así pues, tenemos que $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$; de aquí se deduce que $\omega_2 = \omega_1 I_1 / I_2 > \omega_1$, ya que $I_1 > I_2$ (tal como se dijo anteriormente). Se observa claramente en las competiciones de patinaje artístico este aumento de la velocidad angular cuando el patinador acerca sus brazos al cuerpo.

¿Pero qué sucede con la energía cinética de rotación: $E = \frac{1}{2} I \omega^2$? Comparemos los valores de E cuando el patinador gira con los brazos separados del cuerpo ($E_1 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$) o con los brazos pegados al cuerpo ($E_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$). Al sustituir $\omega_2 = \omega_1 I_1 / I_2$, obtenemos $E_2 = \frac{1}{2} I_2 (\omega_1 I_1 / I_2)^2 = E_1 (I_1 / I_2) > E_1$. De esta relación se deduce que aumenta la energía cinética de rotación, pues su valor después de juntar los brazos es mayor que antes.

Veamos cómo se concilia esto con la ley de conservación de la energía. Para simplificar la discusión nos restringiremos a las formas mecánicas de la energía y emplearemos el teorema del trabajo-energía, según el cual la variación de la energía mecánica (suma de la energía cinética de translación y de rotación, y la energía potencial interna y externa) de un sistema se debe al trabajo realizado sobre el mismo por fuerzas no conservativas:

$$\Delta E_{\text{mec}} = W_{\text{no cons}}$$

En nuestro caso no varía ni la energía cinética de translación ni la energía potencial externa (que es la gravitatoria), ya que el patinador no se traslada ni cambia su altura sobre el suelo; en una primera aproximación, supondremos que el trabajo debido a las fuerzas no conservativas es nulo. La energía mecánica no cambia porque el aumento de energía cinética de rotación se produce a expensas de una disminución de la energía potencial interna.

Si tenemos en cuenta la fricción interna (que es una fuerza no conservativa), al acercar los brazos se produce un $W_{\text{no cons}} < 0$ (pues la fuerza tiene sentido contrario al desplazamiento). En esta situación disminuirá más la energía potencial interna que en el caso anterior, en que no había disipación de energía $W_{\text{no cons}} = 0$.

Podemos suponer que el patinador es un autómatas con un resorte interno, con un funcionamiento similar al de un reloj de cuerda; los músculos del patinador serían el equivalente del resorte. Éste se mantiene elongado cuando el patinador tiene los brazos extendidos, los cuales se acercan al cuerpo cuando el resorte recupera su forma original. De este modo disminuye la energía potencial interna almacenada en el resorte.